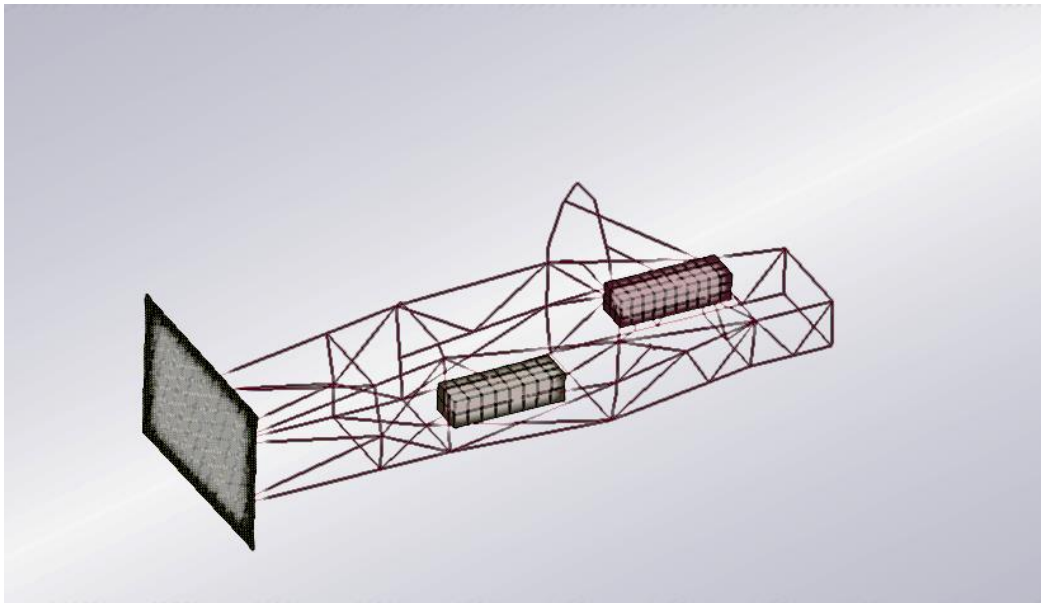


**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΡΟΥΣΗΣ ΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΥ ΟΧΗΜΑΤΟΣ (FORMULA)



ΦΟΙΤΗΤΗΣ: ΚΡΙΜΠΕΝΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ (Α.Μ. 6410)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΔΙΑΜΑΝΤΑΚΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

ΠΑΤΡΑ 2021

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν τεύχος αποτελεί την Πτυχιακή Εργασία που εκπονήθηκε στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου, με αντικείμενο την αριθμητική προσομοίωση κρούσης αγωνιστικού οχήματος (formula) σε τοίχο. Το μοντέλο οχήματος της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι σχεδιασμένο σύμφωνα με τους κανονισμούς του διαγωνισμού Formula Student.

Η επιλογή του προαναφερόμενου θέματος έγινε σύμφωνα με την θέλησή μου να ασχοληθώ στο σύντομο μέλλον με τις προσομοιώσεις που μπορούν να πραγματοποιηθούν στον κλάδο της αυτοκινητοβιομηχανίας, με απώτερο σκοπό την οδηγική ασφάλεια, καθώς και την ασφάλεια των επιβατών σε περιπτώσεις ατυχημάτων.

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κύριο Διαμαντάκο που με την πολύτιμη βοήθεια του και καθοδήγησή του ολοκληρώθηκε επιτυχώς η εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Τσινόπουλο για την καθοδήγηση και τις συμβουλές που μου πρόσφερε απλόχερα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου που στάθηκαν δίπλα μου όχι μόνο κατά τη διάρκεια της πτυχιακής μου εργασίας αλλά καθ' όλη την φοίτηση μου στο Τμήμα των Μηχανολόγων Μηχανικών. Επίσης, όσους στάθηκαν δίπλα και με βοήθησαν να ολοκληρώσω αυτή την εργασία δίνοντας μου δύναμη και κουράγιο να συνεχίσω.

Γεώργιος Κριμπένης
Πάτρα 2021

Υπεύθυνη Δήλωση Σπουδαστή: Ο κάτωθι υπογεγραμμένος σπουδαστής έχω επίγνωση των συνεπειών του Νόμου περί λογοκλοπής και δηλώνω υπεύθυνα ότι είμαι συγγραφέας αυτής της Πτυχιακής Εργασίας, αναλαμβάνοντας την ευθύνη επί ολοκλήρου του κειμένου, έχω δε αναφέρει στη Βιβλιογραφία, όλες τις πηγές τις οποίες χρησιμοποίησα και έλαβα ιδέες ή δεδομένα. Δηλώνω επίσης ότι, οποιοδήποτε στοιχείο ή κείμενο το οποίο έχω ενσωματώσει στην εργασία μου προερχόμενο από Βιβλία ή άλλες εργασίες ή το διαδίκτυο, γραμμένο ακριβώς ή παραφρασμένο, το έχω πλήρως αναγνωρίσει ως πνευματικό έργο άλλου συγγραφέα και έχω αναφέρει ανελλιπώς το όνομά του και την πηγή προέλευσης.

Ο σπουδαστής
Γεώργιος Κριμπένης

.....
(Υπογραφή)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η αριθμητική προσομοίωση της συμπεριφοράς σε συνθήκες κρούσης του αγωνιστικού οχήματος (formula), το οποίο αναπτύσσεται και κατασκευάζεται στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου. Αρχικά, θα εξεταστούν τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του οχήματος με έμφαση στις μηχανικές τους ιδιότητες και τη συμπεριφορά τους σε συνθήκες κρούσης. Στη συνέχεια, με χρήση κατάλληλου κώδικα πεπερασμένων στοιχείων θα αναπτυχθεί και θα επιλυθεί το αριθμητικό μοντέλο του οχήματος λαμβάνοντας υπόψη τις συγκεντρωμένες μάζες στο όχημα (μηχανή, οδηγός). Θα εξεταστεί η σύγκρουση σε άκαμπτο τοίχο και θα υπολογιστεί η συμπεριφορά και αντοχή του πλαισίου του οχήματος. Τέλος, θα δοθούν τα συμπεράσματα της παρούσας πτυχιακής, συγκρινόμενα με τα αναμενόμενα αποτελέσματα.

Περιεχόμενα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	2
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	3
• ΕΙΣΑΓΩΓΗ	5
1.1 Formula Πανεπιστήμιου Πελοποννήσου	7
1.2 Σκοπός της εργασίας	7
1.3 Δομή της εργασίας	7
2 Εισαγωγή στο LS-DYNA	9
2.1 Μέθοδοι αριθμητικής προσομοίωσης	9
2.1.1 Αριθμητική λύση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων	10
2.1.2 Αριθμητική λύση συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων	10
2.2 Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων	14
2.2.1 Διαφορετικοί τύποι πεπερασμένων στοιχείων	16
2.2.2 Πυκνότητα του πλέγματος (mesh)	17
2.3 Επίλυση δυναμικών φαινομένων με Πεπερασμένα Στοιχεία.....	18
2.4 Implicit και explicit μέθοδοι αριθμητικής ανάλυσης.....	18
2.4.1 Explicit μέθοδος.....	19
2.4.2 Implicit μέθοδος.....	20
2.5 Εμπορικός κώδικας Πεπερασμένων Στοιχείων LS-DYNA	21
2.6 Τεχνικά Χαρακτηριστικά του LS-DYNA	21
2.7 Δυνατότητες του LS-DYNA	23
3 Ανάπτυξη μοντέλου Πεπερασμένων Στοιχείων	25
3.1 Γεωμετρία.....	25
3.2 Υλικά και ιδιότητες	28
3.3 Τύποι Πεπερασμένων Στοιχείων – Διακριτοποίηση μοντέλου.....	31
3.4 Αρχικές και συνοριακές συνθήκες	33
4 Αριθμητική προσομοίωση κρούσης	35
4.1 Επίλυση μοντέλου Πεπερασμένων Στοιχείων	35
4.2 Αποτελέσματα	36
4.3 Συμπεράσματα.....	43
Βιβλιογραφία	45
Παράρτημα	47

- ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία στοχεύει στην πραγματοποίηση αριθμητικής προσομοίωσης κρούσης αγωνιστικού οχήματος (formula) και η εκπόνησή της πραγματοποιείται στα πλαίσια του θεσμού της Formula Student. Αυτός ο διαγωνισμός είναι διεθνής και αφορά τον σχεδιασμό και την κατασκευή αγωνιστικού αυτοκινήτου από φοιτητές των τμημάτων Μηχανολόγων Μηχανικών σε όλο τον κόσμο. Ο διαγωνισμός Formula Student διοργανώνεται από την διεθνή κοινότητα μηχανικών αυτοκινήτων (Society of Automotive Engineers “SAE”).



Εικόνα 1: Διαγωνισμός Formula Student προωθεί την πρωτοπορία στην αυτοκινητοβιομηχανία των αγωνιστικών οχημάτων

Η αρχή του διαγωνισμού έγινε το 1978 στις ΗΠΑ, στο Πανεπιστήμιο του Χιούστον. Εντός δύο ετών ο διαγωνισμός εξελίχθηκε και έχει μέχρι και σήμερα αυτή τη σύγχρονη μορφή. Ο βασικός στόχος του διαγωνισμού ήταν οι ομάδες των φοιτητών που λάμβαναν μέρος να βασιστούν σε ένα σενάριο μαζικής παραγωγής οχήματος αγωνιστικού τύπου. Κάθε ομάδα καλείται να φτιάξει από το μηδέν το δικό της αγωνιστικό όχημα δίνοντας τα απαραίτητα σχέδια και την κατασκευή καθώς επίσης και τα αποτελέσματα των δοκιμών του οχήματος. Τα οχήματα του διαγωνισμού αξιολογούνται για τις δυνατότητες που παρουσιάζουν για την μαζική παραγωγή με στόχο τη χρήση τους ως οχήματα αναψυχής για τους ερασιτέχνες οδηγούς που θέλουν να κάνουν τη γρήγορη οδήγηση χόμπι.

Αυτό που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι οι φοιτητές των ομάδων καλούνται να σχεδιάσουν και να κατασκευάσουν το πρότυπο μονοθέσιο, βασιζόμενοι σε συγκεκριμένους κανόνες. Οι κανόνες αυτοί έχουν δημιουργηθεί με σκοπό να εξασφαλιστεί η λειτουργικότητα του οχήματος, καθώς και να επιλυθούν τα προβλήματα που ενδέχεται να προκύψουν κατά τη λειτουργία του.

Σκοπός της Formula SAE είναι η αναβάθμιση της μηχανολογίας αφού ασχολείται με κάθε τι που αφορά την αυτοκινητοβιομηχανία και συμπεριλαμβάνει έρευνα, σχεδιασμό, δοκιμές, κατασκευή καθώς και ότι αφορά marketing, management και οικονομική διαχείριση. Επιπλέον, έχει ως βασικό όφελος τη συμμετοχή των φοιτητών στον διαγωνισμό όπου μπορούν

να «κάνουν πράξη» τις γνώσεις που τους μεταφέρουν οι καθηγητές – ερευνητές κατά την διάρκεια των σπουδών τους.

Οι διοργανώσεις του διαγωνισμού ανά χώρα είναι:

- Formula Student UK
- Formula Student Germany
- Formula Student Austria.
- Formula Student Netherlands
- Formula Student East
- Formula Student Hungary
- Formula Student Spain
- Formula Student Czech Republic
- Formula Student Switzerland
- Formula Student China
- Formula SAE Italy
- Formula SAE Brazil
- Formula SAE Australia
- Student Formula Japan
- Formula SAE USA (California)
- Formula SAE USA (Michigan)
- Formula SAE Canada
- Formula Bharat – India
- TSAE Student Formula (Thailand)
- KSAE Formula (South Korea)

Η στήριξη της SAE σε ότι αφορά τις καινοτομίες και την εξέλιξη της τεχνολογίας δίνει εφόδια στους «νέους» μηχανολόγους μηχανικούς που θέλουν να ασχοληθούν με τον τομέα της αυτοκινητοβιομηχανίας.

Συνοψίζοντας, ο διαγωνισμός Formula SAE είναι ένας διεθνής φοιτητικός διαγωνισμός σχεδιασμού που οργανώνεται από την SAE International (Society of Automotive Engineers). Οι ομάδες που συμμετέχουν καλούνται να σχεδιάσουν και να αναπτύξουν ένα αγωνιστικό μονοθέσιο σύμφωνα με ένα σύνολο κανόνων και προδιαγραφών. Η Formula SAE κατατάσσεται στα πιο διαδεδομένα φοιτητικά προγράμματα του χώρου με 9 επίσημα αναγνωρισμένους αγώνες. Οι συμμετέχοντες διαχωρίζονται σε τρεις κατηγορίες οι οποίες είναι η Class 3 όπου πραγματοποιείται μόνο ο σχεδιασμός του μονοθέσιου χωρίς το κατασκευαστικό μέρος, η Class 2: όπου πραγματοποιείται η παρουσίαση συγκεκριμένων τμημάτων από την κατασκευή του μονοθέσιου και η Class 1 όπου πραγματοποιείται ένα πλήρες λειτουργικό μονοθέσιο έτοιμο για αγώνες.

Ο διαγωνισμός Formula Student διακρίνεται σε δύο τμήματα το δυναμικό και το στατικό και βασίζεται στη σχεδίαση και κατασκευή ενός μονοθέσιου που θα είναι σύμφωνο με

τους κανονισμούς που βγάζει κάθε Σεπτέμβρη η διοργανώτρια αρχή. Επιπλέον, θα πρέπει οι φοιτητές να εκπαιδευτούν στο να εργάζονται σε ένα επιχειρησιακό περιβάλλον το οποίο το αναπτύσσουν μόνοι τους. Οι ομάδες αποτελούνται από φοιτητές οι οποίοι είναι αρμόδιοι για κάθε απόφαση που λαμβάνεται καθώς και για τον τρόπο που θα πορευθεί η ομάδα και θα διοικηθεί. Ωστόσο θα πρέπει να έχουν ως βασικό γνώμονα ότι πρέπει να δημιουργήσουν μια επαγγελματική ομάδα, δηλαδή μια επιχείρηση.

1.1 Formula Πανεπιστήμιου Πελοποννήσου

Η ομάδα αποτελείται από προπτυχιακούς φοιτητές του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών πρώην Μηχανολόγων Μηχανικών ΤΕ του Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ινστιτούτου Δυτικής Ελλάδας, οι οποίοι διέπονται από ενθουσιασμό για τη μηχανική και το μηχανοκίνητο αθλητισμό και ιδρύθηκε τον Μάρτιο του 2015. Ο στόχος της ομάδας είναι η συμμετοχή σε διαγωνισμούς της Formula Student SAE κάθε χρόνο, έχοντας μεγαλύτερες απαιτήσεις. Το Πανεπιστημίου Πελοποννήσου του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών πρώην Μηχανολόγων Μηχανικών ΤΕ του Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ινστιτούτου Δυτικής Ελλάδας είναι το πρώτο Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ινστιτούτο που συμμετέχει σε αυτόν τον διαγωνισμό. Ο στόχος είναι η απόκτηση γνώσεων και εμπειριών που σχετίζονται με τη Μηχανολογία. Επιπλέον, η ομάδα προτίθεται να αναπτύξει συνεργασία με άλλους επιστημονικούς τομείς, προκειμένου να επιτύχει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

Η αποστολή της FSAE είναι να ενθουσιάσει και να ενθαρρύνει τους νέους ώστε να διαμορφώσουν την καριέρα τους στον τομέα της Μηχανικής. Η μορφή της εκδήλωσης δίνει στους μαθητές μια ιδανική ευκαιρία να επιδείξουν και να βελτιώσουν τις δυνατότητές τους, προκειμένου να παραδώσουν ένα σύνθετο και ολοκληρωμένο προϊόν στο απαιτητικό περιβάλλον ενός διαγωνισμού μηχανοκίνητου αθλητισμού. Η Formula SAE είναι ένα μηχανολογικό έργο υψηλής απόδοσης με ερευνητικά χαρακτηριστικά. Η αυτοκινητοβιομηχανία θεωρεί την εμπειρία που πρέπει να αποκτήσουν οι προπτυχιακοί φοιτητές για μετάβαση από το πανεπιστήμιο στο χώρο εργασίας.

1.2 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η αριθμητική προσομοίωση της συμπεριφοράς σε συνθήκες κρούσης του αγωνιστικού οχήματος τύπου formula, στο πρόγραμμα LS-Dyna. Το όχημα τύπου formula έχει αναπτυχθεί και κατασκευαστεί στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου. Η αριθμητική προσομοίωση θα γίνει σε εκπαιδευτική έκδοση του LS-Dyna.

1.3 Δομή της εργασίας

Στο 2ο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι μέθοδοι αριθμητικής προσομοίωσης καθώς και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Στην συνέχεια του κεφαλαίου θα εξηγηθεί η επίλυση των δυναμικών φαινομένων με πεπερασμένα στοιχεία και οι κύριοι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται (Explicit and Implicit analysis) αλλά και οι διαφορές τους και υπό ποιες προϋποθέσεις χρησιμοποιείται η κάθε μία. Τέλος θα γίνει μια σύντομη παρουσίαση του τρόπου λειτουργίας λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων LS- Dyna.

Στο 3ο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η ανάπτυξη του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του οχήματος και η γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε για τις αναλύσεις. Έπειτα, θα εξεταστούν τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του οχήματος με έμφαση στις μηχανικές τους ιδιότητες και τη συμπεριφορά τους σε συνθήκες κρούσης. Ακόμα θα αναφερθούν οι τύποι πεπερασμένων στοιχείων καθώς και ποιοι τελικά επιλέχτηκαν ενώ στο τέλος θα δοθούν οι αρχικές συνοριακές συνθήκες και το τελικό μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων.

Στο 4ο κεφάλαιο θα επιλυθεί με χρήση κατάλληλου κώδικα πεπερασμένων στοιχείων το αριθμητικό μοντέλο του οχήματος με ειδικά βάρη (μηχανή, άνθρωπος). Θα εξεταστεί η σύγκρουση και θα υπολογιστεί η συμπεριφορά και αντοχή του πλαισίου του οχήματος. Τέλος, θα δοθούν τα συμπεράσματα της παρούσας πτυχιακής

2 Εισαγωγή στο LS-DYNA

2.1 Μέθοδοι αριθμητικής προσομοίωσης

Η αριθμητική ανάλυση είναι ο τομέας των μαθηματικών και της πληροφορικής που δημιουργεί, αναλύει και εφαρμόζει αλγόριθμους για την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων των συνεχών μαθηματικών. Τέτοια προβλήματα προέρχονται γενικά από πραγματικές εφαρμογές άλγεβρας, γεωμετρίας και λογισμού, και περιλαμβάνουν μεταβλητές που ποικίλλουν. Αυτά τα προβλήματα εμφανίζονται σε διάφορους τομείς όπως των φυσικών επιστημών, της ιατρικής, της μηχανικής, των επιχειρήσεων ακόμη και των τεχνών, που έχουν υιοθετήσει στοιχεία των επιστημονικών υπολογισμών. Ξεκινώντας τη δεκαετία του 1940, η αύξηση της υπολογιστικής ισχύος καθώς και η διαθεσιμότητα και η γενικότερη εξέλιξη των ψηφιακών υπολογιστών, σε καθημερινά εργαλεία, οδήγησε σε μια αυξανόμενη χρήση ρεαλιστικών μαθηματικών μοντέλων στους παραπάνω τομείς το οποίο με την σειρά του οδήγησε στην αναγκαιότητα χρήσης μοντέλων αριθμητικής ανάλυσης αυξανόμενης πολυπλοκότητας για την επίλυση περίπλοκων μαθηματικών μοντέλων. Ο ακαδημαϊκός τομέας της αριθμητικής ανάλυσης ποικίλλει από εξαιρετικά θεωρητικές μαθηματικές μελέτες έως σε θέματα επιστήμης υπολογιστών, που περιλαμβάνουν τις επιπτώσεις του υλικού και του λογισμικού υπολογιστών στην εφαρμογή συγκεκριμένων αλγορίθμων.

Η αριθμητική λύση πολλών μαθηματικών προβλημάτων περιλαμβάνει κάποιο συνδυασμό ορισμένων από αυτούς τους τομείς. Υπάρχουν επίσης μερικά προβλήματα που δεν ταιριάζουν σε καμία από τις παραπάνω κατηγορίες. Παρακάτω δίνεται μια κατηγοριοποίηση των κύριων τομέων της αριθμητικής ανάλυσης, ωστόσο πρέπει να σημειωθεί πως μπορεί να υπάρχει μερική ή/και μεγάλη επικάλυψη μεταξύ των περιοχών που αναφέρονται.

- Αριθμητική λύση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων. Αναφέρεται στην επίλυση ως προς x της εξίσωσης $Ax = b$ με δεδομένο πίνακα A και ιδιοδιανύσματα στήλης x και b . Η πιο σημαντική περίπτωση έχει τετραγωνικό πίνακα. Υπάρχουν οι άμεσες μέθοδοι λύσης (που απαιτούν μόνο έναν πεπερασμένο αριθμό αριθμητικών πράξεων) και οι επαναληπτικές μέθοδοι (δίνοντας αυξημένη ακρίβεια με κάθε νέα επανάληψη). Αυτός ο τομέας της αριθμητικής ανάλυσης περιλαμβάνει επίσης το πρόβλημα της εύρεσης των ιδιοτημών ενός τετραγωνικού πίνακα A , μέσω της εύρεσης των x και λ που ικανοποιούν την εξίσωση $Ax = \lambda x$.
- Αριθμητική λύση συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων. Αυτός ο τομέας αναφέρεται σε προβλήματα εύρεσης ρίζας που συνήθως γράφονται ως $f(x) = 0$ με x ένα διάνυσμα με n στοιχεία και $f(x)$ ένα διάνυσμα με m στοιχεία. Η πιο σημαντική περίπτωση έχει $n = m$.
- Βελτιστοποίηση. Αυτός ο τομέας αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση ή τη μεγιστοποίηση μιας πραγματικής συνάρτησης $f(x)$. Οι επιτρεπόμενες τιμές για $x = (x_1, \dots, x_n)$ μπορεί να είναι είτε περιορισμένες είτε χωρίς περιορισμούς. Το «πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού» είναι μια πολύ γνωστή και σημαντική περίπτωση. Το $f(x)$ είναι γραμμικό και υπάρχουν γραμμικοί περιορισμοί ισότητας και / ή ανισότητας του x .

2.1.1 Αριθμητική λύση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων

Τα γραμμικά συστήματα προκύπτουν σε πολλά από τα προβλήματα της αριθμητικής ανάλυσης, που αντικατοπτρίζουν την προσέγγιση των μαθηματικών προβλημάτων χρησιμοποιώντας τη γραμμικοποίηση. Αυτό οδηγεί σε ποικιλομορφία στα χαρακτηριστικά των γραμμικών συστημάτων και για το λόγο αυτό υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις για την επίλυση γραμμικών συστημάτων. Για παράδειγμα, οι αριθμητικές μέθοδοι για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων οδηγούν συχνά σε πολύ μεγάλα «αραιά» γραμμικά συστήματα στα οποία οι περισσότεροι συντελεστές είναι μηδέν. Η επίλυση τέτοιων αραιών συστημάτων απαιτεί μεθόδους που είναι πολύ διαφορετικές από αυτές που χρησιμοποιούνται για την επίλυση πιο πυκνών γραμμικών συστημάτων μεσαίου μεγέθους στα οποία οι περισσότεροι συντελεστές δεν είναι μηδενικοί.

Υπάρχουν «άμεσες μέθοδοι» και «επαναληπτικές μέθοδοι» για την επίλυση όλων των τύπων γραμμικών συστημάτων και η μέθοδος που τελικά επιλέγεται εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά τόσο του γραμμικού συστήματος όσο και από το υλικό του υπολογιστή που χρησιμοποιείται. Για παράδειγμα, ορισμένα αραιά συστήματα μπορούν να επιλυθούν με άμεσες μεθόδους, ενώ άλλα λύνονται καλύτερα χρησιμοποιώντας επαναλήψεις. Με τις μεθόδους επανάληψης, το γραμμικό σύστημα μερικές φορές μεταμορφώνεται σε μια ισοδύναμη μορφή που είναι πιο πιθανό να επιλυθεί με επανάληψη. Αυτό ονομάζεται συχνά «προ-προετοιμασία» του γραμμικού συστήματος.

Με το πρόβλημα της σχέσης $Ax = \lambda x$, είναι τυπικό να μετατρέπουμε τον πίνακα A σε απλούστερη μορφή, για την οποία το πρόβλημα ιδιοτιμής μπορεί να λυθεί πιο εύκολα ή / και φθηνά. Μια συνηθισμένη επιλογή είναι ο «ορθογωνικός μετασχηματισμός» επειδή είναι ένας απλός και σταθερός τρόπος μετατροπής του δεδομένου πίνακα A . Ο μετασχηματισμός ενός πίνακα σε ορθογώνιο είναι επίσης πολύ χρήσιμος και σε άλλα προβλήματα στην γραμμική άλγεβρα. Ιδιαίτερης σημασίας από αυτή την άποψη είναι η λύση των λιγότερων τετραγώνων των υπερβολικά καθορισμένων γραμμικών συστημάτων.

Το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού λύθηκε κυρίως με τη «μέθοδο simplex» έως ότου αναπτύχθηκαν νέες προσεγγίσεις τη δεκαετία του 1980 και παραμένει μια σημαντική μέθοδος λύσης. Η μέθοδος simplex είναι μια άμεση μέθοδος που χρησιμοποιεί εργαλεία από την αριθμητική λύση γραμμικών συστημάτων.

2.1.2 Αριθμητική λύση συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων

Η μέθοδος Newton-Raphson είναι μία από τις πιο συχνές επαναληπτικές μεθόδους για την προσέγγιση μιας ρίζας της εξίσωσης $f(x) = 0$. Γενικά, αν x_n είναι η τρέχουσα προσέγγιση, τότε η επόμενη προσέγγιση δίνεται από τον επαναληπτικό τύπο :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν άλλες προσεγγίσεις γραμμικών και υψηλότερων βαθμών και αυτές οδηγούν σε εναλλακτικές μεθόδους επανάληψης. Μια σημαντική προσέγγιση χωρίς παράγωγα της μεθόδου Newton-Raphson είναι η «μέθοδος ασφαλείας».

Για ένα σύστημα m μη γραμμικών εξισώσεων για ένα διάνυσμα λύσης x σε R^m , προσεγγίζουμε το $f(x)$ με τη γραμμική προσέγγιση του Taylor σχετικά με την αρχική εκτίμηση x_0 . Αυτό οδηγεί στη μέθοδο Newton-Raphson για μη γραμμικά συστήματα,

$$x_{n+1} = x_n - [f'(x_n)]^{-1} \times f(x_n) \quad n = 0, 1, \dots \quad (2)$$

στην οποία το $f'(x)$ υποδηλώνει τον πίνακα Jacobian, της τάξης $m \times m$ για $f(x)$.

Στην πράξη, ο πίνακας Jacobian για $f(x)$ είναι συχνά πολύ περίπλοκος για να υπολογιστεί απευθείας. Αντίθετα, τα μερικά παράγωγα στον πίνακα Jacobian προσεγγίζονται χρησιμοποιώντας «πεπερασμένες διαφορές». Αυτό οδηγεί σε μια «μέθοδο πεπερασμένης διαφοράς Newton». Ως εναλλακτική στρατηγική και κατ' αναλογία με την ανάπτυξη της μεθόδου απομόνωσης για το μεμονωμένο μεταβλητό πρόβλημα, υπάρχει μια παρόμοια μέθοδος επανάληψης ρίζας για την επίλυση μη γραμμικών συστημάτων. Ονομάζεται «μέθοδος Broyden» και χρησιμοποιεί προσεγγίσεις πεπερασμένων διαφορών των παραγώγων στον πίνακα Jacobian, αποφεύγοντας την αξιολόγηση των μερικών παραγώγων του $f(x)$. [1][2]

Αριθμητικές μέθοδοι για την επίλυση διαφορικών και ολοκληρωμένων εξισώσεων

Με τέτοιες εξισώσεις, συνήθως υπάρχουν τουλάχιστον δύο γενικά βήματα για την επίτευξη ενός κοντινού προβλήματος από το οποίο μπορεί να υπολογιστεί μια αριθμητική προσέγγιση. Αυτό συχνά αναφέρεται ως «διακριτοποίηση» του αρχικού προβλήματος. Η δεδομένη εξίσωση θα έχει έναν τομέα στον οποίο ορίζεται η άγνωστη συνάρτηση, ίσως ένα διάστημα σε μία διάσταση και ίσως ένα ορθογώνιο, έλλειψη ή άλλη απλώς συνδεδεμένη οριοθετημένη περιοχή σε δύο διαστάσεις. Πολλές αριθμητικές μέθοδοι ξεκινούν με την εισαγωγή ενός πλέγματος ή πλέγματος σε αυτόν τον τομέα και η λύση πρέπει να προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας αυτό το πλέγμα. Μετά από αυτό, υπάρχουν πολλές κοινές προσεγγίσεις.

Μία προσέγγιση προσεγγίζει την εξίσωση με μια απλούστερη εξίσωση που ορίζεται στο πλέγμα. Για παράδειγμα, εξετάστε το ενδεχόμενο προσέγγισης του προβλήματος οριακής τιμής

$$u'' = f(s, u(s)), \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (3)$$

$$u(0) = u(1) = 0 \quad (4)$$

Εισάγοντας ένα σύνολο σημείων πλέγματος $s_j = jh, j = 0, 1, \dots, n$, με $h = 1/n$ για ορισμένα δεδομένα $n \geq 2$. Κατά προσέγγιση το πρόβλημα οριακής τιμής έως

$$\frac{1}{h^2} \times [\tilde{u}_n(s_{j+1}) - 2 \times \tilde{u}_n(s_j) + \tilde{u}_n(s_{j-1}))] = f(s_j, \tilde{u}_n(s_j)), \quad (5)$$

$$j=1, \dots, n-1$$

$$\tilde{u}_n(0) = \tilde{u}_n(1) = 0 \quad (6)$$

Η δεύτερη παράγωγος στο αρχικό πρόβλημα έχει αντικατασταθεί από μια αριθμητική προσέγγιση με το δεύτερο παράγωγο. Το νέο πρόβλημα είναι ένα πεπερασμένο σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων, πιθανότατα δεκτό σε λύση με γνωστές τεχνικές. Η λύση σε αυτό το νέο πρόβλημα είναι $u \sim n$ και ορίζεται μόνο στα σημεία πλέγματος $\{s_j\}$.

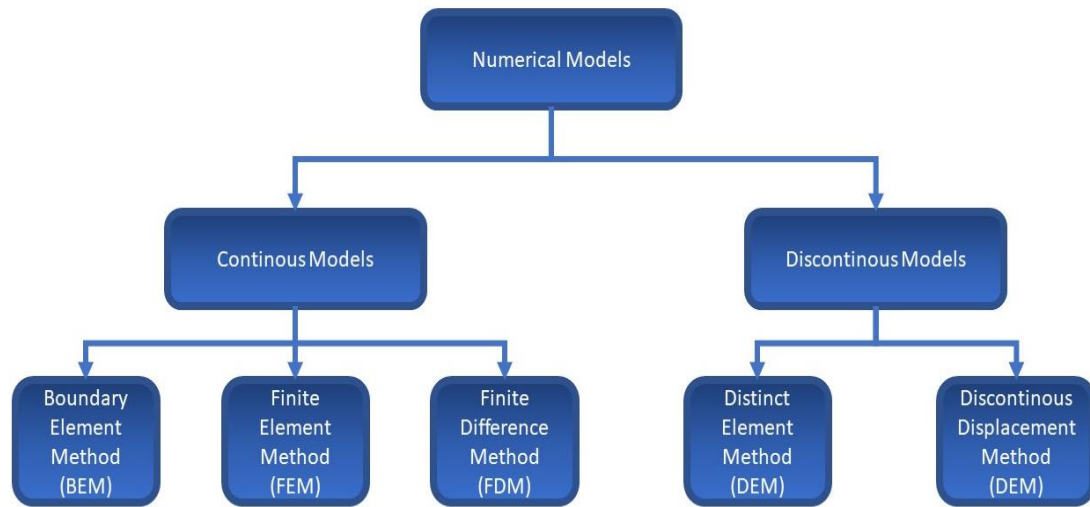
Μια δεύτερη προσέγγιση για τη διάκριση διαφορικών και ακέραιων εξισώσεων έχει ως εξής. Επιλέξτε μια οικογένεια πεπερασμένων διαστάσεων, που υποδηλώνεται εδώ με το F , με την οποία θα προσεγγίσετε την άγνωστη λειτουργία λύσης u . Γράφοντας τη διαφορική ή ολοκληρωμένη εξίσωση ως $L(u) = 0$, με $L(v)$ μια συνάρτηση για οποιαδήποτε συνάρτηση v , ίσως σε μια περιορισμένη κατηγορία συναρτήσεων v . Η αριθμητική μέθοδος συνίσταται στην επιλογή μιας συνάρτησης $\tilde{u} \in F$ έτσι ώστε το $L(u \sim)$ να είναι μια μικρή συνάρτηση με κάποια έννοια. Οι διάφοροι τρόποι για να γίνει αυτό οδηγούν σε «μεθόδους Galerkin», «μεθόδους συνεγκατάστασης» και «λιγότερο τετραγωνικές μεθόδους».

Ακόμη μια άλλη προσέγγιση είναι να αναδιαμορφωθεί η εξίσωση $L(u) = 0$ ως πρόβλημα βελτιστοποίησης. Τέτοιες αναδιατυπώσεις αποτελούν μέρος της κλασικής περιοχής των μαθηματικών γνωστή ως «λογισμός παραλλαγών», ένα θέμα που αντικατοπτρίζει τη σημασία στη φυσική των αρχών ελαχιστοποίησης. Η γνωστή «μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων» για την επίλυση ελλειπτικών μερικών διαφορικών εξισώσεων επιτυγχάνεται με αυτόν τον τρόπο, αν και συχνά συμπίπτει με τη μέθοδο Galerkin.

Οι προσεγγιστικές συναρτήσεις στο F συχνά επιλέγονται ως πολυωνυμικές συναρτήσεις κατά τεμάχιο που είναι πολυώνυμες έναντι των στοιχείων του πλέγματος που επιλέχθηκαν νωρίτερα. Τέτοιες μέθοδοι ονομάζονται μερικές φορές «τοπικές μέθοδοι». Όταν οι προσεγγιστικές συναρτήσεις $p \in F$ ορίζονται χωρίς αναφορά σε ένα πλέγμα, τότε οι μέθοδοι ονομάζονται μερικές φορές «καθολικές μέθοδοι» ή «φασματικές μέθοδοι». Παραδείγματα τέτοιων F είναι σύνολα πολυωνύμων ή τριγωνομετρικών συναρτήσεων ορισμένου πεπερασμένου βαθμού ή λιγότερο.

Με τις τρεις προσεγγίσεις για την επίλυση διαφορικών ή ακέραιων εξισώσεων, η πρόθεση είναι η λύση που προκύπτει να είναι κοντά στην επιθυμητή λύση u . Η δουλειά της

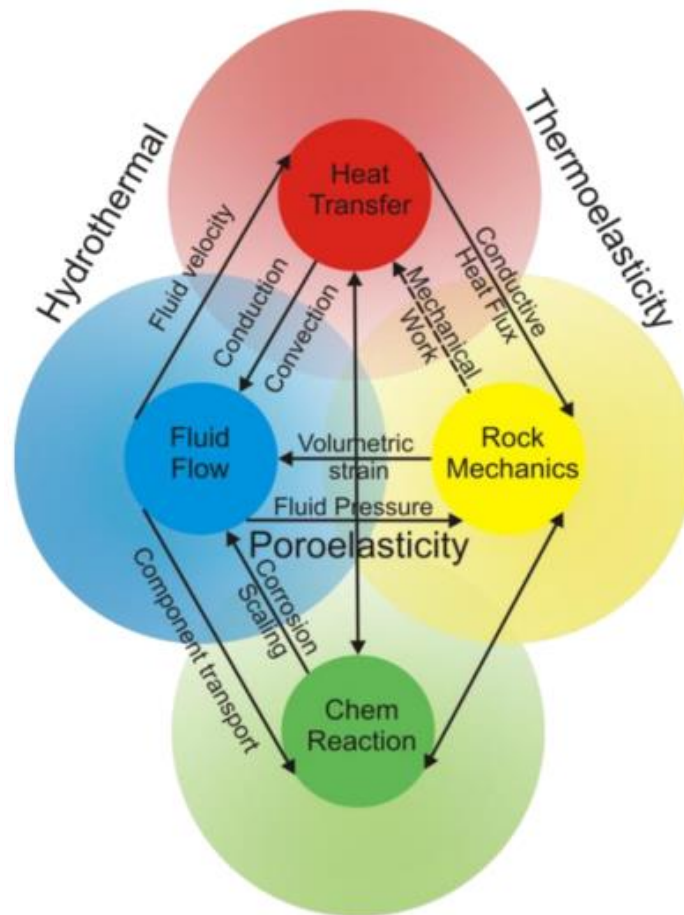
θεωρητικής αριθμητικής ανάλυσης είναι να αναλύσει έναν τέτοιο αλγόριθμο και να διερευνήσει το μέγεθος του $u - \tilde{u}$. [3][4]



Εικόνα 2: Γενική κατηγοριοποίηση αριθμητικών μοντέλων προσομοίωσης[1]

Υπάρχουν πολλές αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση τεχνικών προβλημάτων, μεταξύ των οποίων χρησιμοποιείται η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (FDM) και η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (FEM).

- Η FDM επιλύει τις εξισώσεις με άμεση διαφοροποίηση σε κάθε άξονα συντεταγμένων, ώστε να μπορεί να τρέχει πολύ γρήγορα.
- Η FEM επιλύει τις εξισώσεις που διέπουν με τη διακριτοποίηση του τομέα με στοιχεία επιλεγμένου σχήματος και τη συναρμολόγηση τους σε ολόκληρο το σύστημα, έτσι λειτουργεί συνήθως πιο αργά από το FDM.
- Το FDM χρησιμοποιείται ως επί το πλείστον για την επίλυση μηχανικών ρευστών και προβλημάτων μεταφοράς θερμότητας συχνά με στατικά όρια, αλλά είναι αδύνατο να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση προβλημάτων με μεγάλη πίεση / παραμόρφωση.
- Το FEM είναι πιο συμφέρουσα για την επίλυση προβλημάτων με μεγάλη παραμόρφωση και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για σχεδόν όλα τα είδη μηχανικών προβλημάτων με πολύπλοκους γεωμετρικούς και συνδυασμούς υλικών. [5][6]



Εικόνα 3: Τομείς εφαρμογής μοντέλων αριθμητικής προσομοίωσης[7]

2.2 Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων

Παρόλο που είναι δύσκολο να αναφερθεί μια ημερομηνία της εφεύρεσης της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, η μέθοδος προήλθε από την ανάγκη επίλυσης σύνθετων προβλημάτων ελαστικότητας και δομικής ανάλυσης στην πολιτική και αεροναυτική μηχανική. Η ανάπτυξη του μπορεί να εντοπιστεί στο έργο των A. Hrennikoff [8] και R. Courant είναι στις αρχές της δεκαετίας του 1940[9]. Στην ΕΣΣΔ, η εισαγωγή της πρακτικής εφαρμογής της μεθόδου συνδέεται συνήθως με το όνομα Leonard Oganesyan. Στην Κίνα, περίπου στις αρχές της δεκαετίας του 1960, ο Κ. Φενγκ πρότεινε μια συστηματική αριθμητική μέθοδο για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η μέθοδος αυτή, ονομάστηκε μέθοδος πεπερασμένων διαφορών με βάση την αρχή της παραλλαγής, η οποία ήταν μια άλλη ανεξάρτητη εφεύρεση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων[10].

Ένας άλλος πρωτοπόρος και μάλιστα Έλληνας, ήταν ο Ιωάννης Αργύρης, ο οποίος μαζί με συναδέλφους στο Πανεπιστήμιο της Στουτγκάρδης συνέβαλλαν στην εξέλιξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Παρόλο που οι προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται από τους πρωτοπόρους είναι διαφορετικές, μοιράζονται ένα βασικό χαρακτηριστικό: διακριτική διάκριση ενός συνεχούς τομέα σε ένα σύνολο διακριτών υποτομέων, που συνήθως ονομάζονται

στοιχεία. Μεγάλη ώθηση δόθηκε από διαθέσιμα προγράμματα λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ανοιχτού κώδικα. Η NASA χρηματοδότησε την αρχική έκδοση του NASTRAN και η UC Berkeley έκανε το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων SAP IV ευρέως διαθέσιμο[11]. Στη Νορβηγία, η εταιρεία ταξινόμησης πλοίων Det Norske Veritas ανέπτυξε το Sesam το 1969 για χρήση στην ανάλυση των πλοίων[12]. Μια αυστηρή μαθηματική βάση στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δόθηκε το 1973 με τη δημοσίευση από τους Strang και Fix[13][14]. Από τότε η μέθοδος γενικεύτηκε για την αριθμητική μοντελοποίηση φυσικών συστημάτων σε μια ευρεία ποικιλία επιστημονικών κλάδων, π.χ. ηλεκτρομαγνητισμός, μεταφορά θερμότητας και δυναμική ρευστού.[14] [15]

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι η δυνατότητα προσομοίωσης της πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση δισδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση συνεχών μέσων. Για την επίλυση ενός προβλήματος, υποδιαιρείται ένα μεγάλο σύστημα σε μικρότερα, απλούστερα μέρη που ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία. Αυτό επιτυγχάνεται με μια συγκεκριμένη διακριτική ευχέρεια στις διαστάσεις του χώρου, η οποία υλοποιείται με την κατασκευή ενός πλέγματος του αντικειμένου: τον αριθμητικό τομέα για τη λύση, η οποία έχει έναν πεπερασμένο αριθμό σημείων. Η διαμόρφωση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων ενός προβλήματος οριακής τιμής οδηγεί τελικά σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων.[16] Οι απλές εξισώσεις που διαμορφώνουν αυτά τα πεπερασμένα στοιχεία στη συνέχεια συγκεντρώνονται σε ένα μεγαλύτερο σύστημα εξισώσεων που διαμορφώνει ολόκληρο το πρόβλημα. Το έργο του Hrennikoff διαχωρίζει τον τομέα χρησιμοποιώντας μια αναλογία πλέγματος, ενώ η προσέγγιση του Courant χωρίζει τον τομέα σε πεπερασμένες τριγωνικές υποπεριοχές για την επίλυση ελλειπτικών μερικών διαφορικών εξισώσεων δεύτερης τάξης (PDE) που προκύπτουν από το πρόβλημα της στρέψης ενός κυλίνδρου. Η συμβολή του Courant ήταν εξελικτική, αντλώντας από ένα μεγάλο αριθμό προηγούμενων αποτελεσμάτων για PDE που αναπτύχθηκαν από τους Rayleigh, Ritz και Galerkin. Τα πρώτα πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση προβλημάτων επίπεδης εντατικής κατάστασης, μεταγενέστερα ωστόσο διατυπώθηκαν στοιχεία και για τρισδιάστατα στερεά, όπως ελάσματα υπό κάμψη, παχιά κελύφη, και άλλες μορφές κατασκευών.

Χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση δισδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση συνεχών μέσων. Τα πεπερασμένα στοιχεία ορίζονται τόσο από το σχήμα τους όσο και από τις ιδιότητές τους. Για παράδειγμα, τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται για να δημιουργήσουν ένα πλέγμα για μια επιφάνεια μπορεί να αποτελούνται από τετράπλευρα ή τρίγωνα. Αντίστοιχα, μέσα σε μια ανάλυση μπορεί ένα στοιχείο να είναι ένα μεταλλικό έλασμα, ένας τοίχος δηλαδή δομικό-στερεό αντικείμενο, που μοντελοποιεί επιδράσεις σε κατασκευές όπως η μετατόπιση και περιστροφή, ενώ κάποιο άλλο μπορεί να αντιπροσωπεύει μια μάζα ρευστού, παραδείγματος χάρη μια μάζα αερίου σε μια αεροδυναμική ανάλυση. Τόσο τα σχήματα όσο και οι ιδιότητες εξαρτώνται από το πρόγραμμα ανάλυσης που χρησιμοποιείται. Άλλες ιδιότητες, όπως το υλικό, τα στοιχεία της γεωμετρίας (όπως μήκος, πλάτος, πάχος κ.α.) και τη συμπεριφορά μπορούν να καθοριστούν στον πίνακα ιδιοτήτων του καθενός στοιχείου ή μέλους της κατασκευής. Τα

πεπερασμένα στοιχεία διακρίνονται σε μονοδιάστατα, δισδιάστατα και τρισδιάστατα. Τα δισδιάστατα στοιχεία διακρίνονται κυρίως σε τριγωνικά και τετραπλευρικά στοιχεία και γενικώς, ενώ τα τρισδιάστατα διακρίνονται σε τετραεδρικά και κυβικά και σφηνοειδή στοιχεία. Στον παρακάτω Πίνακα 1 παρουσιάζονται οι κυριότεροι τύποι πεπερασμένων στοιχείων.[30][31][32]

1D	Σημειακό (Point)	Για συγκεντρωμένη μάζα.
	Μονοδιάστατο (Bar)	Όταν η φόρτιση μεταβάλλεται σε μία διεύθυνση ή όταν οι ιδιότητες του στοιχείου καθορίζονται κατά μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος ή μιας καμπύλης.
2D	Τριγωνικά (Trihedral)	Όταν η φόρτιση μεταβάλλεται σε δύο διευθύνσεις και είναι σταθερή στην Τρίτη.
	Τετράπλευρα (Quadhedral)	Όταν το μήκος της μιας διεύθυνση είναι πολύ μικρό συγκριτικά με τις άλλες δυο.
3D	Τετραεδρικά (tetrahedral)	Όταν η φόρτιση μεταβάλλεται και τις τρεις διευθύνσεις και όταν αυτές είναι συγκρίσιμες.
	Σφηνοειδή (Wedge)	
	Κυβικά Εξαεδρικά (Pekahedral)	

Πίνακας 1: Τύποι πεπερασμένων στοιχείων.

2.2.1 Διαφορετικοί τύποι πεπερασμένων στοιχείων

Η παραδοσιακή τεχνολογία FEM έχει δείξει ελλείψεις σε προβλήματα κατά την μοντελοποίηση που σχετίζονται με τη μηχανική ρευστών και τη διάδοση κυμάτων. Αρκετές βελτιώσεις έχουν γίνει πρόσφατα για τη βελτίωση της διαδικασίας λύσης και την επέκταση της δυνατότητας ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων. Μερικά από τα σημαντικά που εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται περιλαμβάνουν:

- Εκτεταμένη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (XFEM)

Η μέθοδος Bubnov-Galerkin απαιτεί συνέχεια μετατόπισης μεταξύ των στοιχείων. Αν και προβλήματα όπως η επαφή και η θραύση συνεπάγονται ασυνέχειες και άλματα που δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν άμεσα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Για να ξεπεραστεί αυτό το μειονέκτημα, το XFEM γεννήθηκε τη δεκαετία του 1990. Το XFEM λειτουργεί μέσω της επέκτασης των λειτουργιών σχήματος με τις λειτουργίες βημάτων Heaviside. Επιπλέον βαθμοί ελευθερίας αποδίδονται στους κόμβους γύρω από το σημείο ασυνέχειας, έτσι ώστε να μπορούν να ληφθούν υπόψη τα άλματα.[17][18][19][20]

- Γενική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (GFEM)

Το GFEM παρουσιάστηκε περίπου την ίδια εποχή με το XFEM στη δεκαετία του '90. Συνδυάζει τα χαρακτηριστικά των παραδοσιακών μεθόδων FEM και χωρίς πλέγμα. Οι λειτουργίες σχήματος καθορίζονται κυρίως από τις παγκόσμιες συντεταγμένες και πολλαπλασιάζονται περαιτέρω με το διαμέρισμα-ενότητας για τη δημιουργία τοπικών λειτουργιών στοιχειακού σχήματος. Ένα από τα πλεονεκτήματα του GFEM είναι η πρόληψη της επανασύνδεσης γύρω από τις ιδιαιτερότητες.

- Μέθοδος μικτού πεπερασμένου στοιχείου

Σε πολλά προβλήματα, όπως η επαφή ή η ασυμπιέστη, επιβάλλονται περιορισμοί με τη χρήση πολλαπλασιαστών Lagrange. Αυτοί οι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας που προκύπτουν από τους πολλαπλασιαστές Lagrange επιλύονται ανεξάρτητα. Το σύστημα εξισώσεων επιλύεται σαν ένα συζευγμένο σύστημα εξισώσεων.[21][22][23]

- Μέθοδος hp-πεπερασμένων στοιχείων

Το hp-FEM είναι ένας συνδυασμός αυτόματης βελτίωσης πλέγματος (h-refinement) και αύξησης της τάξης του πολωνύμου (p-refinement). Αυτό δεν είναι το ίδιο με το να κάνετε ξεχωριστά h- και p- βελτιώσεις. Όταν χρησιμοποιείται αυτόματη βελτίωση hp και ένα στοιχείο χωρίζεται σε μικρότερα στοιχεία (h-refinement), κάθε στοιχείο μπορεί να έχει διαφορετικές πολωνυμικές παραγγελίες επίσης.

- Μη συνεχής μέθοδος πεπερασμένου στοιχείου Galerkin (DG-FEM)

Η DG-FEM έχει δείξει σημαντική υπόσχεση για τη χρήση της ιδέας των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση υπερβολικών εξισώσεων, όπου οι παραδοσιακές μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων ήταν αδύναμες. Επιπλέον, έχει δείξει βελτιώσεις στην κάμψη και τα ασυμπιέστα προβλήματα που παρατηρούνται συνήθως στις περισσότερες υλικές διαδικασίες. Εδώ, πρόσθετοι περιορισμοί προστίθενται στην αδύναμη φόρμα που περιλαμβάνει μια παράμετρο ποινής (για την αποτροπή της αλληλοδιείσδυσης) και όρους για άλλες ισορροπίες τάσεων μεταξύ των στοιχείων. [24][25]

2.2.2 Πυκνότητα του πλέγματος (mesh)

Η πυκνότητα του πλέγματος ή το μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος έχει ουσιαστική επίδραση στην ακρίβεια των υπολογισμών FEM σχετικά με την κατανομή των μεταβλητών στη γεωμετρία. Ως βασική διαδικασία του FEM, ο προβληματικός τομέας (γεωμετρία και υλικά) χωρίζεται σε έναν αριθμό στοιχείων (πλέγμα). Αυτή η διαδικασία ονομάζεται δημιουργία πλέγματος. Οι υπολογισμοί FEM βασίζονται κυρίως στις τιμές των μεταβλητών στα κομβικά σημεία. Όσο περισσότερα κομβικά σημεία ή περισσότερα στοιχεία διαιρούνται, τόσο πιο ακριβή αποτελέσματα μπορούν να ληφθούν για την κατανομή των μεταβλητών. Η αύξηση του συνολικού αριθμού των στοιχείων θα αυξήσει τα κομβικά σημεία, αλλά θα αυξήσει επίσης τον αριθμό των υπολογισμών και τον χρόνο υπολογισμού. Είναι πιο αποτελεσματικό να

αυξάνετε μόνο τον αριθμό των στοιχείων στις περιοχές με μεγάλες αλλαγές (ή κλίσεις) μεταβλητών, αφήνοντας λιγότερα στοιχεία στις περιοχές με μικρές αλλαγές. Ο συνολικός αριθμός στοιχείων μπορεί συνεπώς να διατηρηθεί σε λογικό αριθμό. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο ο έλεγχος πυκνότητας του πλέγματος εισάγεται για να επιτρέπει στους χρήστες να προσδιορίζουν πού χρειάζονται περισσότερα στοιχεία (ή υψηλότερη πυκνότητα πλέγματος)

2.3 Επίλυση δυναμικών φαινομένων με Πεπερασμένα Στοιχεία

Υπάρχουν διαφορετικοί μέθοδοι (ή διαφορετικές φιλοσοφίες) για την ανάπτυξη της θεωρίας των πεπερασμένων στοιχείων. Δύο από τις μεθόδους είναι:

- Η ενεργειακή μέθοδος, βασίζεται στην ολική δυναμική ενέργεια του σώματος ή της κατασκευής (total potential energy), μαζί με τη μέθοδο των μετατοπίσεων. Η μέθοδος είναι απλή και δεν απαιτεί την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων. Επίσης στα προβλήματα της μεταφοράς θερμότητας χρησιμοποιείται η ενεργειακή μέθοδος, όταν υπάρχει η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας, η οποία μετονομάζεται και λέγεται συναρτησιακή ενέργεια (functional). Η ενεργειακή μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί, όταν υπάρχει η δυνατότητα να εκφρασθεί η ολική δυναμική ενέργεια του προβλήματος στα στερεά ή η functional στα προβλήματα της μεταφοράς θερμότητας. Αν δεν είναι γνωστή η ολική δυναμική ενέργεια, τότε χρησιμοποιούνται άλλοι μέθοδοι, όπως η μέθοδος του Galerkin.
- Η μέθοδος του Galerkin ανήκει στη γενική κατηγορία των Σταθμικών Υπολοίπων (methods of Weighted Residuals). Η μέθοδος Galerkin είναι γενική και εφαρμόζεται απ' ευθείας στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων[26]

2.4 Implicit και explicit μέθοδοι αριθμητικής ανάλυσης

Οι Explicit και Implicit μέθοδοι είναι προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται στην αριθμητική ανάλυση για τη λήψη αριθμητικών προσεγγίσεων για τις λύσεις των εξαρτώμενων από το χρόνο συνήθων και μερικών διαφορικών εξισώσεων, όπως απαιτείται σε προσομοιώσεις υπολογιστών φυσικών διεργασιών. Οι Explicit μέθοδοι υπολογίζουν την κατάσταση ενός συστήματος μετέπειτα από την κατάσταση του συστήματος την τρέχουσα ώρα, ενώ οι Implicit μέθοδοι βρίσκουν μια λύση με την επίλυση μιας εξίσωσης που περιλαμβάνει τόσο την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος όσο και την μεταγενέστερη. Μαθηματικά, έστω ότι :

$$Y(t) \quad \text{η τρέχουσα κατάσταση του} \quad (7)$$

συστήματος

$$Y(t + \Delta t) \quad \text{η κατάσταση μετά από διάστημα } \Delta t \quad (8)$$

Τότε για Explicit μέθοδο ισχύει:

$$Y(t + \Delta t) = F(Y(t)) \quad (9)$$

Ενώ για μια Implicit μέθοδο κάποιος επιλύει μια εξίσωση:

$$G(Y(t), Y(t + \Delta t)) = 0 \quad (10)$$

Για να βρεθεί η $Y(t + \Delta t)$

Οι Implicit μέθοδοι απαιτούν έναν επιπλέον υπολογισμό (επίλυση της παραπάνω εξίσωσης) και μπορεί να είναι πολύ πιο δύσκολο να εφαρμοστούν.

Χρησιμοποιούνται implicit μέθοδοι σε δυναμικά προβλήματα στα οποία η κατασκευή έχει πολύ μεγάλη δυσκαμψία, για τα οποία η χρήση μιας explicit μεθόδου απαιτεί την υιοθέτηση πολύ μικρών χρονικών βημάτων επίλυσης Δt , ώστε το σφάλμα στο αποτέλεσμα για να διατηρηθεί περιορισμένο. Για τέτοια προβλήματα, για την επίτευξη δεδομένης ακρίβειας, απαιτείται πολύ λιγότερος υπολογιστικός χρόνος για τη χρήση μιας implicit μεθόδου με μεγαλύτερα χρονικά βήματα, ακόμη και λαμβάνοντας υπόψη ότι κάποιος πρέπει να λύσει μια εξίσωση της μορφής (10) σε κάθε βήμα. Έτσι, αν κάποιος πρέπει να χρησιμοποιήσει μια Explicit ή Implicit μέθοδο εξαρτάται από το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί.

Δεδομένου ότι η Implicit μέθοδος δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί για κάθε είδος διαφορικού τελεστή (Differential operator), μερικές φορές συνιστάται η χρήση της λεγόμενης μεθόδου διαχωρισμού τελεστή, πράγμα που σημαίνει ότι ο διαφορικός τελεστής ξαναγράφεται ως το άθροισμα δύο συμπληρωματικών τελεστών

$$Y(t + \Delta t) = F(Y(t + \Delta t)) + G(Y(t)) \quad (11)$$

ενώ ο ένας αντιμετωπίζεται ως explicit και ο άλλος ως implicit. Για τις συνήθεις εφαρμογές, ο implicit όρος επιλέγεται να είναι γραμμικός, ενώ ο explicit όρος μπορεί να είναι μη γραμμικός. Αυτός ο συνδυασμός της προηγούμενης μεθόδου ονομάζεται Implicit-Explicit Method .[27][28]

2.4.1 Explicit μέθοδος

Μια explicit ανάλυση FEM κάνει τη σταδιακή αύξηση και στο τέλος κάθε αύξησης ο πίνακας ακαμψίας βασίζεται σε αλλαγές γεωμετρίας (εάν υπάρχουν) και στις αλλαγές υλικών (εάν υπάρχουν). Στη συνέχεια, δημιουργείται ένας νέος πίνακας ακαμψίας και εφαρμόζεται η επόμενη αύξηση φορτίου (ή μετατόπισης) στο σύστημα. Σε αυτόν τον τύπο ανάλυσης, η βελτίωση είναι ότι εάν οι αυξήσεις είναι αρκετά μικρές, τα αποτελέσματα θα είναι ακριβή. Ένα πρόβλημα με αυτή τη μέθοδο είναι ότι χρειάζεστε πολλές μικρές αυξήσεις για καλή ακρίβεια και είναι χρονοβόρα. Εάν ο αριθμός των προσαυξήσεων δεν επαρκεί, η λύση τείνει να απομακρυνθεί από τη σωστή λύση. Επιπλέον, αυτός ο τύπος ανάλυσης δεν μπορεί να λύσει ορισμένα προβλήματα. Εάν δεν είναι αρκετά εξελιγμένο, δεν θα κάνει επιτυχώς την κυκλική φόρτωση και δεν θα χειριστεί τα προβλήματα του snap through ή του snap back. Ίσως το πιο σημαντικό, αυτή η μέθοδος δεν επιβάλλει την ισορροπία των δυνάμεων της εσωτερικής δομής με τα εξωτερικά εφαρμοζόμενα φορτία.

Κατηγοριοποίηση βάση χρόνου:

Πρώτον, η implicit φαίνεται να είναι μια πιο «βασική» λύση. Κάθε φορά αυξάνεται η «συνολική ισορροπία» στο μοντέλο. Αυτό σημαίνει ότι κάθε βήμα της ανάλυσης πρέπει να συγκλίνει (αυτό συμβαίνει σε επαναλήψεις). Αφού η συνολική ισορροπία είναι εντάξει, ο λύτης υπολογίζει όλες τις τοπικές μεταβλητές πεπερασμένων στοιχείων (τάσεις κ.λπ.) για αυτήν την αύξηση.

Πλεονεκτήματα : Δεδομένου ότι η συνολική ισορροπία επαληθεύεται κάθε φορά που αυξάνεται, αυτές οι αυξήσεις μπορεί να είναι ΜΕΓΑΛΕΣ!

Μειονεκτήματα: Κάθε φορά η αύξηση υπολογίζεται αργά, καθώς απαιτούνται επαναλήψεις για να φτάσετε στην συνολική ισορροπία.

2.4.2 Implicit μέθοδος

Μια Implicit ανάλυση FEM είναι η ίδια με το Explicit με την προσθήκη ότι μετά από κάθε αύξηση η ανάλυση κάνει επαναλήψεις του Newton-Raphson για να επιβάλει την ισορροπία των δυνάμεων της εσωτερικής δομής με τα εξωτερικά εφαρμοζόμενα φορτία. Η ισορροπία συνήθως επιβάλλεται σε ορισμένη ανοχή που καθορίζεται από τον χρήστη. Αυτή είναι λοιπόν η πρωταρχική διαφορά μεταξύ των δύο τύπων ανάλυσης, το Implicit χρησιμοποιεί επαναλήψεις Newton-Raphson για την ενίσχυση της ισορροπίας. Αυτός ο τύπος ανάλυσης τείνει να είναι πιο ακριβής και μπορεί να λάβει κάπως μεγαλύτερα βήματα αύξησης. Επίσης, αυτός ο τύπος ανάλυσης μπορεί να χειριστεί καλύτερα προβλήματα όπως η κυκλική φόρτωση, η μετάβαση και η επαναφορά, εφ' όσον χρησιμοποιούνται εξελιγμένες μέθοδοι ελέγχου όπως έλεγχος μήκους τόξου ή έλεγχος γενικευμένης μετατόπισης. Ένα μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων Newton-Raphson πρέπει να ενημερώσετε και να ανακατασκευάσετε τη μήτρα δυσκαμψίας για κάθε επανάληψη. Αυτό μπορεί να είναι υπολογιστικά δαπανηρό. (Ως αποτέλεσμα υπάρχουν και άλλες τεχνικές που προσπαθούν να αποφύγουν αυτό το κόστος χρησιμοποιώντας τροποποιημένες μεθόδους Newton-Raphson.) Εάν γίνει σωστά, οι επαναλήψεις Newton-Raphson θα έχουν ένα τετραγωνικό ρυθμό σύγκλισης που είναι πολύ επιθυμητό.

Η implicit και explicit ανάλυση διαφέρουν στην προσέγγιση της αύξησης του χρόνου. Στην έμμεση ανάλυση κάθε φορά, η προσαύξηση πρέπει να συγκλίνει, αλλά μπορείτε να ορίσετε αυξήσεις για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η ρητή από την άλλη πλευρά δεν χρειάζεται να συγκλίνει κάθε αύξηση, αλλά για να είναι ακριβής η λύση, οι αυξήσεις χρόνου πρέπει να είναι εξαιρετικά μικρές.

Κατηγοριοποίηση βάση χρόνου:

Λειτουργεί με έναν τρόπο, ώστε να μην χρειάζεται να συγκλίνει κάθε βήμα. Δεν υπάρχουν κριτήρια σύγκλισης για έλεγχο και δεν υπάρχουν επαναλήψεις. Αντί να επαληθεύσει την «συνολική ισορροπία», ο λύτης υποθέτει ότι η ισορροπία «υπάρχει απλά». Αυτό σημαίνει ότι ο λύτης κάνει κατευθείαν τον υπολογισμό των τοπικών μεταβλητών πεπερασμένων στοιχείων. Καθώς μια τέτοια διαδικασία έχει μόνο ένα βήμα:

- Υπολογισμός όλων των τοπικών μεταβλητών των πεπερασμένων στοιχείων για δεδομένη βήμα ανάλυσης και μετάβαση στην επόμενο

Πλεονεκτήματα: Κάθε βήμα ανάλυσης υπολογίζει εξαιρετικά γρήγορα.

Μειονεκτήματα: Για να λειτουργήσει αυτό, το χρονικό βήμα πρέπει να είναι εξαιρετικά μικρό. Διαφορετικά, είναι αδύνατο να διατηρηθεί αυτή η ισορροπία που θεωρείται ότι «απλώς υπάρχει». Για να το επιτύχει αυτό, ο χρήστης δεν έχει άμεσο έλεγχο σχετικά με το πώς θα λάβει ο μεγάλος χρόνος επίλυσης. Ο ίδιος ο λύτης υπολογίζει πόσο μικρά βήματα εξακολουθούν να είναι αποδεκτά. Και αυτές οι αποδεκτές προσαυξήσεις είναι πολύ μικρές. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο τα explicit προβλήματα πρέπει να διαρκούν σχετικά μικρό χρονικό διάστημα.

Τέλος αξίζει να σημειωθεί πως τόσο implicit όσο και explicit μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του ίδιου τύπου προβλημάτων. Η μόνη διαφορά είναι η προσέγγιση της αύξησης του χρόνου.

2.5 Εμπορικός κώδικας Πεπερασμένων Στοιχείων LS-DYNA

Το LS-DYNA είναι ένα προηγμένο λογισμικό προσομοίωσης που αφορά στη διαδικασία κατάστρωσης και επίλυσης ενός προβλήματος, που αναπτύχθηκε από την Livermore Software Technology Corporation (LSTC). Παρόλο που συνεχίζει να περιέχει όλο και περισσότερες δυνατότητες για τον υπολογισμό πολλών πολύπλοκων, πραγματικών προβλημάτων, οι ρίζες και η βασική του ικανότητα βρίσκονται στην εξαιρετικά μη γραμμική μεταβατική δυναμική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (FEA) χρησιμοποιώντας Explicit analysis. Η χρήση του LS-DYNA συναντάται κυρίως στις βιομηχανίες αυτοκινήτων, ακόμα χρησιμοποιείται στον τομέα της αεροδιαστημικής, των κατασκευών, των πολιτικών μηχανικών, των στρατιωτικών και της βιομηχανίας γενικότερα.[29]

2.6 Τεχνικά Χαρακτηριστικά του LS-DYNA

Γενικά, η διαδικασία κατάστρωσης και επίλυσης ενός προβλήματος με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, μέσω του προγράμματος LS-Dyna, ακολουθεί 3 βασικά στάδια: α) την προεπεξεργασία, β) την επίλυση και γ) την μετεπεξεργασία.

A) προεπεξεργασία

Στο στάδιο της προεπεξεργασίας προετοιμάζονται τα δεδομένα για να επιλυθεί το πρόβλημα. Δηλαδή προετοιμάζονται κάποια μητρωϊκά στοιχεία τα οποία είναι σημαντικά για την επίλυση και θα χρησιμοποιηθούν κατά την διαδικασία της. Ο προεπεξεργαστής μπορεί να δεχτεί έτοιμα δεδομένα από ένα αρχείο ή ο χρήστης μπορεί να εισάγει δεδομένα στον προεπεξεργαστή, μέσω κάποιου γραφικού περιβάλλοντος ή γραμμών εντολών. Άρα, μέσω του προεπεξεργαστή δημιουργούνται οι δομές των δεδομένων για να τις χρησιμοποιήσει ο επεξεργαστής για την επίλυση. Για ένα ολοκληρωμένο μοντέλο απαιτούνται τα εξής βήματα:

1. Προσδιορίζεται πλήρως η γεωμετρία, δίνοντας τις ακριβείς διαστάσεις.

2. Γίνεται δήλωση των υλικών από τα οποία αποτελείται το μοντέλο όπως επίσης και οι ιδιότητές τους.
3. Γίνεται η διακριτοποίηση της όλης κατασκευής, με πεπερασμένα στοιχεία και δηλώνονται οι ιδιότητες τους.
4. Ορίζεται η διεπιφάνεια μεταξύ των σωμάτων που πρόκειται να έρθουν σε επαφή κατά την διάρκεια της επίλυσης.
5. Δηλώνονται οι αρχικές συνοριακές συνθήκες (π.χ. ταχύτητα, χρόνος).

B) Επίλυση

Η επίλυση είναι η μεθοδολογία – διαδικασία κατά την οποία επιλύεται το αρχικό πρόβλημα. Στην διαδικασία αυτή μπορεί να συμπεριληφθεί και ο υπολογισμός των παραγώγων μεγεθών (π.χ. VonMises τάσεις) ή μπορεί να συμπεριληφθεί στο επόμενο στάδιο, της μετεπεξεργασίας. Στο στάδιο αυτό, ακολουθούνται ρουτίνες επίλυσης πινάκων, προσθαφαίρεσης, πολλαπλασιασμού, αντιστροφών κλπ.

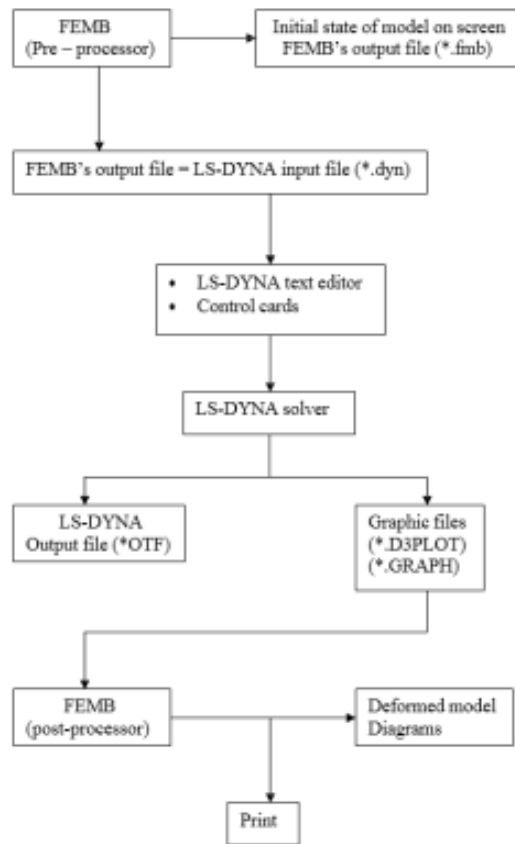
Γ) Μετεπεξεργασία

Μετά την επίλυση έρχεται το στάδιο της μετεπεξεργασίας που γίνεται η αξιοποίηση των αποτελεσμάτων. Στην αρχή, υπολογίζονται τα παράγωγα μεγέθη. Στη συνέχεια τα αποτελέσματα μπορούν να εμφανιστούν με την μορφή εικόνων, είτε σε ένα αρχείο δεδομένων είτε σε γραφική απεικόνιση.

Η διαδικασία για την μετατροπή των δεδομένων σε ηλεκτρονική μορφή φαίνεται παρακάτω:

Ο προεπεξεργαστής σώζει τα δεδομένα σε μορφή *.k στο οποίο είναι αποθηκευμένο το μοντέλο προς επίλυση, με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο πρόγραμμα LS-Dyna. Στο αρχείο *.k μπορεί να γίνει επεξεργασία ανά πάσα στιγμή. Επίσης, σε αυτό το αρχείο περιέχονται όλα τα δεδομένα για την λύση του προβλήματος σε μορφή ASCII, που είναι η μορφή η οποία χρειάζεται ο κώδικας LS-Dyna για την προσομοίωση. Αυτό το αρχείο χρησιμοποιεί ο solver του LS-Dyna, και θα αναλυθεί από τον κώδικα του προγράμματος και θα βγάλει τα αποτελέσματα. Κατά την επίλυση, το πρόγραμμα δημιουργεί αρχεία δεδομένων στα οποία εντοπίζονται όλα τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Τα αρχεία αυτά είναι σε μορφή *.d3plot και *.graph. Στο τέλος της ανάλυσης τα αρχεία χρησιμοποιούνται μέσω του προεπεξεργαστή και παρουσιάζονται στον χρήστη τα αποτελέσματα είτε σε μορφή εικόνας, είτε σε μορφή γραφήματος.

Στο παρακάτω Σχήμα 1 φαίνεται η λειτουργία του κώδικα LS-Dyna:



Σχήμα 1: Λειτουργία LS-Dyna [33]

2.7 Δυνατότητες του LS-DYNA

Οι πιθανές εφαρμογές του LS-DYNA είναι πολλές και μπορούν να προσαρμοστούν σε πολλά πεδία. Το LS-DYNA δεν περιορίζεται σε συγκεκριμένο τύπο προσομοίωσης. Σε μια δεδομένη προσομοίωση, οποιοδήποτε από τα πολλά χαρακτηριστικά του LS-DYNA μπορεί να συνδυάζει για να αναλύσει μια μεγάλη ποικιλία φυσικών γεγονότων. Ένα παράδειγμα προσομοίωσης που περιλαμβάνει έναν μοναδικό συνδυασμό χαρακτηριστικών είναι η προσομοίωση NASA JPL Mars Pathfinder που προσομοιώνει τη χρήση αερόσακων του διαστημικού ανιχνευτή για να βοηθήσει στην προσγείωση.

Πιο αναλυτικά οι δυνατότητες ανάλυσης του LS-DYNA είναι:

- Full 2D & 3D capabilities
- Nonlinear dynamics
- Rigid body dynamics

- Quasi-static simulations
- Normal modes
- Linear statics
- Thermal analysis
- Fluid analysis
- Eulerian capabilities
- ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian)
- FSI (Fluid-Structure Interaction)
- Navier-Stokes fluids
- Compressible fluid solver, CESE (Conservation Element & Solution Element)
- FEM-rigid multi-body dynamics coupling (MADYMO, Cal3D)
- Underwater shock
- Failure analysis
- Crack propagation
- Real-time acoustics
- Implicit springback
- Multi-physics coupling
- Structural-thermal coupling
- Adaptive remeshing
- SPH (Smoothed particle hydrodynamics)
- DEM (Discrete element method)
- EFG (Element Free Galerkin)
- Radiation transport
- EM (Electromagnetism)

Βιβλιοθήκη μοντέλων υλικών του LS-DYNA:

- Μέταλλα
- Πλαστικά είδη
- Γυαλί
- Αφροί
- Υφάσματα
- Ελαστομερή
- Κηρήθρες
- Σκυρόδεμα & εδάφη
- Ιξώδη υγρά
- Υλικά που καθορίζονται από τον χρήστη

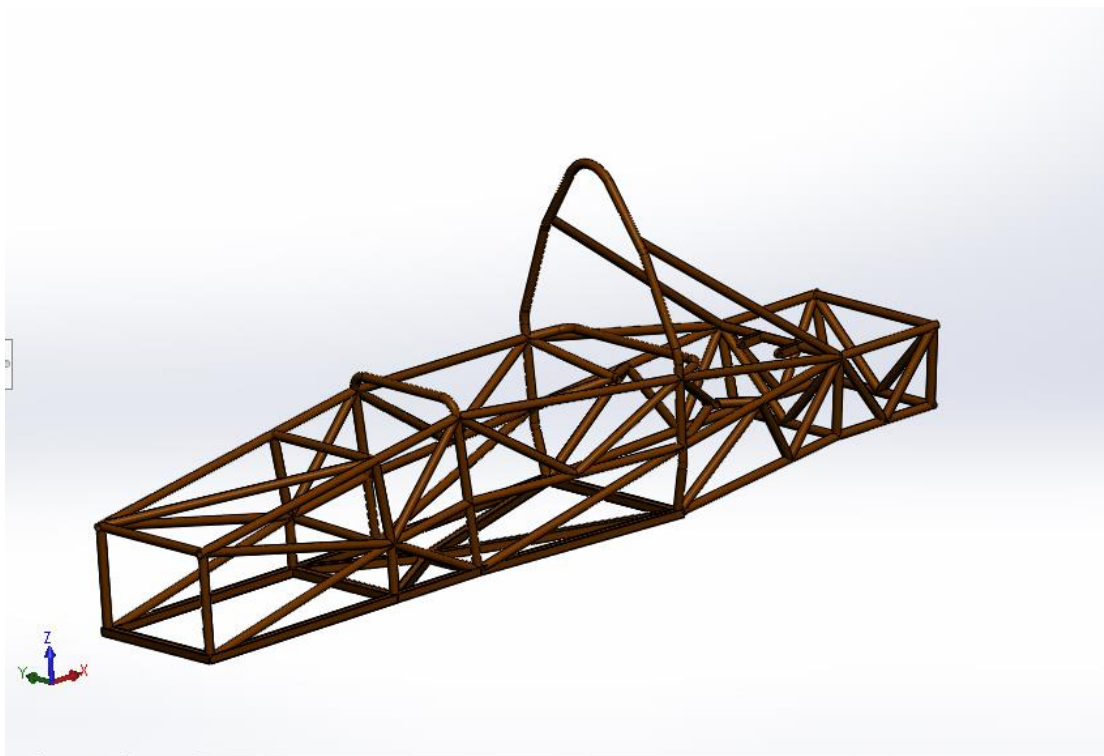
3 Ανάπτυξη μοντέλου Πεπερασμένων Στοιχείων

3.1 Γεωμετρία

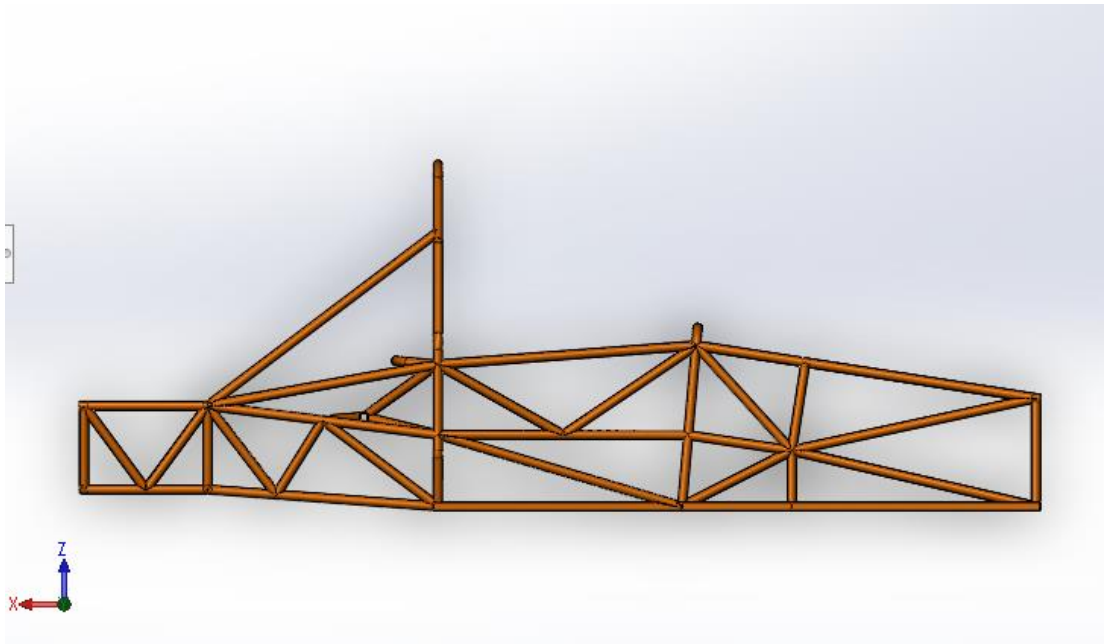
Το πρώτο βήμα για την μοντελοποίηση μιας κατασκευής με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι η δημιουργία της γεωμετρίας. Στην παρούσα εργασία η γεωμετρία του οχήματος σχεδιάστηκε σε τρισδιάστατο μοντέλο μέσω του λογισμικού SolidWorks (Εικόνα 4, Εικόνα 5, Εικόνα 6)

Το SolidWorks είναι ένα ολοκληρωμένο λογισμικό CAD–CAE–CAM–Flow το οποίο είναι προσανατολισμένο κυρίως στο τομέα του ολοκληρωμένου σχεδιασμού μηχανισμών και ενδείκνυται τόσο για δισδιάστατα (2D) όσο και για τρισδιάστατα (3D) σχέδια αλλά και στην εναλλαγή μεταξύ τους. Οι δυνατότητες του λογισμικού είναι πάρα πολλές. Μερικές από τις οποίες είναι:

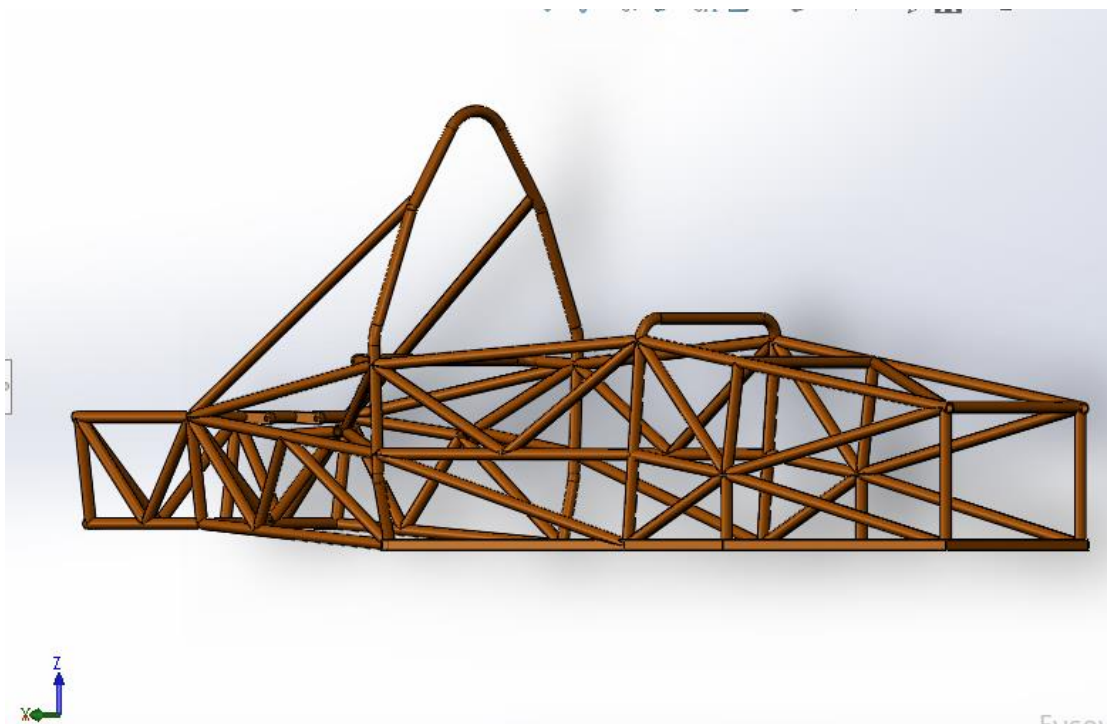
- Μοντελοποίηση εξαρτημάτων και συναρμολογημάτων με αποτελεσματικότητα.
- Αυτόματη δημιουργία κατασκευαστικών σχεδίων.
- Προσομοίωση ρεαλιστικής μετάδοσης κίνησης και μηχανικών αλληλεπιδράσεων



Εικόνα 4: Αρχικό μοντέλο δομής οχήματος στο πρόγραμμα Solidworks



Εικόνα 5: Αρχικό μοντέλο δομής οχήματος στο πρόγραμμα Solidworks

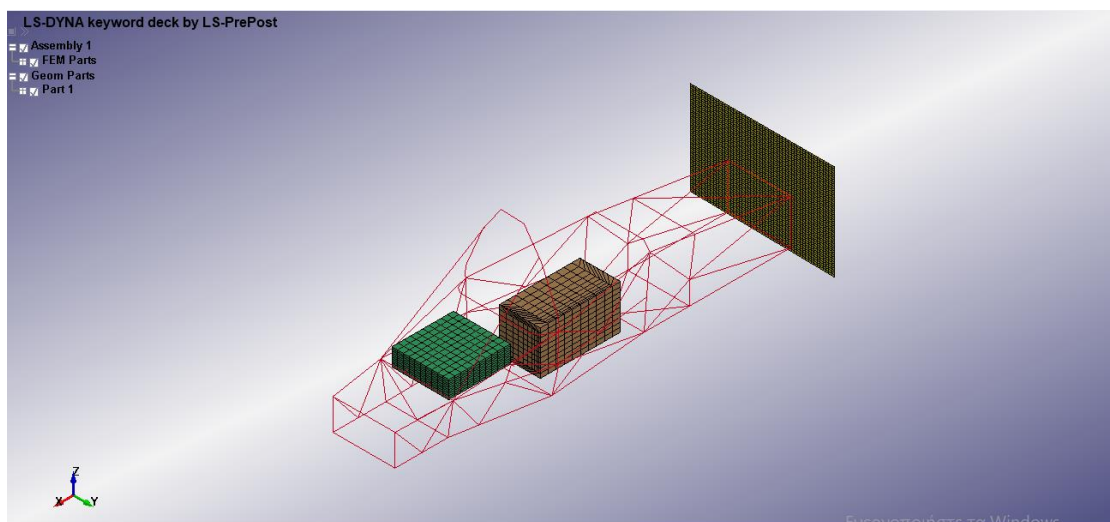


Εικόνα 6: Αρχικό μοντέλο δομής οχήματος στο πρόγραμμα Solidworks

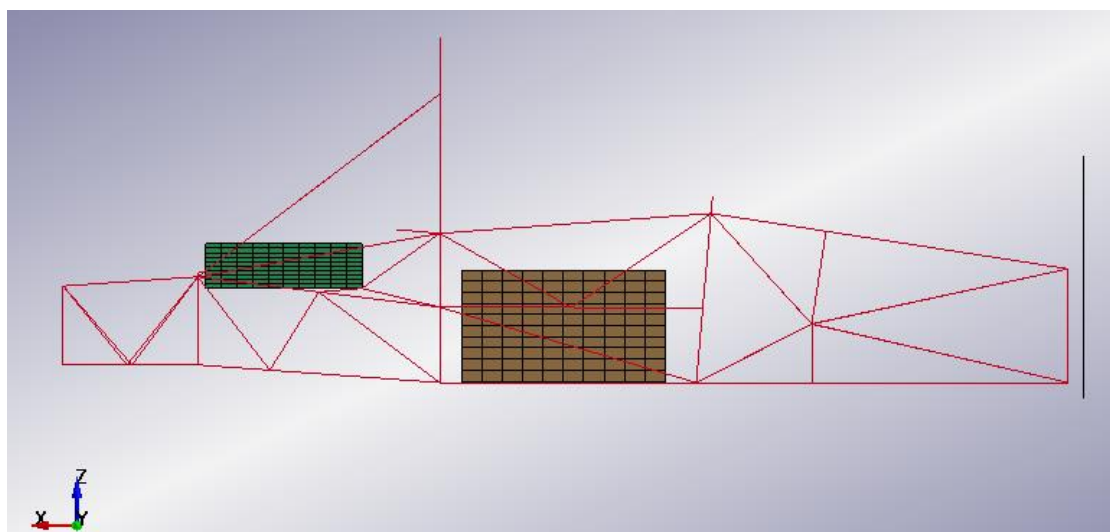
Μελετώντας την γεωμετρία της Formula παρατηρήθηκε ότι η ακριβής διακριτοποίηση της γεωμετρίας των σωλήνων με στοιχεία όγκου θα οδηγούσε στην ανάπτυξη ενός πολύ μεγάλου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων που θα απαιτούσε πολύ μεγάλη υπολογιστική ισχύ και χρόνο για την επίλυσή του.

Για τον λόγο αυτό, με βάση το υπάρχον μοντέλο του SolidWorks δημιουργήθηκε μια απλοποιημένη γεωμετρία στο πρόγραμμα Prepost του LS DYNA. Η απλοποιημένη γεωμετρία αφορούσε τους σωλήνες που αποτελούν τη δομή του οχήματος. Οι σωλήνες σχεδιάστηκαν μόνο με γραμμές, έτσι ώστε η μετέπειτα διακριτοποίηση με τα αντίστοιχα πεπερασμένα στοιχεία δοκού (beam elements) να απαιτούν λιγότερο υπολογιστικό χρόνο.

Αφού ολοκληρώθηκε η γεωμετρία του οχήματος ακολούθησε η σχεδίαση της γεωμετρίας των υπόλοιπων στοιχείων. Σχεδιάστηκε ο τοίχος πάνω στον οποίο θα γίνει η κρούση, αλλά και δυο ορθογώνια παραλληλεπίπεδα που προσομοιώνουν τη μηχανή του οχήματος και τον οδηγό. Το απλοποιημένο γεωμετρικό μοντέλο της προς ανάλυση διάταξης εμφανίζεται στις Εικόνες 7 και 8.



Εικόνα 7: Απλοποιημένο γεωμετρικό μοντέλο οχήματος, τοίχου κρούσης, οδηγού και μηχανής οχήματος



Εικόνα 8: Απλοποιημένο γεωμετρικό μοντέλο οχήματος, τοίχου κρούσης, οδηγού και μηχανής οχήματος

3.2 Υλικά και ιδιότητες

Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι ο χάλυβας, ως βασικό δομικό υλικό της Formula, και αυτά από τα οποία αποτελείται ο τοίχος εισάγονται στο μοντέλο αυτόματα από το πρόγραμμα LS-Dyna. Η μηχανή, ο οδηγός και ο τοίχος ορίστηκαν ως απαραμόρφωτα συμπαγή σώματα. Στον Πίνακα 2 φαίνονται το σύστημα συμβατών μονάδων που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα ανάλυση. Οι μονάδες που χρησιμοποιήθηκαν είναι της στήλης (b) για τον λόγο του ότι η διαστασιολόγηση του σχεδίου είναι σε χιλιοστά και κατά τη διακριτοποίηση διατηρήθηκε η ίδια κλίμακα μεγέθους.

	(a)	(b)	(c)
Μήκος	Meter	Millimeter	Millimeter
Χρόνος	Second	Second	Millisecond
Μάζα	Kilogram	Tonne	Kilogram
Δύναμη	Newton	Newton	Kilonewton
Μέτρο Ελαστικότητας	210,0E+09	210,0E+03	210,0
Πυκνότητα χάλυβα	7,85E+03	7,85E-09	7,85E-06
Επιτάχυνση βαρύτητας	9,81	9,81E+03	9,81E-03
Ταχύτητα 30mph	13.4	13.4E+03	13.4
Όριο Διαρροής	200.0E+06	200.0	0.200

Πίνακας 2: Σύστημα μονάδων στο LS-Dyna

Στον Πίνακα 3 φαίνονται οι τιμές και οι μονάδες των ιδιοτήτων και μεγεθών που χρησιμοποιήθηκαν κατά την αριθμητική προσομοίωση.

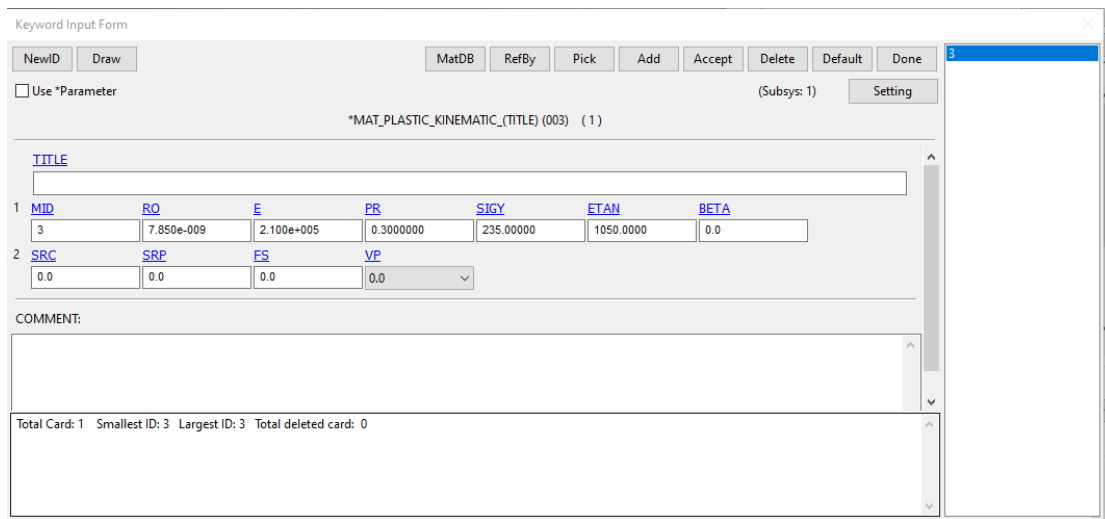
Ιδιότητες Χάλυβα	Μονάδες στο SI	Μορφή μονάδων στο LS-Dyna
Μέτρο Ελαστικότητας E	210 GPa	2.1E+05 MPa

Όριο Διαρροής	235 MPa	235 MPa
Πυκνότητα χάλυβα	7850 kg/m ³	7.85E-09 tn/mm ³
Επιτάχυνση βαρύτητας	9.81 m/s ²	9.81E+03 mm/s ²
Αρχική ταχύτητα	55 km/h	1.527e+004 mm/s
Λόγος Poisson	0.3	0.3
Ιδιότητες Υλικού Τοίχου		
Πυκνότητα υλικού		2.500e-008 tn/mm ³
Λόγος Poisson	0.3	0.3

Πίνακας 3: Ιδιότητες υλικών και αντιστοιχία στο σύστημα μονάδων που υιοθετήθηκε στην ανάλυση

Στην Εικόνα 9 και Εικόνα 10 φαίνονται οι καρτέλες δήλωσης των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν στην αριθμητική προσομοίωση της formula του Πίνακα 3 όπως απεικονίζονται στο πρόγραμμα Prepost. Στην Εικόνα 10 συγκεκριμένα μπορεί να παρατηρηθεί ότι έχει δηλωθεί και η πλαστική συμπεριφορά του χάλυβα (plastic kinematic). Η δήλωση αυτή ήταν αναγκαία προϋπόθεση για να εξασφαλιστεί ότι το όχημα θα έχει πλαστική παραμόρφωση. Η ανάλυση ξεκίνησε με την εφαρμογή του υλικού Elastic στη δομή και όταν ξεπεραστεί η τιμή του μέτρου ελαστικότητας τότε συνεχίζει με τα στοιχεία του Plastic kinematic μοντέλου συμπεριφοράς υλικού. Αυτό συμβαίνει γιατί το υλικό είναι παραμορφώσιμο και αν δεν δηλωθεί, το πρόγραμμα το θεωρεί ελαστικό σε κάθε στάδιο της ανάλυσης.

Εικόνα 9: Δείγμα ορισμού ιδιοτήτων υλικού Formula στο LS-Dyna.

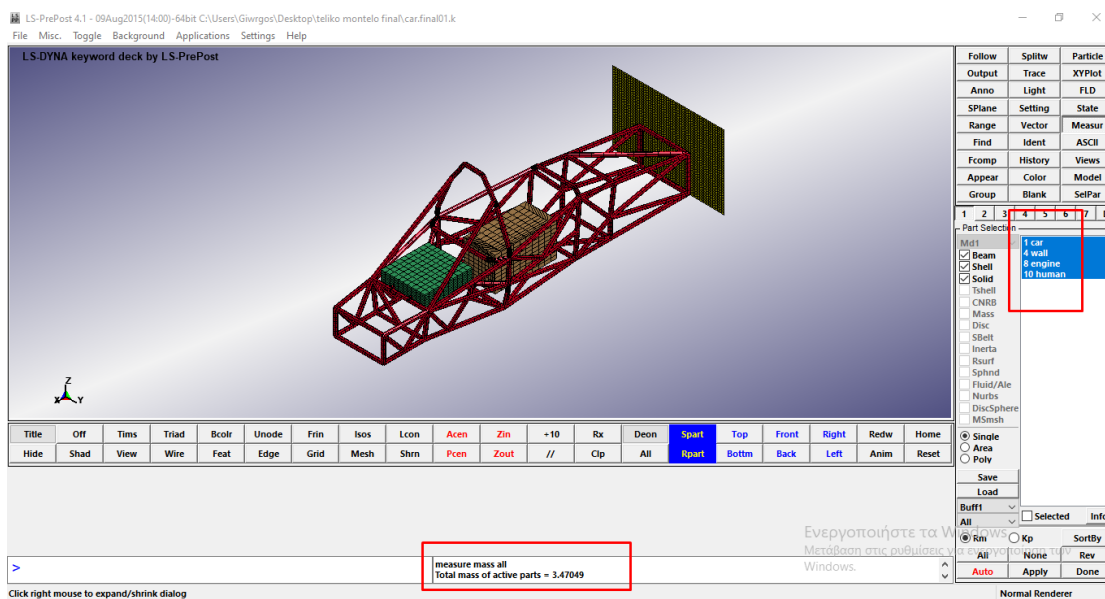


Εικόνα 10: Plastic kinematic μοντέλο συμπεριφοράς υλικού.

Στην συνέχεια γίνεται ο υπολογισμός ανάλυσης των μαζών καθενός τμήματος της formula (Πίνακας 4), με συνολική μάζα 141,1 kg (Εικόνα 11).

Στοιχείο	Μάζα (kg)
Formula	59,2
Οδηγός	40,9
Μηχανή	41

Πίνακας 4: Μάζες συστήματος



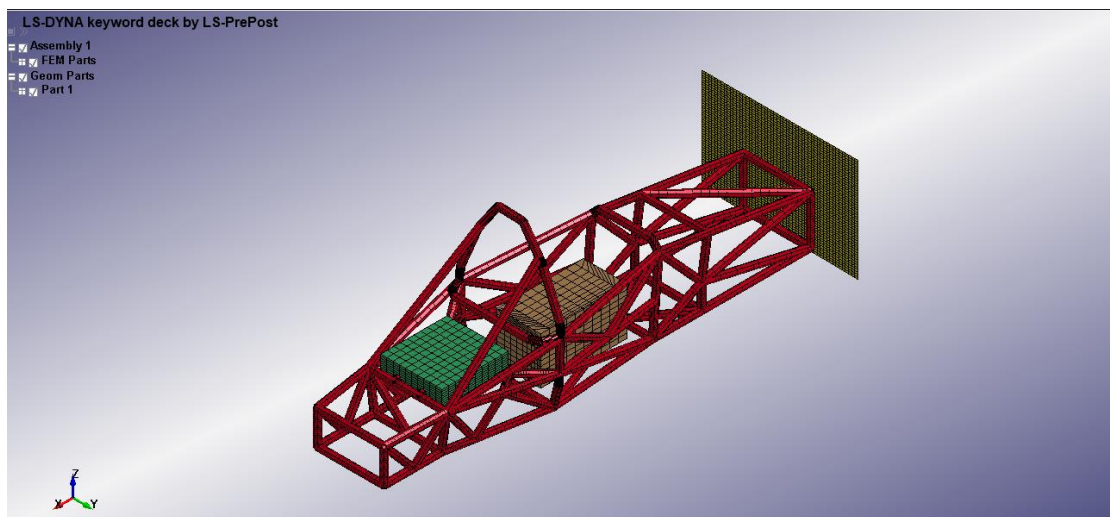
Εικόνα 11: Σύνολο μαζών ανάλυσης

3.3 Τύποι Πεπερασμένων Στοιχείων – Διακριτοποίηση μοντέλου

Το μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων της Formula δημιουργήθηκε με γραμμικά στοιχεία δοκού (beam elements) όπως φαίνεται στην παρακάτω Εικόνα 12 με μέσο μήκος στοιχείων του πλέγματος 14,066 mm. Η επιλογή του συγκεκριμένου τύπου στοιχείων για την μοντελοποίηση της δομής της Formula έγινε για τρεις βασικούς λόγους.

- Πρώτον, γιατί η γεωμετρία της δομής χαρακτηρίζεται από δομικά στοιχεία των οποίων το μήκος είναι πολύ μεγαλύτερο από τις υπόλοιπες διαστάσεις τους, χαρακτηριστικό που προσεγγίζεται σωστά από τα beam elements.
- Δεύτερον το σημαντικότερο μέγεθος στην παρούσα μελέτη είναι η αξονική τάση κατά μήκος των δομικών στοιχείων της γεωμετρίας, κάτι που προκύπτει από τη χρήση των beam elements στην ανάλυση.
- Τρίτον η μορφή τους οδηγεί σε μικρότερο μέγεθος μοντέλου και εξοικονομεί υπολογιστική ισχύ και άρα υπολογιστικό χρόνο.

Επάνω στο μοντέλο των σωλήνων της δομής προστέθηκαν τα παραλληλεπίπεδα που αντιπροσωπεύουν την μηχανή και τον επιβάτη, που όμως δεν λαμβάνονται υπόψιν ως παραμορφώσιμα στερεά στην ανάλυση, αλλά μόνο ως μάζες που επιδρούν στη δομή.



Εικόνα 12: Σχέδιο στο πρόγραμμα Prepost, που εκεί γίνεται ο βασικός σχεδιασμός για την ανάλυση στο πρόγραμμα LS DYNA

Η διατομή των στοιχείων δοκού όπως φαίνεται στην Εικόνα 13 είναι σωληνοειδής με εξωτερική διάμετρο 30mm και εσωτερική 26mm

Keyword Input Form

Buttons: NewID, Draw, RefBy, Pick, Add, Accept, Delete, Default, Done

Use *Parameter (Subsys: 1) Setting

*SECTION_BEAM,(TITLE) (1)

TITLE

SECID	ELFORM	SHRF	OR/IRID	CST	SCOOOR	NSM
3	1	1.0000000	2	1	0.0	0.0
TS1	TS2	TT1	TT2	NSLOC	NTLOC	
30.000000	30.000000	26.000000	26.000000	0.0	0.0	

COMMENT:

Total Card: 1 Smallest ID: 3 Largest ID: 3 Total deleted card: 0

Εικόνα 13: Στοιχεία Beam element

Το τελικό μοντέλο έχει 7020 (elements) και 7724 κόμβους (nodes). Με 2000 solid elements μοντελοποιείται ο επιβάτης και η μηχανή, με 2520 beam elements η δομή της formula και με 2500 shell elements ο τοίχος, όπως φαίνεται και στην παρακάτω Εικόνα 14.

Keyword Manager

Keyword Edit Keyword Search

Edit: PART Edit RefBy

Model All

Name	Count
DATABASE	6
DEFINE	2
ELEMENT	7020
BEAM	2520
SHELL	2500
SOLID	2000
INITIAL	1
KEYWORD	1
MAT	5
NODE	7724
PART	4
SECTION	3

Material arrange

GroupBy: Model Sort: Type List: All

Buttons: Model Check, Keyword Del, ResForm, ExpandAll, CollapseAll, Done

Εικόνα 14: Element ανάλυσης

3.4 Αρχικές και συνοριακές συνθήκες

Η Formula θεωρείται ως ένα παραμορφώσιμο σώμα ελεύθερο να κινηθεί χωρίς κανένα περιορισμό. Η αρχική ταχύτητα που θα έχει η Formula είναι 55km/h που αντιστοιχεί όπως φαίνεται και στον παραπάνω Πίνακα 3 σε 1527mm/s. Αυτή έχει οριστεί ως η ταχύτητα της κρούσης για αυτή την ανάλυση με σημείο αναφοράς την ταχύτητα που γίνονται τα crash test των αυτοκινήτων. Ο συνολικός χρόνος της κρούσης είναι 0,02s και η σύγκρουση γίνεται στα 0,0005s. Στις παρακάτω Εικόνα 15 και Εικόνα 16, φαίνεται πως ορίζονται στο γραφικό περιβάλλον του LS-Dyna, οι αρχικές συνθήκες του συγκεκριμένου προβλήματος.

Όσον αφορά τον επιβάτη και τη μηχανή του οχήματος, θεωρούμε ως συνοριακή συνθήκη την πάκτωσή τους με το σασί όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα (βάσεις μηχανής, ζώνη επιβάτη με το κάθισμα). Αναφορικά με τον τοίχο πάνω στον οποίο θα γίνει η κρούση, είναι επίσης πακτωμένος με το έδαφος.

Keyword Input Form

NewID Draw Pick Add Accept Delete Default Done

Use *Parameter (Subsys: 1) Setting

*INITIAL_VELOCITY (1)

1	NSID	NSIDEX	BOXID	IRIGID	ICID	
	1	0	0	0	0	
2	VX	VY	VZ	VXR	VYR	VZR
	-1.527e+004	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

COMMENT:

Total Card: 1 Smallest ID: 1 Largest ID: 1 Total deleted card: 0

Εικόνα 15: Αρχική ταχύτητα

Keyword Input Form

Use *Parameter

Clear Accept Delete Default Done

(Subsys: 1) Setting

*CONTROL_TERMINATION (1)

1	ENDTIM	ENDCYC	DTMIN	ENDENG	ENDMAS
	0.0200000	0	0.0	0.0	0.0

COMMENT:

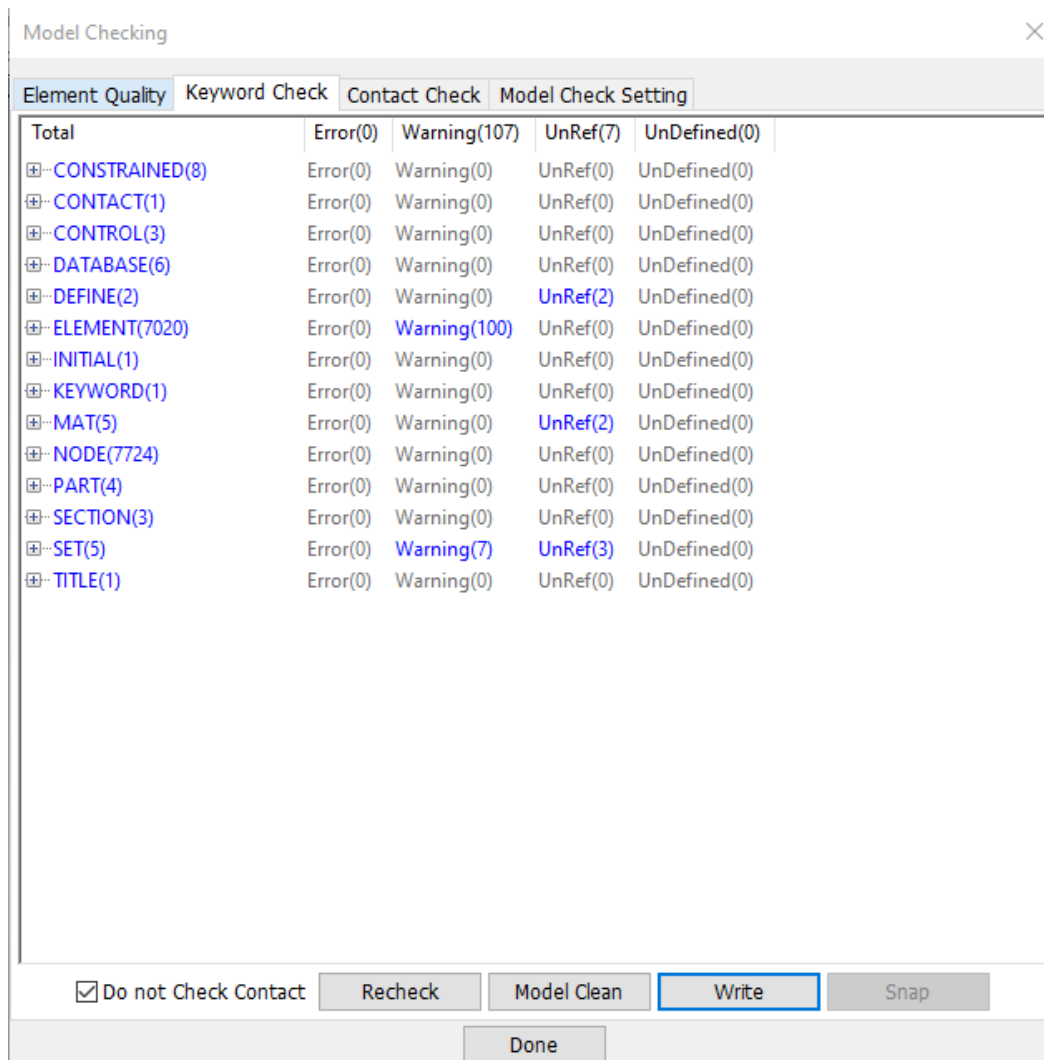
ENDTIM:= Termination time. Mandatory.

Εικόνα 16: Συνολικός χρόνος

4 Αριθμητική προσομοίωση κρούσης

4.1 Επίλυση μοντέλου Πεπερασμένων Στοιχείων

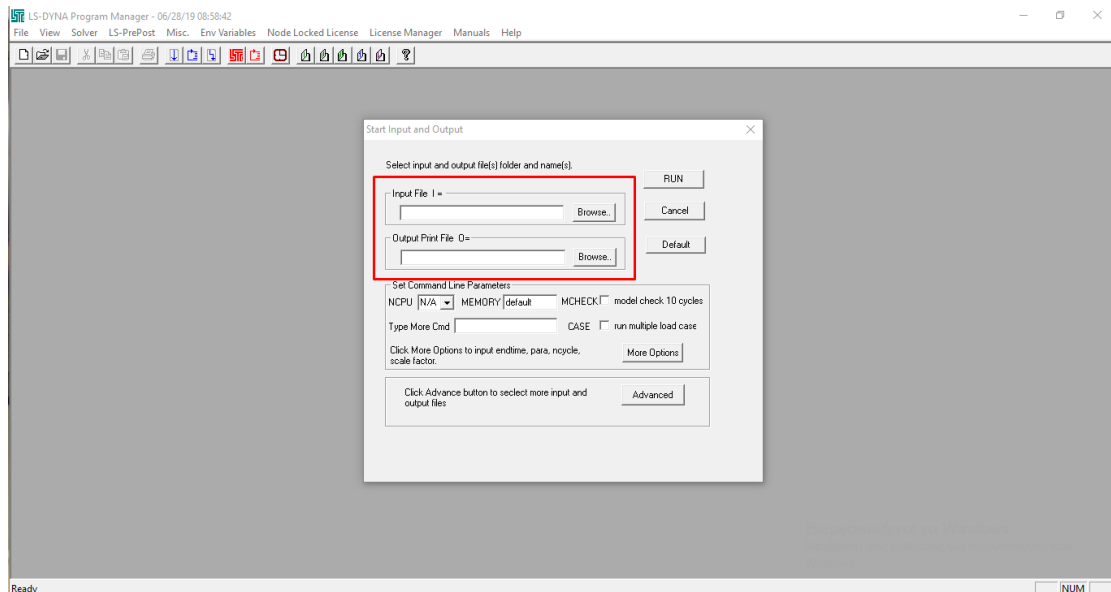
Ο σχεδιασμός και η δήλωση του μοντέλου έγινε στο πρόγραμμα Prepost ενώ στη συνέχεια η επίλυση του μοντέλου έγινε χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα LS-DYNA. Αρχικά, έγινε έλεγχος για τυχόν λάθη στην διακριτοποίηση του μοντέλου μέσω του προγράμματος Prepost (Εικόνα 17).



Total	Error(0)	Warning(107)	UnRef(7)	UnDefined(0)
⊕ CONSTRAINED(8)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ CONTACT(1)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ CONTROL(3)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ DATABASE(6)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ DEFINE(2)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(2)	UnDefined(0)
⊕ ELEMENT(7020)	Error(0)	Warning(100)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ INITIAL(1)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ KEYWORD(1)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ MAT(5)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(2)	UnDefined(0)
⊕ NODE(7724)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ PART(4)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ SECTION(3)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)
⊕ SET(5)	Error(0)	Warning(7)	UnRef(3)	UnDefined(0)
⊕ TITLE(1)	Error(0)	Warning(0)	UnRef(0)	UnDefined(0)

Εικόνα 17: Έλεγχος για error στην διακριτοποίηση .

Στη συνέχεια, έγινε αποθήκευση του αρχείου της δήλωσης σε μορφή .k που είναι η μορφή που δέχεται το πρόγραμμα LS-DYNA για να τρέξει την ανάλυση. Στην Εικόνα 18 φαίνεται πως γίνεται η εισαγωγή του αρχείου ώστε να ξεκινήσει η ανάλυση. Στο κόκκινο πλαίσιο, συγκεκριμένα στο πρώτο κενό εισάγεται το όνομα του αρχείου και στο δεύτερο δίνεται η επιλογή να οριστεί η τοποθεσία που θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα.



Εικόνα 18: εισχώρηση δεδομένων για ανάλυση LS-DYNA

Όταν γίνει η ολοκλήρωση της ανάλυσης, θα εμφανιστεί το μήνυμα Normal termination όπως φαίνεται στην Εικόνα 19. Στο σημείο αυτό η ανάλυση έχει ολοκληρωθεί σωστά και μπορούμε να δούμε τα αποτελέσματα.

```

Problem time      = 2.0000E-02
Problem cycle     = 336182
Total CPU time    = 745 seconds ( 0 hours 12 minutes 25 seconds)
CPU time per zone cycle = 315.255 nanoseconds
Clock time per zone cycle= 315.238 nanoseconds

Number of CPU's   4
NLQ used/max      136/ 136
Start time        01/29/2021 20:41:37
End time          01/29/2021 20:54:02
Elapsed time      745 seconds for 336182 cycles using 4 SMP threads
                  ( 0 hour 12 minutes 25 seconds)

Normal termination                                01/29/21 20:54:02

```

Εικόνα 19: Τερματισμός προγράμματος.

4.2 Αποτελέσματα

Το πρόγραμμα LS-Dyna όταν ολοκληρώσει την ανάλυση φτιάχνει ένα αρχείο το οποίο το ονομάζει d3plot, αυτό το αρχείο ανοίγει με το πρόγραμμα Prepost και εκεί βρίσκονται τα αποτελέσματα. Στα αποτελέσματα είναι μια εικονική κρούση του οχήματος που αναλύει την μετάδοση της δύναμης επάνω στην Formula και ταυτόχρονα μας δείχνει τις τάσεις Von Mises και τα ανάλογα διαγράμματα.

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων της επεξεργασίας του μοντέλου, αρχικά γίνεται κατανοητό ότι η συνολική δομή δεν ανταπεξήλθε στη δοκιμασία. Παρατηρείται ότι οι

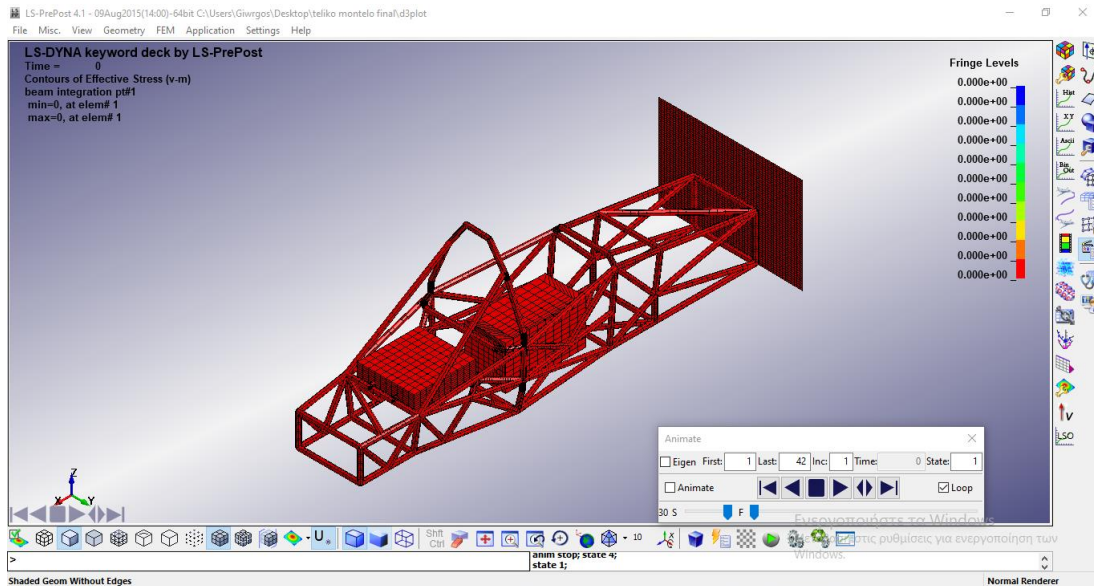
παραμορφώσεις ξεπερνούν την ελαστική περιοχή και χαρακτηρίζονται ως ελαστοπλαστικές. Η συνολική τάση Von Mises σε αυτά τα σημεία, ξεπέρασε το όριο διαρροής του υλικού.

Στον παρακάτω Πίνακα 5 βλέπουμε τις μέγιστες αναπτυσσόμενες τάσεις Von Mises στην δομή ανά βήμα επίλυσης. Το κάθε βήμα επίλυσης έχει διάρκεια 0,5 ms. Παρατηρούμε ότι την χρονική στιγμή $t=0.0005(s)$ γίνεται η πρώτη επαφή ανάμεσα στην formula και τον τοίχο. Από τον χρόνο $t=0.0005 s$ έως $t=0.02 s$ η μεταβολή της τάσης Von Mises είναι αυξητική σε μεγάλο βαθμό που ξεπερνάει το όριο διαρροής που είναι 235 MPa Επιπλέον παρατηρούμε ότι από την πρώτη επαφή υπάρχει αστοχία σε κάποια Element λόγο ότι η τάση είναι πολύ μεγαλύτερη από το όριο διαρροής. Τέλος από την πρώτη επαφή του οχήματος με τον τοίχο έχει αστοχήσει και αυτό φαίνεται στην μεγάλες αναπτυσσόμενες τάσεις.

t(s)	Τάση Von Mises (MPa)	t(s)	Τάση Von Mises (MPa)
0	0	0.0055	4.584e+02
0.0005	4.645e-05	0.006	4.745e+02
0.001	4.047e-05	0.0065	4.914e+02
0.0015	4.117e-05	0.007	5.050e+02
0.002	2.745e+02	0.0075	5.142e+02
0.0025	2.971e+02	0.008	5.204e+02
0.003	3.117e+02	0.0085	5.177e+02
0.0035	3.481e+02	0.011	4.790e+02
0.004	3.829e+02	0.0145	4.624e+02
0.0045	4.119e+02	0.017	5.002e+02
0.005	4.376e+02	0.0195	4.998e+02

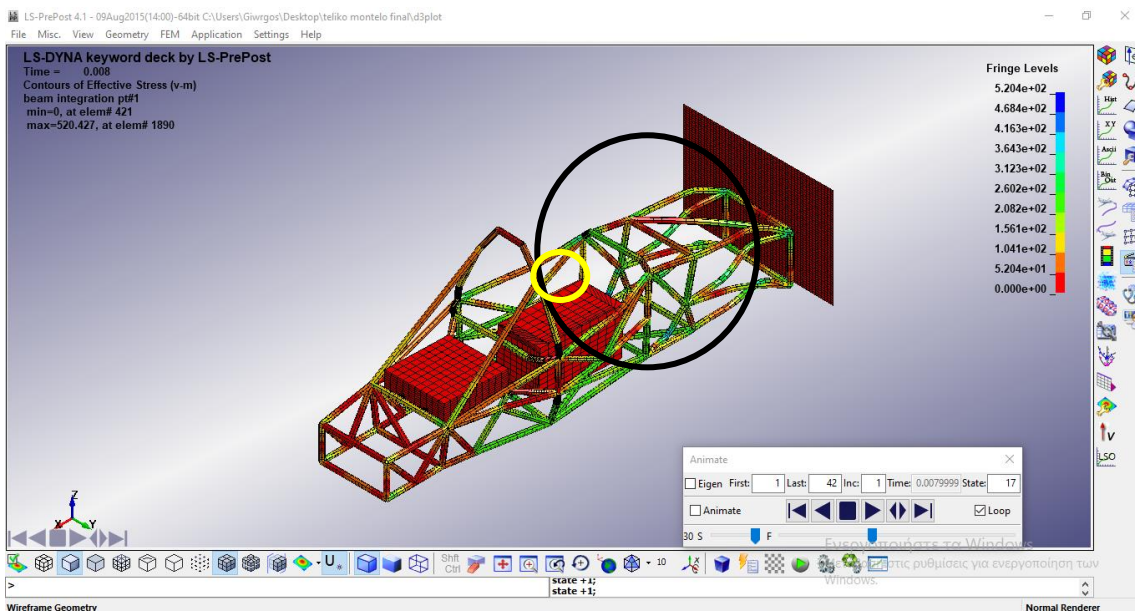
Πίνακας 5: Τιμές των τάσεων με την πάροδο του χρόνου

Στις εικόνες που ακολουθούν βλέπουμε τις αναπτυσσόμενες Von Mises τάσεις πάνω στην Formula ανά state με μονάδες MPa. Από την Εικόνα 20 έως την Εικόνα 22, φαίνονται στιγμιότυπα από την εξέλιξη της κρούσης. Είναι χαρακτηριστική η μεταβολή των τάσεων και συνολικά η ένταση των μεγεθών, που απεικονίζεται μέσω της διαδικασίας του contouring (χρωματική απεικόνιση) που περιλαμβάνει το πρόγραμμα ανάλυσης των αποτελεσμάτων του πακέτου LS-Dyna και με μαύρο κύκλο φαίνεται που είναι συγκεντρωμένες οι περισσότερες παραμορφώσεις.



Εικόνα 20: $t=0$ s, Von Mises=0 Pa

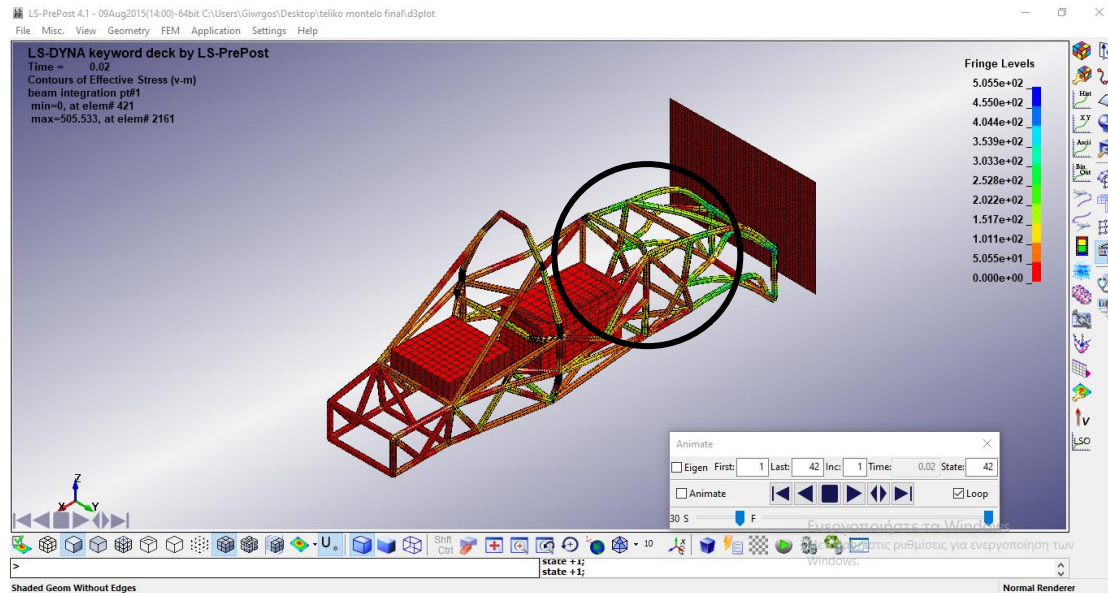
Στην Εικόνα 21 παρατηρούμε την μέγιστη τάση Von Mises και είναι στο element 1850 που επισημαίνεται στον κύκλο με χρώμα κίτρινο. Παρατηρούμε ότι οι μέγιστες παραμορφώσεις είναι στο μπροστινό μέρος του οχήματος και το πλαίσιο του οδηγού δεν δέχεται μεγάλες παραμορφώσεις, αυτό είναι θετικό για τον λόγο ότι με αυτή την σχεδίαση του οχήματος προστατεύεται ο οδηγός όσο είναι δυνατό.



Εικόνα 11: $t=0.008$ s, Von Mises=5.204e+02 MPa

Το γεγονός ότι παρατηρούνται πλαστικές παραμορφώσεις όπως βλέπουμε στις Εικόνες 21 και Εικόνες 22 καθιστά την ανάλυση ρεαλιστική και πολύ κοντά στο πραγματικό

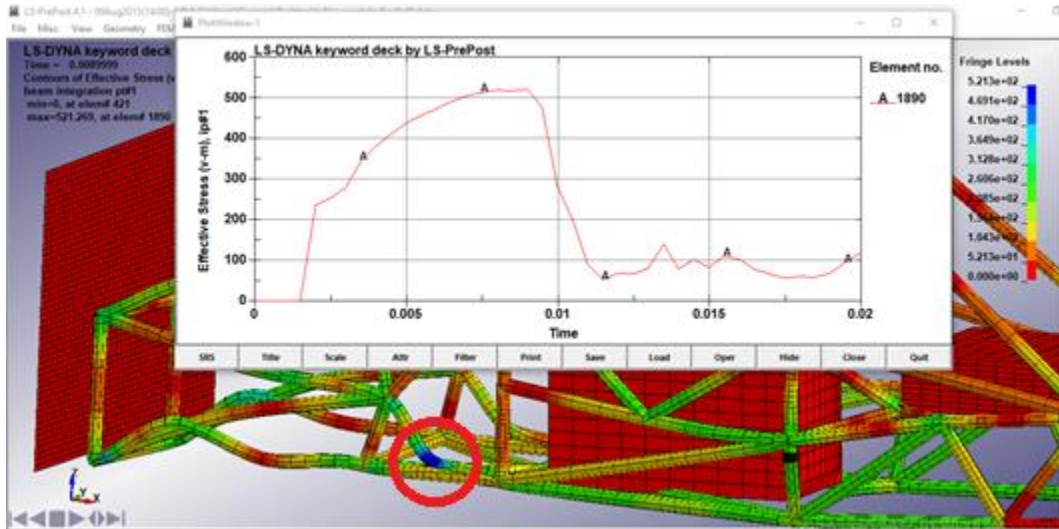
φαινόμενο, σε επίπεδο συμπεριφοράς υλικού και δομής. Είναι γεγονός πως σε ατυχήματα-κρούσεις με τέτοιου μεγέθους ταχύτητες είθισται οι παραμορφώσεις του οχήματος να είναι πλαστικές.



Εικόνα 22: $t=0.02$ s, Von Mises= $5.055e+02$ MPa

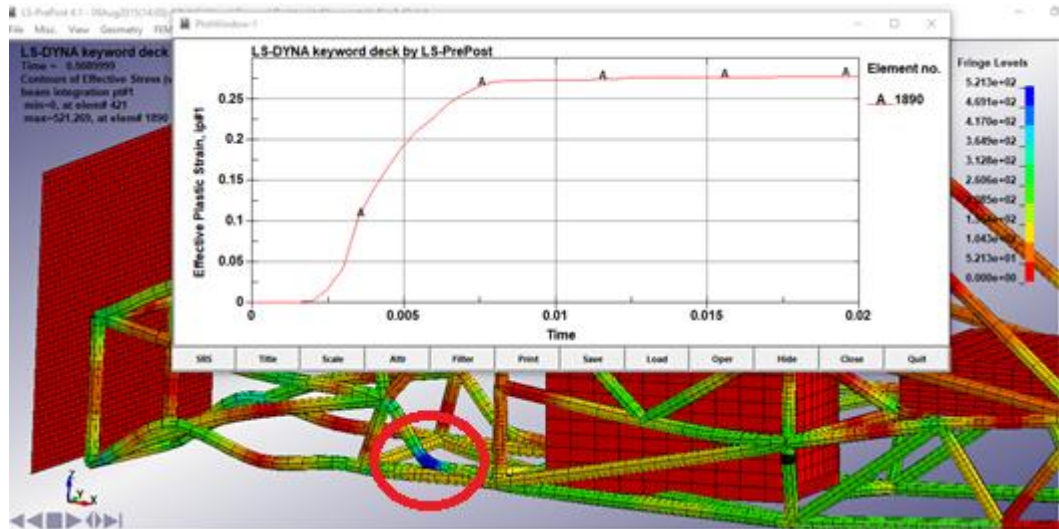
Σε ενεργειακό επίπεδο παρατηρείται σαφής μεταβολή της ενεργειακής κατάστασης του συστήματος. Όπως θα δούμε και στα επόμενα διαγράμματα (Εικόνα 23, Εικόνα 24, Εικόνα 25). Η συνολική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σχεδόν σταθερή, εξαιρώντας θερμικές απώλειες. Η κινητική ενέργεια του οχήματος μειώνεται καθώς μετά την επαφή με τον τοίχο το όχημα έχει σχεδόν σταματήσει. Αντίστοιχα όμως λόγω της αρχής διατήρησης της ενέργειας, η μειούμενη κινητική ενέργεια, μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια παραμόρφωσης του οχήματος. Αυτή η εσωτερική ενέργεια έχει δύο μορφές, αποθηκεύεται ως ελαστική ενέργεια, ως ενέργεια πλαστικής παραμόρφωσης και διάφορους τρόπους αστοχίας. Επιπλέον, υπάρχουν μορφές ενέργειας που αποθηκεύονται στο σύστημα λόγω της μοντελοποίησης με πεπερασμένα στοιχεία. Η πρώτη μορφή είναι η (hourglass energy) που πρέπει να είναι κάτω του 5% της συνολικής ενέργειας της κρούσης και αφορά στις παραμορφώσεις των πεπερασμένων στοιχείων και ενέργειας επαφής

Στην Εικόνα 23, φαίνεται το σημείο με την μεγαλύτερη φόρτιση κατά την εντατική κατάσταση που δημιουργείται λόγω κρούσης. Παράλληλα φαίνεται και ο χρόνος που σημειώνεται αυτή η εντατική κατάσταση. Το στοιχείο με αριθμό 1890 είναι το πιο φορτισμένο σημείο της δομής και επισημαίνεται με τον κόκκινο κύκλο.



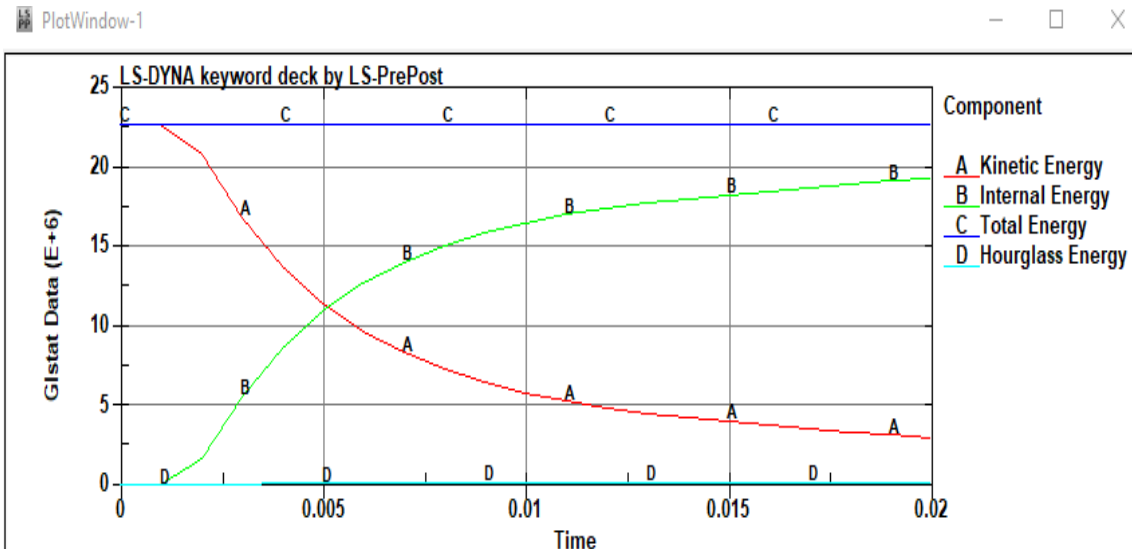
Εικόνα 23: Max effective stress element 1890

Στην Εικόνα 24, φαίνεται ότι λόγω της προαναφερθείσας εντατικής κατάστασης, το σημείο αυτό έχει ξεπεράσει τα όριο διαρροής, και οι παραμορφώσεις που επιδέχεται δεν εντάσσονται πλέον στην ελαστική αλλά στην πλαστική περιοχή.



Εικόνα 24: Max Plastic strain element 1890

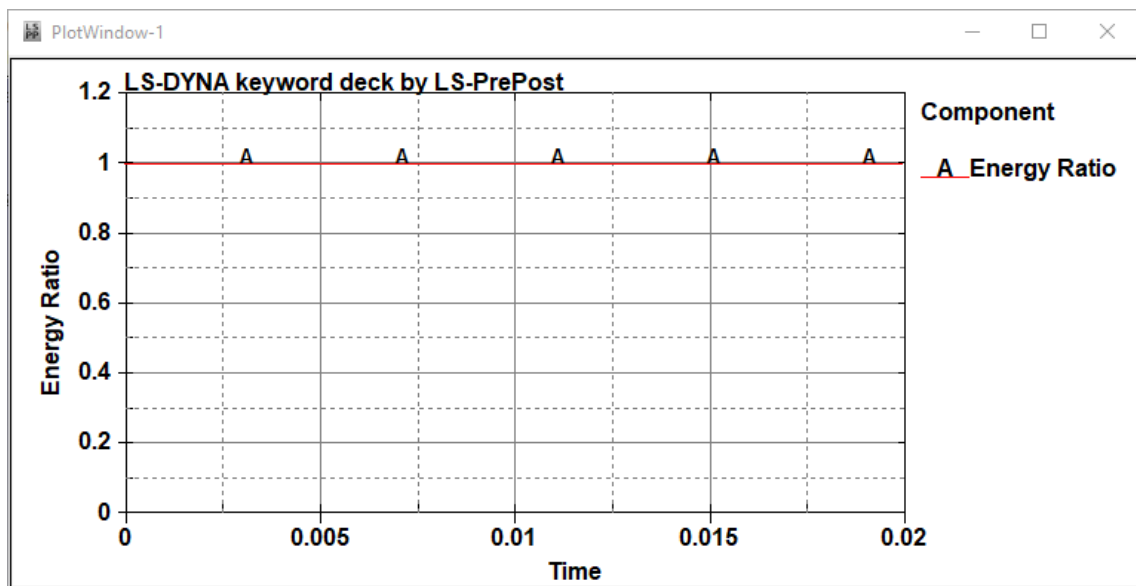
Τα επόμενα σημαντικά αποτελέσματα αφορούν στην μεταβολή της συνολικής ενέργειας της κρούσης αλλά και πιο συγκεκριμένα στην αλλαγή της κινητικής ενέργειας του οχήματος. Στην Εικόνα 25 που ακολουθεί φαίνεται η ποιοτική μεταβολή της ενέργειας.



Εικόνα 25: μεταβολή της ενέργειας

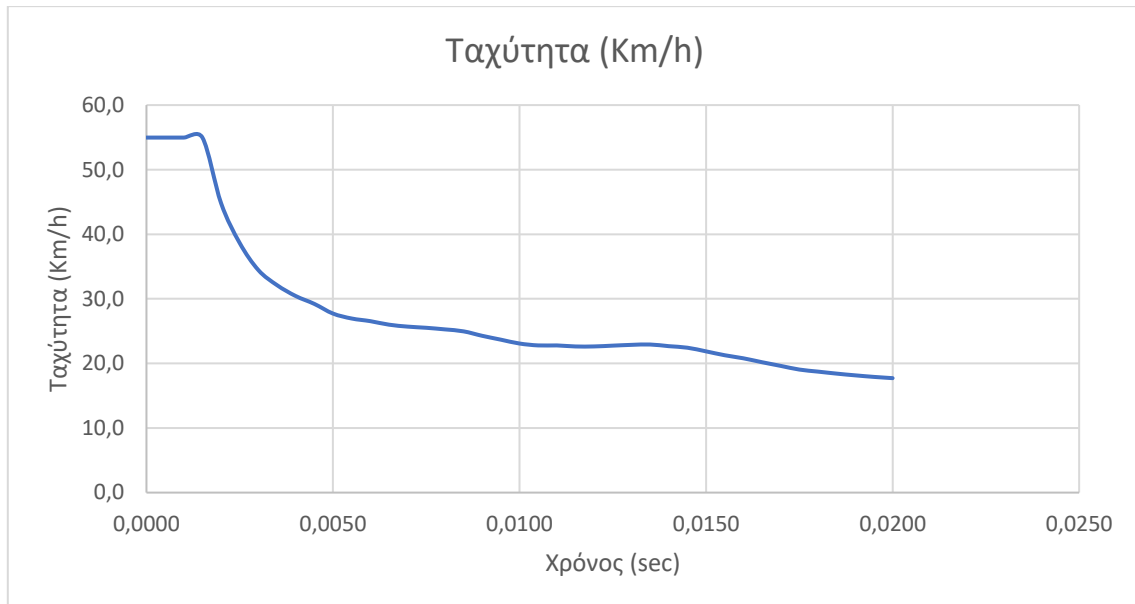
Στην Εικόνα 26 βλέπουμε σε ενεργειακό επίπεδο ότι η ανάλυση τρέχει σωστά και δεν χάνεται κάποια ενέργεια αλλά ούτε παρεμβαίνει. Η εσωτερική ενέργεια είναι ίση με την εξωτερική. Η εξίσωση για την Energy ratio είναι:

$$eratio = \frac{E_{total}}{E^0_{total}}$$



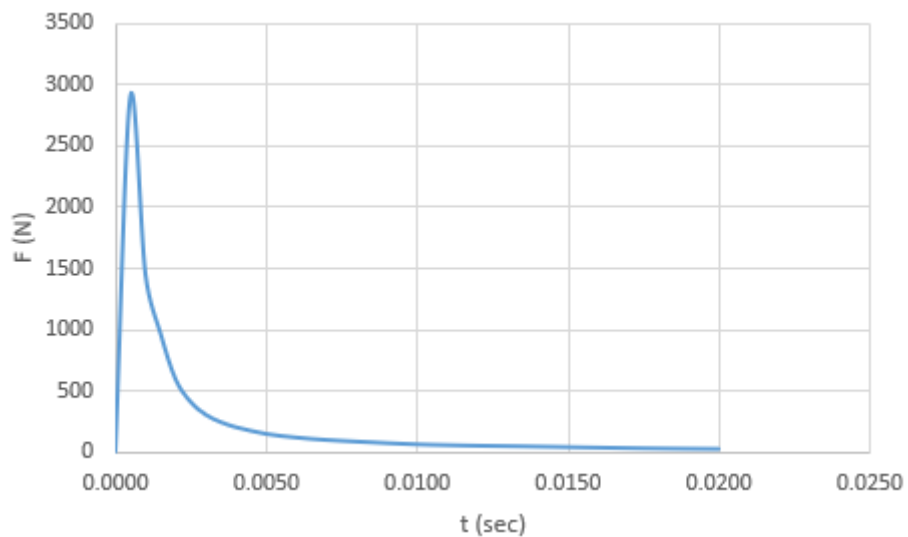
Εικόνα 26: Energy ratio

Στην Εικόνα 27 που ακολουθεί φαίνεται η μεταβολή της ταχύτητας του οδηγού με το χρόνο, η οποία ξεκινάει από την αρχική ταχύτητα των 55 km/h και σε 0,02 sec φτάνει στα 18 km/h.



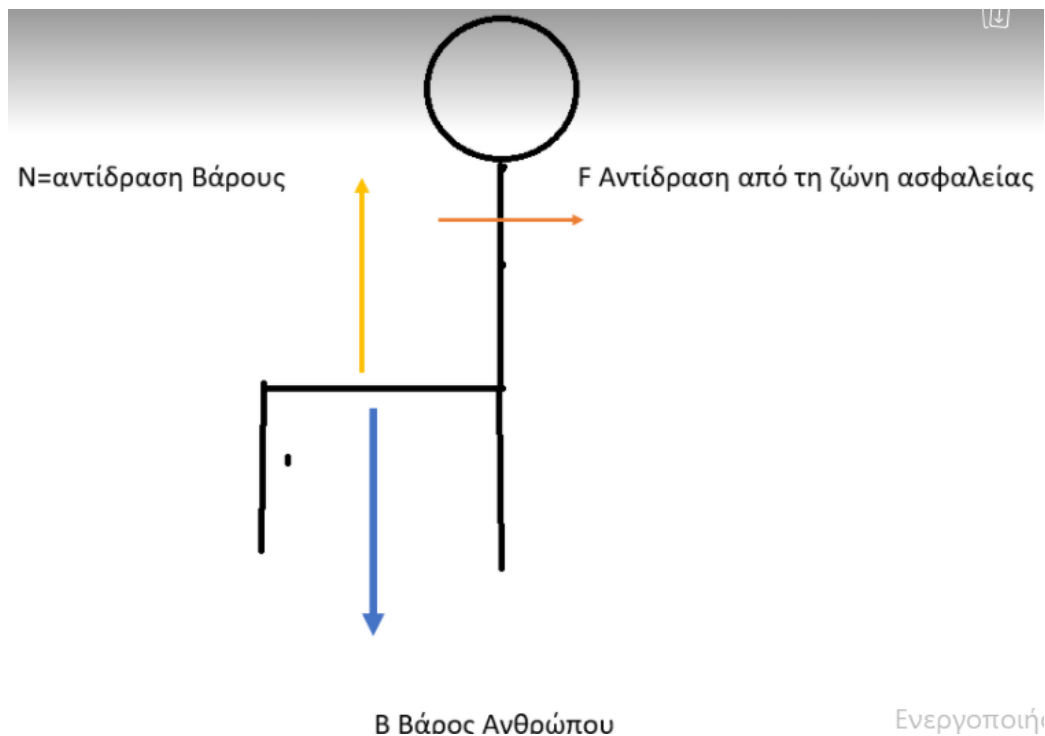
Εικόνα 27: Ταχύτητα οδηγού

Στην Εικόνα 28 φαίνονται οι δυνάμεις που δέχεται ο άνθρωπος στιγμιαία. Με μέγιστη δύναμη $F = 2,9$ (kN). Η εύρεση της δύναμης έγινε από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα $F = m \cdot a$.



Εικόνα 28: Διάγραμμα δυνάμεων οδηγού

Τέλος στην Εικόνα 29 φαίνεται το διάγραμμα του ελεύθερου σώματος του οδηγού. Που μπορούμε να δούμε πως κατατάσσονται οι δυνάμεις που δέχεται ο οδηγός.



Εικόνα 29: Διάγραμμα ελεύθερου σώματος του οδηγού

4.3 Συμπεράσματα

Στην συγκεκριμένη εργασία έγινε προσπάθεια μιας ρεαλιστικής προσέγγισης κρούσης του οχήματος σε έναν τοίχο. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση της παραπάνω προσπάθειας ήταν η χρήση της λειτουργίας πεπερασμένων στοιχείων και προσομοίωσης που διαθέτει ο κώδικας LS-Dyna.

Η προσομοίωση κρούσεων παράγει αποτελέσματα χωρίς πραγματικές καταστροφικές δοκιμές ενός νέου μοντέλου. Με αυτόν τον τρόπο, οι δοκιμές μπορούν να πραγματοποιηθούν γρήγορα και φθηνά από έναν υπολογιστή, ο οποίος επιτρέπει τη βελτιστοποίηση του σχεδιασμού πριν από την κατασκευή ενός οχήματος.

Με τη χρήση της παραπάνω δυνατότητας κατέστη δυνατό να επιτευχθεί η ολοκλήρωση της ανάλυσης. Συγκεκριμένα, η προσομοίωση ολοκληρώθηκε με το όχημα να αστοχήσει από την πρώτη επαφή με τον τοίχο, αυτό είναι ρεαλιστικό για τον λόγο, ότι έτσι γίνεται σε παρόμοιες συγκρούσεις οχημάτων. Επίσης παρατηρούμε ότι η ταχύτητα μειώνεται σχετικά γρήγορα από τα 55 km/h σε 17 km/h σε χρόνο 0,02 sec και η ενέργεια που απορρόφα το όχημα είναι σχετικά μεγάλη και συγκεκριμένα στο μπροστινό μέρος. Επίσης παρατηρούμε ότι η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή και αυτό φαίνεται στο ότι η κινητική μειώνεται καθώς η εσωτερική ενέργεια αυξάνεται με τον ίδιο βαθμό. Και τέλος παρατηρούμε ότι η ανάλυση είναι σωστή με το διάγραμμα της energy ratio που τείνει στο 1, αυτό σημαίνει ότι στο σύστημα η εσωτερική με εξωτερική ενέργεια είναι ίσες και δεν χάνεται αλλά ούτε εισχωρεί ενέργεια από κάπου.

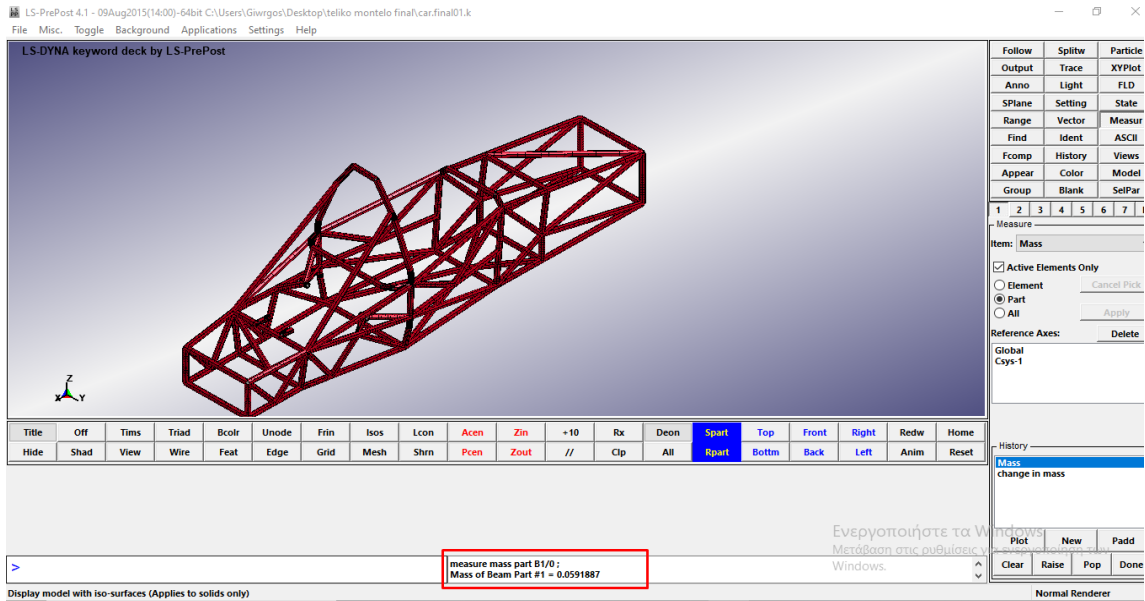
Μελλοντικά θα μπορούσε να συνεχιστεί με την αλλαγή της δομής των δοκών καθώς και το μέγεθος των σωλήνων. Όπως επίσης και η χρήση κάποιου άλλου προγράμματος προσομοίωσης για την σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Βιβλιογραφία

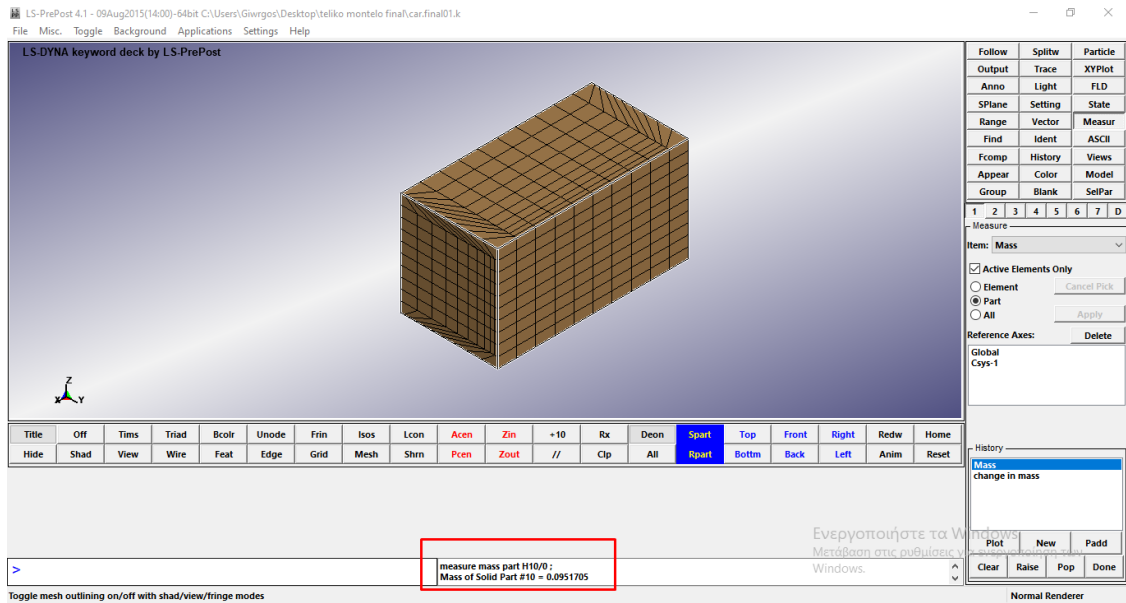
- [1] Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, and Fausto Saleri.,”Numerical Mathematics, Springer-Verlag”, New York,(2000).
- [2] Christoph W. Ueberhuber. “Numerical Computation: Vol. 1: Methods, Software, and Analysis, Vol. 2: Methods, Software, and Analysis”, Springer-Verlag, New York, (1997).
- [3] Gene Golub and Charles Van Loan. “Matrix Computations”, 3rd ed., Johns Hopkins University Press, (1996).
- [4] Nicholas Higham. “Accuracy and Stability of Numerical Algorithms”, SIAM Pub., Philadelphia, (1996).
- [5] Thote, N.R. & Wajid, Sohail & Saharan, Mani," Effect of shape of opening on the stability of caverns: an experimental analysis". (2016).
- [6] Charlie Chunlin Li, Chapter Eight “ Numerical Modeling”,Rockbolting,Butterworth-Heinemann,pp. 201-213,(2017)
- [7] Mauro Cacace,Björn Onno Kaiser,Yvonne Cherubini. “Numerical Modelling of Geothermal Systems a Short Introduction”, Helmholtz Association
- [8] Hrennikoff, Alexander "Solution of problems of elasticity by the framework method". Journal of Applied Mechanics. pp 169–175. (1941).
- [9] Courant, R,"Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations". Bulletin of the American Mathematical Society. Volume 49, pp. 1–23, (1943).
- [10] "Kang Feng" (PDF). CAS.
- [11] "SAP-IV Software and Manuals". NISEE e-Library, The Earthquake Engineering Online Archive.
- [12] Gard Paulsen, Håkon With Andersen, John Petter Collett, Iver Tangen Stensrud “Building Trust, The history of DNV” Lysaker, Norway: Dinamo Forlag A/S. pp. 121-436. (2014).
- [13] Strang Gilbert, Fix George, “An Analysis of The Finite Element Method”, Prentice Hall. (1973).
- [14] Olek C Zienkiewicz, Robert L Taylor, J.Z. Zhu ,”The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals”, Butterworth-Heinemann, (2013).
- [15] Bathe, K.J. “Finite Element Procedures”, Cambridge, MA: Klaus-Jürgen Bathe. (2006).
- [16] Daryl L. Logan “A first course in the finite element method”, Cengage Learning(2011).
- [17] Schnellback, Probleme der Variationsrechnung, Journal für die reine und Angewandte Mathematik , v. 41, pp. 293-363 (1851)
- [18] R. Courant, Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations, Bulletin of American Mathematical Society, v. 49, pp. 1-23 (1943)
- [19] M. J. Turner, R. M. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp, Stiffness and deflection analysis of complex structures, Journal of Aeronautical Science, v. 23, pp. 805-823 (1956)
- [20] M. J. Turner, R. M. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp, Stiffness and deflection analysis of complex structures,” Journal of Aeronautical Science, v. 23, pp. 805-823 (1956)
- [21] J. H. Argyris, Die matrizentheorie der Statik, Ingenieur-Archiv XXV, pp. 174-194 (1957)
- [22] O. C. Zienkiewicz, The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw-Hill, London (1971)
- [23] I. Babuska and A. K. Aziz, Survey lectures on the mathematical foundations of the finite element method, In The Mathematical Foundation of the Finite Element Method with Applications to Partial Differential Equations, pp. 3-636 (1972)

- [24] G. Strang and G. J. Fix, An analysis of the Finite Element Method, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1973)
- [25] J. T. Oden, Finite elements: An introduction, in Handbook of Numerical Analysis II, Finite element methods (Part I), North-Holland, Amsterdam, pp. 3-12 (1991)
- [26] Πτυχιακή εργασία του Βασιλάκη Κωνσταντίνου με θέμα “Λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων (FEA) με ελεύθερη άδεια χρήσης
- [27] U.M. Ascher, S.J. Ruuth, R.J. Spiteri “Implicit-Explicit Runge-Kutta Methods for Time-Dependent Partial Differential Equations”, Appl Numer Math, vol. 25(2-3), (1997)
- [28] L.Pareschi, G.Russo “ Implicit-Explicit Runge-Kutta schemes for stiff systems of differential equations”, Recent Trends in Numerical Analysis, Vol. 3, 269-289, (2000)
- [29] <http://www.lstc.com/products/ls-dyna>
- [30] Διπλωματική εργασία του Ευαγγελάτου Χάρι με θέμα ‘ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΒΑΣΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΩΝ ΠΑΝΕΛ ’
- [31] Frunza, M. & Frunză, Gheorghe & Luca, Rodica. (2010). The Use of Numerical Applications in the Study of Dental Contacts. Applied Medical Informatics. 26.
- [32] Καρύδης Π. “Υπολογιστικές Μέθοδοι και Εφαρμογές σε Λεπτότοιχες Κατασκευές” pp81-124
- [33] Διπλωματική εργασία του Σμιτζί Γιάννη με θέμα ‘ ΕΛΑΣΗ ΜΟΡΦΗΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΚΟΝΙΟΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΙΑΣ: ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ’

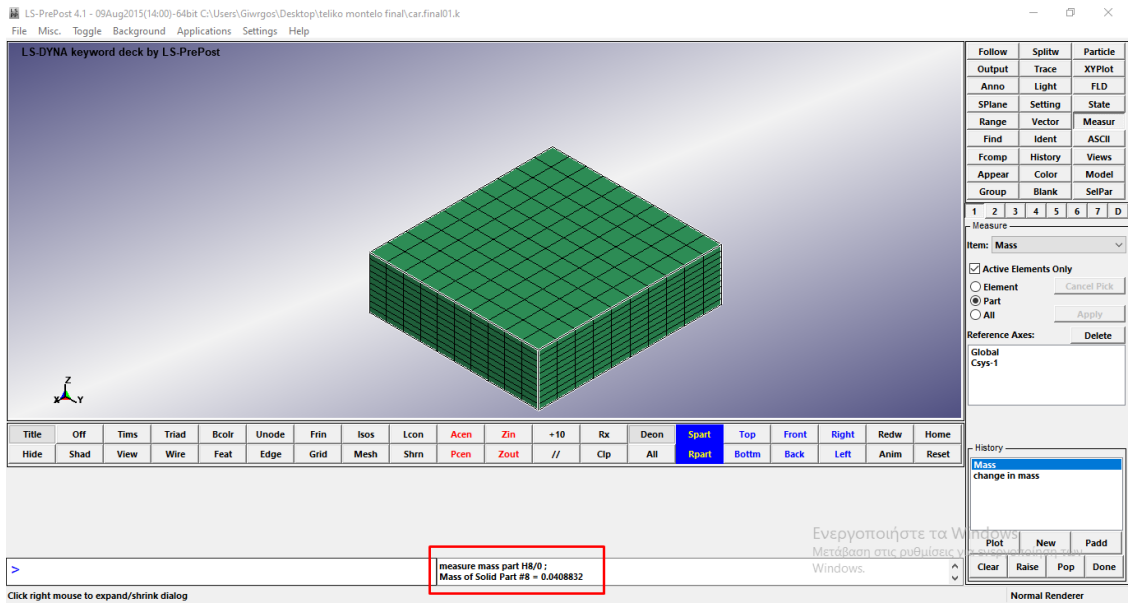
Παράρτημα



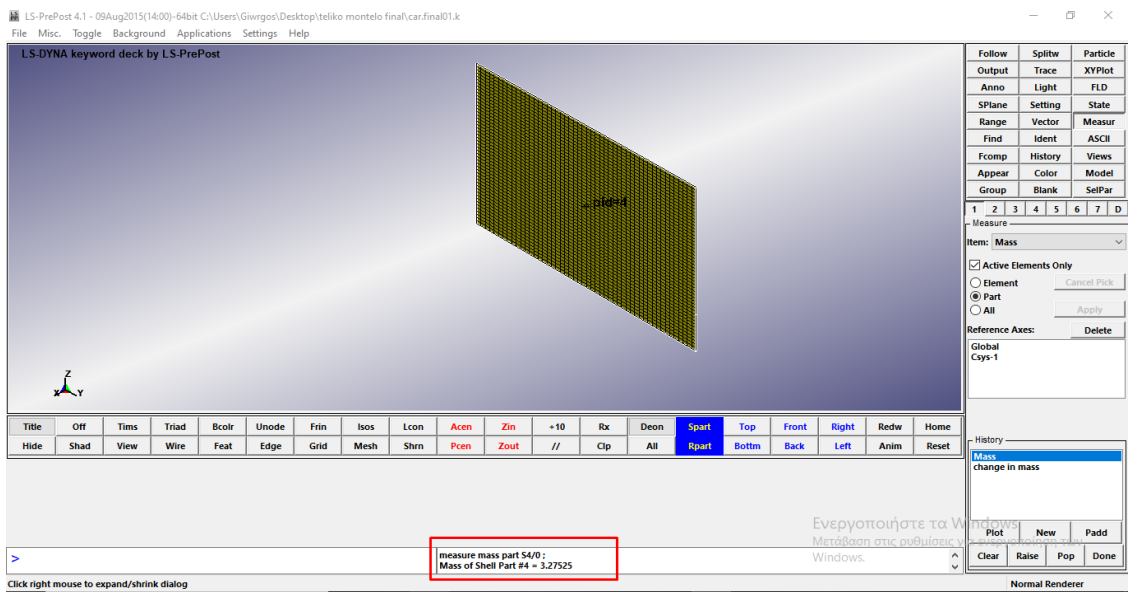
Εικόνα 4: μάζα οχήματος



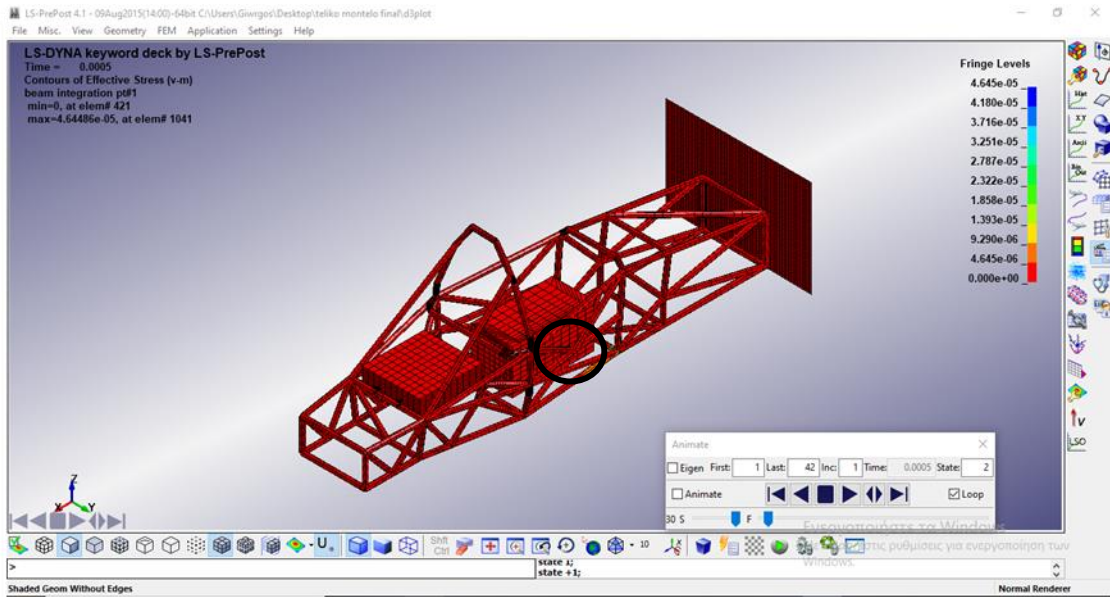
Εικόνα 5: μάζα οδηγού



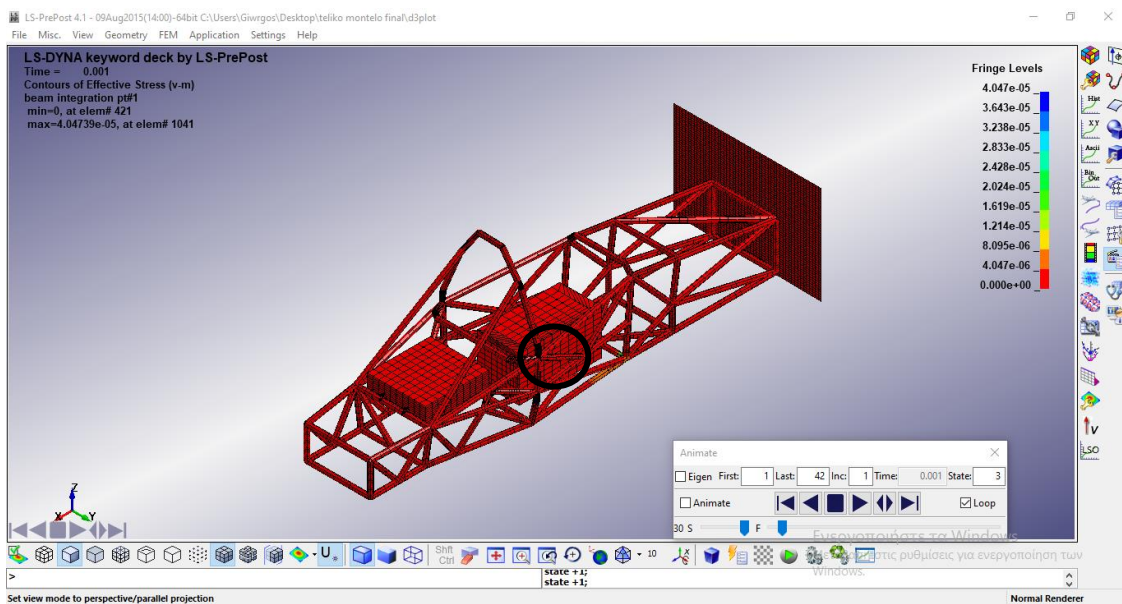
Εικόνα 6: μάζα μηχανής



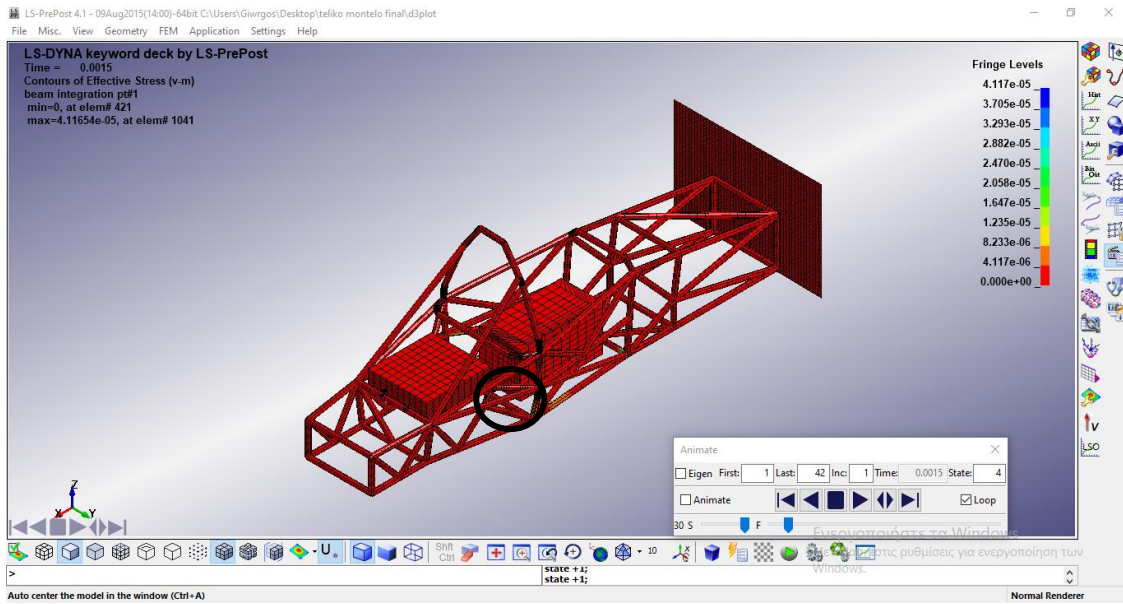
Εικόνα 7: μάζα τοίχου



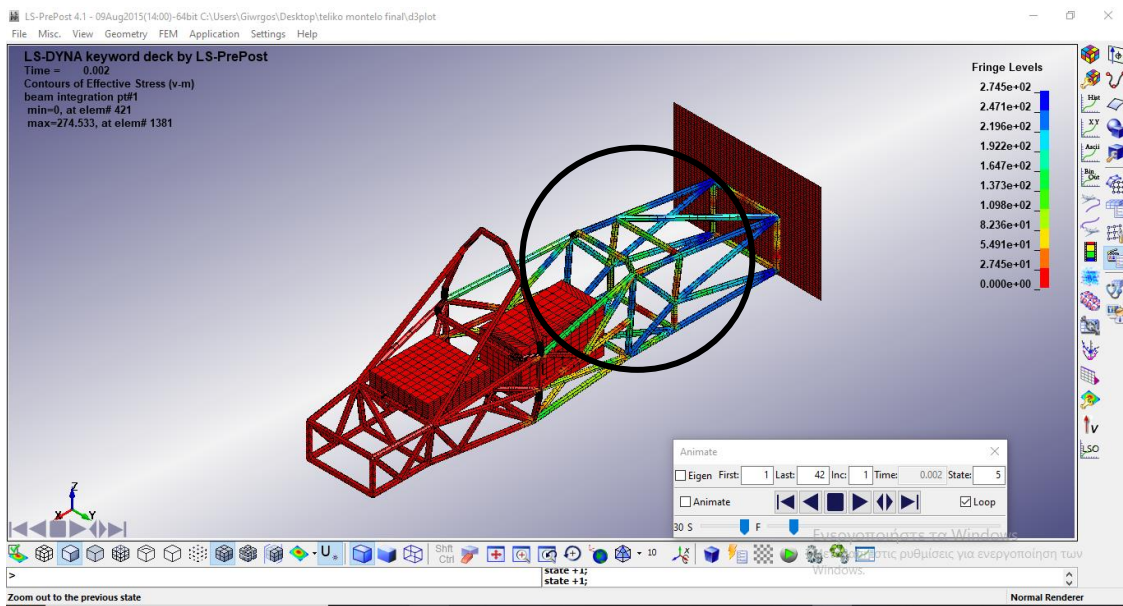
Εικόνα 8: $t=0.0005$ s, Von Mises= $4,645e+05$ MPa



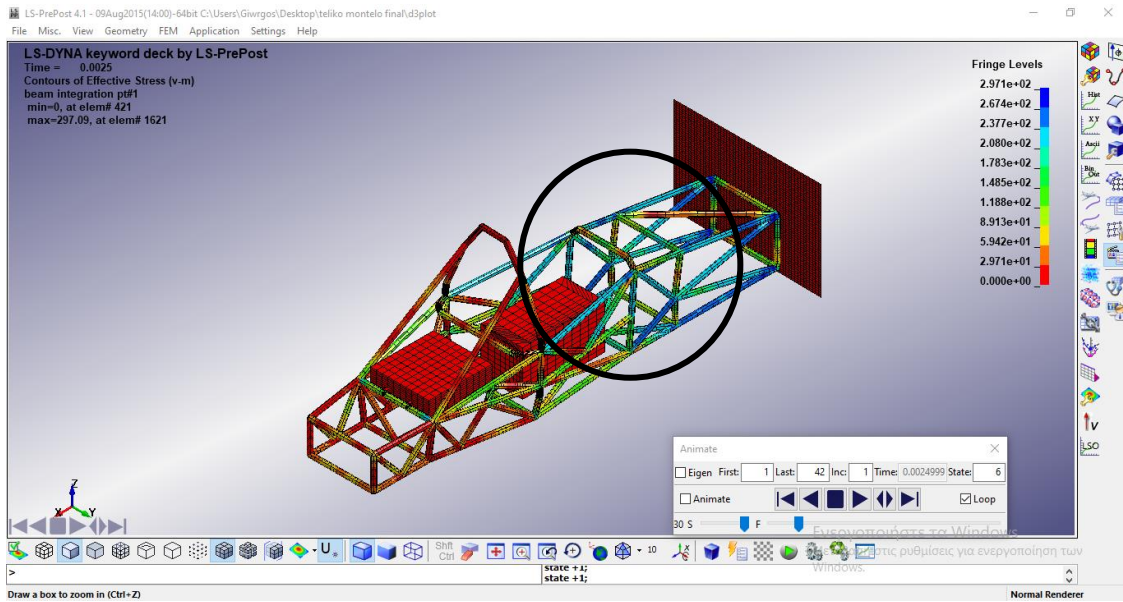
Εικόνα 9: $t=0.001$ s, Von Mises= $4.047e+05$ MPa



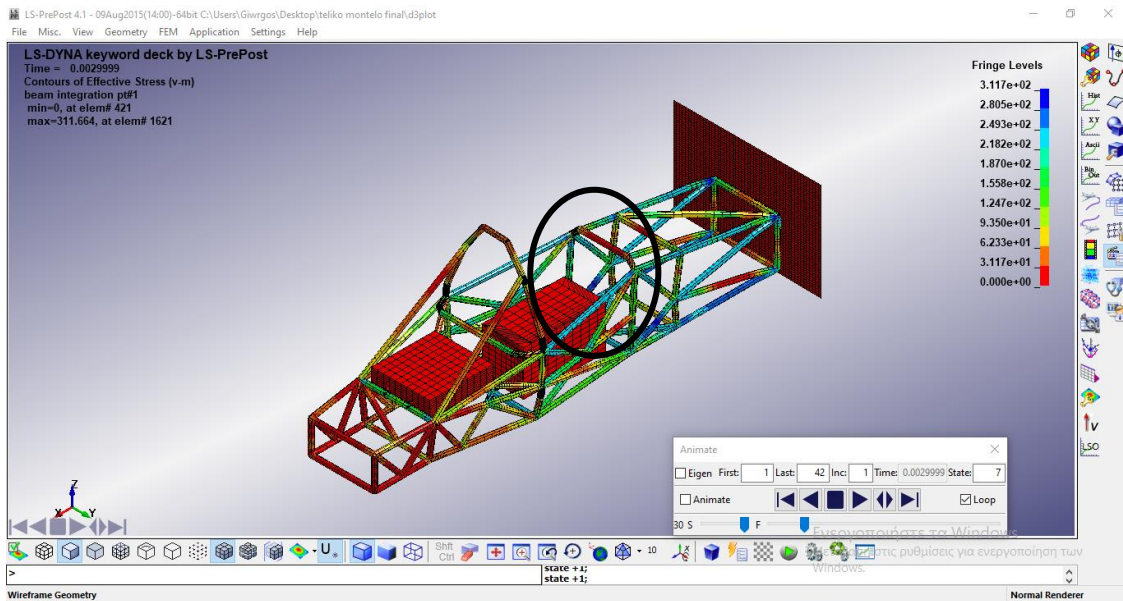
Εικόνα 10: $t=0.0015$ s, Von Mises= $4.117e+05$ MPa



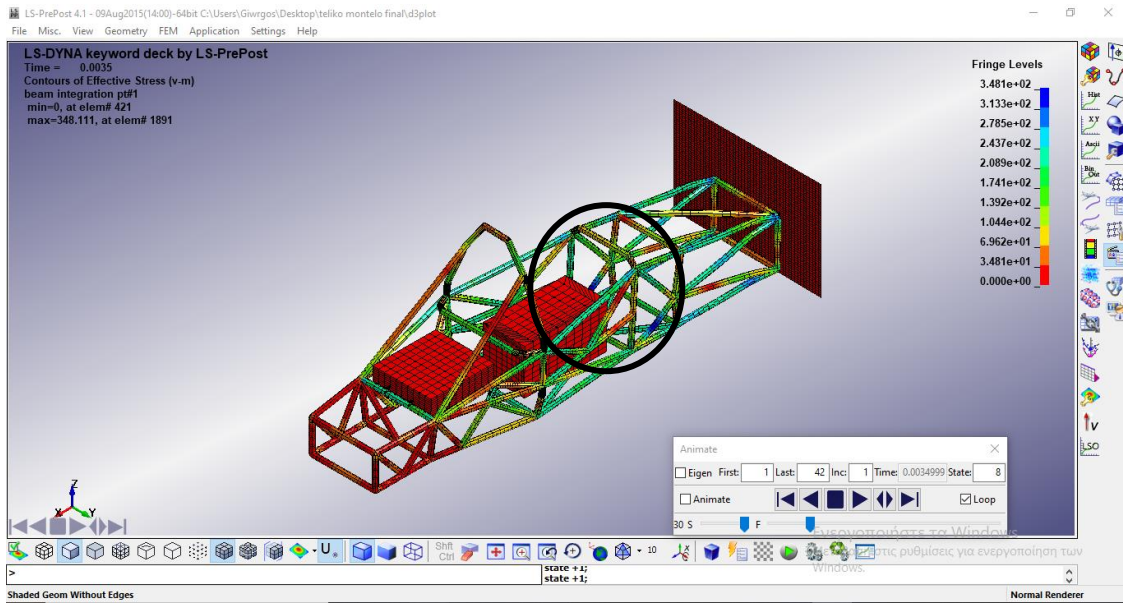
Εικόνα 11: $t=0.002$ s, Von Mises= $2.745e+02$ MPa



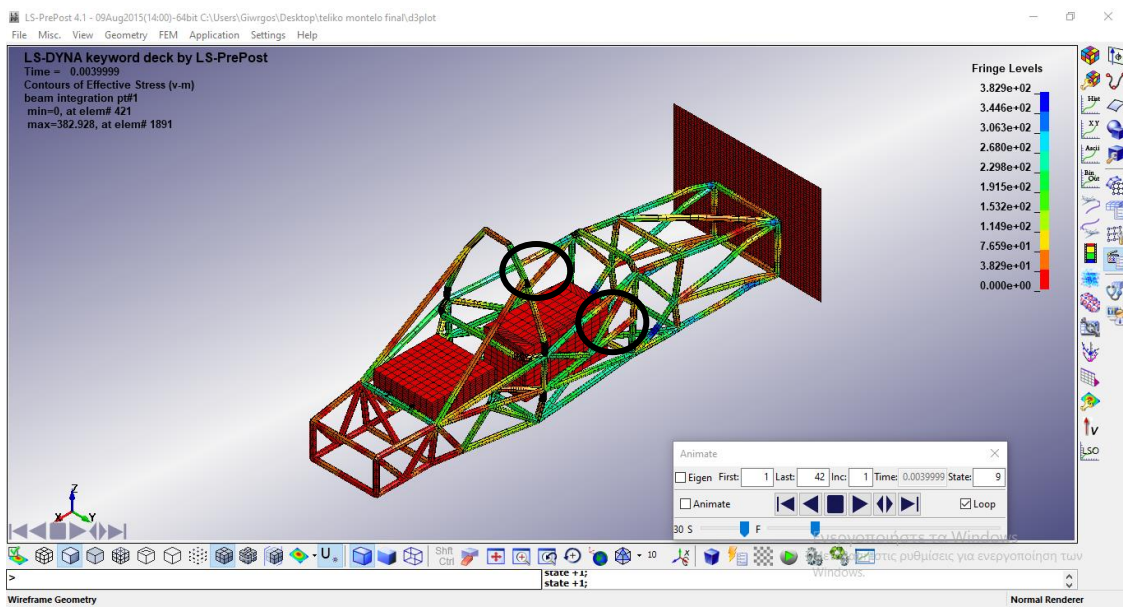
Εικόνα 12: $t=0.0025$ s, Von Mises= $2.971e+02$ MPa



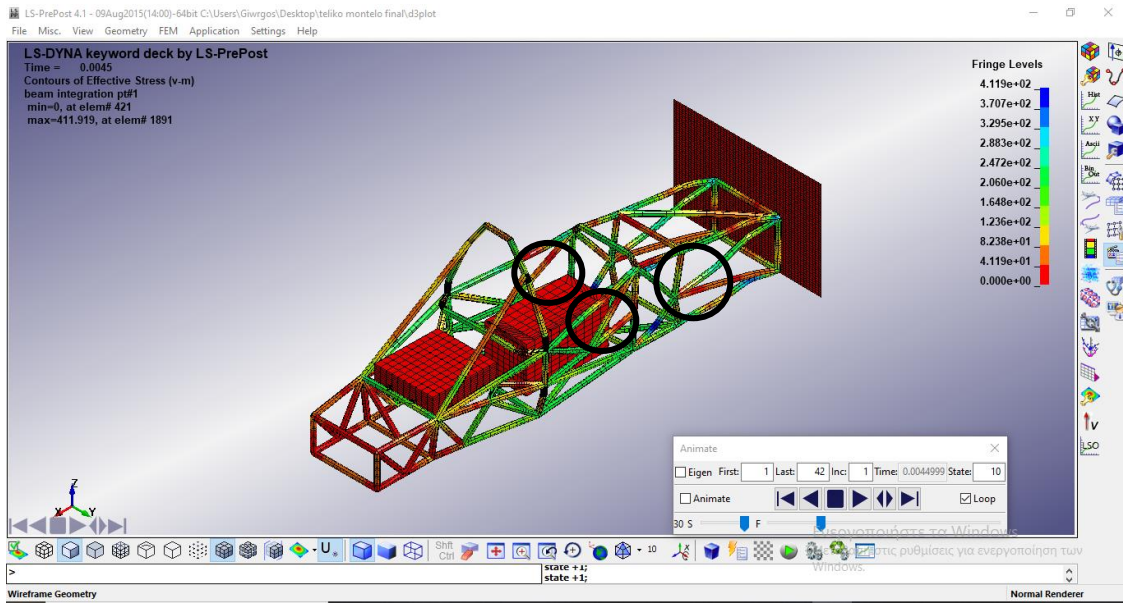
Εικόνα 13: $t=0.003$ s, Von Mises= $3.117e+02$ MPa



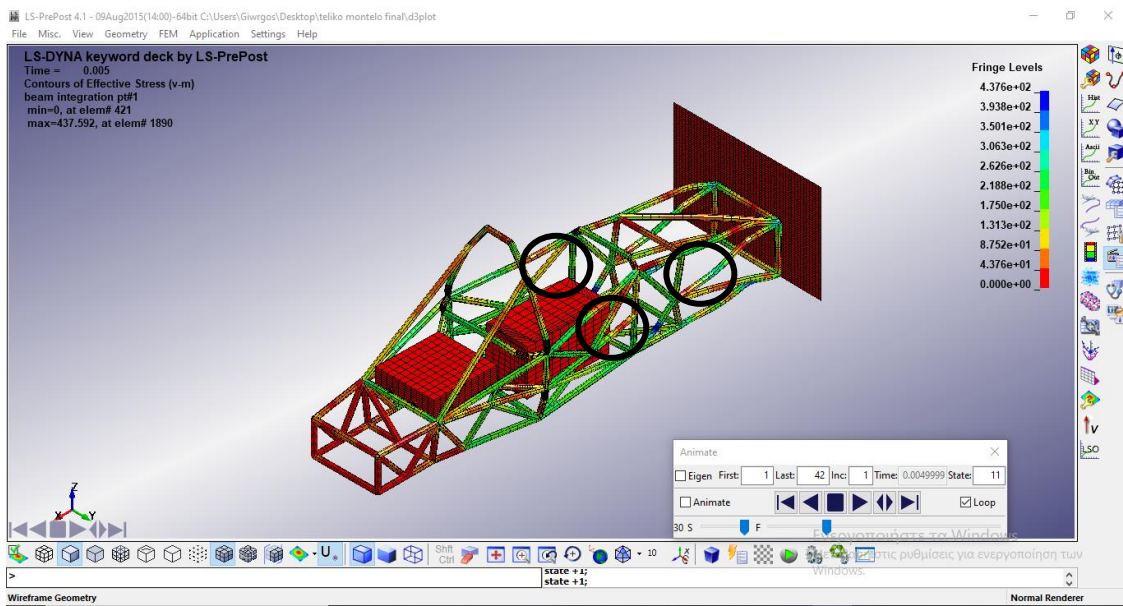
Εικόνα 14: $t=0.0035\text{ s}$, Von Mises= $3.481e+02\text{ MPa}$



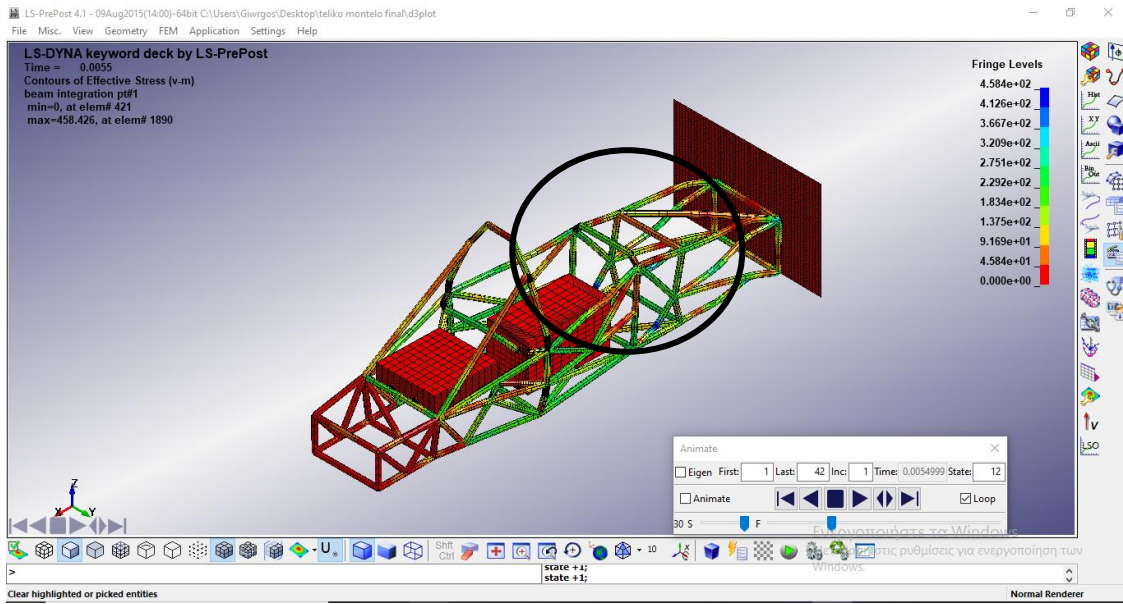
Εικόνα 15: $t=0.004\text{ s}$, Von Mises= $3.829e+02\text{ MPa}$



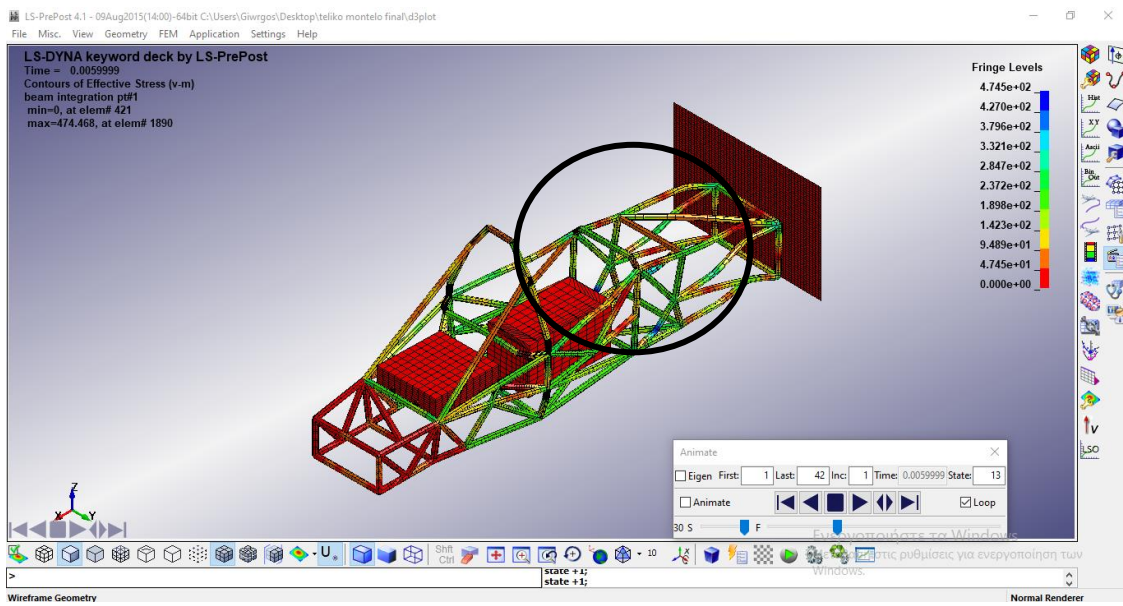
Εικόνα 16: $t=0.0045$ s, Von Mises= $4.119e+02$ MPa



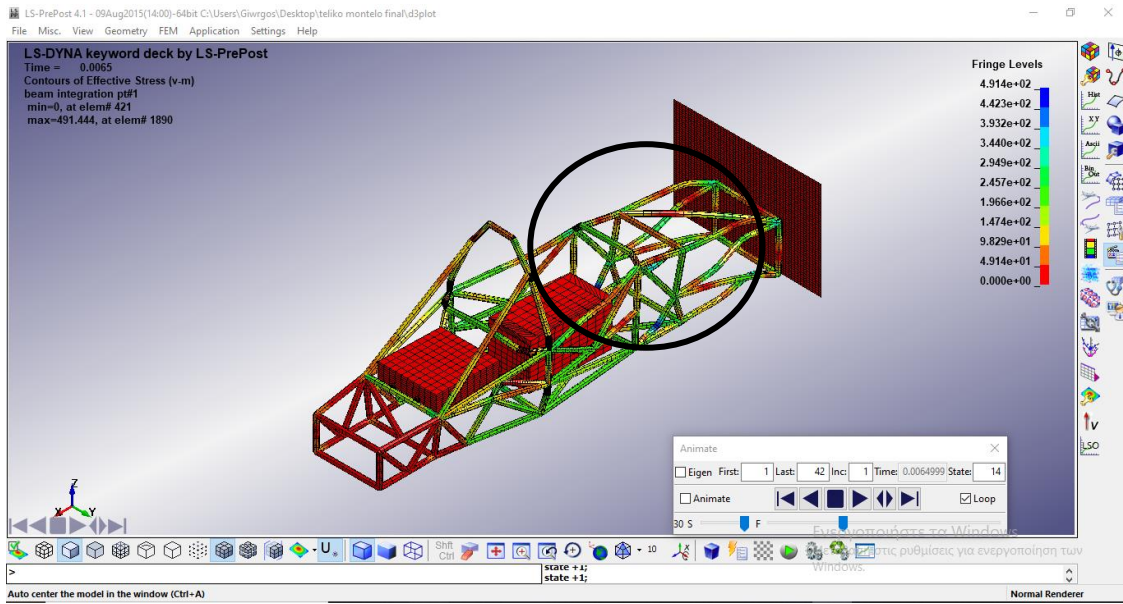
Εικόνα 17: $t=0.005$ s, Von Mises= $4.376e+02$ MPa



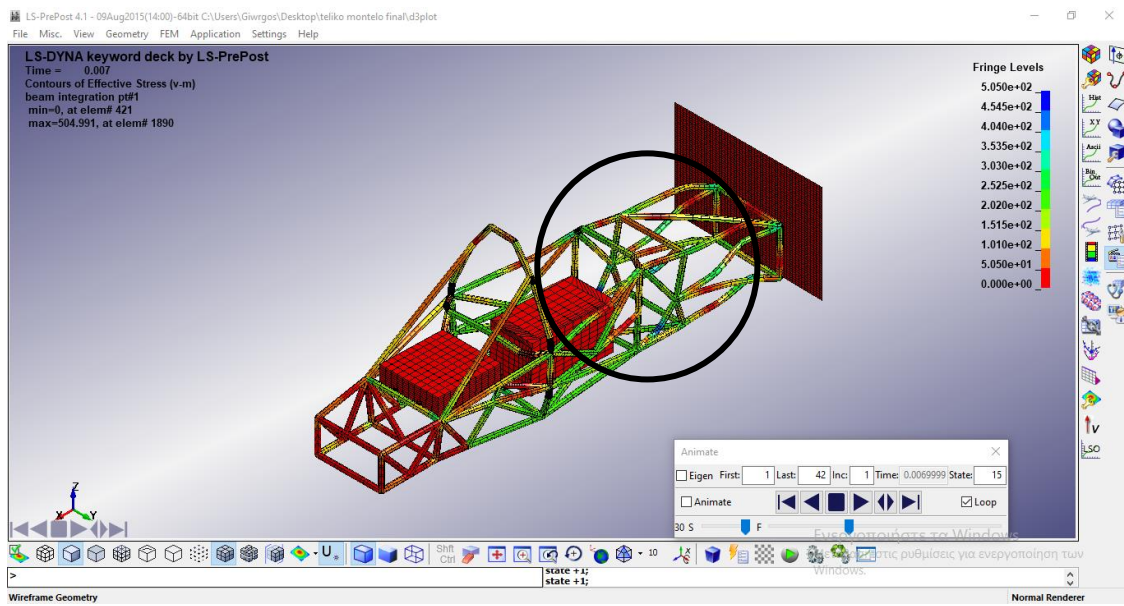
Εικόνα 18: $t=0.0055$ s, Von Mises= $4.584e+02$ MPa



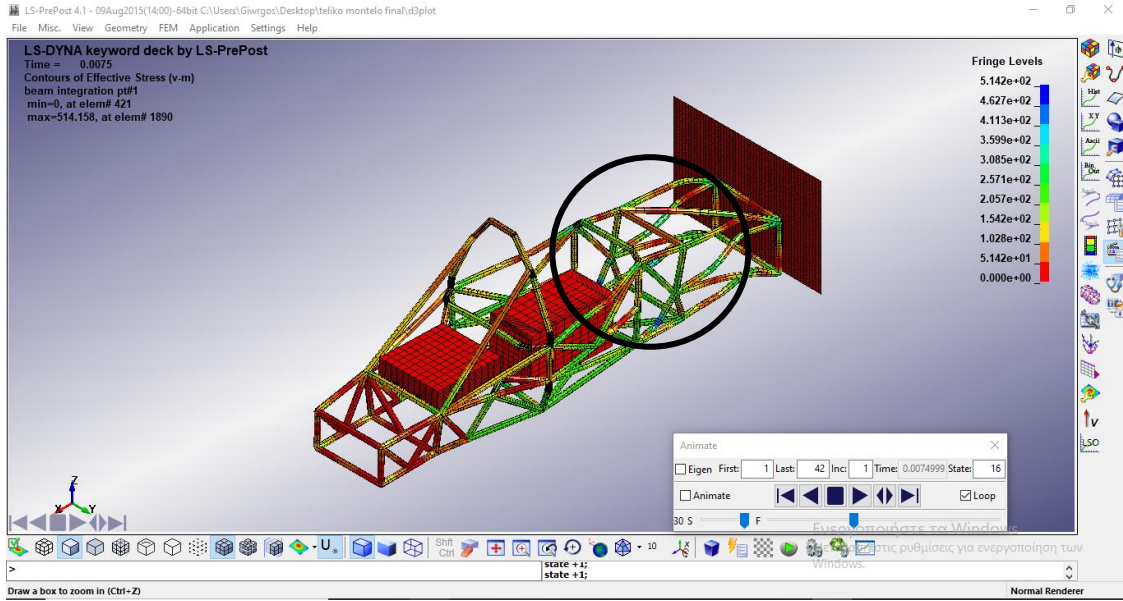
Εικόνα 19: $t=0.006$ s, Von Mises= $4.745e+02$ MPa



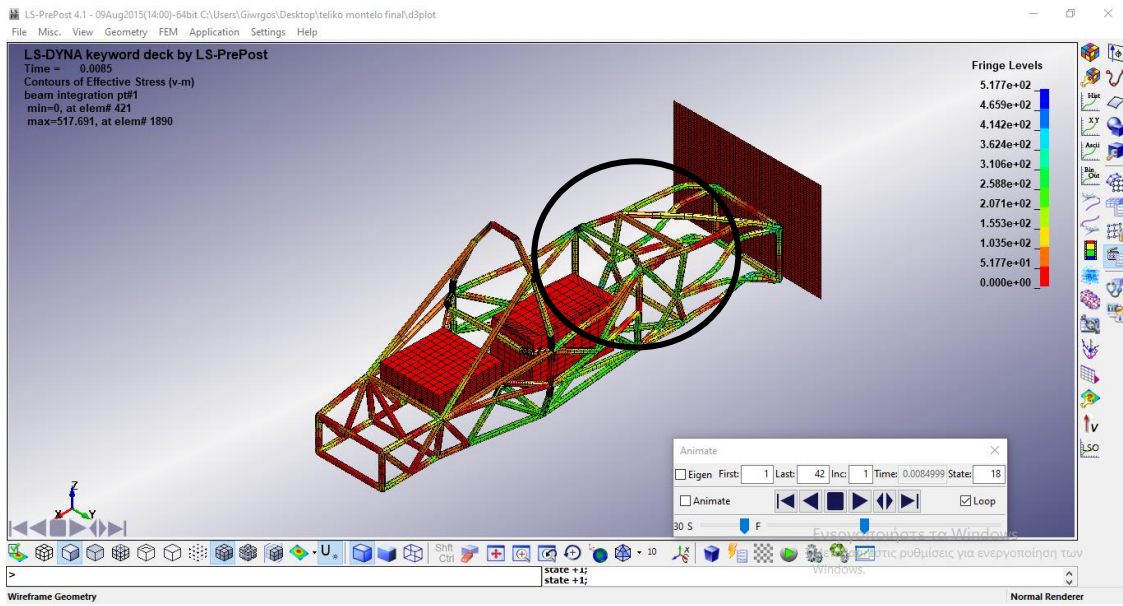
Εικόνα 20: $t=0.0065$ s, Von Mises= $4.914e+02$ MPa



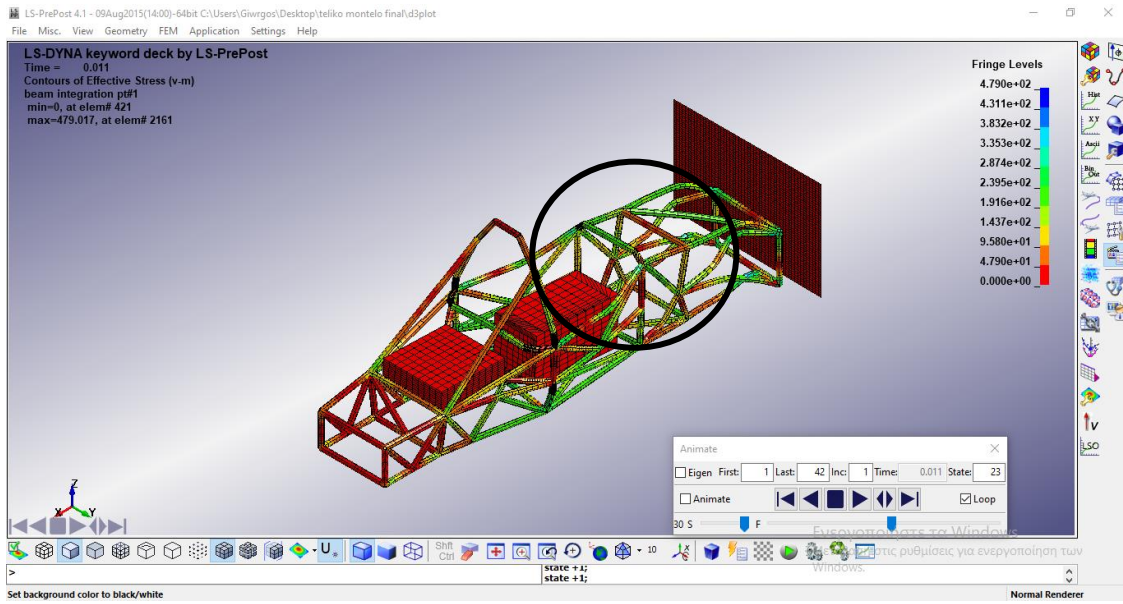
Εικόνα 21: $t=0.007$ s, Von Mises= $5.050e+02$ MPa



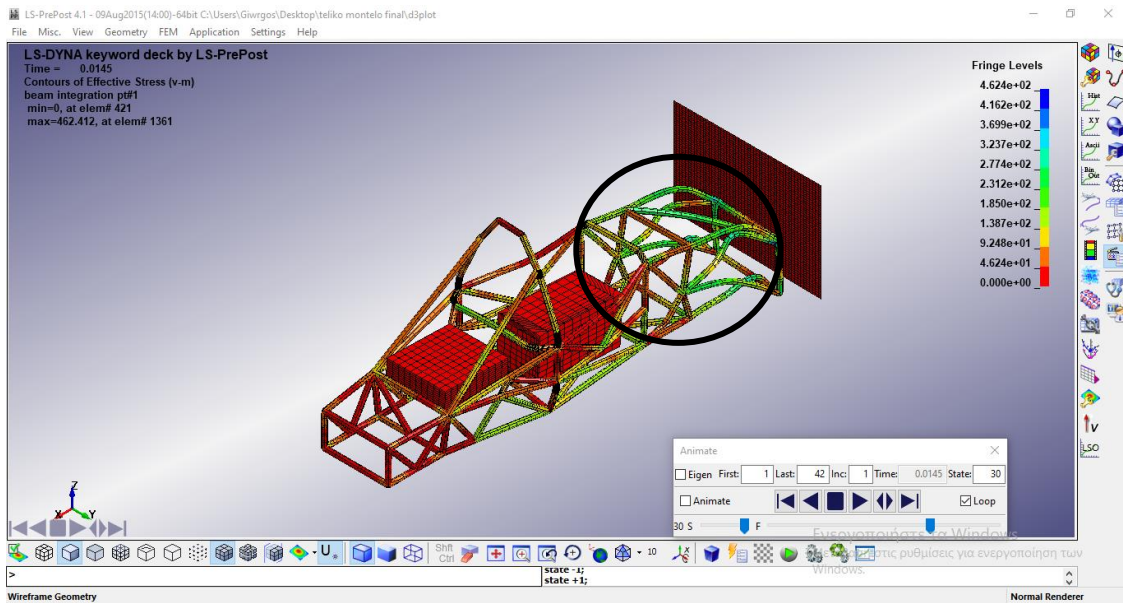
Εικόνα 22: $t=0.0075$ s, Von Mises= $5.142e+02$ MPa



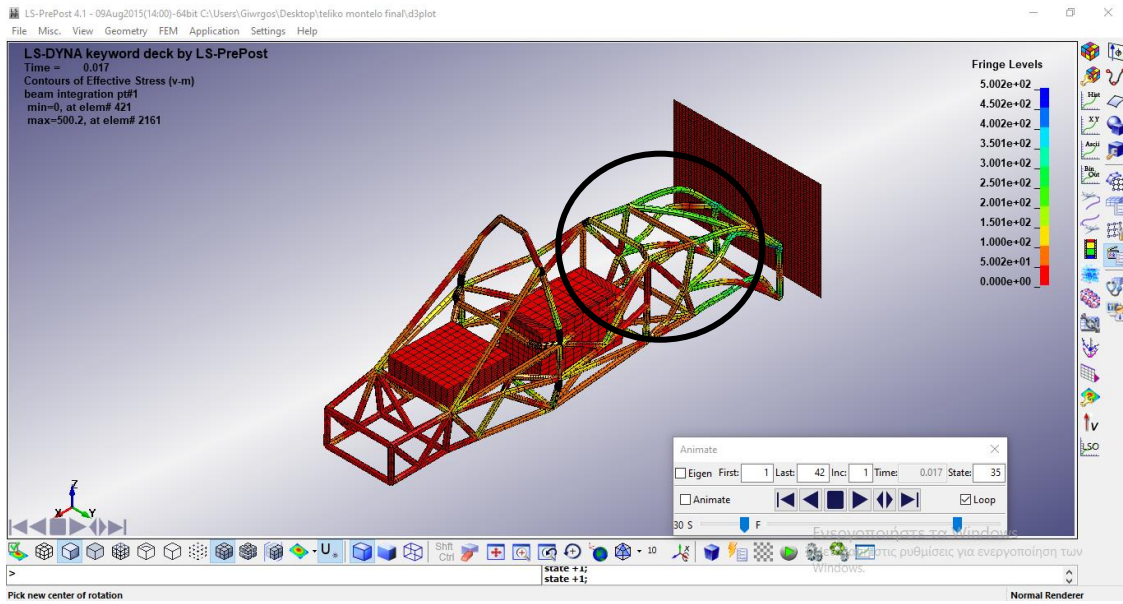
Εικόνα 23: $t=0.0085$ s, Von Mises= $5.177e+02$ MPa



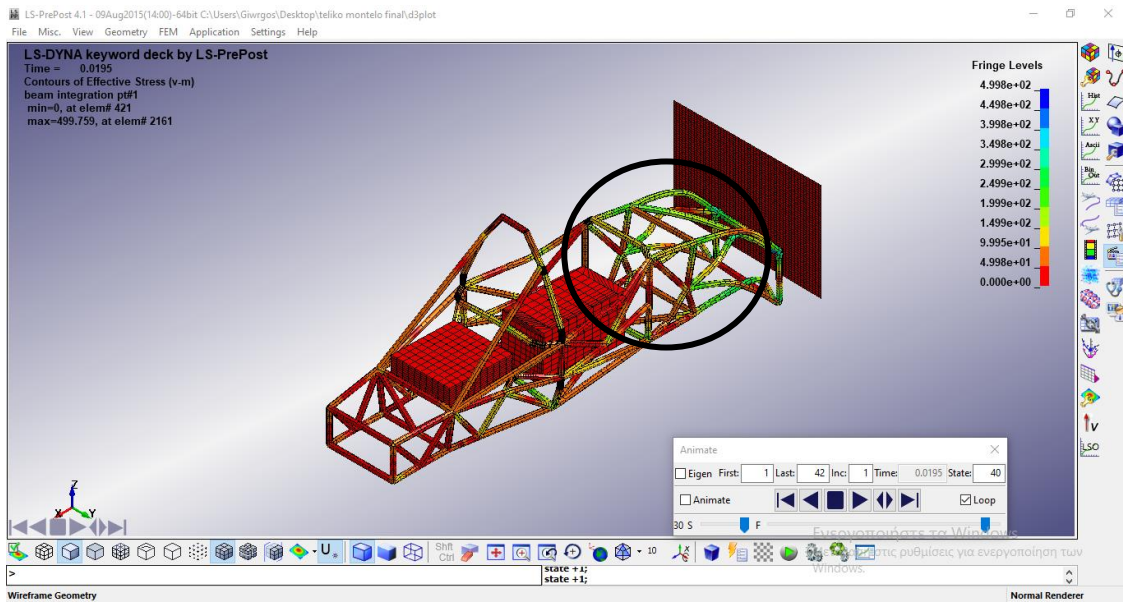
Εικόνα 24: $t=0.011$ s, Von Mises= $4.790e+02$ MPa



Εικόνα 25: $t=0.0145$ s, Von Mises= $4.624e+02$ MPa



Εικόνα 26: $t=0.017$ s, Von Mises= $5.002e+02$ MPa



Εικόνα 27: $t=0.0195$ s, Von Mises= $4.998e+02$ MPa