

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ  
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (ΠΑΤΡΑ)

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΚΑΙ Η  
ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΣΤΗΝ ΛΗΨΗ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ  
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ  
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΤΟΥ  
ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ**



**ΦΙΛΙΠΠΟΠΟΥΛΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ**

**ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΥ ΧΡΥΣΑΝΘΗ**

2019

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η Στατιστική πρόκειται για τον κλάδο των εφαρμοσμένων μαθηματικών και αναλαμβάνει να επιφέρει έγκυρα συμπεράσματα χρησιμοποιώντας εμπειρικά δεδομένα παρατήρησης ή πειράματος. Πρωταρχικό μέλημα της έρευνας είναι η συγκέντρωση, ταξινόμηση, επεξεργασία, παρουσίαση, ανάλυση και ερμηνεία των δεδομένων με στόχο να φτάσουμε σε νέα έγκυρα συμπεράσματα ή στη λήψη ορθών αποφάσεων. Η εφαρμογές της επιστήμης αυτής, καλύπτει πολλά διαφορετικά πεδία όπως τις θετικές και κοινωνικές επιστήμες, τη διοίκηση, τις επιχειρήσεις και πολλές ακόμη.

Ο έλεγχος υποθέσεων στη στατιστική είναι μια μέθοδος η οποία εφαρμόζεται σε περιπτώσεις που χρειάζεται να προσδιοριστεί αν πρέπει ή όχι να απορρίψουμε την μηδενική (βασική) υπόθεση. Για να γίνει αυτό ορίζεται μια μηδενική υπόθεση και μια εναλλακτική υπόθεση την οποία ο στατιστικός εξετάζει και θέλει να αποδείξει. Η στατιστική ανάλυση γίνεται με τυχαίο δείγμα, καθώς είναι σχεδόν ακατόρθωτο να ερευνηθεί ολόκληρος ο πληθυσμός.

Η διαδικασία του ελέγχου υποθέσεων είναι η παρακάτω:

Αρχικά πρέπει να κατασκευαστεί μια συνάρτηση (στατιστική συνάρτηση) η οποία ανάλογα αν ισχύει η μηδενική υπόθεση ακολουθεί μια συγκεκριμένη γνωστή κατανομή. Ενώ αντίθετα αν ισχύει η εναλλακτική τότε οι τιμές που λαμβάνει είναι ακραίες (πολύ μεγάλες ή πολύ μικρές).

Εφόσον γίνει ο έλεγχος και διαπιστωθεί πως με βάση το δείγμα που επιλέχθηκε η στατιστική συνάρτηση λάβει μια 'ακραία' τιμή, και εφόσον έχει γίνει αναμφίβολο πως δεν υπάρχει πιθανότητα σφάλματος στην επιλογή, τότε η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πριν συνεχίσω στο κύριο μέρος της πτυχιακής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω την επόπτρια μου κα. Χρυσάνθη Παπαθανασοπούλου, για την ανάθεση του θέματος αλλά και για την εμπιστοσύνη, την καθοδήγηση και τη συμπαράσταση της.

Καθώς επίσης τους φίλους μου, με τους οποίους περάσαμε μαζί μια γεμάτη και πολύ όμορφη φοιτητική ζωή, όπου πλέον ο καθένας από εμάς χαράζει τη δική του πορεία. Και τέλος τους πιο σημαντικούς ανθρώπους της ζωής μου, την οικογένεια μου. Τους γονείς μου Φίλιππο και Θεοδοσία, και τον αδερφό μου, Διονύση. Δεν έπαψαν ποτέ να με υποστηρίζουν, να με βοηθούν και να με ενθαρρύνουν να πετύχω τους στόχους που έχω θέσει στη ζωή μου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία δημιουργήθηκε με σκοπό την μελέτη των πεδίων της στατιστικής και συγκεκριμένα, της επαγωγικής στατιστικής, τη σημασία της στη λήψη των επιχειρηματικών αποφάσεων, αλλά και την ανάλυση και εφαρμογή της μεθοδολογίας ελέγχου υποθέσεων.

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ιστορία της στατιστικής και μια αναφορά στο ευρύτερο πεδίο της στατιστικής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η διαδικασία λήψης επιχειρηματικών αποφάσεων καθώς επίσης και η συσχέτιση της με τη στατιστική.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η διαδικασία ελέγχου υποθέσεων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η πρακτική εφαρμογή της διαδικασίας ελέγχου υποθέσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο ακολουθούν τα συμπεράσματα σχετικά με την πτυχιακή εργασία.

Τέλος, έπονται η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε καθώς και το παράρτημα με τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στο τέταρτο κεφάλαιο.

## ABSTRACT

This thesis has as purpose the research of the fields of statistics, of business decision making but also in the analysis of the methodology of the case control.

In the first chapter, there is presented the history of the statistics and a general presentation about the statistic field.

In the second chapter, there is presented the procedure of business decision making among with its relation with the statistics field.

In the third chapter, there is presented the procedure of case control.

In the fourth chapter, there is presented an example of the procedure of case control.

In the fifth chapter follows the conclusion about this thesis.

Finally, follows the bibliography and the annex with the data that we used for chapter four.

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	2
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	3
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	4
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ .....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	8
1.1 Η ΕΤΟΙΜΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΛΕΞΗΣ «ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ» .....	8
1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ.....	8
1.3 ΜΕ ΤΙ ΑΣΧΟΛΕΙΤΑΙ Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ.....	12
1.3.1 Η ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ.....	13
1.3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ.....	15
1.3.3 Η ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ .....	19
1.4 Η ΜΠΕΥΪΖΙΑΝΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ .....	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	23
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	23
2.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ.....	24
2.4 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	26
2.5 ΣΤΑΔΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....	28
2.6 ΜΟΡΦΕΣ ΛΗΨΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....	31
2.7 ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΛΗΨΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	38
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	38
3.2 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ .....	38
3.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ .....	40
3.4 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ.....	41
3.5 ΕΙΔΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ .....	42
3.6 Η ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ .....	45
3.7 ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΕΝΑ ΠΛΥΘΗΣΜΟ.....	45
3.9 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΕΝΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ .....	46
3.9.1 ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ.....	48
3.9.2 ΠΑΡΑΤΗΡΟΥΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ - Η ΤΙΜΗ-PVALUE .	50
3.10 ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ.....	53
3.11 ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ .....	54

3.12 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΕΝΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΜΕ ΑΓΝΩΣΤΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ.....	56
3.12.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑ.....	57
3.12.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΑ $p$ .....	59
3.13 ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΔΥΟ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥΣ .....	61
3.13.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ.....	61
3.14 Ο ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ.....	63
3.15 ΕΥΡΥΤΕΡΟ ΠΕΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ .....	64
3.16 Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ.....	65
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	66
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	66
4.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ SPSS.....	66
4.3 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....	71
4.4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΕΝΑΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ .....	73
4.5 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΔΥΟ ΠΛΥΘΗΣΜΟΥΣ .....	76
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	80
ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	80
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	81
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	82
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....	83

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## 1.1 Η ΕΤΟΙΜΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΛΕΞΗΣ «ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ»

Η λέξη *στατιστική* έχει προέλευση από την αρχαία ελληνική γλώσσα και ετυμολογείται από το αρχαίο ρήμα *ίστημι* και εξ αυτού παραγώγου ρήματος *στατίζω* που σημαίνει τοποθετώ, ταξινομώ, συμπεραίνω. Πιο συγκεκριμένα ένας αντιπροσωπευτικός ορισμός για τη λέξη είναι «Η μεθοδική συλλογή ανάλυση και ερμηνεία αριθμητικών δεδομένων που αναφέρονται σε ένα σύνολο φαινομένων ή συμβάντων, καθώς και η εξαγωγή συμπερασμάτων από τη μεταξύ τους σχέση».<sup>1</sup>

Τον όρο στατιστική αναφέρει ο Σωκράτης (Ξενοφώντας “Απομνημονεύματα”) καθώς επίσης και ο Αριστοτέλης στο έργο του “Πολιτεία” από το απ’ όπου και εισήλθε στη λατινική γλώσσα στη φράση *statisticum collegium* (διάλεξη για υποθέσεις της πολιτείας), στη συνέχεια προήρθε η Ιταλική λέξη *statista*, που σημαίνει πολιτικός, και η Γερμανική *Statistik*. Αργότερα στις αρχές του δέκατου όγδοου αιώνα, απέκτησε τη σύγχρονη έννοια της συλλογής και ανάλυσης δεδομένων.

## 1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Η στατιστική μπορεί να φαντάζει μια σύγχρονη επιστήμη, στην πραγματικότητα όμως είναι ριζωμένη στους αρχαίους χρόνους και μάλιστα σε πολιτισμούς όλων των ηπείρων. Στο παρόν κεφάλαιο θα ανατρέξουμε σε μια ιστορική αναδρομή της στατιστικής ανακαλύπτοντας έτσι ενδιαφέροντα δεδομένα και λεπτομερείς για την εξέλιξη της από την αρχαιότητα έως σήμερα.

Το 450 π.Χ. ο Ιππίας ο Ηλείος, ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε την *Μέση Τιμή*. Καθώς γνώριζε πόσοι βασιλείς είχαν προηγηθεί μέχρι την εποχή του υπολογίζοντας το μέσο χρόνο της διάρκειας της βασιλείας επίσης προσδιόρισε την ημερομηνία των πρώτων ολυμπιακών αγώνων περίπου 300 χρόνια πριν.

---

<sup>1</sup> <https://el.wikipedia.org>



Το 431 π.Χ. οι επιτιθέμενοι στις Πλαταίες κατά τον πελοποννησιακό Πόλεμο, κατάφεραν να υπολογίσουν το ύψος των τειχών μετρώντας τον αριθμό των σειρών από τούβλα. Η μέτρηση αυτή επαναλαμβανόταν από πολλούς στρατιώτες και η πλέον *συχνή τιμή (mode)* λαμβανόταν ως η πιο πιθανή. Στη συνέχεια πολλαπλασίαζαν την τιμή αυτή με το ύψος του τούβλου και με αυτό τον τρόπο υπολόγιζαν το μήκος της σκάλας που θα χρειαζόνταν ώστε να αναρριχηθούν στα τείχη.

Το πρώτο παράδειγμα δειγματοληψίας που έχει καταγραφεί ποτέ έγινε στο ινδικό έπος Mahabharata από τον βασιλιά Riturarna το έτος 400 π.Χ. ο οποίος συμπέρανε ότι το δέντρο vibhikata όπου ευδοκίμει στην ΝΑ Ασία, παράγει 2.095 φρούτα και 50.000.000 φύλλα. Οι εκτιμήσεις του ήταν πολύ κοντά στις πραγματικές τιμές, και αυτό το εντυπωσιακό αποτέλεσμα το κατάφερε με τον εξής τρόπο. Καταμέτρησε τα φρούτα και τα φύλλα από ένα κλαδί και στη συνέχεια πολλαπλασίασε με τον αριθμό των κλαδιών.

Η πρώτη απογραφή πληθυσμού για την οποία υπάρχουν δεδομένα και θεωρείται ακριβής από τους ειδικούς είναι αυτή που έγινε στην Κίνα τις περιόδους 206 π.Χ. – 9 μ.Χ. και 25-220 μ.Χ. Η κινεζική αυτή απογραφή συνέβη κατά τη διάρκεια της Δυναστείας του Han (όπου κατασκευαζόταν το σινικό τείχος) βρίσκει πληθυσμό 57.670.000 κατοίκους σε 12.360.000 νοικοκυριά.

Το έτος 840 Ο μαθηματικός Al – Kindi, Πέρσης φιλόσοφος, ιατρός και μουσικός γνωστός και ως “φιλόσοφος των Αράβων”, από το Ιράκ, χρησιμοποίησε την ανάλυση συχνοτήτων για να ‘σπάσει’ μυστικούς κώδικες. Για παράδειγμα τα πλέον γνωστά σύμβολα σε ένα κωδικοποιημένο μήνυμα αντιπροσωπεύουν τα πλέον γνωστά γράμματα. Επιπλέον εισήγαγε στην Ευρώπη τους αριθμούς (ψηφία) δηλαδή τους (σημερινούς) αραβικούς.

Στο Λονδίνο του 1282 ξεκινάει “Η δοκιμή του Pyx” ( Trial of the Pyx) (Από το ελληνικό πυξίδα-πύξος). Ο ετήσιος έλεγχος της καθαρότητας των νομισμάτων που παράγονται από το Βασιλικό Νομισματοκοπείο της Αγγλίας. Γίνεται τυχαία επιλογή των νομισμάτων με σταθερές προκαθορισμένες αναλογίες ως προς τον αριθμό νομισμάτων που κόπτονται. Ο έλεγχος συνεχίζεται έως και σήμερα.

Ο Δανός αστρονόμος Tycho Brache, γνωστός για τις ακριβείς και λεπτομερείς πλανητικές παρατηρήσεις του τον δέκατο πέμπτο αιώνα, χρησιμοποίησε τον

αριθμητικό μέσο για την μείωση σφαλμάτων στις εκτιμήσεις όπου έκανε για τις θέσεις των αστερών και των πλανητών.

1728, Ο Γάλλος συγγραφέας και φιλόσοφος Βολταίρος, και ο φίλος του De La Condamine μαθηματικός αντιλήφθηκαν ότι μια λαχειοφόρος με ομόλογα στο Παρίσι αποδίδει, με διάφορα βραβεία και jackpots, περισσότερα κέρδη από το συνολικό κόστος των δελτίων. Επενδύουν στην αγορά, αγόρασαν δελτία και με απλά μαθηματικά (νόμιμα) τεχνάσματα κερδίζουν μια περιουσία. (How Voltaire made a fortune rigging the lottery in Today I found out, London Business School.)

Τον ίδιο αιώνα γύρω στο έτος 1749 ‘κατασκευάζεται’ η λέξη στατιστική (statistics – statistik) από τον Γερμανό φιλόσοφο, οικονομολόγο, νομικό και στατιστικό Gottfried Achenwall. Η έννοια της λέξης περιοριζόταν στις πληροφορίες που χρειάζεται για να λειτουργεί ένα κράτος (state). Αργότερα στο χρόνο επεκτάθηκε για να συμπεριλαμβάνει την ανάλυση και την ερμηνεία της επιστήμης της στατιστικής.

Το 1858, Η νοσοκόμα και στατιστικός Florence Nightingale δημοσίευσε στοιχεία και στατιστικά για θέματα που επηρεάζουν την υγεία των στρατιωτών, των ατυχημάτων (θάνατοι κλπ.) στον Πόλεμο της Κριμαίας για να επηρεάσει την κοινή γνώμη και τον Υπουργό για τον πόλεμο. Το έργο της περιείχε ένα έγχρωμο στατιστικό γράφημα με τίτλο "Διάγραμμα των αιτιών θνησιμότητας στον στρατό της ανατολής", το οποίο και έδειχνε τα ατυχήματα ανά μήνα με ένα κυκλικό διάγραμμα που επινόησε το ‘τριαντάφυλλο της Nightingale’, προκάτοχο του *pie chart*. Η Nightingale έγινε η πρώτη γυναίκα μέλος της RSS και το πρώτο μέλος από το εξωτερικό της ASA.

Ο William Sealy Gosset, ήταν χημικός και επικεφαλής ζυθοποιός της Guinness στο Δουβλίνο, το 1908 παρουσιάζει τον έλεγχο  $t$  ( $t$ -test) στο Biometrika του Karl Pearson. Εκεί χρησιμοποιεί πολλά και μικρά δείγματα για να εξασφαλίσει ότι κάθε παραγωγή ζύθου έχει εξίσου καλή ποιότητα και γεύση.

Κατά τη διάρκεια του Β’ παγκοσμίου πολέμου, Ο Alan Turing στο Πάρκο Bletchley, έξω από το Λονδίνο, σπάει τον Γερμανικό πολεμικό κώδικα κρυπτογράφησης “Enigma”. Το έργο του αρχικά έμοιαζε ακατόρθωτο διότι η συσκευή κωδικοποίησης ήταν εξαιρετικά «ευφυής» και πολύπλοκη. Ο Turing ωστόσο τα κατάφερε να κάνει την αποκρυπτογράφηση χρησιμοποιώντας προχωρημένη Μπεϋζιανή πιθανότητα/Μπεϋζιανή στατιστική η οποία επιτρέπει την συλλογιστική με υποθέσεις

όπου η αλήθεια ή η αναλήθεια των οποίων είναι αβέβαιη και τον Colossus τον πρώτο προγραμματιζόμενο ηλεκτρονικό υπολογιστή

Την δεκαετία του 50'Οι Richard Doll, Ernst Wynder και Bradford Hill βραβεύτηκαν καθώς ήταν οι πρώτοι που απέδειξαν πως υπάρχει σχέση μεταξύ καπνίσματος καρκίνου των πνευμόνων και καρδιακών προβλημάτων. Το 1954 θεμελιώνουν τη σχέση με άρθρο τους πέντε σελίδων στο BMJ, κατανοητό από όλους. Το ερωτηματολόγιο τους εστάλη σε 53000 γιατρούς. Παρά την οξύτατη και θυελλώδη αντίδραση, η σχέση γίνεται τελικά αποδεκτή οδηγώντας σε ένα τεράστιο όφελος για τη δημόσια υγεία. Ο Hill ήταν κορυφαίος βιοστατιστικός και ο Doll διάσημος ιατρός της Οξφόρδης και του MRC. Ο Ronald A. Fisher, κορυφαίος Βρετανός στατιστικολόγος αλλά και μέγας καπνιστής, δεν πείστηκε με την έρευνα.

Βλέποντας την εξέλιξη της στατιστικής με το πέρασμα των αιώνων, καταλαβαίνουμε ότι τα συμπεράσματα της δεν είναι μόνο εντυπωσιακά αλλά και ωφέλημα σε όλους τους τομείς για την ανθρωπότητα. Φτάνοντας πλέον στη σημερινή εποχή, ο Nate Silver, στατιστικός και επικοινωνιολόγος, προβλέπει επιτυχώς τα αποτελέσματα των προεδρικών εκλογών σε όλες τις 50 πολιτείες της Αμερικής. Όπως επίσης, ο Επιταχυντής Hardon του CERN επιβεβαιώνει την ύπαρξη του σωματιδίου του Higgs με πέντε τυπικές αποκλίσεις – περίπου με πιθανότητα μια στα 3.5 εκατομμύρια το τι βλέπουν να είναι σύμπτωση.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> <https://opencourses.auth.gr/modules/document/file.php>

### 1.3 ΜΕ ΤΙ ΑΣΧΟΛΕΙΤΑΙ Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Για να περιγράψουμε με έναν πολύ απλό τρόπο τι είναι η στατιστική θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι “Η αναζήτηση πληροφοριών μέσα σε δεδομένα”<sup>3</sup>. Αφού όμως η στατιστική είναι τόσο απλή γιατί διδάσκεται στα πανεπιστήμια και γιατί υπάρχουν τόσα πολλά βιβλία γι’ αυτή; Η απάντηση είναι ότι υπάρχουν πολλά διαφορετικά είδη πληροφοριών και δεδομένων στα οποία μπορούν να εφαρμοστούν οι μέθοδοι της. Σήμερα η στατιστική ανήκει στον κλάδο των εφαρμοσμένων μαθηματικών και απασχολούμενοι της ονομάζονται Στατιστικολόγοι ή Στατιστικοί.

Το κύριο αντικείμενο αυτής της πολύ σημαντικής επιστήμης είναι η συλλογή δεδομένων, ο έλεγχος των δεδομένων (καταμέτρηση, ταξινόμηση, η απομάκρυνση μη εγκύρων πληροφοριών), η παρουσίαση δεδομένων μέσω διαγραμμάτων ή και πινάκων καθώς και η επεξεργασία των δεδομένων με τέτοιο τρόπο ώστε, είτε να οδηγούμαστε σε νέα συμπεράσματα και πληροφορίες είτε στις ορθές λήψεις αποφάσεων.

Στατιστικοί Οργανισμοί έχουν δημιουργηθεί σε κάθε χώρα ώστε να γίνονται εκεί οι στατιστικές έρευνες. Στην Ελλάδα έχουμε την Εθνική Στατιστική Υπηρεσία ή αλλιώς ΕΣΥΕ. Η ΕΣΥΕ ασχολείται με όλες σχεδόν τις έρευνες που σχετίζονται με τη χώρα, όπως είναι δηλαδή τα πληθυσμιακά δεδομένα (γάμοι, γεννήσεις, θάνατοι), δεδομένα που αφορούν την υγεία, την ανεργία, την παιδεία, την κοινωνική ασφάλεια, και δεδομένα που αφορούν την πολιτική.

Οι εφαρμογές της Στατιστικής επιστήμης έχουν ευρύτερο πεδίο σε πάρα πολλές επιστήμες. Εδώ θα αναφέρουμε ορισμένες από αυτές.

- Διοίκηση
- Οικονομία
- Ιατρική
- Ψυχολογία
- Βιολογία

---

<sup>3</sup>Keller G. (2010). «Στατιστική για Οικονομία και Διοίκηση Επιχειρήσεων». Εκδόσεις Επίκεντρο, Αθήνα

- Φυσική
- Χημεία
- Μετεωρολογία
- Μηχανική
- Αστρονομία
- Ανθρωπολογία
- Γεωλογία
- Πολιτική
- Τεχνολογία
- Γεωργία

Η στατιστική είναι χωρισμένη σε δύο κλάδους. Και οι δύο είναι πολύ σπουδαίοι και μας προσφέρουν σημαντικές δυνατότητες. Αρχικά έχουμε την Περιγραφική Στατιστική όπου ασχολείται κυρίως με την περιγραφή και την παρουσίαση των δεδομένων μιας στατιστικής έρευνας, καθώς και την Επαγωγική στατιστική η οποία είναι αρκετά πιο δύσκολη καθώς μέσα από περιορισμένο αριθμό δειγμάτων κάνει αναλύσεις και έχει ως στόχο την εξαγωγή ασφαλών αποτελεσμάτων.

Στα επόμενα κεφάλαια θα γνωρίσουμε αναλυτικότερα και τους δύο αυτούς τομείς.<sup>4</sup>

### 1.3.1 Η ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Η περιγραφική Στατιστική (descriptive statistics) έχει ως σκοπό την σύντομη και αποδοτική παρουσίαση των στατιστικών δεδομένων, με τρόπο ξεκάθαρο και κατανοητό ακόμα και για απλούς ανθρώπους που δεν έχουν ειδικές γνώσεις του αντικειμένου. Για το σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί οι μέθοδοι οργάνωσης, σύνοψης και παρουσίασης με τις οποίες γίνεται εφικτή η περιγραφή των δεδομένων. Αρχικά γίνεται η συλλογή και η ταξινόμηση κατά ομάδες τα οποία στη συνέχεια

---

<sup>4</sup> <https://opencourses.auth.gr/modules/document/file.php>

παρουσιάζονται με τη μορφή πινάκων ή και άλλων μορφών ώστε να έχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Η πιο συχνή μορφή παρουσίασης που χρησιμοποιεί η περιγραφική στατιστική είναι τα γραφήματα που με τη βοήθεια τους οι στατιστικούς καταφέρνουν να οπτικοποιήσουν τα δεδομένα κάνοντας έτσι πιο εύκολη την ανάγνωση των ωφέλιμων αυτών συμπερασμάτων.

Εξίσου σημαντική τεχνική είναι αυτή του υπολογισμού των αριθμητικών δεικτών οι οποίοι φανερώνουν κάποιες περαιτέρω πληροφορίες για τα δεδομένα που μελετάμε, όπως ο αριθμητικός μέσος και η διάμεσος. Για παράδειγμα με τον τρόπο που υπολογίζεται το μέσο όρο ηλικίας μιας ομάδας, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο υπολογίζεται ο μέσος όρος του μισθού των εργαζομένων μιας εταιρίας.

Το βασικό μειονέκτημα της περιγραφικής στατιστικής είναι ότι η συλλογή και η ανάλυση των δεδομένων παίζει καθοριστικό ρόλο για την σωστή εξαγωγή των αποτελεσμάτων, διότι, αν υπάρξει οποιοδήποτε λάθος ή παρερμηνεία σε αυτά τα στάδια αμέσως επηρεάζονται τα τελικά αποτελέσματα της μελέτης και μας οδηγούν σε εσφαλμένα συμπεράσματα.

Παράδειγμα περιγραφικής στατιστικής.

Ένας νέος φοιτητής του τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας, θεωρεί ότι το μάθημα «Εισαγωγή στη Στατιστική των Επιχειρήσεων» είναι αρκετά δύσκολο και πιστεύει ότι ίσως να μην επιτύχει στις εξετάσεις. Συζητά την ανησυχία του με τον καθηγητή του ο οποίος του δίνει μια ανώνυμη κατάσταση με τις βαθμολογίες των τελικών εξετάσεων του προηγούμενου έτους.

Εφόσον ο φοιτητής έχει αυτά τα χρήσιμα δεδομένα στα χέρια του μπορεί με τις τεχνικές της περιγραφικής στατιστικής να εξάγει σημαντικές πληροφορίες για τα τελικά αποτελέσματα. Το μέσο όρο της βαθμολογίας, τον επικρατέστερο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές όπως επίσης τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο βαθμό.

Το παραπάνω παράδειγμα είναι ένα τυπικό πρόβλημα περιγραφικής στατιστικής.

### 1.3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Πριν προχωρήσουμε στην επεξήγηση της Επαγωγικής στατιστικής σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφέρουμε κάποιες βασικές έννοιες των οποίων οι ερμηνείες είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε έτσι ώστε να μπορούμε να κατανοήσουμε τον τρόπο και τις μεθόδους που χρησιμοποιεί κυρίως η επαγωγική στατιστική για τη λύση των προβλημάτων. Στα προβλήματα αυτά συνήθως εμπεριέχονται τρεις βασικές έννοιες: ο *πληθυσμός*, το *δείγμα*, και η *επαγωγή* τις οποίες και θα αναλύσουμε στη συνέχεια.

Με τον όρο **Πληθυσμός** (Population) ή **Στατιστικός Πληθυσμός** αναφερόμαστε σε οποιοδήποτε σύνολο – ομάδα που επιθυμούμε να μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά τους. Στη γλώσσα της στατιστικής αυτό δε σημαίνει ότι αναφερόμαστε αποκλειστικά σε ένα σύνολο ανθρώπων, αλλά και σε άτομα (έμψυχα - άψυχα), αντικείμενα, φαινόμενα ή και συμπεριφορές. Για παράδειγμα ένα τέτοιο σύνολο θα μπορούσε να είναι οι φοιτητές μιας σχολής, η παραγωγή των προϊόντων ενός εργοστασίου, η ετήσια καταμέτρηση των βροχοπτώσεων μιας περιοχής κ.λπ. Πολλές φορές ο πληθυσμός είναι τόσο μεγάλος που είναι απροσδιόριστος.

Ο πληθυσμός αποτελείται από *στατιστικές μονάδες* (Η κάθε ύπαρξη – οντότητα, το κάθε μέλος του πληθυσμού ξεχωριστά) δηλαδή ο φοιτητής, το προϊόν, η βροχή κ.λπ. Το κάθε περιγραφικό μέτρο του πληθυσμού ονομάζεται *Παράμετρος* (*Parameter*). Για παράδειγμα ο μέσος όρος των φοιτητών είναι μια παράμετρος. Στις εφαρμογές της επαγωγικής στατιστικής η παράμετρος έχει καθοριστική σημασία γιατί συνήθως εκφράζει τη ζητούμενη πληροφορία.

Ένα οποιοδήποτε αλλά απαραίτητως αντιπροσωπευτικό μέρος του πληθυσμού ονομάζεται **δείγμα** ή **στατιστικό δείγμα**. Κάθε περιγραφικό μέτρο του δείγματος ονομάζεται **στατιστικό μέγεθος** (statistic). Τα στατιστικά μεγέθη χρησιμοποιούνται ως βάση για την επαγωγική εκτίμηση των παραμέτρων του πληθυσμού. Πιο συγκεκριμένα, όταν πρόκειται για πληθυσμούς, πολλές φορές η στατιστική έρευνα καθίσταται αδύνατη λόγω της μεγάλης συλλογής των στατιστικών δεδομένων ή σε διαφορετικές περιπτώσεις είναι εφικτή αλλά ιδιαίτερα χρονοβόρα και οικονομικά ασύμφορη. Σε αυτή την περίπτωση ο Στατιστικολόγος δεν κάνει πλήρη απογραφή

των στατιστικών μονάδων ολόκληρου του πληθυσμού, αλλά περιορίζεται στο δείγμα όπου εξ αυτού λαμβανόμενα στατιστικά στοιχεία γενικεύονται για όλο τον στατιστικό πληθυσμό. Η διαδικασία αυτή δηλαδή η συλλογή στατιστικών στοιχείων από στατιστικό δείγμα ονομάζεται δειγματοληψία. Για να προκύψουν σωστά συμπεράσματα θα πρέπει να ισχύουν με ικανοποιητική ακρίβεια για ολόκληρο τον πληθυσμό στον οποίο ανήκει το δείγμα. Συνεπώς βασική προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι η σωστή επιλογή του δείγματος. Για την σωστή επιλογή ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος θα πρέπει να επιλεγεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε στατιστική μονάδα του πληθυσμού να έχει την ίδια δυνατότητα, ή πιθανότητα της επιλογής του δείγματος. Είναι σαφές ότι η επιλογή του δείγματος δεν είναι εύκολη διαδικασία για την ακρίβεια είναι ιδιαίτερα δύσκολη και σοβαρή διαδικασία, όπου το αποτέλεσμα του όποιου παραμικρού λάθους είναι ικανό να καταστρέψει ολόκληρη την έρευνα και να χάσει την αξία της. Σε χειρότερη περίπτωση να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα με απρόβλεπτες εξελίξεις όπου θα πρέπει να ληφθούν αποφάσεις ιδιαίτερα σε θέματα οικονομικής πολιτικής.

Με τον όρο **Στατιστική Επαγωγή** (statistical inference) εννοούμε τη διαδικασία της εκτίμησης ή πρόβλεψης, μιας παραμέτρου του πληθυσμού με βάση τα δεδομένα ενός δείγματος. Όπως είπαμε και παραπάνω επειδή είναι πολύ δύσκολη της σωστής συλλογής του δείγματος από έναν πληθυσμό και τα αποτελέσματα ενός τέτοιου λάθους είναι καθοριστικά για τα αποτελέσματα της στατιστικής έρευνας. Η στατιστική Επαγωγή συνοδεύεται πάντοτε από ένα μέτρο το οποίο μας δηλώνει τον βαθμό ακριβείας των προβλέψεων. Υπάρχουν δύο είδη ακριβείας: η **στάθμη εμπιστοσύνης** (Confidence level) και η **στάθμη σημαντικότητας** (Significance level)

Η στάθμη εμπιστοσύνης είναι το ποσοστό επιβεβαίωσης των προβλέψεων. Εάν η πρόβλεψη για ένα οποιοδήποτε δείγμα ισούται με 95% αυτό σημαίνει ότι η στατιστική μέτρηση πραγματοποιείται σε μεγάλο αριθμό επαναλαμβανόμενων δειγμάτων, επομένως το 95% των εκτιμήσεων θα δώσουν σωστό αποτέλεσμα. Η στάθμη σημαντικότητας μας δείχνει το αντίθετο. Είναι το ποσοστό εκτιμήσεων που θα αποδειχθούν εσφαλμένες. Αυτό σημαίνει ότι αν η στατιστική μέτρηση



πραγματοποιηθεί σε μεγάλο αριθμό δειγμάτων, το 5% των εκτιμήσεων θα αποδειχθούν εσφαλμένες.

Σε αυτό το σημείο θα δώσουμε πιο συνοπτικά τον ορισμό μερικών ακόμα όρων που πρέπει να είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε διότι χρησιμοποιούνται πολύ συχνά και στην επαγωγική αλλά και στην περιγραφική στατιστική.

1. Τιμές (Scores). Είναι οι αριθμοί που χρησιμοποιούμε ώστε να εκφράσουμε τις μετρήσεις μιας μεταβλητής. Για παράδειγμα σε μια έρευνα σχετικά με το βάρος των φοιτητών στο ΑΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας, το βάρος είναι μια μεταβλητή, ενώ το βάρος 67 του φοιτητή Κ.Α. είναι μια τιμή της μεταβλητής.

2. Δειγματοληψία (Sampling). Η επιλογή ενός μικρού αριθμού δείγματος από έναν πληθυσμό.

3. Υποκείμενα (Subjects). Τα αντικείμενων/ατόμων από τα οποία αποτελείται ένα δείγμα.

4. Δεδομένα (Data). Είναι ένας γενικευμένος όρος για όλα τα είδη των επαληθευμένων πληροφοριών για ένα υποκείμενο ή ακόμα και μια ομάδα υποκειμένων. Τα δεδομένα ή αλλιώς τα στατιστικά στοιχεία, συλλέγονται με την παρατήρηση, το πείραμα ή και άλλες μεθόδους. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι έχουν πρωταρχικό ρόλο στην έρευνα διότι είναι η βάση για την στατιστική μελέτη και την εξαγωγή αποτελεσμάτων. Τα δεδομένα χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες αριθμητικά, ποιοτικά και κατηγορικά δεδομένα.

- i. Αριθμητικά δεδομένα. Σε αυτού του τύπου τα δεδομένα οι τιμές τους διατυπώνονται με αριθμούς. Και έχουν σαν αποτέλεσμα πληροφορίες όπως π.χ. το ύψος ενός ατόμου, ο βαθμός σε κάποιο μάθημα κ.λπ..
- ii. Ποιοτικά δεδομένα. Αντίθετα τα ποιοτικά δεδομένα, εκφράζονται με ορισμένη διαβάθμιση. Όπως για παράδειγμα η διαγωγή ενός μαθητή π.χ. (κακή, μέτρια, καλή, πολύ καλή, εξαιρετική). Όπως επίσης η κοινωνική του τάξη (κατώτερη, μέση, ανώτερη).

iii. Κατηγορικά Δεδομένα. Τέλος σε αυτή την κατηγορία απευθύνονται τα δεδομένα που αφορούν την ‘κατηγορία’ των δεδομένων. Δηλαδή η καταγωγή ενός ανθρώπου (π.χ. Ελλάδα, Σουηδία, Βέλγιο). Το φύλο (άρρεν, θήλυ) και πολλές ακόμα.

5. Μέγεθος (Size). Ο συνολικός αριθμός των αντικειμένων/ατόμων από τα οποία αποτελείται ένα δείγμα.

6. Μεταβλητή (Variable) ή μεταβλητό μέγεθος. Το κύριο χαρακτηριστικό της είναι ότι μεταβάλλεται, ε'ξου και η ονομασία της. Είναι ένα χαρακτηριστικό, μια τιμή, μια ιδιότητα ένα φαινόμενο που μπορεί να μετρηθεί και μπορεί να αυξάνεται και μειώνεται.

7. Μέτρηση (Measurement). Ο υπολογισμός του μεγέθους μιας μεταβλητής με βάση την ανάλογη παράμετρο.

8. Εκτίμηση (Estimation). Είναι ο προσεγγιστικός υπολογισμός μιας παραμέτρου ενός πληθυσμού με βάση τον στατιστικό δείκτη ενός δείγματος. Για παράδειγμα, από τον μέσο ενός δείγματος μπορεί να εκτιμηθεί ο μέσος του πληθυσμού. Ο δείκτης του δείγματος ονομάζεται εκτιμητής (Estimator) ενώ η παράμετρος που υπολογίζεται ονομάζεται εκτίμηση (Estimate).

9. Σημειακός εκτιμητής (Point Estimator). Είναι η τιμή ενός στατιστικού μεγέθους ενός δείγματος, που χρησιμοποιείται απευθείας ως προσέγγιση της αντίστοιχης παραμέτρου του πληθυσμού.

10. Ο εκτιμητής Διαστήματος (Interval Estimator). Μας δίνει την τιμή μιας παραμέτρου με τη μορφή ενός διαστήματος τιμών, στο οποίο η παράμετρος αναμένεται να βρίσκεται.

### 1.3.3 Η ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Καθώς προχωράμε στην ανάλυση της μελέτης αυτής, φτάνουμε στο σημείο που θα γνωρίσουμε το κύριο μέρος της δηλαδή την Επαγωγική Στατιστική. Η επαγωγική στατιστική ή αλλιώς στατιστική συμπερασματολογία (Inferential or Sampling or Inductive statistics) μπορούμε να πούμε πως είναι το πιο περίπλοκο κομμάτι της επιστήμης της στατιστικής, διότι δεν ασχολείται απλώς με την παρουσίαση των δεδομένων όπως η περιγραφική στατιστική. Βασισμένη στη θεωρία πιθανοτήτων και τη θεωρία της στατιστικής, η επαγωγική στατιστική ασχολείται με την εξαγωγή συμπερασμάτων στον συνολικό πληθυσμό που γίνεται η μελέτη, τα οποία εξάγονται από ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα του πληθυσμού.<sup>5</sup>

Δηλαδή ο στατιστικός μέσω της επαγωγικής στατιστικής μπορεί να καταλήξει σε αξιόπιστα συμπεράσματα και αποφάσεις μέσω ενός σχετικά μικρού αριθμού ατόμων (δείγμα) που επιλέχθηκε τυχαία που επιλέγεται με τη μέθοδο της απλής τυχαίας δειγματοληψίας από τον πληθυσμό.

Για παράδειγμα αν θέλουμε να μελετήσουμε σε ποια ηλικία τα μωρά μπορούν να πουν την πρώτη τους λέξη, πρέπει να παρατηρήσουμε περισσότερα από ένα μωρό, αλλά όμως, δε μπορούμε να παρατηρήσουμε όλα τα μωρά του κόσμου. Θα επιλέγουμε ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα μωρών και κάνουμε τις παρατηρήσεις μας σε αυτό. Ύστερα, τα συμπεράσματα, στα οποία έχουμε καταλήξει από τη παρατήρηση του δείγματος τα γενικεύουμε σε όλο τον πληθυσμό.

Υπάρχουν δύο κυριότερες μέθοδοι της στατιστικής συμπερασματολογίας, είναι οι ακόλουθες:

1. *Οι στατιστικές εκτιμήσεις.* Με τις στατιστικές εκτιμήσεις μπορούμε να προσδιορίσουμε κατά προσέγγιση τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού από τα ανάλογα χαρακτηριστικά δεδομένα ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος.

---

<sup>5</sup> <http://digilib.teiimt.gr/jspui/bitstream/123456789/2752/1/022008x03x365.pdf>

2. *Ο έλεγχος υποθέσεων.* Με τον έλεγχο των υποθέσεων μπορούμε να ελέγξουμε, με βάση τη γνώση των πληροφοριών από ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα, αν μια υπόθεση δηλαδή μια άποψη ή μια γνώμη που έγινε για ένα χαρακτηριστικό του πληθυσμού, είναι σωστή ή εσφαλμένη. Ο έλεγχος των υποθέσεων γίνεται με στατιστικά κριτήρια (tests) που διακρίνονται σε παραμετρικά και μη παραμετρικά ή απαραμετρικά. Στα επόμενα κεφάλαια θα μελετήσουμε περεταίρω τον έλεγχο υποθέσεων και θα δούμε πως λειτουργεί σε ένα πραγματικό παράδειγμα με τη χρήση του στατιστικού πακέτου SPSS.

#### 1.4 Η ΜΠΕΥΖΙΑΝΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Σύμφωνα με την Μπεϋζιανή προσέγγιση, ένα ενδεχόμενο έχει υποκειμενική πιθανότητα να συμβεί  $m/n$  αν το άτομο που την προσδιορίζει είναι αδιάφορο στην επιλογή να στοιχηματίσει σ' αυτό το ενδεχόμενο ή να στοιχηματίσει με τους ίδιους όρους σε ένα παιχνίδι για την επιλογή μιας κόκκινης κάρτας από μια τράπουλα με κάρτες στην οποία το ποσοστό των κόκκινων καρτών είναι  $m/n$ .<sup>6</sup>

Όποιος έχει ασχοληθεί τόσο με την κλασική, όσο και με την μπεϋζιανή στατιστική αναρωτιέται πολλές φορές ποιες είναι οι διαφορές ανάμεσα στις δύο αυτές θεωρίες. Για να κατανοήσουμε θα πρέπει να δοθεί έμφαση στις διαφορές στις βασικές στατιστικές έννοιες που συναντά κάποιος στα αρχικά στάδια της Στατιστικής, όπως π.χ. στην σημειακή εκτίμηση, στα διαστήματα εμπιστοσύνης από ένα κανονικό πληθυσμό και στον έλεγχο υποθέσεων.

Η Στατιστική που έχει ως βάση της στην έννοια της σχετικής συχνότητας, καθιστά την αρχή της στατιστικής θεωρίας. Αντίθετα, η Μπεϋζιανή Στατιστική προσέγγιση στην συμπερασματολογία έγινε αρκετά δημοφιλής τα τελευταία χρόνια. Αυτό είναι εμφανές από τις επιστημονικές μελέτες και τα επιστημονικά περιοδικά που χρησιμοποιούν τη Μπεϋζιανή προσέγγιση όλο και περισσότερο. Ένας βασικός παράγοντας που έχει προκύψει αυτή η δραστηριότητα είναι, οι εξελίξεις στις υπολογιστικές μεθόδους που έχουν επιτρέψει σε αρκετούς επιστήμονες να

---

<sup>6</sup> <http://www2.stat-athens.aueb.gr/~jpan/statistiki-skepsi-II/chapter24.pdf>

χρησιμοποιήσουν Μπεϋζιανές μεθόδους στην ανάλυση δεδομένων. Τα βιβλία των Gelman et al. (1995) και Carlin και Louis (1996) δίνουν πολλά παραδείγματα εφαρμογών των Μπεϋζιανών μεθόδων και περιγράφουν τα θέματα που σχετίζονται με τα υπολογιστικά προβλήματα με λεπτομέρειες. Παρά την αυξανόμενη χρήση των Μπεϋζιανών μεθόδων, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός επιστημόνων που περιλαμβάνει φοιτητές, προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς, και ερευνητές έξω από την περιοχή της Στατιστικής που δεν γνωρίζουν ακριβώς τις διαφορές στις βασικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην κλασική Στατιστική και στην Μπεϋζιανή συμπερασματολογία. Στην συνέχεια, γίνεται μία προσπάθεια να επισημανθούν οι διαφορές αυτές στις βασικές στατιστικές έννοιες με χρήση απλών παραδειγμάτων. Η προσέγγιση αυτή παρουσιάζει κάποιους κινδύνους γιατί, όπως θα δούμε, για απλά μοντέλα μιας παραμέτρου, η Μπεϋζιανή προσέγγιση δεν διαφέρει πολύ από την προσέγγιση που στηρίζεται στην έννοια της σχετικής συχνότητας και είναι ενδεχόμενο να κάνει κάποιον να αναρωτηθεί γιατί υπάρχει η παρατηρούμενη αντιπαράθεση. Η χρήση όμως κάποιου περισσότερο πολύπλοκου παραδείγματος είναι ενδεχόμενο να κάνει τον αναγνώστη να εμπλακεί με λεπτομέρειες οι οποίες δεν είναι άμεσα σχετικές με τις ιδέες των δύο προσεγγίσεων.

Τα βασικά χαρακτηριστικά της Μπεϋζιανής προσέγγισης στην στατιστική συμπερασματολογία είναι:

1. Όλες οι άγνωστες ποσότητες αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές, ενώ χρησιμοποιούνται κατανομές πιθανότητας για να περιγράψουν την κατάσταση της γνώσης μας (ή την γνώση μας) για τις άγνωστες αυτές ποσότητες.
2. Η συμπερασματολογία για τις άγνωστες ποσότητες γίνεται με βάση τον κανόνα του Bayes, που επιτρέπει την χρήση πιθανοτήτων δεσμευμένων επί των τιμών που παρατηρήθηκαν.<sup>7</sup>

Η κλασική προσέγγιση εξακολουθεί να είναι κυρίαρχη στα περισσότερα από τα μεταπτυχιακά προγράμματα Στατιστικής και, ίσως, η μοναδική σε αντίστοιχα προπτυχιακά. Είναι ίσως παρόλα αυτά χρήσιμο να προσπαθεί κανείς να παρουσιάζει

---

<sup>7</sup> <http://www2.stat-athens.aueb.gr/~jpan/statistiki-skepsi-II/>

την Μπεϋζιανή προσέγγιση και να εξηγεί τόσο τις ομοιότητες με την κλασσική θεωρία (χρήση των κατανομών παραμετρικών δεδομένων που εξαρτώνται από άγνωστες παραμέτρους) και τις διαφορές από την κλασσική θεωρία (χρήση των κατανομών πιθανοτήτων για τους αγνώστους). Στην σύντομη αυτή παρουσίαση, δεν αντιμετωπίσαμε την προσέγγιση που εφαρμόζουν πολλοί Μπεζαίοι για την εξαγωγή συμπερασμάτων κατ' ευθείαν από την συνάρτηση πιθανοφάνειας (κατανομή των δεδομένων) χωρίς την χρήση είτε της επαναλαμβανόμενης δειγματοληψίας είτε εκ των προτέρων πληροφοριών, ούτε αναφερθήκαμε σε μη παραμετρικές προσεγγίσεις για την ανάλυση δεδομένων. Οι προσεγγίσεις αυτές αναπτύσσονται σε εξειδικευμένα μαθήματα Μπεϋζιανής Στατιστικής.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΛΗΨΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

#### 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Καθώς στην εποχή που βρισκόμαστε βιώνουμε την ταχύτατη ανάπτυξη των νέων τεχνολογιών πληροφορικής και των επικοινωνιών, παρατηρούμε πως αυτές γίνονται σε όλο και μεγαλύτερο βαθμό αναπόσπαστο στοιχείο της επιχειρηματικής αλλά και της προσωπικής μας ζωής δημιουργώντας σημαντικές αλλαγές στον τομέα της ανθρώπινης επικοινωνίας. Οι νέες τεχνολογίες φαίνεται πως διαμορφώνουν συνεχώς την οικονομική και κοινωνική ζωή όπως για παράδειγμα την οργάνωση και στρατηγική των επιχειρήσεων, των χαρακτηριστικών που πρέπει να διαθέτουν τα στελέχη ώστε να μπορούν να διεκπεραιώνουν το ρόλο τους, τους τρόπους επικοινωνίας κ.α., Πλέον, καθώς η κοινωνία της πληροφορίας διαγράφει ανοδική πορεία, η ανάπτυξη της οικονομίας, και η ανταγωνιστικότητα μιας επιχείρησης απαιτούν ταχύτητα, ποιότητα και σωστή διαχείριση των δεδομένων και των πληροφοριών ώστε να επιτευχθούν. Το επιχειρηματικό περιβάλλον μεταβάλλεται συνεχώς και έτσι είναι αναγκαίο για τις επιχειρήσεις να γίνεται η λήψη αποφάσεων αποτελεσματικά έχοντας πάντα υπόψιν την εσωτερική πληροφόρηση της επιχείρησης αλλά και τις εξωτερικές τάσεις και απαιτήσεις της αγοράς. Μέσα από έρευνες που έχουν βγει στη δημοσιότητα φαίνεται το πόσο έχουν αλλάξει τα πράγματα στις επιχειρήσεις. Αυτό αφορά τους τομείς της οργάνωσης και λειτουργίας τους, τον καθορισμό των αρμοδιοτήτων των στελεχών τους, και την εκμετάλλευση των νέων τεχνολογιών. Η αποτελεσματική διοίκηση της ανερχόμενης κοινωνίας της πληροφορίας καθώς και η πολύτιμη πληροφορία που λαμβάνεται μέσω της επαγωγικής στατιστικής φαίνεται να μας παρέχουν πλεονεκτήματα όπως να επιτρέπουν να γνωρίζουμε τους κινδύνους που συνοδεύουν τις επιχειρηματικές αποφάσεις και μας δίνει την δυνατότητα να κατανοήσουμε και να μειώσουμε την διακύμανση στην διαδικασία της ορθής λήψης αποφάσεων για την επιχείρηση.<sup>8</sup>

---

<sup>8</sup> [https://msl.aueb.gr/files/preface\\_bk1.pdf](https://msl.aueb.gr/files/preface_bk1.pdf)

## 2.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

Οι διευθυντές επιχειρήσεων πρέπει να χρησιμοποιούν γρήγορες, αποτελεσματικές και δημιουργικές επεξεργασίες για τη λήψη αποφάσεων και αυτό διότι αυτή αποτελεί μια από τις βασικότερες λειτουργίες σε έναν οργανισμό. Όλες οι αποφάσεις, παρά τις διαφορές οι οποίες μπορεί να προκύπτουν ανάμεσα τους στο περιεχόμενο, έχουν κάποια κοινά στοιχεία. Το πρώτο από αυτά είναι ότι αυτός ο οποίος θα πρέπει να λάβει μια απόφαση βρίσκεται μπροστά σε μια ποικιλία εναλλακτικών επιλογών που σχετίζονται με τις ενέργειες που πρέπει να γίνουν. Το δεύτερο είναι ότι από την ενέργεια που θα επιλεγεί θα προκύψουν ορισμένα αποτελέσματα. Το τρίτο είναι ότι για κάθε αποτέλεσμα υπάρχουν ορισμένες πιθανότητες να εμφανιστεί οι οποίες μπορεί να διαφέρουν αρκετά μεταξύ τους. Ένα αποτέλεσμα μπορεί να έχει πολύ μεγαλύτερες πιθανότητες δηλαδή να εμφανιστεί έναντι ενός άλλου. Τέλος, αυτός ο οποίος έχει κληθεί να πάρει μια απόφαση έχει τη δυνατότητα να ορίζει κατά πόσο ένας συνδυασμός ενέργειας- αποτελέσματος έχει αξία, χρησιμότητα και σπουδαιότητα. Οι μάνατζερ έχουν ως καθήκον να αποφασίζουν την πορεία δράσης μιας επιχείρησης καθώς και να επιλέγουν ποια από τις εναλλακτικές λύσεις είναι αποτελεσματικότερη για την επίτευξη των στόχων. Αυτό γίνεται με το να αποκρίνονται στις απειλές, δηλαδή σε αρνητικά και εν δυνάμει επιβλαβή συμβάντα προς την εταιρία αλλά και στις ευκαιρίες, δηλαδή στους τρόπους βελτίωσης της αποδοτικότητας μιας εταιρίας. Αυτή η διαδικασία ορίζεται ως η λήψη αποφάσεων. Πιο απλά, μπορεί να οριστεί ως λήψη απόφασης η επιλογή μιας λύσης ανάμεσα σε πολλές διαφορετικές. Σαν ορισμός όμως καταλήγει ελλιπής μιας και καλύπτει μόνο ένα από τα στάδια της διαδικασίας της λήψης αποφάσεων, αυτό της επιλογής της εναλλακτικής λύσης. Η διαδικασία δεν περιλαμβάνει μόνο την επιλογή αλλά και την ανάγκη ενός προσώπου να την λάβει καθώς και τον εντοπισμό ενός συνόλου πιθανών λύσεων για το εκάστοτε πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να γίνεται πρώτα αναγνώριση και προσδιορισμός του προβλήματος που προκύπτει, τον προσδιορισμό διαφόρων εναλλακτικών λύσεων και την τελική επιλογή και εφαρμογή της καλύτερης εναλλακτικής. Ως καλύτερος τρόπος αντιμετώπισης ορίζεται ο πιο αποτελεσματικός. Ο αποτελεσματικότερος τρόπος αντιμετώπισης προσδιορίζεται μετά από εκτενή μελέτη και σαφή αντίληψη των λόγων που καθιστούν αναγκαία τη λήψη αποφάσεων.



## 2.3 ΤΥΠΟΙ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Οι αποφάσεις που καλείται να πάρει ένα στέλεχος διοίκησης ποικίλουν, ανάλογα με τις συνθήκες κάτω από τις οποίες εμφανίζονται τα προβλήματα τα οποία αντιμετωπίζονται κάθε φορά και ανάλογα με την ιδιομορφία και τη βαρύτητα που παρουσιάζει κάθε πρόβλημα. Για παράδειγμα η απόφαση για την ίδρυση ενός υποκαταστήματος της επιχείρησης, η απόφαση για την αλλαγή της νομικής της μορφής ή η απόφαση για την εξαγορά μιας άλλης επιχείρησης, εξαιτίας της σπουδαιότητάς τους και της σημασίας για την παραπέρα πορεία της επιχείρησης, απαιτούν περισσή περίσκεψη, προσοχή και βαθιά μελέτη. Αντίθετα η απόφαση για την σύσταση ενός τμήματος σε ανθρώπινο δυναμικό δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία. Γενικά η έλλειψη προηγούμενης πείρας και πληροφοριών για την αντιμετώπιση ενός ζητήματος, καθιστά το στέλεχος περισσότερο προσεκτικό κατά τη διαδικασία της λήψης της σχετικής απόφασης.<sup>9</sup>

Οι περισσότερες αποφάσεις εμπίπτουν σε δύο κατηγορίες:

- α) τις προγραμματισμένες αποφάσεις και
- β) τις μη προγραμματισμένες αποφάσεις.

Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει αποφάσεις που λαμβάνονται επί θεμάτων τα οποία εμφανίζονται συχνά και η αντιμετώπισή τους στηρίζεται σε διαδικασίες και κανόνες γνωστούς και συγκεκριμένους ή και στη συνήθεια που δημιουργεί στο στέλεχος η διαρκής και ομοιόμορφη επανάληψη. Οι κανόνες πολιτικής που καθιερώνει κάθε επιχείρηση λειτουργούν σαν οδηγοί και διευκολύνουν τα στελέχη στη λήψη αποφάσεων αυτής της κατηγορίας. Θέματα που αφορούν την καθημερινή ρουτίνα αντιμετωπίζονται με ευκολία και ταχύτητα που βασίζεται στην εμπειρική γνώση από το στέλεχος που λαμβάνει αποφάσεις.

Από μια άποψη, η λήψη αποφάσεων βάσει εγχειριδίου περιορίζει την πρωτοβουλία του στελέχους. Ακολουθώντας προδιαγραμμένα πλαίσια σημαίνει μετατόπιση της αρμοδιότητας για τη λήψη αποφάσεων στον οργανισμό, ο οποίος καθιέρωσε τα πλαίσια αυτά. Από την άλλη όμως απαλλάσσεται το στέλεχος από την ανάγκη για

---

<sup>9</sup> <http://digilib.teiimt.gr/jspui/bitstream/123456789/5231/1/SDO431996.pdf>

αναζήτηση λύσεων για προβλήματα που έχουν ήδη αντιμετωπιστεί κατά το παρελθόν. Για παράδειγμα η απόφαση για τη χορήγηση πίστωσης από έναν πωλητή σε κάποιον παλιό πελάτη δεν είναι δύσκολη απόφαση εφόσον καθορίζεται τέτοιου είδους απόφαση από την πάγια πολιτική της εταιρείας όσον αφορά τους παλαιούς και άρα δοκιμασμένους πελάτες.

Η λήψη προγραμματισμένων αποφάσεων είναι εύκολη απόφαση για τα διοικητικά στελέχη. Είναι προτιμότερο για κάποιον να ανατρέξει στους ισχύοντες κανόνες πολιτικής και να βρει τη λύση έτοιμη για το πρόβλημα που αντιμετωπίζει, παρά να σκεφθεί και να καταλήξει ο ίδιος σε μια νέα αυτοσχέδια λύση.

Η δεύτερη κατηγορία των μη προγραμματισμένων αποφάσεων αφορούν την αντιμετώπιση μοναδικών προβλημάτων, τόσο ώστε η εμφάνισή τους είναι αραιή και να μη δικαιολογεί τη διατύπωση σταθερής διαδικασίας για την επίλυσή τους. Η αντιμετώπιση πολύπλοκων και εξαιρετικής για την επιχείρηση σημασίας προβλημάτων, απαιτεί τη λήψη μη προγραμματισμένων αποφάσεων. Τέτοια προβλήματα είναι η επέκταση της επιχείρησης, η είσοδος της σε νέες αγορές, μια εξαγορά ή μια συγχώνευση, απαιτούν αποφάσεις μη προγραμματισμένες. Η λήψη τέτοιων ή παρεμφερών αποφάσεων προϋποθέτει γνώσεις, ευφυΐα, πείρα, πρωτοβουλία, υπευθυνότητα, ταχύτητα και οξυδέρκεια.

#### 2.4 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Υπάρχουν διάφορες συνθήκες κάτω από τις οποίες οι αποφάσεις λαμβάνουν χώρα. Τις συνθήκες αυτές άλλοτε τις γνωρίζουν τα στελέχη και άλλοτε όχι. Όταν οι αποφάσεις βασίζονται σε προφανείς υπολογισμούς, λαμβάνονται εύκολα από το στέλεχος. Ωστόσο υπάρχει και μια άλλη διάσταση η οποία απεικονίζει το βαθμό που το στέλεχος γνωρίζει τις εξωτερικές συνθήκες κατά τη στιγμή λήψης της απόφασης. Η γνώση του περιβάλλοντος μεταβάλλεται από την κατάσταση βεβαιότητας στην κατάσταση αβεβαιότητας. Η ενδιάμεση κατάσταση είναι το σημείο αρχής του κινδύνου το οποίο προσδιορίζεται με κάποια πιθανότητα.

Άρα μπορούμε να διακρίνουμε τρία είδη συνθηκών ή περιβάλλοντος μέσα στα οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις. Αυτές είναι οι συνθήκες βεβαιότητας, οι συνθήκες κινδύνου και οι συνθήκες αβεβαιότητας.

#### A. Αποφάσεις σε συνθήκες βεβαιότητας

Μια απόφαση θεωρείται ότι παίρνεται κάτω από συνθήκες βεβαιότητας, όταν το στέλεχος που αποφασίζει, βάσει των πληροφοριών που διαθέτει, γνωρίζει με βεβαιότητα όλους τους υπάρχοντες εναλλακτικούς τρόπους ενέργειας καθώς και το αποτέλεσμα στο οποίο θα οδηγήσει καθένας από αυτούς τους τρόπους. Στην περίπτωση αυτή η πιθανότητα για να είναι η απόφαση κακή είναι χαμηλή.

Εντούτοις πρέπει να σημειωθεί ότι εκ πρώτης όψεως φαίνεται ότι επικρατούν συνθήκες βεβαιότητας, όμως αυτή δεν μπορεί να είναι απόλυτη. Η πολυπλοκότητα των επιχειρηματικών σχέσεων και η μεταβλητότητα των οικονομικών και κοινωνικών συνθηκών, καθιστούν δύσκολη την απόλυτη βεβαιότητα.

#### B. Αποφάσεις σε συνθήκες κινδύνου

Η λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων κάτω από συνθήκες βεβαιότητας αποτελεί την εξαίρεση μόνο παρά τον κανόνα. Οι προβλέψεις που μπορούν να γίνουν όσον αφορά τα αποτελέσματα των αποφάσεων στηρίζονται συνήθως σε μειωμένο ποσοστό βεβαιότητας. Κάποιες φορές, ο λήπτης της απόφασης είναι σε θέση να προσδιορίσει την πιθανότητα να εμφανισθεί το α ή β αποτέλεσμα σε μια απόφασή του, παρά το γεγονός ότι δεν είναι σίγουρος για το ποιο από αυτά τελικά θα εμφανισθεί.

Σε παρόμοιες περιπτώσεις έχουμε λήψη απόφασης σε συνθήκες κινδύνου. Σε αυτές τις συνθήκες, τα στελέχη είναι σε θέση να υπολογίσουν με ικανοποιητική προσέγγιση το πιθανό αποτέλεσμα σε κάθε μια εναλλακτική λύση που υπάρχει στη διάθεσή τους. Η πιθανότητα επιτυχίας για κάθε εναλλακτική λύση είναι μια υποκειμενική εκτίμηση που κάνει ο λήπτης της απόφασης και η οποία βασίζεται σε ιστορικά δεδομένα, στην πείρα του και σε τρέχουσες δραστηριότητες.

## Γ. Αποφάσεις σε συνθήκες αβεβαιότητας

Με βάση τα σύγχρονα κοινωνικά και οικονομικά δεδομένα η πλειοψηφία των επιχειρηματικών αποφάσεων λαμβάνεται κάτω από αυτές τις συνθήκες. Τα στελέχη σε αυτές τις περιπτώσεις δεν είναι σε θέση να γνωρίζουν επαρκώς ούτε τις υποψήφιες εναλλακτικές λύσεις, ούτε τους κινδύνους που συνεπάγεται και τις συνέπειες που ενδέχεται να έχει η υιοθέτηση κάθε μιας από αυτές. Η πολλαπλή τούτη αβεβαιότητα είναι αποτέλεσμα της πολυπλοκότητας των σύγχρονων οικονομικών οργανισμών και των δραστηριοτήτων που αναπτύσσουν και επιπλέον της μεταβλητότητας του επιχειρηματικού περιβάλλοντος.

### 2.5 ΣΤΑΔΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Οι οικονομικοί οργανισμοί στο σύνολό τους λαμβάνουν αποφάσεις σε καθημερινή βάση. Όλα τα στελέχη παίρνουν αποφάσεις απλές ή πολύπλοκες. Τα ακολουθούμενα βήματα για τη λήψη μιας απόφασης είναι τα εξής:

1. Προσδιορισμός του προβλήματος,
2. ανάπτυξη όλων των εναλλακτικών λύσεων,
3. αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων,
4. επιλογή της καλύτερης λύσης,
5. εφαρμογή της λύσης και 6. αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της απόφασης.

#### 1. Προσδιορισμός του προβλήματος

Το πρώτο στάδιο στη λήψη μιας απόφασης είναι ο προσδιορισμός του προβλήματος στην αντιμετώπιση του οποίου αποβλέπει η απόφαση. Τώρα πρόβλημα αποτελεί κάθε διαπίστωση ότι κάτι μέσα στην επιχείρηση δεν πηγαίνει καλά και πρέπει να διορθωθεί, ή κάτι πηγαίνει καλά αλλά υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης έτσι ώστε να πάει καλύτερα. Ακόμη πρόβλημα δημιουργεί η θέσπιση κάποιου νέου στόχου, η παραίτηση από έναν υπάρχοντα στόχο, ή η αναπροσαρμογή ενός στόχου. Με άλλα

λόγια για να κινηθεί η διαδικασία για να παρθεί μια απόφαση, θα πρέπει να υπάρξει κάποιο ερέθισμα που να διεγείρει την πρωτοβουλία στο στέλεχος διοίκησης.

## 2. Ανάπτυξη όλων των εναλλακτικών λύσεων

Εφόσον προσδιορίστηκε το πρόβλημα, το στέλεχος πρέπει να βρει τη λύση. Είναι απαραίτητο όμως να προσδιοριστούν περισσότερες από μια λύση. Το στάδιο αυτό απαιτεί δημιουργικότητα και φαντασία. Όμως κατά την ανάπτυξη των εναλλακτικών λύσεων, τα στελέχη πρέπει να έχουν πάντα υπόψη τους τους στόχους εκείνους που η επιχείρηση επιδιώκει να εκπληρώσει.

Μια τεχνική που εφαρμόζεται συχνά κατά το στάδιο αυτό είναι ο καταιγισμός ιδεών. Μια μικρή ομάδα ατόμων παράγει ένα σημαντικό αριθμό εναλλακτικών λύσεων σε σύντομο χρόνο.

Τα στελέχη, δεν είναι απολύτως ελεύθερα να αναπτύξουν τη δημιουργικότητά τους κατά τη λήψη αποφάσεων, αλλά υπόκεινται σε περιορισμούς. Παραδείγματα τέτοιων περιορισμών είναι οι νομικοί περιορισμοί, οι κανόνες της επικρατούσας ηθικής αντίληψης, οι περιορισμοί που επιτάσσουν οι τεχνολογικές δυνατότητες της επιχείρησης, οι οικονομικές δυνατότητες της εταιρείας και οι περιορισμοί για τις αντιδράσεις διαφόρων κοινωνικών ομάδων.

## 3. Αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων

Στο τρίτο στάδιο της διαδικασίας λήψης απόφασης αξιολογούνται οι λύσεις του προηγούμενου σταδίου. Σε αυτό το στάδιο εξακριβώνεται εάν μια λύση είναι ρεαλιστική, λαμβανομένων υπόψη των απαιτούμενων θυσιών που απαιτούνται για την εφαρμογή της και του βαθμού συμβολής της στην επιτυχία του επιθυμητού σκοπού. Επίσης εξετάζονται οι συνέπειες που μπορεί να προκύψουν κατά την εφαρμογή της κάθε εναλλακτικής λύσης. Στην αξιολόγηση αυτή, το στέλεχος που θα πάρει μια απόφαση καλείται να απαντήσει σε τρεις ερωτήσεις:

α) εάν η εναλλακτική λύση εκπληρώνει τους σκοπούς του οργανισμού,

β) εάν υπάρχουν δυσάρεστες συνέπειες και

γ) εάν η επιχείρηση μπορεί να στηρίξει οικονομικά την υλοποίηση της εναλλακτικής λύσης.

Μια αρνητική απάντηση έστω και σε ένα από τα προηγούμενα ερωτήματα, αυτόματα αποκλείει την εναλλακτική λύση.

#### 4. Επιλογή της καλύτερης λύσης

Η επιλογή της άριστης απόφασης είναι αποτέλεσμα προσεκτικής εξέτασης όλων των γεγονότων, των διαθέσιμων πηγών και της κριτικής ανάλυσης. Μια καλή απόφαση τεκμαίρεται από το γεγονός ότι δύσκολα ακυρώνεται.

Η επιλογή της βέλτιστης λύσης δεν είναι εύκολο να γίνει, διότι ο λήπτης της απόφασης, δεν είναι πάντα σε θέση να γνωρίζει όλες τις διαθέσιμες εναλλακτικές λύσεις, τις συνέπειες από την εφαρμογή της κάθε μιας και την πιθανότητα επιτυχίας τους. Επομένως αντί να ισχυριζόμαστε ότι επιλέγουμε την άριστη λύση, απλώς λέμε ότι επιλέγουμε τη λύση που μας ικανοποιεί, δηλαδή ικανοποιεί τα αποδεκτά πρότυπα.

Μια άλλη προσέγγιση του παρόντος σταδίου είναι η προσπάθεια για αριστοποίηση ορισμένων κρίσιμων παραγόντων. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, το στέλεχος αναζητεί τη λύση εκείνη, η οποία θα προκαλέσει τις περισσότερο ευνοϊκές ή και τις λιγότερο δυσμενείς επιδράσεις.

#### 5. Εφαρμογή της λύσης

Εάν η υλοποίηση της λύσης είναι ανεπιτυχής, τότε η απόφαση θα αποτύχει ανεξάρτητα από το εάν εφαρμόστηκαν σωστά τα προηγούμενα στάδια.

Για να πετύχει όμως η εφαρμογή, πρέπει να γίνει προσεκτικός προγραμματισμός και παράλληλα να ευαισθητοποιηθούν όλα τα άτομα που την υλοποιούν και επηρεάζονται από αυτήν.

Μερικές φορές καλό είναι να γίνει μια πιλοτική εφαρμογή της απόφασης και εφόσον στη συνέχεια διαπιστωθεί ότι λειτουργεί σωστά, τότε μόνο να επεκταθεί και στους υπόλοιπους τομείς.

Δεν πρέπει να παραλειφθεί το γεγονός ότι ακόμη και στις περιπτώσεις που το διοικητικό στέλεχος θα πάρει μια απόφαση ύστερα από εμπειριστατωμένη μελέτη και προσοχή, θα πρέπει να λάβει υπόψη του και την πιθανή εμφάνιση απρόβλεπτων καταστάσεων κατά την εφαρμογή της. Ακόμη και όταν έχουν επισημανθεί και αξιολογηθεί με ακρίβεια και πληρότητα όλες οι εναλλακτικές λύσεις και έχουν εντοπισθεί και σταθμισθεί οι συνέπειες κάθε μιας από αυτές, δεν μπορεί να υπάρξει απόλυτη βεβαιότητα για το αν θα απουσιάσουν πλήρως τα απρόβλεπτα ενδεχόμενα.

#### 6. Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της απόφασης

Το στέλεχος πρέπει να παρακολουθεί την πορεία της υλοποίησης για να είναι βέβαιο ότι τα πράγματα προχωρούν όπως προγραμματίστηκαν. Εάν τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της λύσης αποκλίνουν από τα αναμενόμενα τότε πρέπει να γίνουν όλες οι διορθωτικές ενέργειες.

Αν η λύση που υλοποιείται δεν είναι αποτελεσματική τότε πρέπει να εφαρμοστεί η επόμενη σε προτεραιότητα λύση. Αν ο λήπτης της απόφασης δεν είναι σε θέση να ελέγξει την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης λύσης, τότε οι συνέπειες από την εφαρμογή της θα είναι σοβαρές.

Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της απόφασης με παρακολούθηση και έλεγχο είναι χρήσιμες διαδικασίες ανεξάρτητα από το αν η ανατροφοδότηση των αποτελεσμάτων εφαρμογής είναι θετική ή αρνητική. Όταν είναι θετική, η απόφαση ήταν σωστή. Σε αντίθετη περίπτωση, η υλοποίηση απαιτεί περισσότερο χρόνο και προσπάθεια ή η απόφαση δεν ήταν σωστή και πρέπει να επανεξεταστεί.

### 2.6 ΜΟΡΦΕΣ ΛΗΨΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

1. Η παραδοσιακή (απηρχαιωμένη) μορφή. Αυτός που αποφάσιζε μόνος ή μαζί με άλλους, συνεταιίρους ή μέλη της οικογένειας του, στηριζόταν στις εμπνεύσεις του, στη διαίσθηση, στην τύχη και τον αυτοσχεδιασμό.

2. Μιμητική μορφή. Αυτός ή αυτοί που αποφάσιζαν δεν στήριζαν τις αποφάσεις τους σε δεδομένα, αλλά έπαιρναν μια απόφαση μιμούμενοι κάποιον άλλο που πήρε μια όμοια ή σχετική απόφαση.

3. Μορφή των συστηματικών αποφάσεων. Καταργείται ο αυτοσχεδιασμός, εγκαταλείπεται η μίμηση κι αυτός ή αυτοί που αποφασίζουν προσπαθούν να στηριχθούν σε δεδομένα που τα επεξεργάζονται με τη λογική. Είναι η κλασική θεωρία της ορθολογικής απόφασης. Οι αποφάσεις, δηλαδή, λαμβάνονται ορθολογικά. Ο ορθολογικός σχεδιασμός αποφάσεων προσβλέπει στην άριστη απόφαση, μετά από συστηματική και δομημένη μελέτη της κατάστασης. Στόχος είναι η άριστη εναλλακτική λύση που μειώνει την αβεβαιότητα στο ελάχιστο.

4. Μορφή της επιστημονικής προπαρασκευής και λήψης των αποφάσεων. Τώρα δεν αποφασίζει ένας ή κάποιοι, οποιοδήποτε, αλλά μια ομάδα ανθρώπων, με ειδικές γνώσεις, που εφαρμόζει τις νεότερες επιστημονικές τεχνικές τις σχετικές με τη λήψη των αποφάσεων και χρησιμοποιεί τους υπολογιστές για τη λήψη και την επεξεργασία των στοιχείων, ώστε να προσφέρονται διάφορες εναλλακτικές λύσεις στο κάθε πρόβλημα και να είναι δυνατή η επιλογή της πιο ικανοποιητικής από αυτές.<sup>10</sup>

## 2.7 ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΛΗΨΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι και τεχνικές που χρησιμοποιούνται από τα στελέχη των επιχειρήσεων, προκειμένου να επιλέξουν την καλύτερη από τις εναλλακτικές λύσεις για την επίλυση ενός προβλήματος. Η επιλογή της καλύτερης λύσης αποτελεί το τρίτο στάδιο της διαδικασίας λήψης των αποφάσεων. Είναι το πιο βασικό στάδιο γιατί από εκείνη τη στιγμή ξεκινά ο προγραμματισμός των διαφόρων ενεργειών για την υλοποίηση της απόφασης που έχει παρθεί.

Οι μέθοδοι αυτοί είναι:

Ο γραμμικός προγραμματισμός,

---

<sup>10</sup> Golub A. (2007). «Ορθολογική Λήψη Αποφάσεων – Δεύτερος Τόμος» Εκδόσεις Γκότσης, Αθήνα



Η επιχειρησιακή έρευνα,  
Η μέθοδος των χρονοσειρών,  
Η θεωρία των ουρών αναμονής,  
Η θεωρία των πιθανοτήτων,  
Η θεωρία των παιγνίων,  
Η τεχνική των Δελφών,  
Το δέντρο αποφάσεων,  
Η μέθοδος του νεκρού σημείου,  
Η προσομοίωση,  
Το διάγραμμα Gantt,  
Το διάγραμμα Pert  
Η ανάλυση S.W.O.T. <sup>11</sup>

α. Ο γραμμικός προγραμματισμός

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα από τα σημαντικότερα μοντέλα λήψης αποφάσεων στο χώρο της Διοικητικής Επιστήμης και ίσως από τις σπουδαιότερες επιστημονικές ανακαλύψεις. Το αντικείμενό του είναι η κατανομή περιορισμένων πόρων ανάμεσα σε διάφορες «ανταγωνιστικές» δραστηριότητες κατά τον άριστο δυνατό τρόπο.

β. Η θεωρία των πιθανοτήτων

Η πιθανότητα είναι ένας βαθμός βεβαιότητας που βασίζεται σε διάφορα δεδομένα, στα οποία αντιτίθενται αλλά και πρέπει, τόσο τα πρώτα όσο και τα δεύτερα να λαμβάνονται υπόψη για τον καθορισμό του βαθμού της πιθανότητας.

---

<sup>11</sup> <http://nefeli.lib.teicrete.gr/browse/sdo/log/2011/MamoulakiZoiloanna/attached-document-1305097691-741480-13726/Mamoulaki2011.pdf>

Η θεωρία των πιθανοτήτων στηρίζεται στην αρχή, σύμφωνα με την οποία, αν σε ένα πλήθος πιθανοτήτων  $n$  είναι  $k$  οι επιθυμητές απ' αυτές ο λόγος  $k/n$  δίνει την πιθανότητα των επιθυμητών περιπτώσεων. Επομένως, για κάθε περίπτωση πρέπει να προσδιορίζεται το σύνολο των πιθανοτήτων που μπορεί να προκύψουν. Με τον λογισμό των πιθανοτήτων βρίσκονται οι διάφορες εναλλακτικές λύσεις σ' ένα πρόβλημα και επιλέγεται η πιο ικανοποιητική.

#### γ. Η θεωρία της ουράς ή της αναμονής

Με αυτή τη θεωρία επιλύονται προβλήματα αναμονής, όπως πελατών που περιμένουν να εξυπηρετηθούν, εγγράφων που αναμένουν την ταξινόμησή τους, υλών που πρέπει να αποθηκευτούν κ.λπ. Το πρόβλημα έγκειται στον υπολογισμό της πιθανότητας με την οποία παίρνει ορισμένο μήκος (χρόνο) η αναμονή, σύμφωνα με τα υπάρχοντα δεδομένα.

#### δ. Προσομοίωση

Στην προσομοίωση καταρτίζεται ένα μαθηματικό μοντέλο με στοιχεία που μοιάζουν με την επιχειρησιακή πραγματικότητα και με βάση αυτό ερευνώνται διάφορες εναλλακτικές λύσεις, που αντιστοιχούν σε επιχειρησιακές αποφάσεις κι ανάμεσα σ' αυτές επιλέγεται εκείνη που θεωρείται ως η πιο ικανοποιητική.

#### ε. Η τεχνική των Δελφών

Η τεχνική αυτή είναι μια μέθοδος ομαδικής λήψης αποφάσεων. Τα μέλη, όμως, της ομάδας δεν συναντιούνται πρόσωπο με πρόσωπο όταν πρόκειται να λάβουν αποφάσεις. Η τεχνική των Δελφών ακολουθεί τα παρακάτω στάδια:

Προσδιορίζεται το πρόβλημα και ζητείται από τα μέλη της ομάδας να δώσουν τις πιθανές λύσεις μέσα από μια σειρά καλά σχεδιασμένων ερωτηματολογίων.

Κάθε μέλος συμπληρώνει ανώνυμα το πρώτο ερωτηματολόγιο που έχει σταλεί.

Τα συμπληρωμένα ερωτηματολόγια συλλέγονται σε ένα κεντρικό μέρος, εκεί τα επεξεργάζονται και αναπαράγουν ένα νέο ερωτηματολόγιο με βάση τις απαντήσεις των μελών της ομάδας.

Το νέο ερωτηματολόγιο αποστέλλεται εκ νέου στα ίδια μέλη για να το συμπληρώσουν.

Το τρίτο και τέταρτο στάδιο επαναλαμβάνονται τόσες φορές, όσες χρειάζεται για να υπάρξει ομοφωνία στη λύση του προβλήματος.

Με την τεχνική των Δελφών κάθε μέλος εργάζεται ανεξάρτητα από τα άλλα και έτσι αποφεύγονται οι αλληλεπιδράσεις, αφού δεν απαιτείται η φυσική παρουσία των μελών της ομάδας που συμμετέχουν σ' αυτή τη διαδικασία.

Ο διευθυντής Μάρκετινγκ της Cosmote Αθηνών, πχ. στέλνει ένα ερωτηματολόγιο το οποίο ζητεί από τους Υποδιευθυντές Μάρκετινγκ των υποκαταστημάτων Θεσσαλονίκης, Πάτρας και Ηρακλείου, Λάρισας και Ιωαννίνων να του απαντήσουν ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για την προώθηση στην ελληνική αγορά ενός νέου προϊόντος. Με την τεχνική αυτή αποφεύγονται τα έξοδα και η σπατάλη χρόνου για να συγκεντρωθούν όλοι οι υποδιευθυντές των υποκαταστημάτων της Cosmote στην Αθήνα. Ο διευθυντής μάρκετινγκ της εταιρείας πέτυχε το στόχο του, που είναι η επιλογή του καλύτερου τρόπου για την προώθηση του νέου προϊόντος στην ελληνική αγορά. Βασικό όμως μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι απαιτείται πολύς χρόνος για την συγκέντρωση των τελικών απαντήσεων και χάνει της αξία της σε περίπτωση που πρέπει να ληφθούν γρήγορες αποφάσεις.

στ. Η μέθοδος του Νεκρού Σημείου

Νεκρό ή ουδέτερο ή αδρανές σημείο κύκλου εργασιών (break even point) είναι το ύψος εκείνο των συναλλαγών (κύκλος εργασιών) με το οποίο η επιχείρηση καλύπτει τόσο το σταθερό όσο και το μεταβλητό κόστος και δεν αποκομίζει κέρδη, αλλά ούτε και ζημιά. Με άλλα λόγια η επιχείρηση από το σημείο αυτό ξεκινάει να επιτυγχάνει κέρδη. Η μέθοδος του νεκρού σημείου μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον καθορισμό της τιμής πώλησης με πρόβλεψη κέρδους, και σε διάφορα επίπεδα παραγωγής ή βαθμό απασχόλησης της επιχείρησης.

Οι σύμβουλοι επιχειρήσεων χρησιμοποιούν αυτή τη μέθοδο σε μεγάλη έκταση στις μελέτες σκοπιμότητας (viability studies), προκειμένου να αποδείξουν ότι η προτεινόμενη επένδυση είναι βιώσιμη. Για να μην καταστρατηγείται η μέθοδος του νεκρού σημείου, οι μελετητές θα πρέπει να είναι ιδιαίτερα προσεκτικοί στις προβλέψεις τους τόσο για τις παραγόμενες και πωλούμενες ποσότητες όσο και για το ύψος της τιμής πώλησης των προϊόντων.

Πριν παραχθεί ένα προϊόν έχουν προηγηθεί επενδύσεις σε κτήρια, μηχανολογικό εξοπλισμό, θέρμανση, φωτισμό κ.α. Όλα αυτά αποτελούν το σταθερό κόστος, το οποίο δεν μεταβάλλεται σχεδόν καθόλου με την αυξομείωση του όγκου της παραγωγής. Για να παραχθεί τελικά ένα προϊόν, χρησιμοποιούνται υλικά, εργατικά κ.α. Αυτά αποτελούν το μεταβλητό ή άμεσο κόστος, το οποίο μεταβάλλεται ανάλογα με τις μονάδες προϊόντος που παράγονται. Το άθροισμα του σταθερού και του μεταβλητού κόστους ονομάζεται συνολικό κόστος.

### ζ) S.W.O.T

Για να σχεδιαστεί ένα αποτελεσματικό στρατηγικό πρόγραμμα θα πρέπει τα ανώτερα στελέχη να εναρμονίσουν τους στόχους με τα μέσα που διαθέτει η επιχείρηση. Αυτό θα επιτευχθεί μόνο εάν εντοπισθούν ποια είναι τα δυνατά και ποια είναι τα αδύνατα σημεία της επιχείρησης. Η διάγνωση και εκτίμηση των δυνατών και αδυνάτων σημείων μιας επιχείρησης, καθώς και των ευκαιριών και απειλών που διαφαίνονται κατά των προγραμματισμό, ονομάζεται SWOT ανάλυση. Η μέθοδος αυτή είναι απλή και μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για προσωρινό προγραμματισμό.

Ανάλογα με το επίπεδο και τον τρόπο εφαρμογής της, η ανάλυση SWOT/ΔΑΕΑ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για δύο σκοπούς:

1. Για την ανάλυση της ανταγωνιστικής θέσης μιας οργανωτικής μονάδας της επιχείρησης, ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας.
2. Για τη διάγνωση και αξιολόγηση των δεδομένων μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού γενικότερα.

Όπως συμπεραίνουμε από την παραπάνω εργασία, η αναγκαιότητα του προγραμματισμού αναγνωρίζεται γενικά γιατί χαράζει την πορεία και προσφέρει

πυξίδα προσανατολισμού στην επιχείρηση. Κάθε επιχείρηση πρέπει να έχει στόχους, στρατηγική και πολιτική.

Επίσης, δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η διαδικασία λήψης αποφάσεων αποτελεί την καρδιά του προγραμματισμού. Η λήψη των αποφάσεων συνιστά τη βασική δραστηριότητα για όλα τα διοικητικά στελέχη, όλων των επιπέδων της διοικητικής ιεραρχίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

#### 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο περιλαμβάνεται το τμήμα της παρούσας πτυχιακής εργασίας για τον έλεγχο των υποθέσεων, την δεύτερη μορφή της στατιστικής συμπεραματολογίας. Είναι η διαδικασία που εξετάζουμε αν μια υπόθεση ισχύει ή όχι με τη χρήση της στατιστικής. Επίσης έχει τη μεγαλύτερη δυνατότητα εφαρμογής. Δίνονται ορισμοί και παραδείγματα για την πλήρη κατανόηση του ελέγχου υποθέσεων καθώς επίσης προσδιορίζεται ο τρόπος με τον οποίο διατυπώνονται και ελέγχονται οι στατιστικές υποθέσεις.

#### 3.2 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

Αρχικά, μια στατιστική υπόθεση μπορεί να είναι ένας οποιοσδήποτε ισχυρισμός για μια παράμετρο του πληθυσμού. Για τον έλεγχο των στατιστικών υποθέσεων, χρειαζόμαστε δύο υποθέσεις έτσι ώστε να μελετήσουμε και στη συνέχεια να συμπεράνουμε ποια είναι αληθείς.

Για την καλύτερη κατανόηση των εννοιών του ελέγχου υποθέσεων θα ξεκινήσουμε με την περιγραφή ενός απλού παραδείγματος όπου μάλιστα είναι και το πιο συνηθισμένο.

Όταν κάποιος αντιμετωπίζει κατηγορίες για ένα αδίκημα οδηγείται στο δικαστήριο. Στη δίκη μια επιτροπή ενόρκων συλλέγει στοιχεία και αναπτύσσει επιχειρήματα για να καταλήξει εάν ο κατηγορούμενος είναι αθώος ή ένοχος. Καλείται να αποφασίσει ανάμεσα σε αυτές τις δύο υποθέσεις. Η **μηδενική υπόθεση** (null hypothesis) δηλώνει ότι ο κατηγορούμενος είναι αθώος και η **εναλλακτική ή ερευνητική απόφαση** (research hypothesis) ότι είναι ένοχος.

$H_0$ : — Ο κατηγορούμενος είναι αθώος

$H_1$ :— Ο κατηγορούμενος είναι ένοχος

Η επιτροπή ενόρκων πρέπει να ερευνήσει ποια υπόθεση είναι η αληθινή με βάση τα στοιχεία που τους παρουσιάζονται. Στη γλώσσα της στατιστικής η καταδίκη του κατηγορουμένου ισοδυναμεί με “απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης υπέρ της εναλλακτικής υπόθεσης”. Άρα η επιτροπή των ενόρκων συμπεραίνει ότι υπάρχουν αρκετές ενδείξεις ότι ο κατηγορούμενος είναι ένοχος (δηλαδή υπάρχουν αρκετά στοιχεία που υποστηρίζουν την εναλλακτικής υπόθεσης έναντι της μηδενικής).<sup>12</sup>

Εάν η επιτροπή ενόρκων δηλώσει ότι “δεν υπάρχουν επαρκή αποδεικτικά στοιχεία που να υποστηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση”, βλέπουμε ότι η επιτροπή δεν λέει ότι ο κατηγορούμενος είναι αθώος, αλλά μόνο ότι δεν υπάρχουν αρκετά στοιχεία που να αποδεικνύουν την εναλλακτική υπόθεση. Γι' αυτό και ποτέ δεν λέμε ότι δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.

Στη διαδικασία του ελέγχου υποθέσεων υπάρχουν δύο σημαντικοί τύπους πιθανών σφαλμάτων.

- Το σφάλμα τύπου I συμβαίνει όταν απορρίπτεται μια αληθινή μηδενική υπόθεση.

Η πιθανότητα του σφάλματος τύπου I ονομάζεται **στάθμη σημαντικότητας** (significance level) και συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα  **$\alpha$** .

Συνεπώς στο παράδειγμα μας, το σφάλμα τύπου I συμβαίνει ότι οι ένορκοι καταδικάζουν ένα αθώο άνθρωπο.

- Το σφάλμα τύπου II συμβαίνει όταν δεν απορρίπτεται μια ψευδής μηδενική υπόθεση.

---

<sup>12</sup> Keller G. (2010). «Στατιστική για Οικονομία και Διοίκηση Επιχειρήσεων». Εκδόσεις Επίκεντρο, Αθήνα

Η πιθανότητα του σφάλματος τύπου II συμβολίζεται με το γράμμα  $\beta$ .

Επομένως στο παράδειγμα μας, το σφάλμα τύπου II συμβαίνει όταν ένας ένοχος κατηγορούμενος αθώνεται.

Στο δικαστήριο το σφάλμα τύπου I (καταδίκη ενός αθώου ανθρώπου) είναι σοβαρότερο από το σφάλμα τύπου II (αθώωση ενός ένοχου) για προφανείς λόγους. Γι' αυτό η δικαιοσύνη προσπαθεί να περιορίσει το σφάλμα αυτό, για να ασκηθεί τιμωρία σε κάποιον κατηγορούμενο θα πρέπει να υπάρχουν «αποδείξεις πέραν πάσης λογικής αμφιβολίας». Ο δικαστής Oliver Wendell Holmes, μέλος του Ανώτατου Δικαστηρίου των ΗΠΑ, είχε δηλώσει ότι «είναι προτιμότερο να αθωωθούν 100 ένοχοι παρά να καταδικαστεί ένας αθώος». Επομένως θα πρέπει στο δικαστικό σύστημα να ισχύει:  $\alpha \leq 0,01 * \beta$ .

### 3.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

1. Έχουμε δύο υποθέσεις, η πρώτη ονομάζεται μηδενική υπόθεση και η δεύτερη εναλλακτική ή ερευνητική υπόθεση.

$H_0$ : — η «μηδενική» υπόθεση

$H_1$ : — η «εναλλακτική» ή «ερευνητική» υπόθεση

Η μηδενική υπόθεση ( $H_0$ ) φανερώνει πάντα ότι μια παράμετρος είναι ίση με την τιμή που ορίζεται στην εναλλακτική υπόθεση ( $H_1$ ).

η εναλλακτική υπόθεση ( $H_1$ ) μπορεί να λάβει μία από τις ακόλουθες μορφές:

i.	$H_0: \mu = \mu_0$	$H_1: \mu \neq \mu_0$	(δίπλευρος έλεγχος)
ii.	$H_0: \mu = \mu_0$	$H_1: \mu > \mu_0$	(μονόπλευρος προς επάνω)
iii.	$H_0: \mu = \mu_0$	$H_1: \mu < \mu_0$	(μονόπλευρος προς κάτω)

2. Η διαδικασία ξεκινά λαμβάνοντας υπόψη ότι η μηδενική απόφαση είναι η αληθινή.



3.Ο σκοπός του ελέγχου υποθέσεων, είναι να καθοριστεί αν υπάρχουν επαρκή στοιχεία που να γνωστοποιούν εάν η εναλλακτικής υπόθεσης είναι αληθής.

4.Οι εφαρμόσιμες αποφάσεις είναι δύο:

**Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης:** Όταν το αποτέλεσμα δηλώνει ότι υπάρχουν αρκετές ενδείξεις που να στηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση.

**Μη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης:** Όταν το αποτέλεσμα δηλώνει ότι δεν υπάρχουν αρκετές ενδείξεις που να στηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση.

5. Υπάρχουν δύο τύποι σφαλμάτων.

Τύπος σφάλματος I: Απόρριψη αληθούς μηδενικής απόφασης

Τύπος σφάλματος II : Μη απόρριψη ψευδούς μηδενικής απόφασης

$P$  (Τύπος σφάλματος I) =  $\alpha$

$P$  (Τύπος σφάλματος II) =  $\beta$

### 3.4 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

Η διαδικασία ελέγχου αρχίζει με την παραδοχή ότι η μηδενική υπόθεση είναι αληθής

Ο σκοπός της διαδικασίας είναι να καθορίσει εάν υπάρχουν αρκετές αποδείξεις να καταλάβουμε ότι η εναλλακτική υπόθεση είναι αληθής.

Στη συνέχεια έχουμε τις δύο πιθανές αποφάσεις που μπορούν να ληφθούν:

Από την έρευνα μας συμπεραίνουμε ότι υπάρχουν αρκετά στοιχεία που να υποστηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση (Επίσης πάντοτε αναφέρεται ως: απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης υπέρ της εναλλακτικής υπόθεσης.)

Εναλλακτικά συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχουν αρκετά που να υποστηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση (Επίσης αναφέρεται ως: μη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης υπέρ της εναλλακτικής υπόθεσης.)

Κάπου εδώ να σημειωθεί ότι δεν λέμε ποτέ ότι δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.

Όταν έχουμε καταλήξει ποια υπόθεση είναι αληθείς, το επόμενο βήμα είναι να επιλέξουμε ένα τυχαίο δείγμα από τον πληθυσμό και να υπολογίσουμε τον δείκτη που ονομάζεται **στατιστικός έλεγχος (test statistic)** και είναι ο καλύτερος εκτιμητής της παραμέτρου που εξετάζεται. Εάν η τιμή του στατιστικού ελέγχου είναι αταίριαστη με την μηδενική υπόθεση τότε απορρίπτεται την μηδενική υπόθεση και συμπεράνουμε ότι η εναλλακτική υπόθεση είναι αληθής.

Για παράδειγμα, εάν θέλουμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η μέση τιμή δεν είναι ίση με 150, μια μεγάλη τιμή του  $x$  (π.χ. 500) θα παρέχει επαρκή αποδεικτικά στοιχεία.

Εάν το  $x$  έχει κάποια τιμή κοντινή στο 150 (π.χ. 155) δεν θα υπάρχει μεγάλη απόδειξη ότι ο αριθμητικός μέσος του πληθυσμού (παράμετρος) είναι διαφορετικός από το 150.

### 3.5 ΕΙΔΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Εν συνεχεία της μελέτης στον έλεγχο υποθέσεων αποδεχόμαστε μια εκ των δυο αποφάσεων, επομένως υπάρχει η πιθανότητα η απόφαση που έχουμε επιλέξει να μην είναι σωστή αλλά να είναι λανθασμένη. Στην περίπτωση αυτή όπως προαναφέραμε υπάρχουν δύο κατηγορίες λαθών τις οποίες θα τους αναλύσουμε περισσότερο σε αυτή την ενότητα.

**Το Σφάλμα τύπου I:** Στην περίπτωση του σφάλματος αυτού, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, ενώ αυτή είναι αληθής. Κατά την διάρκεια ενός στατιστικού ελέγχου, η μέγιστη πιθανότητα με την οποία δεχόμαστε να κάνουμε σφάλμα τύπου I, ονομάζεται **επίπεδο εμπιστοσύνης ή σημαντικότητας** και συμβολίζεται με  $\alpha$ .

$$P(\text{Τύπος σφάλματος I}) = \alpha$$

**Το Σφάλμα τύπου II:** Αντίθετα στην περίπτωση που προκύπτει το σφάλμα τύπου II δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση, ενώ αυτή είναι ψευδής. Όπως συμβαίνει και

Στατιστικός έλεγχος	Πραγματική κατάσταση	
	$H_0$ είναι Αληθής	$H_0$ είναι ψευδής
$H_0$ Δεν Απορρίπτεται	Αληθής απόφαση Πιθανότητα $1-\alpha$	<b>Σφάλμα τύπου II</b> <b>Πιθανότητα <math>\beta</math></b>
$H_0$ Απορρίπτεται	<b>Σφάλμα τύπου I</b> <b>Πιθανότητα <math>\alpha</math></b>	Ορθήαπόφαση Πιθανότητα $1-\beta$

Στο σφάλμα τύπου I, έτσι και εδώ, η πιθανότητα μια ψευδής υπόθεση  $H_0$  να γίνει αποδεκτή συμβολίζεται με  $\beta$ .

**P (Τύπος σφάλματος II) =  $\beta$**

Οι δυο πιθανότητες  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντιστρόφως ανάλογες. Όταν μειώνεται το ένα παρουσιάζει αύξηση το άλλο.

Είναι λοιπόν σαφές ότι και στις δύο αυτές περιπτώσεις δεν επιλέγεται η σωστή απόφαση. Αυτά τα ενδεχόμενα εμφανίζονται στον πίνακα που ακολουθεί.<sup>13</sup>

Από τον παραπάνω πίνακα και τα όσα αναλύσαμε έως τώρα, κατά τη διαδικασία του ελέγχου υποθέσεων, η καλύτερη δυνατή απόφαση που μπορούμε να επιλέξουμε, θα ήταν, αν μπορούσαμε με κάποιο τρόπο, να μηδενίσουμε την πιθανότητα απόρριψης της  $H_0$  ενώ αυτή είναι αληθής καθώς και να μηδενίσουμε την πιθανότητα αποδοχής της  $H_0$  ενώ αυτή είναι ψευδής. Πρέπει δηλαδή σε κάθε έλεγχο υποθέσεων να ελαχιστοποιείται η πιθανότητα των  $\alpha$  και  $\beta$ . Αυτό είναι κάτι πολύ δύσκολο διότι σε

<sup>13</sup> Keller G. (2010). «Στατιστική για Οικονομία και Διοίκηση Επιχειρήσεων». Εκδόσεις Επίκεντρο, Αθήνα

μια τέτοια περίπτωση θα πρέπει να μελετήσουμε ολόκληρο τον πληθυσμό και όχι μόνο ένα δείγμα του.

Κατά συνέπεια, για να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα η διαδικασία ελέγχου υποθέσεων θα πρέπει να τείνει στην ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων  $\alpha$  και  $\beta$ . Όπως αναφέραμε για την εκμηδένιση της πιθανότητας σφάλματος έτσι και σε αυτή την περίπτωση, η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας του σφάλματος είναι μια πολύ δύσκολη μέθοδος διότι ο στόχος της μείωσης της πιθανότητας του σφάλματος στη διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της πιθανότητας σφάλματος του άλλου τύπου. Επομένως, για να μην λάβει χώρα μια τέτοια περίπτωση, επιζητείται ένα είδος χρυσής τομής και ειδικότερα η εξασφάλιση της συρρίκνωσης του περισσότερου σοβαρού σφάλματος.

Ο μοναδικός τρόπος να μειωθεί η πιθανότητα των δυο σφαλμάτων είναι να γίνει ο έλεγχος υποθέσεων σε ολόκληρο τον πληθυσμό κάτι που είναι μη πραγματοποιήσιμο όπως αναφέραμε και προηγουμένως. Κάπου εδώ πρέπει να πούμε πως είναι πολύ δύσκολο να ελεγχθούν και τα δύο σφάλματα την ίδια στιγμή, μολονότι ο σκοπός μας είναι να επιτευχθεί η διατήρηση των πιθανοτήτων των σφαλμάτων τύπου I και τύπου II στο χαμηλότερο δυνατό επίπεδο.

Ας θυμηθούμε το παράδειγμα του δικαστηρίου που δώσαμε στην αρχή αυτού του κεφαλαίου. Κατανοήσαμε την σημαντικότητα του σφάλματος τύπου I σε σχέση με αυτή του σφάλματος τύπου II. Επομένως ένα βασικό κριτήριο στην επιλογή υπόθεσης είναι εκείνο που μας επιφέρει σπανίως την απόρριψη μιας ορθής απόφασης.

Εάν τα δύο κριτήρια βρεθούν στην περίπτωση όπου έχουν πανομοιότυπη πιθανότητα  $\alpha$ , για την διερεύνηση του σφάλματος τύπου I, τότε θα γίνει η επιλογή εκείνου που μας επιφέρει μικρότερη πιθανότητα σφάλματος τύπου II.

Ως συμπέρασμα από τις παραπάνω πληροφορίες για τα σφάλματα, θα μπορούσαμε να πούμε ότι σε έναν έλεγχο υποθέσεων, η αποδοχή μιας υπόθεσης μας δηλώνει απλώς ότι τα δεδομένα του δείγματος δεν μας παρέχουν αρκετά στοιχεία για να την απορρίψουμε. Επιπλέον, η απόρριψη μιας υπόθεσης μας δηλώνει ότι τα στοιχεία του δείγματος μας δείχνουν πως δεν είναι εφικτό να γίνει αποδεκτή.

### 3.6 Η ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Η *ισχύς του ελέγχου* (Power of the test) αποτελεί μια υπόδειξη της ευαισθησίας της στατιστικής διαδικασίας με μέτρο την πιθανότητα απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης  $H_0$ , όταν αυτή είναι εσφαλμένη και πρέπει πράγματι να απορριφθεί. Η ισχύς του στατιστικού ελέγχου εξαρτάται από το πόσο διαφέρει η πραγματική τιμή της παραμέτρου από την υποθετική τιμή της (την τιμή της κάτω από την υπόθεση  $H_0$ ). Επομένως όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή που θα λάβει η ισχύς ελέγχου τόσο καλύτερη θα είναι η απόφαση που θα λάβουμε. Στη συνέχεια επικεντρωνόμαστε στη μελέτη της ισχύος για την μέση τιμή ενός πληθυσμού ή και για άλλες παραμέτρους.<sup>14</sup>

### 3.7 ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΕΝΑ ΠΛΥΘΗΣΜΟ

Έως τώρα ασχοληθήκαμε με την εκτίμηση του μέσου, δηλαδή ενός μέτρου της κεντρικής θέσης της κατανομής του πληθυσμού. Στη συνέχεια, θα αναλύσουμε τον έλεγχο υποθέσεων για κάποιες ακόμα παραμέτρους τη διασπορά και την αναλογία, τις οποίες συναντάμε συχνά σε πολλά ήδη προβλημάτων.

### 3.8 ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

Σε αυτό το σημείο είναι καλό να εξηγήσουμε τι είναι η τυπική απόκλιση για την καλύτερη κατανόηση της ακόλουθης διαδικασίας. Στην στατιστική η τυπική απόκλιση συμβολίζεται με SD,  $\sigma$  ή και το ελληνικό  $\sigma$ . Είναι ένα σημαντικό μέτρο που με τη βοήθεια του υπολογίζουμε το ποσό της μεταβολής ή της διασποράς του συνόλου τιμών δεδομένων. Έναν μια τυπική απόκλιση λαμβάνει μια χαμηλή τιμή αυτό σημαίνει ότι τα σημεία των δεδομένων τείνουν να είναι κοντά στο μέσο όρο του συνόλου. Ενώ αντίθετα, μια υψηλή τιμή της τυπικής απόκλισης υποδηλώνει ότι τα στατιστικά στοιχεία απλώνονται σε ένα ευρύ φάσμα των τιμών.

---

<sup>14</sup> Keller G. (2010). «Στατιστική για Οικονομία και Διοίκηση Επιχειρήσεων». Εκδόσεις Επίκεντρο, Αθήνα

Συμβολίζει λοιπόν την μεταβλητότητα του πληθυσμού, καθώς επίσης χρησιμοποιείται και ως ένα σημαντικό εργαλείο για τη μέτρηση της εμπιστοσύνης στα στατιστικά συμπεράσματα, το περιθώριο λάθους σε δεδομένα δημοσκοπήσεων.

Στη συνέχεια της πτυχιακής εργασίας, παρατίθεται λεπτομερώς και με τη βοήθεια παραδείγματος η διαδικασία εφαρμογής του ελέγχου υποθέσεων με γνωστή και με άγνωστη τυπική απόκλιση.<sup>15</sup>

### 3.9 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΕΝΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

Τα στελέχη μιας μεγάλης πολυεθνικής εταιρείας σκέφτονται την εγκατάσταση ενός νέου μηχανήματος τιμολόγησης των πελατών. Μετά από την οικονομική ανάλυση που έκαναν διαπίστωσαν ότι το νέο αυτό μηχάνημα, θα είναι κερδοφόρο μόνο αν ο μέσος μηνιαίος λογαριασμός των πελατών είναι περισσότερα από 170€. Για σιγουρευτούν για την εγκατάσταση του νέου μηχανήματος επέλεξαν να εξετάσουν ένα τυχαίο δείγμα 400 πελατών. Καταλήξαν ότι ο μέσος όρος των λογαριασμών είναι 178€, επίσης γνωρίζουν ότι το δείγμα ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή και η τυπική απόκλιση είναι 65€. Μπορούν λοιπόν τα στελέχη της πολυεθνικής να αποφασίσουν αν το νέο μηχάνημα θα είναι πράγματι κερδοφόρο;

#### Λύση

Η παράμετρος του πληθυσμού που πρέπει να εξετάσουμε ώστε να καταλήξουμε στη λύση του προβλήματος αυτού είναι ο αριθμητικός μέσος.

Από την περιγραφή του προβλήματος συμπεραίνουμε ότι η εναλλακτική υπόθεση που πρόκειται να μελετήσουμε αν ισχύει είναι:

$$H_1: \mu > 170$$

---

<sup>15</sup> <http://www.wikiwand.com/el>

Η μηδενική υπόθεση δηλώνει πως αν ο μέσος είναι μικρότερος ή ισούται με 170 τότε δυστυχώς το νέο μηχάνημα δεν θα είναι αποδοτικό. Υποθέτουμε πως αυτή η υπόθεση είναι η αληθής.

$$H_0: \mu=170$$

Επίσης, ξέρουμε ότι:

$$n = 400,$$

$$\bar{x} = 178,$$

$$\sigma = 65$$

Είναι λογικό να σκεφτεί κανείς ότι πρέπει να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, καθώς φαίνεται πως είναι η αληθινή η εναλλακτική υπόθεση. Ωστόσο, για να συνεχίσουμε στη επίλυση, θα εκφράσουμε το παρακάτω ερώτημα. Εφόσον ο μέσος του δείγματος ισούται με 178, είναι επαρκής ο ισχυρισμός της υπόθεσης ότι ο μέσος όρος του πληθυσμού ξεπερνάει το 170;”

Για να επιλυθεί το ερώτημα που έχουμε θέσει, και για να επιλέξουμε ποια υπόθεση είναι η αληθινή, έχουμε τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε ανάμεσα σε δύο διαφορετικούς τρόπους.

Ο πρώτος τρόπος εφαρμόζει την *περιοχή απόρριψης* (rejection region), όπου συνήθως χρησιμοποιείται για να κάνει στατιστικούς υπολογισμούς είτε με χειρόγραφο τρόπο είτε με τη χρήση υπολογιστή. Και η δεύτερη εναλλακτική είναι ο *τιμή - p* (p - value) η οποία χρειάζεται απαραιτήτως χρήση υπολογιστή και λογισμικού. Στη συνέχεια θα αναλύσουμε και τις δύο αυτές μεθόδους αναλυτικά.<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup> <https://eclass.pat.teiwest.gr/eclass/modules/document/file.php/>

### 3.9.1 ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ

Για να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση θα πρέπει ο μέσος του δείγματος να είναι πολύ μεγαλύτερος από 170. Έστω ο μέσος είναι ίσος με 450. Αυτό συνεπάγεται ότι η μηδενική υπόθεση είναι ψευδής, Εναλλακτικά αν ο μέσος του δείγματος είχε κάποια τιμή κοντά στο 170 (π.χ. 172), η μηδενική υπόθεση θα έπρεπε να είναι αποδεκτή επειδή σε έναν πληθυσμό με μέσο 170 είναι απολύτως λογικό να επιλεγεί ένα δείγμα με μέσο 172. Σε αυτό το παράδειγμα ο μέσος ισούται με 178, κάτι που καθιστά την απόφαση μας δύσκολη καθώς η συγκεκριμένη τιμή δεν είναι πολύ κοντά, αλλά ούτε πολύ μακριά από το 170.

Σε αυτή την περίπτωση που η απόφαση δεν είναι εύκολη, μπορούμε να εφαρμόσουμε το κριτήριο «περιοχή απόρριψης».

Η *περιοχή απόρριψης* (rejection region), σύμφωνα με τον Keller, ορίζεται ως «το διάστημα τιμών για το οποίο θεωρούμε ότι, αν ο στατιστικός δείκτης του δείγματος βρεθεί εκεί, τότε η μηδενική υπόθεση πρέπει να απορριφθεί».

Κάπου εδώ θα σημειώσουμε ότι η τιμή της παραμέτρου που ορίζει την περιοχή απόρριψης με την *περιοχή αποδοχής* (το διάστημα κατά το οποίο αποδεχόμαστε την  $H_1$ ) ονομάζεται *κρίσιμο σημείο* (critical point) και το συμβολίζουμε με  $c$ .<sup>17</sup>

Δεδομένου ότι η τιμή του αριθμητικού μέσου ( $\bar{x}$ ) είναι αρκετά μεγαλύτερη από 170

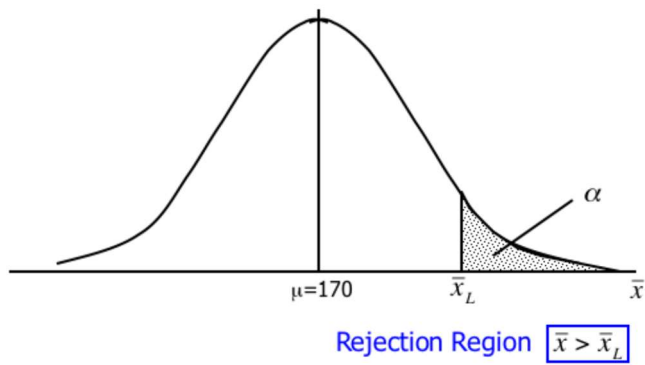
(οριακή τιμή,  $\bar{x}_L$ ), είναι λογικό η μηδενική υπόθεση να απορριφθεί.

Αν δηλαδή  $\bar{x} > \bar{x}_L$  (σύνολο τιμών περιοχής απόρριψης.) (1)

---

<sup>17</sup> <https://eclass.pat.teiwest.gr/eclass/modules/document/file.php/>





$\alpha = P(\text{Τύπος σφάλματος I})$   
 $= P(\text{απόρριψη } H_0, \text{ δεδομένου ότι } H_0 \text{ αληθής})$

$$\alpha = P(\bar{X} > \bar{x}_L)$$

$$P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{\bar{x}_L - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = P\left(Z > \frac{\bar{x}_L - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \alpha$$

(2)

$Z_\alpha$  = τιμή της τυποποιημένης κανονικής τυχαίας μεταβλητής.

$$P(Z > z_\alpha) = \alpha \quad (3)$$

Από (2) και (3) προκύπτει :

$$\therefore \frac{\bar{x}_L - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = z_\alpha \quad (4)$$

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης χρειάζεται να επιλέξουμε μια τιμή για το επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .

Έστω το επίπεδο σημαντικότητας είναι 5%. Άρα  $\alpha = 0,05$

Οπότε  $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,645$  (5)

Από (4) και (5) προκύπτει:

$$\frac{\bar{x}_L - 170}{65/\sqrt{400}} = 1.645 \quad \Rightarrow \quad \bar{x}_L = 175,345$$

Συνεπώς, από τη σχέση (1) συμπεραίνουμε ότι  $\bar{x} > 175,345$

Στο παράδειγμα μας ο μέσος του δείγματος είναι 178. Η τιμή αυτή είναι μεγαλύτερη από 175,35 άρα ανήκει στο διάστημα απόρριψης οπότε και απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση.

Συμπερασματικά, τα στατιστικά στοιχεία επιβεβαιώνουν πως ο μέσος μηνιαίος λογαριασμός των πελατών είναι πάνω από 170€. Συνεπώς τα στελέχη της επιχείρησης μπορούν να αποφασίσουν την εφαρμογή του νέου συστήματος τιμολόγησης.

Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι η Περιοχή Απόρριψης έχει μειονεκτήματα, το σημαντικότερο εξ αυτών είναι ότι η πληροφορία που δίνει είναι απλά ένα ναι ή όχι και με αυτόν τον τρόπο οδηγούμαστε στη λήψη της αντίστοιχης απόφασης.

### 3.9.2 ΠΑΡΑΤΗΡΟΥΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ - Η ΤΙΜΗ-PVALUE

Εάν το παράδειγμα μας ήταν ένα πραγματικό γεγονός, τα στελέχη της πολυεθνικής εφόσον γνώριζαν το αποτέλεσμα του ελέγχου, θα έπρεπε να εξετάσουν πολλούς

ακόμα παράγοντες ώστε να καταλήξουν αν είναι πράγματι συμφέρουσα η τοποθέτηση του συστήματος τιμολόγησης.

Γι' αυτό το λόγο έχει οριστεί από τους στατιστικούς επιστήμονες η **τιμή – P** (P-value) τη δεύτερη μέθοδο της ανάλυσης μας. Είναι δηλαδή ένα μέτρο της στατιστικής βαρύτητας, το οποίο εφαρμόζεται για την καλύτερη αξιοποίηση της πληροφορίας που λαμβάνουμε από τον έλεγχο υπόθεσης. Ούτως ώστε να λαμβάνει υπόψιν άλλους παράγοντες που διαμορφώνουν την απόφαση που θα επικρατήσει.

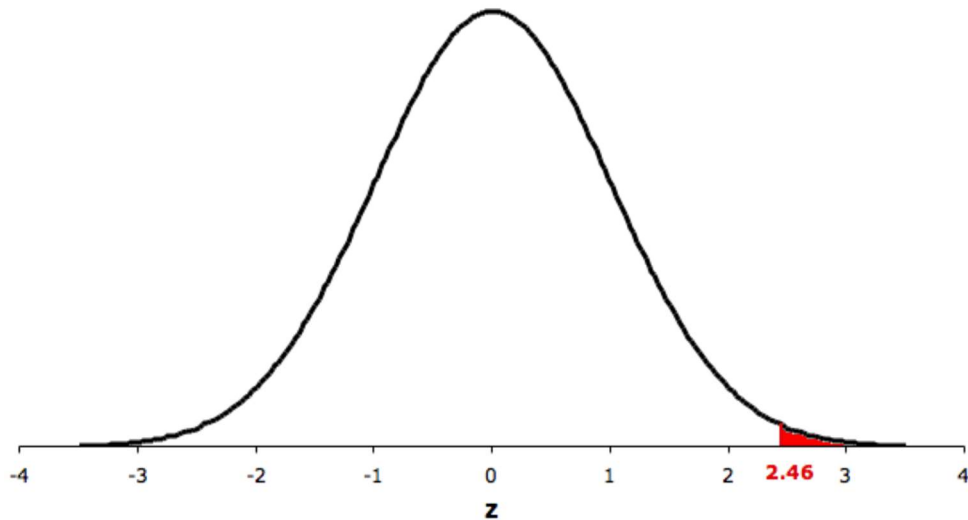
Ο ορισμός που δίνει ο R. Keller για την **τιμή – P** “Πρόκειται για την δεσμευτική πιθανότητα να πάρει ο έλεγχος μια τιμή σαν αυτή που έχει υπολογιστεί από το δείγμα, με δεδομένη την αλήθεια της μηδενικής υπόθεσης.”

Στο παράδειγμα μας λοιπόν αρχικά τίθεται η ερώτηση «ποια είναι η πιθανότητα να παρατηρηθεί αριθμητικός μέσος δείγματος **τουλάχιστον τόσο ακραίος όσο αυτός** που έχουμε ήδη παρατηρήσει, δηλαδή  $\bar{X} = 178$  δεδομένου πως η μηδενική υπόθεση ( $H_0: \mu=170$ ) είναι αληθής;<sup>18</sup>

$$P(\bar{x} > 178) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{178 - 170}{65/\sqrt{400}}\right) = P(Z > 2.46) = .0069$$

---

18



$$P\text{-τιμή} = P(Z > 2.46)$$

$$p\text{-τιμή} = .0069$$

Όσο πιο μικρή είναι η  $p$  - τιμή, τόσο πιο ισχυρά είναι τα στοιχεία που υποστηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση.

1. Εάν η  $p$ -τιμή είναι μικρότερη του 1%, τότε υπάρχει **συντριπτική απόδειξη (overwhelming evidence)** που υποστηρίζει την εναλλακτική υπόθεση.
2. Εάν η  $p$ -τιμή είναι μεταξύ 1% και 5%, τότε υπάρχει **ισχυρή απόδειξη (strong evidence)** που υποστηρίζει την εναλλακτική υπόθεση.
3. Εάν η  $p$ -τιμή είναι μεταξύ 5% και 10% τότε υπάρχει **ασθενής απόδειξη (weak evidence)** που υποστηρίζει την εναλλακτική υπόθεση.
4. Εάν η  $p$ -τιμή ξεπερνά το 10%, τότε δεν υπάρχει απόδειξη (**evidence**) που υποστηρίζει την εναλλακτική υπόθεση

**Παρατηρούμε ότι η  $p$ -τιμή ισούται με 0,0069, επομένως υπάρχει συντριπτική απόδειξη που υποστηρίζει την εναλλακτική υπόθεση  $H_1: > 170$ .**

Συγκρίνεται η p-τιμή με αυτή της επιλεγμένης τιμής του επίπεδου σημαντικότητας. Εάν η p-τιμή είναι μικρότερη του  $\alpha$ , κρίνουμε ότι η p-τιμή είναι αρκετά μικρή και απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση. Εναλλακτικά, εάν δηλαδή η p-τιμή είναι μεγαλύτερη του  $\alpha$ , δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση.

*Επομένως, p-τιμή = .0069 <  $\alpha$  = .05,*

*απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση  $H_0$  υπέρ της εναλλακτικής  $H_1$ .*

Κάπου εδώ θα σημειωθεί πως,

Εάν απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση, διαπιστώνουμε πως υπάρχουν αρκετές αποδείξεις για να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η εναλλακτική υπόθεση είναι αλήθεια.

Αν δεν απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση, διαπιστώνουμε πως δεν υπάρχουν αρκετές αποδείξεις να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η εναλλακτική υπόθεση είναι αλήθεια.

### 3.10 ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Όπως είδαμε η “Περιοχή απόρριψης” και η “Τιμή-p” είναι αρκετά περίπλοκοι μέθοδοι επίλυσης. Ωστόσο υπάρχει ένας εξίσου ισοδύναμος αλλά ευκολότερος τρόπος είναι η εφαρμογή του **τυποποιημένου ελέγχου** (standardized test statistics). Είναι δηλαδή ο έλεγχος της τυποποιημένης κανονικής κατανομής. Γράφεται στην παρακάτω μορφή:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Σε αυτή την περίπτωση ορίζουμε την περιοχή απόρριψης ως:

$$Z > Z_{\alpha}$$

Εάν εξετάσουμε το παράδειγμα με το νέο μηχάνημα τιμολόγησης του προηγούμενου κεφαλαίου με τη βοήθεια του τυποποιημένου ελέγχου θα έχουμε το αποτέλεσμα :

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{178 - 170}{65 / \sqrt{400}} = 2.46$$

$$Z_{\alpha} = Z_{0,5} = 1,645$$

Εφόσον  $z = 2.46$  είναι μεγαλύτερο από το  $Z_{\alpha}=1.645$  επομένως απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση και καταλήγουμε ότι υπάρχουν αρκετά στατιστικά στοιχεία που υποστηρίζουν την εναλλακτική υπόθεση. Δηλαδή ότι η μέση τιμή είναι μεγαλύτερη από 170.

### 3.11 ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

Σύμφωνα με την λογική των διαστημάτων εμπιστοσύνης (confidence intervals), εκτιμούμε μία παράμετρος του πληθυσμού, όπως για παράδειγμα, την μέση τιμή και έπειτα διαμορφώνεται ένα παρατηρησιακό διάστημα που θα περιέχει μέσα την εν λόγω εκτίμηση. Αποτελούν από καλές εκτιμήσεις της παραμέτρου του πληθυσμού την όποια εξετάζουμε. Στην πράξη το διάστημα εμπιστοσύνης που εφαρμόζεται συνήθως είναι το 95% και αντικατοπτρίζει ένα επίπεδο σημαντικότητας 0,05. Σε γραφικές παραστάσεις τα διαστήματα μπορεί να εμφανίζονται για παράδειγμα σε 90% ή 99%.<sup>19</sup>

---

<sup>19</sup> <http://www2.stat-athens.aueb.gr/~jpan/statistiki-skepsi-II/>

Ορισμένοι παράγοντες ίσως επηρεάζουν το μέγεθος του διαστήματος εμπιστοσύνης όπως το μέγεθος του δείγματος, το επίπεδο εμπιστοσύνης και η πληθυσμιακή διακύμανση.

Για ορισμένους η κατανόηση των διαστημάτων εμπιστοσύνης είναι αρκετά δύσκολη γιατί δεν περιορίζονται μόνο σε ένα δείγμα που έχουμε ήδη επιλέξει αλλά και σε άλλα δείγματα που θα μπορούσαμε να είχαμε επιλέξει.



Το παραπάνω σχήμα μας εξεικονίζει τη λογική του διαστήματος εμπιστοσύνης με τη χρήση 100 διαφορετικών και τυχαίων δειγμάτων για μια παράμετρο. Το διάστημα είναι διαφορετικό από δείγμα σε δείγμα, Σε αυτή την περίπτωση η τιμή της παραμέτρου είναι 80, το οποίο ορίζεται στην κεντρική κάθετη γραμμή. Για περίπου 95% των περιπτώσεων το διάστημα περιέχει την αληθινή τιμή της παραμέτρου.

Οι έλεγχοι υποθέσεων και τα διαστήματα εμπιστοσύνης θεωρούνται τα βασικότερα εργαλεία της στατιστικής συμπερασματολογίας. Όταν λαμβάνουμε πληροφορίες για τις ανάλογες παραμέτρους, έχει ως αποτέλεσμα καλύτερη οπτική για την κατάληξη ποιας απόφασης πρέπει να ληφθεί.

### 3.12 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΕΝΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΜΕ ΑΓΝΩΣΤΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

Έως τώρα έχουμε αναλύσει τους τρόπους εκτίμησης και ελέγχου του μέσου ενός πληθυσμού όταν η τυπική απόκλιση είναι γνωστή. Όπως είδαμε ο τύπος με τον οποίο υπολογίζεται ο εκτιμητής διαστήματος εμπιστοσύνης όταν η τυπική απόκλιση ( $\sigma$ ) είναι δεδομένη, αλλά και ο έλεγχος μια υπόθεσης είναι ο παρακάτω:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Σε συνθήκες μιας πραγματικής έρευνας η τυπική απόκλιση και ο μέσος του πληθυσμού είναι άγνωστες παράμετροι, και είναι λογικό να μην μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο τύπος του τυποποιημένου ελέγχου.

Επομένως θα χρησιμοποιούμε τον τύπο *στατιστικό μέγεθος*  $t$ , με βαθμό ελευθερίας της κατανομής  $v=n-1$ . Ονομάζεται έτσι διότι όταν η κατανομή του πληθυσμού είναι κανονική, τότε η τιμή τακολουθεί την κατανομή student. Διακρίνουμε ότι η θέση της τυπικής απόκλισης ( $\sigma$ ) θα αντικατασταθεί με την τυπική απόκλιση του δείγματος ( $s$ ).

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Όταν η τυπική απόκλιση του πληθυσμού  $\sigma$ , παραμένει άγνωστη και ο πληθυσμός ακολουθεί την κανονική κατανομή χρησιμοποιούμε τον τύπο που ακολουθεί για τον εκτιμητή διαστήματος εμπιστοσύνης.



$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Άρα με αυτούς τους δύο τύπους μπορούμε να εκτιμήσουμε ή να ελέγξουμε μια υπόθεση για τον μέσο του πληθυσμού χωρίς να είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε την τυπική απόκλιση του πληθυσμού.

### 3.12.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑ

Η διασπορά ή αλλιώς η διακύμανση δηλώνει το πόσο μεταβάλλεται ένα δείγμα τυχαίων τιμών γύρω από τη μέση τιμή του, και συχνά συμβολίζεται με  $\sigma^2$  ή  $\text{var}(X)$ . Ένα παράδειγμα χρησιμοποιείται η διασπορά για να εξετάσουμε τον κίνδυνο μιας επένδυσης. Όσο πιο μεγάλη είναι η διασπορά τόσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος.

Αρχικά, είναι αναγκαίο να επιλέξουμε ποιος στατιστικός δείκτης του δείγματος θα είναι ο εκτιμητής και μετά να εξετάσουμε την κατανομή δειγματοληψίας αυτού του δείκτη με σκοπό μας να δημιουργήσουμε έναν έλεγχο υποθέσεων για τη διασπορά ενός πληθυσμού.

Ο ιδανικός εκτιμητής για τη διασπορά ( $\sigma^2$ ) ενός πληθυσμού είναι η διασπορά ( $s^2$ ) του δείγματος. Επειδή έχει τα κατάλληλα χαρακτηριστικά όπως για παράδειγμα να είναι αμερόληπτος και συνεπής εκτιμητής της διασποράς του πληθυσμού.

Πριν προχωρήσουμε στην επεξήγηση μας, ας αναλύσουμε την κατανομή  $\chi^2$  (shi squared) την οποία πρέπει να γνωρίζουμε για την καλύτερη κατανόηση του κεφαλαίου. Πρόκειται για πολύ χρήσιμη κατανομή που συναντάμε συχνά στη στατιστική. Της έχει δοθεί αυτή η ονομασία επειδή η τυχαία μεταβλητή συμβολίζεται με  $\chi^2$  και παίρνει τιμές ίσες ή μεγαλύτερες του 0.<sup>20</sup>

---

<sup>20</sup> Keller G. (2010). «Στατιστική για Οικονομία και Διοίκηση Επιχειρήσεων». Εκδόσεις Επίκεντρο, Αθήνα

Εάν ένας πληθυσμός έχει κανονική κατανομή, τότε το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων, αν διαιρεθεί με τη διασπορά  $\sigma^2$  του πληθυσμού αναπτύσσεται μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή  $\chi^2$  με  $v = n - 1$  βαθμό ελευθερίας.

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s^2$$

Κεντρικό ρόλο στον έλεγχο μιας υπόθεσης έχουν οι πιθανότητες μιας κατανομής δειγματοληψίας.

Ο έλεγχος  $\chi^2$  που χρησιμοποιείται για τη διασπορά  $\sigma^2$  ενός πληθυσμού χρησιμοποιείται με τον ακόλουθο τύπο:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

Και ακολουθεί την κατανομή  $\chi^2$  με  $v = n - 1$  βαθμούς ελευθερίας, είναι υποχρεωτικό όμως, η τυχαία μεταβλητή του πληθυσμού έχει κανονική κατανομή με διασπορά  $\sigma^2$ .

Τέλος, ο εκτιμητής διαστήματος εμπιστοσύνης για τη διασπορά πληθυσμού εφαρμόζεται με τους τύπους:

Για το χαμηλότερο όριο εμπιστοσύνης:

$$LCL = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2}$$

Για το υψηλότερο όριο εμπιστοσύνης:

$$UCL = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

### 3.12.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΑ p

Ακολούθως, θα μελετήσουμε τη διαδικασία του ελέγχου υποθέσεων για την αναλογία ενός πληθυσμού. Ας υποθέσουμε πως σε έναν συγκεκριμένο πληθυσμό υπάρχει μια αναλογία ή ένα ποσοστό με ένα ορισμένο χαρακτηριστικό. Η αναλογία συμβολίζεται ως p. Ένα τυπικό παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση της περίπτωσης αυτής είναι το παρακάτω.

Σε μια παρτίδα παραγωγής προϊόντων, από τα 20 κομμάτια έχουν βρεθεί 5 ελαττωματικά. Αυτό σημαίνει ότι το 25% του πληθυσμού της παραγωγής του προϊόντος είναι ελαττωματικά;

Ύστερα επιλέγουμε ένα τυχαίο δείγμα του πληθυσμού με μέγεθος n, το οποίο έχει ένα τμήμα x με το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό. Η εκτιμήτρια μεταβλητή της p δίνεται από τον τύπο :

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

Ο σκοπός της εφαρμογής του ελέγχου υποθέσεων για την αναλογία γίνεται για να διεκπεραιώσει κατά πόσο μια η αναλογία αυτή ενός δείγματος ισούται με μια συγκεκριμένη  $P_0$  αναλογία.

Με τον ίδιο τρόπο όπως ήδη έχουμε εξηγήσει σε προηγούμενους ελέγχους υποθέσεων οι πιθανοί συνδυασμοί για την μηδενική υπόθεση  $H_0$  και την εναλλακτική  $H_1$  είναι οι παρακάτω:

1.  $H_0 : P_0 = p_0 \quad H_1 : p \neq p_0$
2.  $H_0 : P_0 = p_0 \quad H_1 : p > p_0$
3.  $H_0 : P_0 = p_0 \quad H_1 : p < p_0$

Προτού πραγματοποιηθεί ο έλεγχος των παραπάνω υποθέσεων, είναι σημαντικό να σημειωθεί πως η εκτιμήτρια της αναλογίας πρέπει να ακολουθεί κατανομή ή κατά προσέγγιση κανονική κατανομή. Αυτό είναι απαραίτητο διότι όταν τα μεγέθη είναι μεγάλα η μέση τιμή της εκτιμήτριας της αναλογίας ισούται με  $\mu_{\hat{p}}=P$  καθώς και η τυπική απόκλιση υπολογίζεται με τον τύπο  $S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$ . Τέλος η μεταβλητή  $P$  είναι αναγκαίο να δώσει τη θέση της στην εκτιμήτρια  $\hat{P}$ .

Άρα, ο τύπος που ακολουθεί την τυπική κανονική μεταβλητή είναι:

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{S_{\hat{p}}} = \frac{\hat{P} - p_0}{S_{\hat{P}}}$$

Με τον ίδιο τρόπο, καθορίζεται η κρίσιμη περιοχή με κριτήριο το επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$  και έπειτα υπολογίζεται το  $Z$  για να εξακριβωθεί εάν βρίσκεται εντός των ορίων της. Εάν εντάσσεται στα όρια της κρίσιμης περιοχής τότε απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση  $H_0$  και αποδεχόμαστε την ερευνητική υπόθεση. Διαφορετικά αποδεχόμαστε την μηδενική.<sup>21</sup>

<sup>21</sup> <http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/CivilEngineer/hypothesis.pdf>

### 3.13 ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΔΥΟ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥΣ

#### 3.13.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ

Στην μέχρι τώρα ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στο παρόν κεφάλαιο, ο έλεγχος των υποθέσεων περιοριζόταν στην πιθανή διαφορά μεταξύ μίας εκτιμημένης παραμέτρου ενός πληθυσμού, και της τιμής της παραμέτρου.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού, ο έλεγχος των υποθέσεων θα πραγματοποιηθεί για την περίπτωση που υπάρχουν δύο παρόμοιες εκτιμήσεις για μία παράμετρο και επομένως θα πρέπει να εκτιμηθεί η διαφορά τους. Και σε αυτή τη περίπτωση σκοπός είναι να διαπιστωθεί εάν υπάρχει κάποια αιτία που να προκαλεί την συγκεκριμένη διαφορά. Με άλλα λόγια, διερευνάται κατά πόσο η διαφορά των εκτιμήσεων των δύο παραμέτρων οφείλεται στις διακυμάνσεις της δειγματοληψίας ή σε πραγματική διαφορά των αντίστοιχων παραμέτρων των πληθυσμών από τους οποίους λήφθηκαν τα δείγματα.

Στην πραγματικότητα πραγματοποιείται σύγκριση των δύο πληθυσμών χρησιμοποιώντας ως κριτήριο τις μέσες τιμές τους.

Η πρώτη διάκριση γίνεται ανάλογα με το αν οι τυπικές αποκλίσεις του είναι γνωστές ή όχι. Κατόπιν, στην περίπτωση των άγνωστων τυπικών αποκλίσεων, η διάκριση γίνεται ανάλογα με το αν είναι ίσες ή όχι, ή ακόμη αν τα δείγματα είναι μικρά ή μεγάλα.

Γνωστές τυπικές αποκλίσεις

Στην παρούσα φάση θα γίνει η υπόθεση ότι, από δύο πληθυσμούς λαμβάνονται δύο μεγάλα δείγματα μεγέθους  $n_1 > 30$  και  $n_2 > 30$  και επιδιώκεται η διακρίβωση εάν οι μέσες τιμές τους διαφέρουν στατιστικά σημαντικά σε ένα προκαθορισμένο επίπεδο σημαντικότητας.

Σημειώνεται ότι, οι δύο πληθυσμοί θα έχουν μέση τιμή  $\mu_1$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_1$  και  $\mu_2$  και  $\sigma_2$  αντίστοιχα.

Στον έλεγχο υποθέσεων για την διαφορά των μέσων τιμών, αποσκοπείτε να εξακριβωθεί κατά πόσο οι δύο πληθυσμοί έχουν ίσες μέσες τιμές. Σε περίπτωση που οι μέσες τιμές είναι ίσες μπορεί να εξαχθεί και το συμπέρασμα ότι πρόκειται για ένα πληθυσμό.

Η μηδενική υπόθεση,  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  μπορεί να συνδυαστεί με την εναλλακτική υπόθεση  $H_1$ .

Άγνωστες ίσες τυπικές αποκλίσεις

Σε περίπτωση που δεν είναι γνωστές οι μεταβλητότητες και τότε λαμβάνονται οι εκτιμήσεις και  $s_1, s_2$ , οπότε η μεταβλητή ακολουθεί επίσης την κατανομή  $N(0,1)$ . Ο έλεγχος της υπόθεσης εφαρμόζεται όπως και σε προηγούμενους ελέγχους κανονικής κατανομής. Σημειώνεται ότι, τα δείγματα είναι μεγάλα.

Για τον λόγο ότι, οι διασπορές είναι ίσες, δίνεται η δυνατότητα χρησιμοποίησης των τιμών του ενός δείγματος. Για παράδειγμα, η εκτίμηση της σταθμισμένης εκτιμήτριας μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τις τιμές του δείγματος που έχουν μέση τιμή την και να εκτιμήσουμε την κοινή μεταβλητότητα. Κάτι αντίστοιχο μπορεί να γίνει και με το δεύτερο δείγμα και να υπολογιστεί η κοινή μεταβλητότητα.

Ωστόσο, με αυτό τον τρόπο δεν χρησιμοποιούμε όλες τις πληροφορίες που έχουμε και από τα δύο δείγματα. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιείται η μεταβλητότητα.

Άγνωστες άνισες τυπικές αποκλίσεις

Στην παρούσα περίπτωση οι τυπικές αποκλίσεις των πληθυσμών είναι άγνωστες και τα δείγματα είναι μεγάλα και ανεξάρτητα. Για την διενέργεια του ελέγχου της υπόθεσης υπολογίζονται οι εκτιμήτριες των διακυμάνσεων και των δύο πληθυσμών αντίστοιχα. Η στατιστική συνάρτηση του ελέγχου που χρησιμοποιείται, λόγω του ότι τα δείγματα είναι μεγάλα και βάση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος, ακολουθεί κατά προσέγγιση την κανονική κατανομή  $N(0,1)$ .

### 3.14 Ο ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

Η στατιστική συμπερασματολογία όπως ήδη έχουμε αντιληφθεί καλύπτει την εφαρμογή της σε ένα ποικίλο εύρος των επιστημών καθώς και της οικονομικής επιστήμης. Για παράδειγμα η στατιστική συμβάλει με διενέργειες όπως είναι οι στατιστικές υποθέσεις και η στατιστική επεξεργασία, στους δείκτες όπως το γενικό επίπεδο τιμών της απασχόλησης, στην παραγωγικότητα, στην συνολική δαπάνη, κ.λπ.

Στην οικονομική επιστήμη, οι θεωρίες που εξελίσσονται φανερόνουν συσχετίσεις μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών και καθορίζουν τον τρόπο που αναπτύσσεται ένα φαινόμενο, μέσα από επεξεργασία ορισμένων υποθέσεων.

Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα θα μπορούσε να είναι αυτό της θεωρίας της ζήτησης αγαθών. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα, έχουν δημιουργηθεί ορισμένες υποθέσεις από οικονομολόγους με τις οποίες έχουν οδηγηθεί στο παρακάτω συμπέρασμα. Η ζητούμενη ποσότητα για κάθε αγαθό, εξαρτάται (αποτελεί συνάρτηση) από την τιμή του αγαθού, τις τιμές των άλλων αγαθών, καθώς και το εισόδημα των καταναλωτών. Ωστόσο υπάρχουν ορισμένες προϋποθέσεις για την δημιουργία της θεωρίας της ζήτησης, οι καταναλωτές θα πρέπει να έχουν σαφείς προτιμήσεις που βασίζονται στο εισόδημα που διαθέτουν, καθώς επίσης να επιδιώκουν την μεγιστοποίηση της χρησιμότητας τους από την απόκτηση κάθε αγαθού.

Εκτός όμως από τη θεωρία της ζήτησης των αγαθών, θα πρέπει να εξεταστεί το εάν αυτή ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Τόσο η άσκηση οικονομικής πολιτικής, ο εμπειρικός έλεγχος των θεωριών όσο και η διενέργεια προβλέψεων κ.λπ. προαπαιτούν την ποσοτικοποίηση των οικονομικών σχέσεων που δημιουργούνται.

Σε αυτό βοηθά η Οικονομετρία, η οποία αποτελεί έναν συνδυασμό της οικονομικής επιστήμης, της στατιστικής και των μαθηματικών. Ένας από τους πρωταρχικούς στόχους της οικονομετρίας είναι ο διερεύνηση της σημαντικότητας των οικονομικών θεωριών.

Η εφαρμογή του ελέγχου των υποθέσεων στην οικονομετρία πραγματοποιείται μέσα από την παλινδρόμηση. Οι οικονομολόγοι θεωρούν πως η παλινδρόμηση αποτελεί το

πιο σημαντικό κεφάλαιο της οικονομικής επιστήμης. Για τον λόγο ότι η παλινδρόμηση επιλέγεται και εφαρμόζεται σχεδόν πάντοτε σε σχέση με τις υπόλοιπες ποσοτικές μεθόδους. Σημειώνεται ότι στόχος της παλινδρόμησης είναι η εκτίμηση των σχέσεων μεταξύ των οικονομικών μεταβλητών, όπως είναι για παράδειγμα η συνάρτηση της ζήτησης ενός αγαθού, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως.<sup>22</sup>

### 3.15 ΕΥΡΥΤΕΡΟ ΠΕΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

Η στατιστικής συμπερασματολογίας όπως είδαμε μπορεί να καλύψει τα πεδία που αφορούν τις επιχειρηματικές αποφάσεις. Αλλά δεν σταματά εκεί, πέρα από τον κλάδο της οικονομικής επιστήμης, χρησιμοποιείται σε διάφορους ακόμη τομείς, μερικοί εκ των οποίων είναι οι εξής:

- Στατιστικές μέθοδοι στον Επιχειρηματικό Σχεδιασμό
- Κοινωνική Στατιστική
- Βιοστατιστική
- Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας
- Στατιστικές μέθοδοι στα Χρηματοοικονομικά<sup>23</sup>

---

<sup>22</sup> <https://eclass.pat.teiwest.gr/>

<sup>23</sup> Χατζηνικολάου Δ. (2002). «Στατιστική για οικονομολόγους. Β' Έκδοση».

Εκδόσεις Printshop, Θεσσαλονίκη



### 3.16 Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Η ανάλυση της διακύμανσης (analysis of variance – ANOVA) αποτελεί μία ιδιαίτερη στατιστική μέθοδο πειραματικού σχεδιασμού κατά την οποία, εφαρμόζει ελέγχους υποθέσεων με σκοπό να εξακριβώσει εάν υπάρχουν διαφορές στις μέσες τιμές περισσότερων από δύο πληθυσμών. Η ANOVA πρόκειται για σύντομη διαδικασία ανάλυσης και θεωρείται πως έχει μεγάλη ακρίβεια διάγνωσης.

Η διαδικασία εφαρμογή της είναι να κατασκευαστεί έναν έλεγχο υποθέσεων με μηδενική υπόθεση  $H_0$  πως όλα τα δεδομένα προέρχονται από πληθυσμούς με ίδια μέση τιμή. Και η ανταλλακτική μας υπόθεση  $H_1$  ότι δύο οι περισσότερες μέσες τιμές είναι διαφορετικές. Πρόκειται για μια γενίκευση του T-test που πραγματοποιείται σε δύο πληθυσμούς. Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε πολλαπλούς ανεξάρτητους ελέγχους, αλλά με αυτή την τακτική διατρέχεται μεγάλος κίνδυνος να πραγματοποιηθεί σφάλμα τύπου I.

Η θεωρία της ανάλυσης της διακύμανσης ANOVA δημιουργήθηκε από τον Άγγλο στατιστικό Sir Ronald Fisher το 1918, και αποτελεί ένα πεδίο της σύγχρονης στατιστικής επιστήμης. Η μέθοδος έγινε αργότερα γνωστή το 1925 όταν εκδόθηκε το βιβλίο του με τίτλο Statistical Methods for Research workers όπου και την είχε συμπεριλάβει.

Για να μπορέσει να γίνει η εφαρμογή της ANOVA θα πρέπει τα δεδομένα να ακολουθούν την κατανομή, τα δεδομένα να είναι αντιπροσωπεύτηκα και οι παρατηρήσεις ανεξάρτητες μεταξύ τους. Τέλος, πρέπει οι πληθυσμοί από τους οποίους επιλέξαμε τα δείγματα να έχουν ίδια διακύμανση.<sup>24</sup>

---

<sup>24</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Analysis\\_of\\_variance](https://en.wikipedia.org/wiki/Analysis_of_variance)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εφόσον έχουμε ολοκληρώσει το θεωρητικό μέρος της επαγωγικής στατιστικής και του ελέγχου υποθέσεων, σε αυτό το κεφάλαιο θα γνωρίσουμε την εφαρμογή του με τη βοήθεια του στατιστικού πακέτου SPSS.

Πιο συγκεκριμένα θα αναλύσουμε, ένα παράδειγμα μιας ιδιωτικής επιχείρησης. Η Επιχείρηση απασχολεί 49 εργαζόμενους. Θα μελετήσουμε ορισμένα από τα χαρακτηριστικά τους, πιο συγκεκριμένα το φύλο, την ηλικία, την προϋπηρεσία η οποία μετρήθηκε σε έτη, η επίδοση τους στην εργασία τους που έγινε μετά από ανάλογο τεστ της επιχείρησης και τέλος ο μηνιαίος μισθός. Αρχικά θα γίνει η περιγραφική ανάλυση τους στη συνέχεια ο έλεγχος υποθέσεων για έναν πληθυσμό, και έπειτα για δύο πληθυσμούς. Αναλυτικότερα θα ερμηνευθούν οι πληροφορίες για τα δεδομένα στο κεφάλαιο του Παραρτήματος στο τέλος της εργασίας.

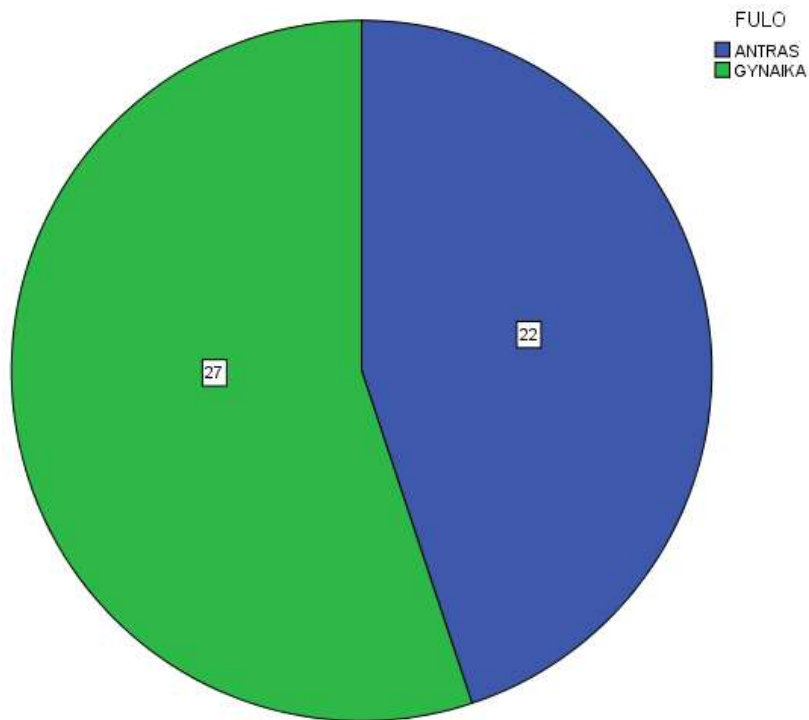
### 4.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ SPSS

Σε αυτό το σημείο θα πραγματοποιηθεί η ανάλυση των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια της περιγραφικής στατιστικής. Θα αναλύσουμε τα δεδομένα της κάθε μιας μεταβλητής ξεχωριστά.

Η πρώτη μεταβλητή είναι το 'φύλο' Από το γράφημα βλέπουμε ότι οι εργαζόμενοι που πήραν μέρος στη έρευνα είναι συνολικά 49 και αποτελούνται από 27 γυναίκες και 22 άντρες. Στη συνέχεια παρατίθενται τα γραφήματα.

FULO

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid ANTRAS	22	44,9	44,9	44,9
GYNAIKA	27	55,1	55,1	100,0
Total	49	100,0	100,0	

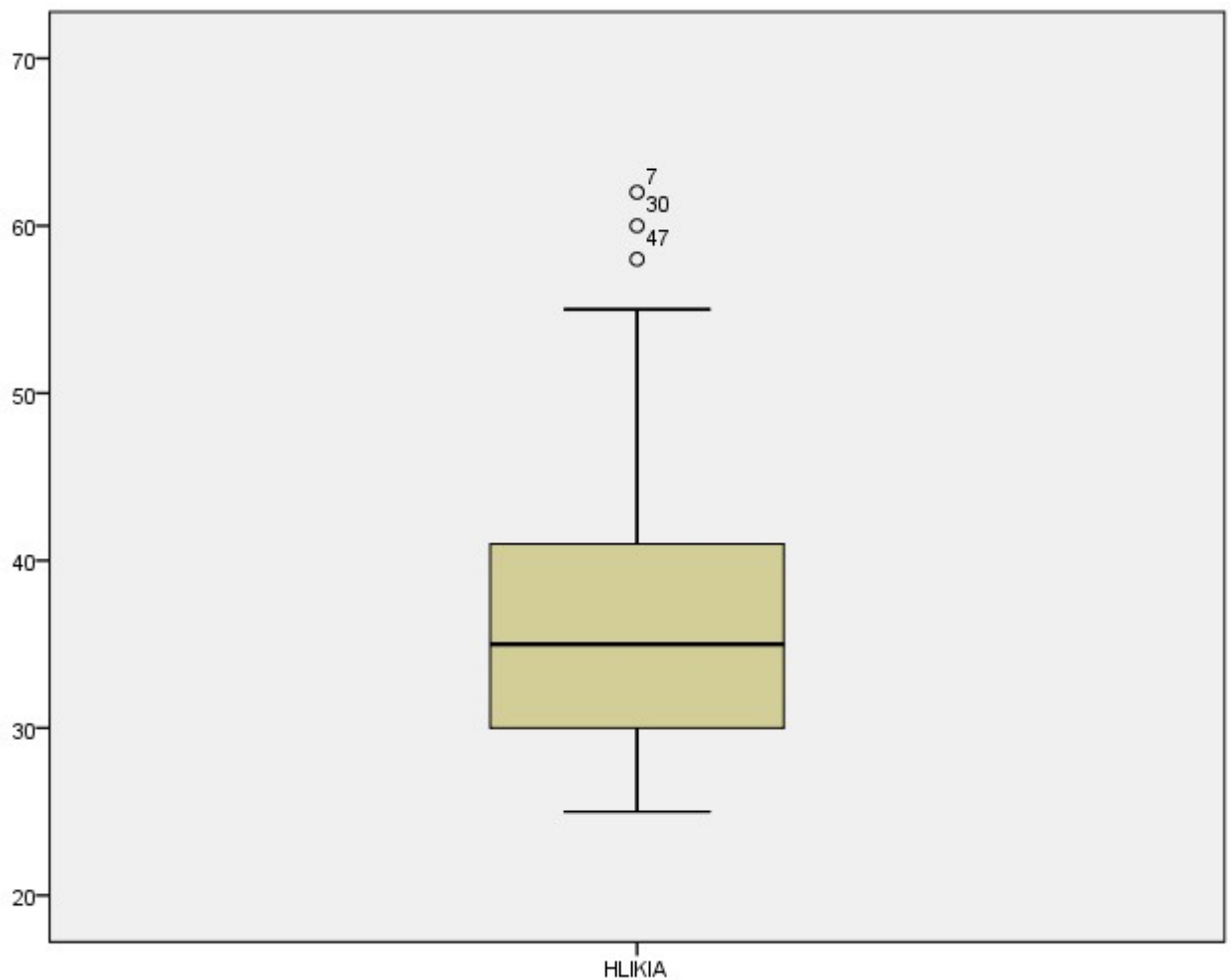


Η δεύτερη μεταβλητή είναι η **‘Ηλικία’** των εργαζομένων έχουν μέση ηλικία 36,63 έτη. Η μικρότερη ηλικία που εντοπίζεται είναι 25 και η μεγαλύτερη είναι 62. Επίσης Η τυπική απόκλιση της ηλικίας είναι 9,062 και το εύρος 37. Ακολουθούν ο πίνακας των αποτελεσμάτων και το θηκόγραμμα της μεταβλητής.

#### Statistics

HLIKIA

N	Valid	49
	Missing	0
Mean		36,63
Median		35,00
Std. Deviation		9,062
Range		37
Minimum		25
Maximum		62
Percentiles	25	30,00
	50	35,00
	75	41,50

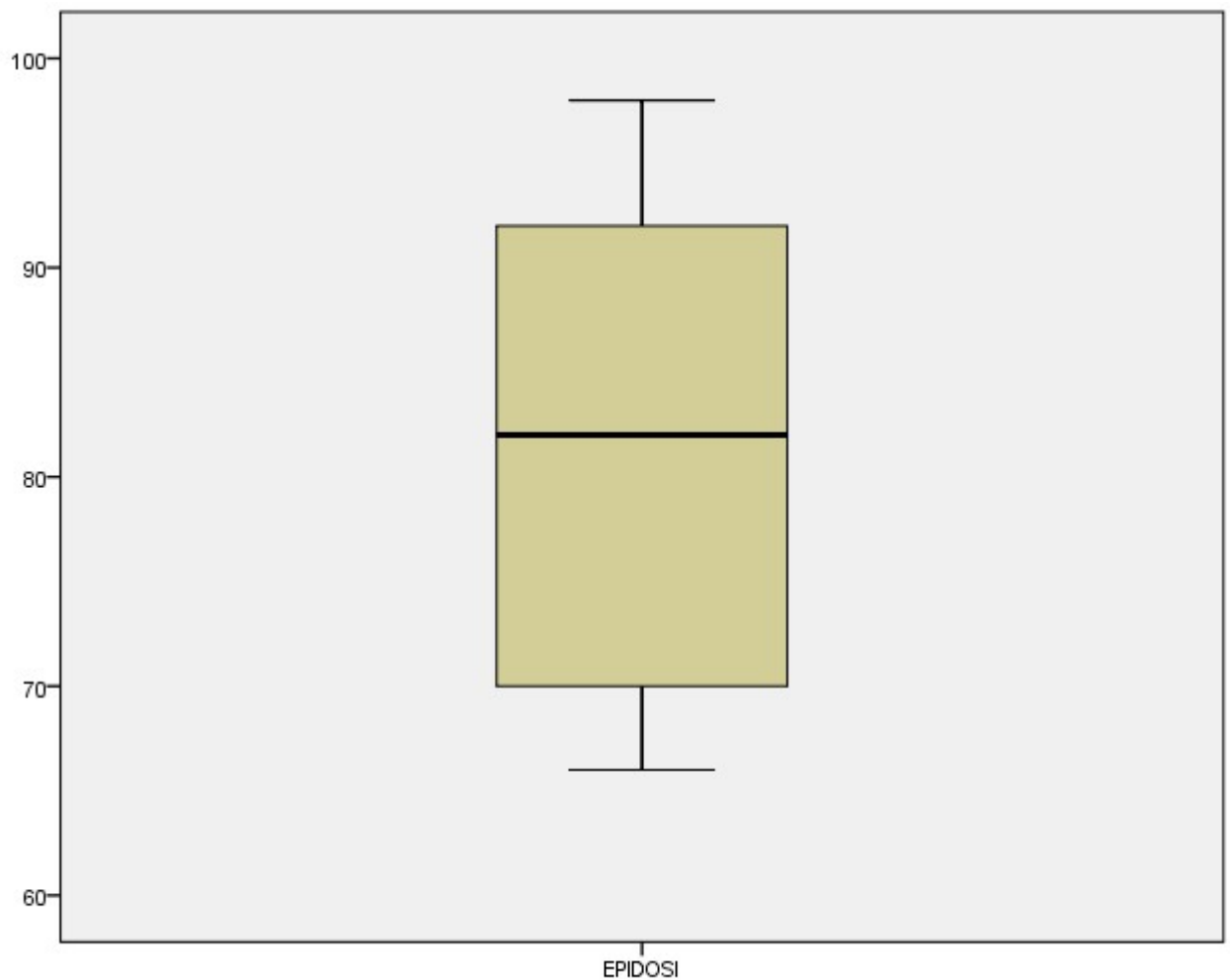


Ακολουθεί η τρίτη μεταβλητή της ‘επίδοσης’ των εργαζομένων (σε ποσοστιαία μονάδα). Παρατηρούμε πως ο μέσος της επίδοσης είναι 81,51%. Αυτό σημαίνει πως έχουν πολύ ικανοποιητικές επιδόσεις στην εργασία τους. Τη χαμηλότερη επίδοση τη συναντάμε με 66% και την υψηλότερη με 98%. Έπειτα η τυπικά απόκλιση είναι 11,066 και το εύρος 32. Πάρα κάτω βλέπουμε τον ανάλογο πίνακα και θηκόγραμμα.

### Statistics

EPIDOSI

N	Valid	49
	Missing	0
Mean		81,51
Std. Deviation		11,066
Range		32
Minimum		66
Maximum		98

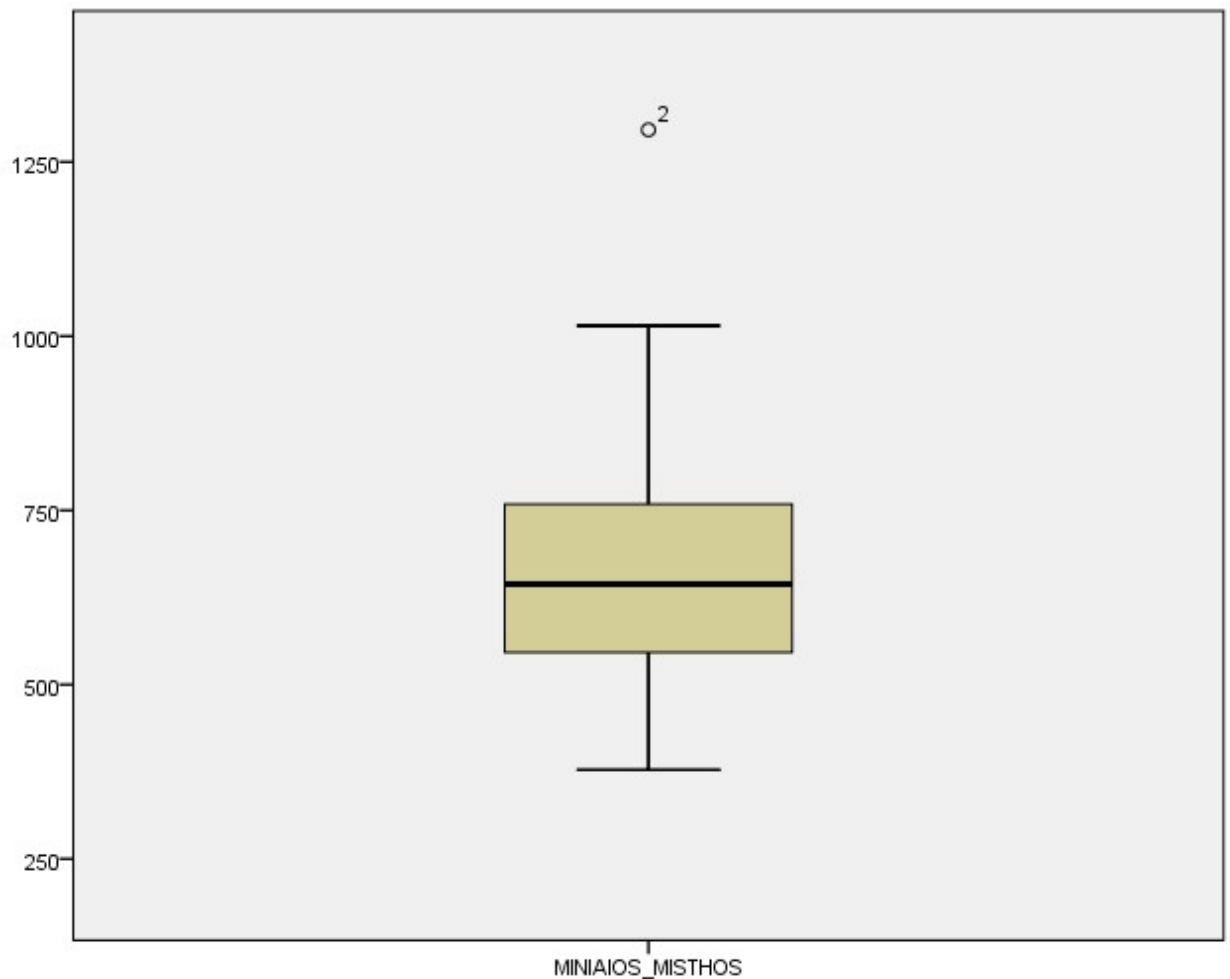


Τέλος, η μεταβλητή του **‘μηνιαίου μισθού’** των εργαζομένων έχει μέσο όρο 666,43€. Ο μικρότερος μισθός που συναντάμε είναι 378€ ενώ ο μεγαλύτερος 1.296€. Η τυπική

απόκλιση ισούται με 173,910 ενώ το εύρος με 918. Ακολουθεί ο πίνακας με τις πληροφορίες καθώς και το boxplot.

**Statistics**  
MINIAIOS\_MISTHOS

N	Valid	49
	Missing	0
Mean		666,43
Std. Deviation		173,910
Range		918
Minimum		378
Maximum		1296

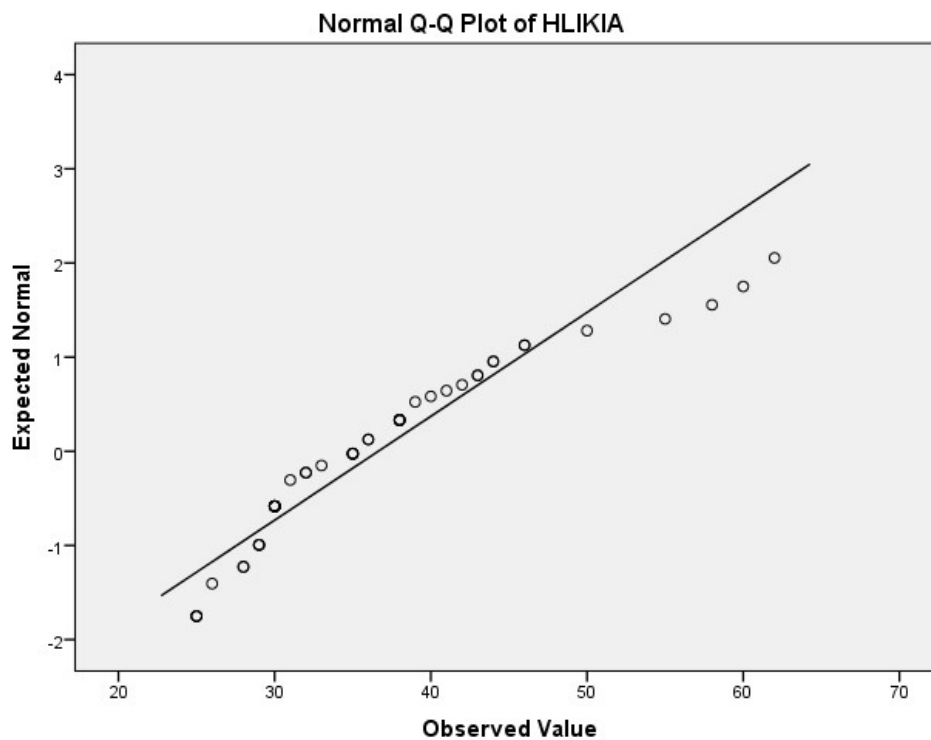


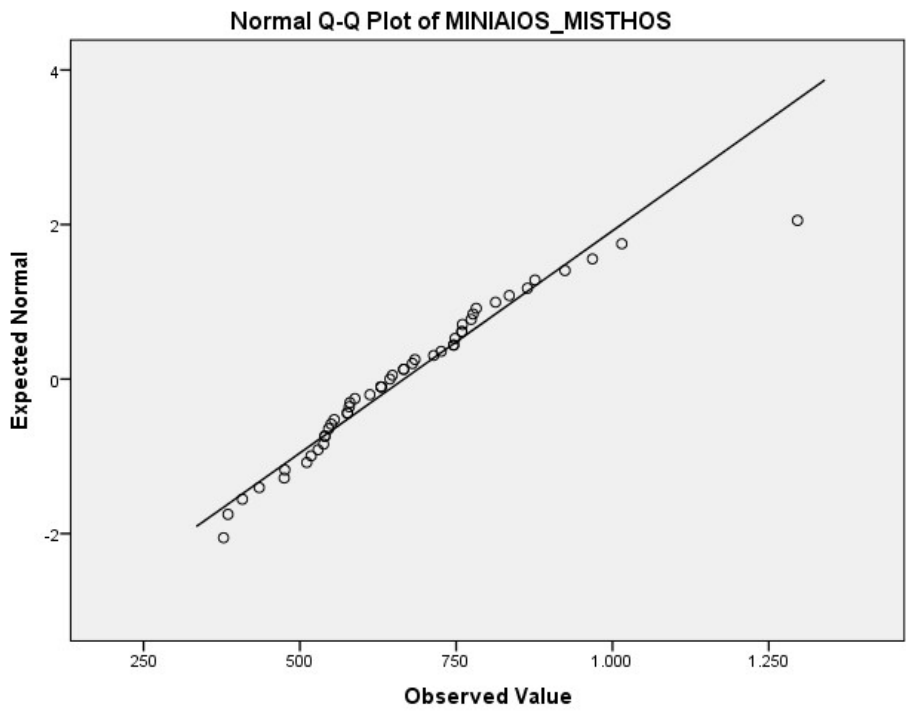
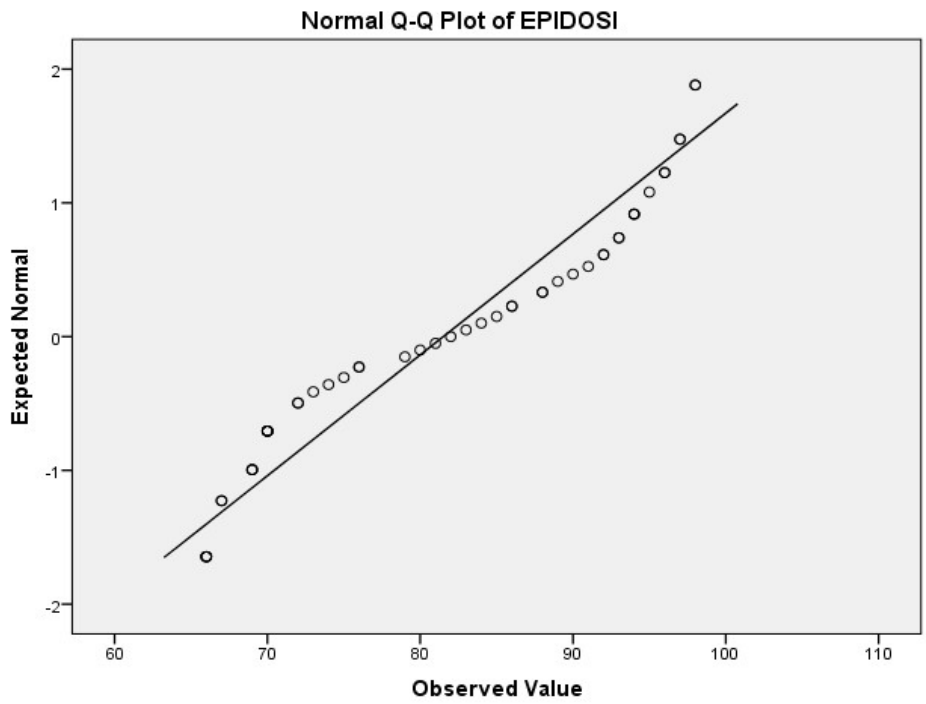
Από το θηκόγραμμα παρατηρούμε επίσης πως δεν υπάρχουν ακραίες παρατηρήσεις γιατί δεν υπάρχει αστερίσκος.

### 4.3 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Πριν προχωρήσουμε στον έλεγχο υποθέσεων, σε αυτό το σημείο θα πραγματοποιηθεί ο έλεγχος κανονικότητας, και σύμφωνα με αυτόν τα δεδομένα ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Παρακάτω παραθέτονται τα διαγράμματα των Q-Q plot για την Ηλικία, την Επίδοση και τον Μηνιαίο Μισθό.







#### 4.4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΕΝΑΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ

##### Έλεγχος υπόθεσης για την ηλικία των εργαζομένων:

Η πρώτη εφαρμογή του ελέγχου υποθέσεων θα πραγματοποιηθεί στη μεταβλητή της ηλικίας. Η μηδενική υπόθεση υποστηρίζει πως η μέση ηλικία των εργαζομένων είναι 40 ετών. Η ερευνητική υπόθεση ορίζει αν η μέση ηλικία είναι ξεπερνάει τα 40 έτη ως τη μέση ηλικία. Επομένως εάν η μέση ηλικία είναι 34, τότε αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση, διαφορετικά την απορρίπτουμε.

$$H_0: \mu = 40$$

$$H_1: \mu > 40$$

Ο έλεγχος πραγματοποιείται με επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=5\%$  και διάστημα εμπιστοσύνης 95%.

One - Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
HΛΙΚΙΑ	49	36,63	9,062	1,295

One - Sample Test

	Test Value = 40					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
HΛΙΚΙΑ	-2,601	48	,012	-3,367	-5,97	-,76

Από την εφαρμογή του έλεγχος υπόθεσης One sample T – Test (Τεστ ελέγχου υποθέσεων μιας μεταβλητής). Προκύπτουν οι δύο παραπάνω πίνακες. Από τον πρώτο πίνακα μπορούμε να δούμε ότι ο μέσος είναι 36,63. Στον δεύτερο πίνακα διακρίνεται το Sig. (Significance Value) να ισούται με 0,012.

Επομένως, το συμπέρασμα μας είναι, πως εφόσον  $P (p - \text{value}) = 0,012 < \alpha = 0,05$  άρα, η  $H_0$ : μηδενική υπόθεση απορρίπτεται.

### Έλεγχος υπόθεσης για την επίδοση των εργαζομένων:

Συνεχίζουμε με τη μεταβλητή της ποσοστιαίας επίδοσης. Έστω ότι η μηδενική υπόθεση υποστηρίζει πως η μέση επίδοση των εργαζομένων είναι 70%. Η εναλλακτική υπόθεση μας δηλώνει πως η ποσοστιαία επίδοση ξεπερνά το 70%. Άρα εάν η μέση επίδοσή των εργαζομένων είναι 70%, τότε αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση, διαφορετικά την απορρίπτουμε.

$H_0: \mu = 70$

$H_1: \mu > 70$

Ο έλεγχος πραγματοποιείται με επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=5\%$  και διάστημα εμπιστοσύνης 95%.

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
EPIDOSI	49	81,51	11,066	1,581

One - Sample Test

	Test Value = 70					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
EPIDOSI	7,281	48	,000	11,510	8,33	14,69

Παρατηρούμε στον πρώτο πίνακα ο μέσος της επίδοσης είναι 81,51% και στον δεύτερο πίνακα  $\text{Sig} = 0,000$ . Οπότε  $(p - \text{value}) = 0,000 < \alpha = 0,05$  άρα, η  $H_0$ : μηδενική υπόθεση απορρίπτεται.

### Έλεγχος υπόθεσης για μηνιαίο μισθό των εργαζομένων

Τέλος θα μελετήσουμε τη μεταβλητή του μηνιαίου μισθού. Ας υποθέσουμε ότι η μηδενική υπόθεση θεωρεί πως ο μέσος μηνιαίος μισθός των εργαζομένων είναι 650 και η εναλλακτική υπόθεση υποστηρίζει πως ο μισθός είναι μεγαλύτερος του 650. Οπότε, εάν ο μισθός των εργαζομένων είναι 650, τότε αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση, διαφορετικά την απορρίπτουμε.

$$H_0: \mu = 650$$

$$H_1: \mu > 650$$

Ο έλεγχος πραγματοποιείται με επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=5\%$  και διάστημα εμπιστοσύνης 95%.

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
MINIAIOS_MISTHOS	49	666,43	173,910	24,844

One-Sample Test

	Test Value = 650					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
MINIAIOS_MISTHOS	,661	48	,512	16,429	-33,52	66,38

Αρχικά παρατηρούμε πως η μέση τιμή του μηνιαίου μισθού είναι 666,43 μια τιμή αρκετά κοντά σε αυτή του 650 που υποστηρίζει η μηδενική υπόθεση. Το Sig. ισούται με 0,512.  $p = 0,512 > \alpha = 0,05$  Συνεπώς, Αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.

## 4.5 ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΔΥΟ ΠΛΥΘΗΣΜΟΥΣ

Συνεχίζοντας στην ανάλυση μας, θα κάνουμε ορισμένα παραδείγματα συγκρίνοντας τις μεταβλητές μεταξύ τους. Με αυτό τον τρόπο θα μάθουμε πως χειριζόμαστε τις υποθέσεις που αφορούν δυο δείγματα.

### Σύγκριση μεταβλητών Φύλο και Ηλικία.

Θέλουμε να ερευνήσουμε αν οι άντρες εργαζόμενοι της επιχείρησης έχουν ίδια μέση ηλικία με τις γυναίκες.

Επομένως, διατυπώνουμε με μαθηματικό τύπο τις υποθέσεις παρακάτω,

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Για τη συγκεκριμένη διαδικασία επιλέγουμε Sample T-test ανεξαρτήτων δειγμάτων και ακολουθούμε τα επόμενα βήματα για την εφαρμογή του στο SPSS. Analyze -> Compare Means -> Independent Sample T test. Μέσω της επιλογής option ορίζουμε το διάστημα εμπιστοσύνης 95%, επομένως το επίπεδο σημαντικότητας είναι 0,05. Στην επιλογή του Grouping Variable καταχωρούμε τη μεταβλητή ηλικία καθώς και για τους Άντρας και Γυναίκα επιλέγουμε τις τιμές 1 και 2 αντίστοιχα. Στη συνέχεια καταχωρούμε στο Test Variable την Ηλικία, τη μεταβλητή δηλαδή που θα εξετάσουμε. Ως αποτέλεσμα έχουμε τους πίνακες που ακολουθούν.

**GROUP Statistics**

	FULO	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ΗΛΙΚΙΑ	ANTRAS	22	33,36	8,168	1,741
	GYNAIKA	27	39,30	9,016	1,735

### Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
ΗΛΙΚΙΑ	Equal variances assumed	,309	,581	-2,389	47	,021	-5,933	2,484	-10,929	-,936
	Equal variances not assumed			-2,413	46,432	,020	-5,933	2,458	-10,880	-,985

Μπορούμε να συμπεράνουμε με αυτά τα δεδομένα εάν είναι ίδια η μέση ηλικία των δύο φύλων;

Από τα αποτελέσματα του Group Statistics διακρίνουμε στη στήλη mean ότι η μέση ηλικία των αντρών είναι 33,36 ενώ των γυναικών είναι 39,30. Με τυπική Απόκλιση 8,168 και 9,016 αντίστοιχα.

Στον πίνακα Independent Samples Test, βλέπουμε στη στήλη Sig. (2 tailed) και στη γραμμή Equal variances assumed πως έχουμε την τιμή 0,21. Επομένως, το συμπέρασμα μας είναι, πως εφόσον  $P (p - value) = 0,021 < \alpha = 0,05$  άρα, η  $H_0$ : μηδενική υπόθεση απορρίπτεται διότι οι γυναίκες εργαζόμενοι της επιχείρησης είναι μεγαλύτερες ηλικιακά από τους άντρες.

### Σύγκριση μεταβλητών Φύλο και Μηνιαίος Μισθός.

Παρομοίως θα ακολουθήσουμε την διαδικασία που είδαμε προηγουμένως για να εξετάσουμε εάν τα δύο φύλα έχουν τον ίδιο μηνιαίο μισθό.

Διατυπώνουμε τον μαθηματικό τύπο όπως ακριβώς κάναμε και στην προηγούμενη περίπτωση,

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

#### Group Statistics

	FULO	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
MINIAIOS_MISTHOS	ANTRAS	22	720,18	129,862	27,687
	GYNAIKA	27	622,63	194,366	37,406

#### Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
MINIAIOS_MISTHOS	Equal variances assumed	1,358	,250	2,014	47	,049	97,552	48,431	,122	194,982
	Equal variances not assumed			2,096	45,415	,042	97,552	46,538	3,844	191,260

Από τα αποτελέσματα του Group Statistics διακρίνουμε στη στήλη mean ότι η μέση τιμή του μισθού των αντρών είναι 720,18 ενώ των γυναικών είναι 622,63. Με τυπική Απόκλιση 129,862 και 194,366 αντίστοιχα.

Στον πίνακα Independent Samples Test, βλέπουμε στη στήλη Sig. (2 tailed) και στη γραμμή Equal variances assumed πως έχουμε την τιμή 0,49. Επομένως, το συμπέρασμα μας είναι, πως εφόσον  $P (p - value) = 0,049 < \alpha = 0,05$  άρα, η  $H_0$ : μηδενική υπόθεση απορρίπτεται διότι οι άντρες εργαζόμενοι έχουν μεγαλύτερο μηνιαίο μισθό από τις γυναίκες.

## Σύγκριση μεταβλητών Φύλο και Ποσοστιαία Επίδοση.

Τέλος, θα εξετάσουμε αν τα δύο φύλα έχουν ίδια επίδοση στην εργασία τους.

Αρχικά θέτουμε τον μαθηματικό τύπο,

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

	FULO	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
EPIDOSI	ANTRAS	22	83,59	12,207	2,603
	GYNAIKA	27	79,81	9,954	1,916

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
EPIDOSI	Equal variances assumed	2,362	,131	1,193	47	,239	3,776	3,164	-2,590	10,142
	Equal variances not assumed			1,169	40,352	,249	3,776	3,232	-2,753	10,306

Στον πίνακα Group Statistics βλέπουμε στη στήλη mean ότι η επίδοση των αντρών είναι 83,59% και των γυναικών 79.81%. και με τυπική απόκλιση 12,207 και 9,954 αντίστοιχα. Τα ποσοστά επίδοσης είναι σαφώς πανομοιότυπα.

Στον δεύτερο πίνακα Independent Samples Test, διακρίνουμε στη στήλη Sig. (2 tailed) και στη γραμμή Equal variances assumed πως έχουμε την τιμή 0,239. Αυτό σημαίνει πως, εφόσον  $P(p - \text{value}) = 0,239 > \alpha = 0,05$  Επομένως, αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση διότι τα ποσοστά της επίδοσης τους είναι αρκετά κοντά.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Τα συμπεράσματα της εν λόγω πτυχιακής εργασίας είναι ότι η μαθηματική ανάλυση της Επαγωγική Στατιστική κατέχει έναν σπουδαίο ρόλο στις επιστήμες καθώς και για την ανθρωπότητα γενικότερα.

Ο έλεγχος υποθέσεων αποτελεί το σημαντικότερο μέρος της επιστήμης της στατιστικής συμπερασματολογίας. Είναι ένα έξυπνο εργαλείο που με τον σωστό χειρισμό του παρέχει σημαντικές πληροφορίες στην επιχείρηση, για τα δείγματα του πληθυσμού για τα οποία η μηδενική υπόθεση γίνεται αποδεκτή, καθώς επίσης και για τα δείγματα για τα οποία η υπόθεση απορρίπτεται. Με αυτό τον τρόπο οδηγούμαστε στην σωστή κατεύθυνση ώστε να γίνεται η ορθή λήψη των επιχειρηματικών μας αποφάσεων.



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Keller G. (2010). «Στατιστική για Οικονομία και Διοίκηση Επιχειρήσεων». Εκδόσεις Επίκεντρο, Αθήνα

Κιντής Α. (2010). «Σύγχρονη οικονομετρική ανάλυση - Τόμος Α'». Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα

Golub A. (2007). «Ορθολογική Λήψη Αποφάσεων – Δεύτερος Τόμος» Εκδόσεις Γκότσης, Αθήνα

Χατζηνικολάου Δ. (2002). «Στατιστική για οικονομολόγους. Β' Έκδοση». Εκδόσεις Printshop, Θεσσαλονίκη

Χαλκιάς Ιωάννης, (2005). «Στατιστική, Μέθοδοι για Επιχειρηματικές Αποφάσεις». Εκδόσεις Rosili, Αθήνα

Κολύβα-Μαχαίρα Φ. Μπόρα-Σέντα Ε., (1998). «Στατιστική θεωρία και εφαρμογές». Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

<https://el.wikipedia.org>

[http://www.unipi.gr/faculty/mbouts/statprog/SPSS\\_lesson3a.pdf](http://www.unipi.gr/faculty/mbouts/statprog/SPSS_lesson3a.pdf)

<http://digilib.teiemt.gr/jspui/bitstream/123456789/2752/1/022008x03x365.pdf>

[https://msl.aueb.gr/files/preface\\_bk1.pdf](https://msl.aueb.gr/files/preface_bk1.pdf)

<https://www.aua.gr/gpapadopoulos/files/hypoth-tests-3.pdf>

<http://nefeli.lib.teicrete.gr/browse/sdo/log/2011/MamoulakiZoiloanna/attached-document-1305097691-741480-13726/Mamoulaki2011.pdf>

<https://eclass.pat.teiwest.gr/eclass/modules/document/index.php?course=766141&openDir=/5457728dEVgD>

[https://msl.aueb.gr/files/preface\\_bk1.pdf](https://msl.aueb.gr/files/preface_bk1.pdf)

<http://www2.stat-athens.aueb.gr/~jpan/statistiki-skepsi-II/>

<http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/CivilEngineer/hypothesis.pdf>

<https://eclass.pat.teiwest.gr/eclass/modules/document/file.php/>

<http://www.samos.aegean.gr/actuar/dlekkas/Epixirisiaki%20ereyna/Chapter06.pdf>

<https://opencourses.auth.gr/modules/document/file.php>

<http://www.wikiwand.com/el>

<http://digilib.teiemt.gr/jspui/bitstream/123456789/5231/1/SDO431996.pdf>

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Σας παραθέτω τα δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν σε αυτή τη μελέτη περίπτωσης αναλυτικά παρακάτω:

Σε αυτό το κεφάλαιο παραθέτονται τα δεδομένα όπως χρησιμοποιήθηκαν στο στατιστικό πακέτο SPSS για τις ανάγκες της ανάλυσης τους.

### ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ:

1. ΦΥΛΟ (FULO):

1 = ΑΝΔΡΑΣ

2 = ΓΥΝΑΙΚΑ

2. ΗΛΙΚΙΑ (ΗΛΙΚΙΑ): ΣΕ ΕΤΗ

3. ΠΡΟΫΠΗΡΕΣΙΑ (PROIPIRESIA) : ΧΡΟΝΟΣ ΠΡΟΥΠΗΡΕΣΙΑΣ ΣΕ ΕΤΗ

4. ΕΠΙΔΟΣΗ (EPIDOSI) : ΣΕ ΜΟΡΦΗ ΠΟΣΟΣΤΟΥ

5. ΜΙΣΘΟΣ (MINAIOS\_MISTHOS) : ΜΗΝΙΑΙΟΣ ΜΙΣΘΟΣ ΣΕ ΕΥΡΩ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ:

FULO	HLIKIA	PROIPIRESIA	EPIDOSI	MINIAIOS_MISTHOS
2	35	5	92	576
2	33	1	93	1296
1	29	3	66	777
2	28	3	69	550
2	32	7	84	864
1	25	4	88	746
2	62	22	70	378
2	55	25	76	529
1	36	2	91	759
1	30	4	86	746
2	50	18	89	630
2	30	1	72	680
2	46	24	67	748
2	31	3	86	435
1	30	7	92	759
1	30	2	70	540
1	26	1	94	648
2	35	5	69	546
2	38	6	69	579
1	44	19	94	813
2	43	24	76	612
1	41	19	66	726
1	30	3	96	782
1	25	1	79	666
1	30	2	70	540
2	46	20	93	835
2	40	14	72	408
2	38	5	81	666
1	28	3	80	511
1	60	22	66	630

1	30	6	66	968
2	38	6	70	476
2	29	6	98	518
1	30	4	98	774
2	43	15	75	588
1	42	14	85	630
2	35	10	73	555
2	38	3	74	385
1	38	12	96	876
2	29	3	97	924
2	30	4	83	475
1	38	6	94	644
2	39	8	82	576
1	32	6	97	1015
2	36	8	90	760
2	44	14	88	684
2	58	26	67	538
1	25	1	70	714
1	35	2	95	580