

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής τ.ε.

Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα
Δυτικής Ελλάδας

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Μελέτη και εξομοίωση καταναμημένων τεχνικών
επίτευξης συμφωνίας (consensus) σε αδόμητα
ασύρματα δίκτυα»

(Study and simulation of distributed consensus
techniques in Ad-Hoc wireless networks)

Τσικλίδης Αλέξανδρος (Α.Μ. 2576)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Αμπελιώτης Δημήτριος, Ακαδημαϊκός Υπότροφος Τμήματος
Μηχανικών Πληροφορικής

ANTIPPIO 2019

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι αλγόριθμοι επίτευξης συμφωνίας υπολογίζουν έναν μέσο όρο, που εξαρτάται από μια αρχική τιμή που διαθέτει ο κάθε κόμβος σε ένα δίκτυο. Η εφαρμογή τους στα αδόμητα ασύρματα δίκτυα αποτελεί μια ειδική περίπτωση, όπου οι κόμβοι σε ένα καταναμημένο σύστημα καλούνται να εκτελέσουν εξειδικευμένες λειτουργίες, όπως να ανταλλάξουν τοπικά μηνύματα, επικοινωνώντας μόνο με γειτονικούς κόμβους και σαν αποτέλεσμα να συμφωνήσουν όλοι σε μία και μοναδική τιμή. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ο αλγόριθμος μπορεί να καταλήξει σε σφάλμα και να μην υπάρξει καμία πιθανότητα επίτευξης συμφωνίας. Για τον λόγο αυτό οι αλγόριθμοι αυτοί θα πρέπει να είναι ανεκτικοί σε σφάλματα.

Σκοπός της συγκεκριμένης πτυχιακής εργασίας είναι η εξοικείωση με απλούς καταναμημένους αλγόριθμους επίτευξης συμφωνίας.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται εισαγωγή στα δίκτυα, αδόμητα ασύρματα δίκτυα (Ad Hoc), καταναμημένα συστήματα και την επίτευξη συμφωνίας με συναίνεση.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται παραδείγματα τεχνικών επίτευξης συμφωνίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο υλοποιείται μια απλή τεχνική συμφωνίας για τον υπολογισμό του μέσου όρου των μετρήσεων που λαμβάνουν οι κόμβοι ενός δικτύου.

Στο τέταρτο κεφάλαιο θα εξομοιωθεί η τεχνική για να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με την ταχύτητα σύγκλισης και την συμπεριφορά του αλγορίθμου καθώς και μια θεωρητική μελέτη περιπτώσεων όπου κάποιος κόμβος βγαίνει από το δίκτυο (π.χ. λόγω βλάβης).

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Δίκτυο, ασύρματο, καταναμημένο αλγόριθμο, επίτευξη συμφωνίας, Ad-Hoc δίκτυο, γνωστοποίηση, γειτονικό κόμβο, ζεύξη, αποτυχία ζεύξης, μέσο όρο.

ABSTRACT

Decision-making consensus algorithms are used to calculate an average value that depends of a starting value that every node in a network acquires in the beginning. Their application to Ad-Hoc wireless networks is a special case where the nodes in a distributed system are required to execute specialized functions, such as

exchanging local packets, communicating only with adjacent nodes and concluding to a specific value. There are occasions, where the algorithm can lead to a fault where there is no chance of reaching consensus. For this reason, such algorithms have to be fault-tolerant.

The aim of this study is to familiarize with simple distributed algorithms for reaching consensus.

In the first chapter there is an introduction to networks, unstructured wireless networks (Ad Hoc), distributed systems and decision-making consensus.

In the second chapter there are examples of techniques reaching consensus.

In the third chapter there is an implement of a consensus reaching algorithm, calculating the average of measurements received by the nodes of a network.

In the fourth chapter the technique will be emulated to come to conclusions on the speed of convergence and the behavior of the algorithm as well as a theoretic study of occasions where a node is off the network (i.e. due to failure).

KEY WORDS

Network, wireless, distributed algorithm, consensus, Ad Hoc network, acquaintance, adjacent node, link, link failure, average value.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	2
ABSTRACT	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή.....	5
1.1 Είδη δικτύων.....	5
1.2 Ασύρματα δίκτυα	5
1.3 Δομημένο Δίκτυο και Αδόμητο AD HOC δίκτυο.....	6
1.4 Κατανεμημένα συστήματα.....	6
1.5 Λήψη αποφάσεων με συναίνεση.....	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Τεχνικές επίτευξης συμφωνίας.....	8
2.1 Οι τεχνικές στα δίκτυα	8
2.2 Ιδιότητες τεχνικών επίτευξης συμφωνίας	8
2.3 Προσέγγιση τεχνικών επίτευξης συμφωνίας.....	9
2.4 Παραδείγματα τεχνικών επίτευξης συμφωνίας	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Υλοποίηση τεχνικής επίτευξης συμφωνίας	11
3.1 Θεωρητική προσέγγιση αλγόριθμου επίτευξης συμφωνίας.....	11
3.2 Αλγόριθμος επίτευξης συμφωνίας με προσέγγιση Matlab.....	12
3.3 Αλγόριθμος επίτευξης συμφωνίας	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Πειραματικά αποτελέσματα	17
4.1 Παράδειγμα λειτουργικότητας του αλγορίθμου επίτευξης συμφωνίας.....	17
4.2 Κόμβος εκτός δικτύου	20
Βιβλιογραφία	22

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή

1.1 Είδη δικτύων

Ως δίκτυο υπολογιστών ορίζουμε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα από αυτόνομους ή μη αυτόνομους υπολογιστές, συνδεδεμένων μεταξύ τους, με στόχο την κοινή πρόσβαση σε πληροφορίες και πόρους. Το μικρότερο δίκτυο είναι δύο διασυνδεδεμένοι υπολογιστές. Αυτόνομα θεωρούνται τα μηχανήματα που μπορούν να εκτελέσουν συγκεκριμένες εργασίες (υπολογισμούς, εκτυπώσεις κτλ) από μόνα τους.

Δύο μηχανήματα θεωρούνται συνδεδεμένα μεταξύ τους όταν είναι ικανά να ανταλλάξουν πληροφορίες.

Η διασύνδεση των μηχανημάτων γίνεται ασύρματα ή με καλώδια.



Σχήμα (1.1)

Υπάρχουν είδη δικτύων. Μπορούμε να τα ταξινομήσουμε ανάλογα με το φυσικό μέσο διασύνδεσης σε ενσύρματα ή ασύρματα. Ανάλογα με τον τρόπο πρόσβασης σε δημόσια ή ιδιωτικά. Ανάλογα με την γεωγραφική κάλυψη του δικτύου ως τοπικά, ευρείας κάλυψης και προσωπικά.

1.2 Ασύρματα δίκτυα

Τρεις γενικές περιοχές συχνότητων παρουσιάζουν ενδιαφέρον σχετικά με την ασύρματη μετάδοση. Οι συχνότητες στην περιοχή από περίπου 1 GHz (1 gigahertz= 10^9 Hertz) ως 40 GHz αναφέρονται ως μικροκυματικές συχνότητες. Σε αυτές τις συχνότητες είναι εφικτές ακτίνες υψηλής κατευθυντικότητας και τα μικροκύματα είναι αρκετά κατάλληλα για την υλοποίηση μετάδοσης από σημείο σε σημείο. Τα ίδια μικροκύματα χρησιμοποιούνται για δορυφορικές επικοινωνίες. Οι συχνότητες που βρίσκονται στην περιοχή από 30 MHz έως 1 GHz είναι κατάλληλες για πανκατευθυντικές εφαρμογές. Αναφερόμαστε σε αυτήν την περιοχή ως περιοχή ραδιοκυμάτων.

Μια ακόμη σημαντική περιοχή συχνότητων, κατάλληλη για τοπικές εφαρμογές, είναι το υπέρυθρο τμήμα του φάσματος. Αυτό καλύπτει, περίπου, την

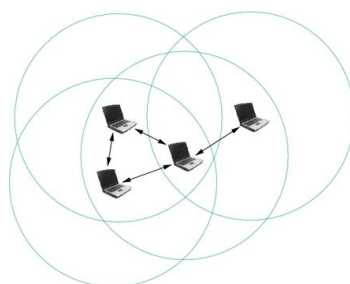
περιοχή από 3×10^{11} έως 2×10^{14} Hz. Το υπέρυθρο τμήμα χρησιμοποιείται για την υλοποίηση εφαρμογών από σημείο σε σημείο και πολυσημειακών, εντός περιορισμένων περιοχών όπως είναι ένα δωμάτιο.

Για μη καθοδηγούμενα μέσα, η μετάδοση και η παραλαβή επιτυγχάνονται με την βοήθεια μίας κεραίας.

1.3 Δομημένο Δίκτυο και Αδόμητο AD HOC δίκτυο

Ένα δομημένο δίκτυο ακολουθεί την εξής δρομολόγηση όσο αφορά την μετάδοση πληροφορίας. Ο κάθε σταθμός προωθεί την πληροφορία προς έναν συγκεκριμένο δρομολογητή, τον οποίο γνωρίζει από την πρώτη στιγμή και αυτός αναλαμβάνει να την προωθήσει προς τον προορισμό.

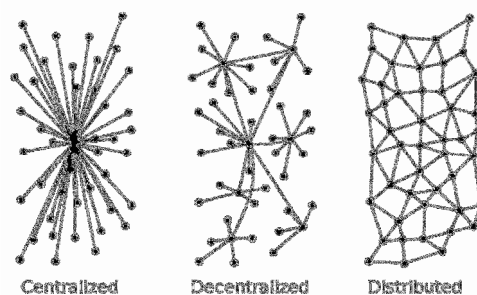
Ένα αδόμητο AD HOC δίκτυο είναι ένας αποκεντρωμένος τύπος ασυρμάτου δικτύου. Αυτός ο τύπος δικτύου δεν βασίζεται σε κάποια προϋπάρχουσα υποδομή, όπως οι δρομολογητές στα ενσύρματα δίκτυα. Αντίθετα, κάθε κόμβος λαμβάνει μέρος στη δρομολόγηση προωθώντας τα δεδομένα προς τους άλλους κόμβους, και έτσι ο καθορισμός της δρομολόγησης γίνεται δυναμικά με βάση την συνδεσιμότητα του δικτύου.



Σχήμα (1.3)

1.4 Κατανεμημένα συστήματα

Ένα κατανεμημένο σύστημα είναι ένα σύνολο ετερογενών υπολογιστών οι οποίοι συνδέονται μέσω ενός δικτύου, με στόχο την από κοινού παροχή υπηρεσιών στους χρήστες του συστήματος. Η εξέλιξη των κατανεμημένων συστημάτων, επηρεάζεται από την εξέλιξη της τεχνολογίας των υπολογιστών και των δικτύων, αλλά και από τις μεταβαλλόμενες ανάγκες των χρηστών τους.



Σχήμα (1.4)

1.5 Λήψη αποφάσεων με συναίνεση

Η λήψη αποφάσεων με συναίνεση είναι μια διαδικασία λήψης αποφάσεων ομάδας στην οποία τα μέλη αναπτύσσουν και συμφωνούν να υποστηρίξουν μια απόφαση προς το συμφέρον του συνόλου. Η συναίνεση μπορεί να οριστεί ως ένα αποδεκτό ψήφισμα, το οποίο μπορεί να υποστηριχθεί, έστω και αν δεν είναι το αγαπημένο του κάθε ατόμου. Η λήψη αποφάσεων συναίνεσης αφορά, συνεπώς, την διαδικασία συζήτησης και οριστικοποίησης μιας απόφασης.



Σχήμα (1.5)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Τεχνικές επίτευξης συμφωνίας

2.1 Οι τεχνικές στα δίκτυα

Το κάθε δίκτυο έχει ξεχωριστές απαιτήσεις, που δημιουργούνται από την τοπολογία και τους πόρους που διαθέτει. Επομένως η επίτευξη συμφωνίας δεν είναι πάντα το ίδιο εύκολη και γρήγορη. Για να συμφωνήσουν όλοι οι κόμβοι σε έναν μέσο όρο, θα πρέπει αρχικά να υπάρχει ένα τουλάχιστον διαθέσιμο μονοπάτι προς και από τον καθένα, λαμβάνοντας υπόψιν τα κατευθυνόμενα μονοπάτια. Στην συγκεκριμένη εργασία θα ασχοληθούμε με τα αδόμητα ασύρματα δίκτυα, επομένως αν οι κόμβοι είναι αρκετά κοντά ο ένας στον άλλον ή αλλιώς εντός εμβέλειας και εφόσον τα σήματα μιας ασύρματης μετάδοσης ταξιδεύουν στον αέρα ή το κενό, τότε θεωρούμε πως η επικοινωνία είναι αμφίδρομη. Συνεπώς θα μας απασχολήσει κυρίως η απόδοση της τεχνικής.

Κατά την επίτευξη συμφωνίας απαιτείται από τον κάθε κόμβο να συναινέσει σε μία μοναδική τιμή. Υπάρχει περίπτωση κάποιος κόμβος να υποστεί βλάβη, μείνει χωρίς ενέργεια ή να μην θεωρείται αξιόπιστος λόγω απόστασής του από τους άλλους κόμβους. Το πρωτόκολλο που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να είναι ανεκτικό σε σφάλματα. Οι κόμβοι θα πρέπει με κάποιον τρόπο να προωθήσουν την υποψήφια τιμή τους προς τα υπόλοιπα μέλη του δικτύου, επικοινωνώντας μόνο με τους γειτονικούς τους κόμβους και τελικά να συναινέσουν όλοι σε μία μοναδική τιμή, χωρίς να εξαρτώνται από κάποιον κεντρικό κόμβο.

2.2 Ιδιότητες τεχνικών επίτευξης συμφωνίας

Κάθε πρωτόκολλο επίτευξης συμφωνίας πρέπει να έχει τις εξής ιδιότητες:

- Λήξη
Κάθε κόμβος πρέπει να αποφασίσει κάποια τιμή.
- Ακεραιότητα
Αν οι περισσότεροι κόμβοι πρότειναν μια ίδια τιμή, τότε στο τέλος πρέπει όλοι να έχουν αποφασίσει αυτήν την τιμή.
- Εγκυρότητα
Αν ένας κόμβος αποφασίσει για μια τιμή, τότε αυτή η τιμή θα πρέπει να έχει προταθεί από κάποιον άλλον.
- Συμφωνία
Κάθε κόμβος πρέπει να συμφωνήσει στην ίδια τιμή με τους υπόλοιπους.

Ένα πρωτόκολλο που μπορεί να επιτεύξει συμφωνία μεταξύ N κόμβων σε ένα δίκτυο, εκ των οποίων μπορεί να αποτύχουν να δώσουν τιμή M κόμβοι, λέγεται M -ανεκτικό.

2.3 Προσέγγιση τεχνικών επίτευξης συμφωνίας

Μια προσέγγιση για την δημιουργία ενός αλγορίθμου επίτευξη συμφωνίας είναι τα πρωτόκολλα Gossip, Randomized Gossip και Path Averaging. Με το πιο απλό πρωτόκολλο να είναι το Pairwise Gossip, τυχαία ζευγάρια από τους συνδεδεμένους κόμβους επανειλημμένα ανταλλάζουν τις τιμές τους με τους γείτονές τους μέχρι να επικρατήσει μία τιμή, ο μέσος όρος. Με το πρωτόκολλο Pairwise Local Averaging δεν απαιτείται κάποια γενικευμένη εικόνα ή η γνώση της κατευθυντικότητας του δικτύου, καθώς πληρούνται οι προϋποθέσεις του καταναμημένου συστήματος. Επειδή, όμως, η ταχύτητα σύγκλισης της τιμής της ταχύτητας στον Pairwise Gossip εξαρτάται από τις τοπικές ενημερώσεις, έχει αποδειχθεί πως υπολογίζοντας τον μέσο όρο τυχαίων μονοπατιών, έναντι των τοπικών γειτονικών κόμβων, έχουμε ένα βέλτιστο σύστημα επικοινωνίας για την χρήση πρωτοκόλλων Gossip.

2.4 Παραδείγματα τεχνικών επίτευξης συμφωνίας

Σε κάθε γύρο στο πρωτόκολλο Path Averaging ένας τυχαίος κόμβος ξυπνάει και παράγει ένα τυχαίο μονοπάτι προς έναν κόμβο. Συγκεντρώνονται οι τιμές κατά μήκος του μονοπατιού και ο κόμβος προορισμού υπολογίζει τον μέσο όρο των τιμών που συλλέχθηκαν. Ο τρόπος αυτός είναι αποδοτικός όσο αφορά την κατανάλωση ενέργειας, αλλά απαιτεί συντονισμό μεγάλων αποστάσεων για να βεβαιωθούμε πως όλες οι τιμές που συλλέχθηκαν έχουν ενημερωθεί με επιτυχία. Σαφώς και η δρομολόγηση των πληροφοριών κατά μήκος του μονοπατιού θα δημιουργήσει καθυστερήσεις, λόγω ότι αν ένας κόμβος είναι κατελλημμένος σε ένα μονοπάτι, θα πρέπει να περιμένει μέχρι να ενημερωθεί πριν να συμμετάσχει σε άλλον γύρο. Επιπλέον, η δρομολόγηση πληροφοριών αντίστροφα του αρχικού μονοπατιού σε ένα δίκτυο κινητής τηλεφωνίας μπορεί να μην είναι επιτυχές.

Ένα παράδειγμα τεχνικής επίτευξης συμφωνίας έχει εφαρμοστεί από την Google σε μια καταναμημένη βιβλιοθήκη υπηρεσιών κλειδώματος που ονομάζεται Chubby. Το Chubby διατηρεί τις πληροφορίες κλειδώματος σε μικρά αρχεία τα οποία είναι αποθηκευμένα σε μια αναπαραριστώμενη βάση δεδομένων για να επιτευχθεί υψηλή διαθεσιμότητα ενάντια σε αποτυχίες. Η βάση δεδομένων εφαρμόζεται πάνω από ένα στρώμα καταγραφής ανεκτικό σε σφάλματα, βασισμένο στον αλγόριθμο συμφωνίας Paxos. Σε αυτό το παράδειγμα, οι πελάτες επικοινωνούν με τον εξυπηρετητή για να προσπελάσουν ή να ενημερώσουν το αναπαραριστώμενο αρχείο καταγραφής, π.χ. για πρόσβαση σε ένα αρχείο.

Ένα άλλο παράδειγμα είναι η διαδικασία εξόρυξης κρυπτονομίσματος. Το Bitcoin για παράδειγμα χρησιμοποιεί το σύστημα απόδειξης-εργασίας για να πετύχει συμφωνία σε ένα δίκτυο peer-to-peer. Οι κόμβοι στο δίκτυο προσπαθούν να λύσουν ένα κρυπτογραφικό πρόβλημα απόδειξης εργασίας, όπου η πιθανότητα να βρεθεί λύση είναι ανάλογη της υπολογιστικής προσπάθειας που καταβάλλεται, σε κατακερματισμούς ανά δευτερόλεπτο που δαπανάται. Ο κόμβος που λύνει το πρόβλημα έχει την έκδοση του μπλοκ των συναλλαγών που προστέθηκαν στον

εξυπηρετητή καταγραφής χρονοσφραγίδων, που έχει γίνει αποδεκτή από όλους τους κόμβους στο δίκτυο.

Ακόμα ένα παράδειγμα είναι τα ζωντανής σύνδεσης παιγνίδια πραγματικού χρόνου τα οποία χρησιμοποιούν ένα διαμορφωμένο Lockstep πρωτόκολλο σαν πρωτόκολλο συμφωνίας για να διατηρήσουν την ροή του παιγνιδιού μεταξύ των παικτών. Κάθε ενέργεια μέσα στο παιγνίδι καταλήγει σε μια αναμετάδοση προς όλους τους άλλους συνδεδεμένους παίκτες με το αποτέλεσμα της τελευταίας κατάστασης του παιγνιδιού. Κάθε παίκτης επικυρώνει την αλλαγή, προσθέτοντας την δική του τιμή στην τιμή κατάστασης του παιγνιδιού και συγκρίνοντάς την με τις άλλες καταστάσεις. Αν οι τιμές δεν συμφωνούν τότε διεξάγεται ένα ψήφισμα και οι παίκτες με τις καταστάσεις παιγνιδιού που βρίσκονται σε παλαιότερη έκδοση αποσυνδέονται από το παιγνίδι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Υλοποίηση τεχνικής επίτευξης συμφωνίας

3.1 Θεωρητική προσέγγιση αλγόριθμου επίτευξης συμφωνίας

Μπρούμε να μοντελοποιήσουμε ένα δίκτυο με κόμβους σε θεωρητικό επίπεδο και να αναφερόμαστε σε αυτό, με έναν πίνακα Γραμμικής Άλγεβρας $A=(N,N)$. Ο πίνακας αυτός ονομάζεται πίνακας γειτνίασης και περιέχει πληροφορίες για αν ένας κόμβος είναι γείτονας με κάποιον άλλον ή όχι. Η ταυτότητα της κάθε γραμμής και της αντίστοιχης στήλης της αντιπροσωπεύει την ταυτότητα ενός συγκεκριμένου κόμβου. Σημειώνουμε στον πίνακα την τιμή 1 αν υπάρχει ζεύξη μεταξύ των κόμβων και 0 αν δεν υπάρχει. Θεωρούμε πως το γράφημά μας θα είναι μη-κατευθυνόμενο και πως δεν υπάρχουν αναδρομές στους κόμβους. Κατ'επέκταση ο πίνακας θα είναι συμμετρικός. Επίσης, εφόσον πρόκειται για ασύρματο δίκτυο, θα πρέπει να θέσουμε ένα μέτρο σύγκρισης για τους κόμβους που βρίσκονται εντός εμβέλειας, π.χ. $range=0,4$.

Πρώτα θα πρέπει να αρχικοποιήσουμε τον πίνακά μας με μηδενικά $A=zeros(N,N)$. Ορίζουμε τις θέσεις των κόμβων, οι οποίες θα μπορούσε να είναι και τυχαίες. Έπειτα θα πρέπει να δημιουργήσουμε τον πίνακα γειτνίασης, βάζοντας τις απαιτούμενες τιμές 0 και 1 στον πίνακα A βάση γειτόνων του κάθε κόμβου.

Σκοπός μας είναι να βρούμε ένα βέλτιστο μονοπάτι διαδρομής $pstar$ το οποίο να είναι της μορφής $pstar=i-a*j$ για κάθε ζεύγος i,j των κόμβων. Αυτό θα μας αποδείξει πως το γράφημά μας είναι συνεκτικό, αφού όλοι οι κόμβοι θα έχουν τουλάχιστον ένα διαθέσιμο μονοπάτι για μετάδοση και κατά συνέπεια θα μπορεί να υπάρξει επίτευξη συμφωνίας.

Έπειτα θα χρειαστεί να εφαρμόσουμε μετασχηματισμό Laplace L στον πίνακα A . Αυτό θα το γράψαμε με την διαφορά του διαγώνιου πίνακα D , με στοιχεία διαγώνιου να είναι το πλήθος των γειτονικών κόμβων, με τον πίνακα A , δηλαδή $L=D-A$.

Στην συνέχεια, θεωρούμε πως ο L είναι θετικά ημιορισμένος, άρα η ιδιοτιμή του είναι 0 και το ιδιοδιάνυσμά του 1. Συνεπώς, αν ταξινομήσουμε τις ιδιοτιμές του L κατά αύξουσα τιμή, τότε με βάση αυτήν την διάταξη, μπορούμε να ελέγξουμε αν το γράφημά μας είναι συνεκτικό ή μη. Για να είναι συνεκτικό θα πρέπει η πρώτη ιδιοτιμή να είναι 0 και η δεύτερη θετική.

Συμπεραίνουμε πως υπάρχει ένα βέλτιστο μονοπάτι $pstar$, πιθανώς πολλαπλών ακμών, από το οποίο όλοι οι κόμβοι μπορούν να επικοινωνήσουν με τους άλλους, αν και μόνο αν το γράφημα είναι συνεκτικό.

Σε περίπτωση που το γράφημα είναι μη-συνεκτικό, τότε δεν μπορούμε να έχουμε επίτευξη συμφωνίας. Σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να σταματήσει ο

αλγόριθμος και να δώσουμε το μήνυμα πως δεν υπάρχει καμία πιθανότητα να συμφωνήσουν όλοι οι κόμβοι σε μία και μοναδική τιμή.

Στην συνέχεια ορίζουμε μια μεταβλητή με την δεύτερη ιδιοτιμή λ_2 και για να συνεχίσουμε, θα θεωρήσουμε πως είναι θετική. Τότε υπολογίζουμε το βέλτιστο α_{star} το οποίο δίνεται από τον τύπο βελτιστοποίησης $\alpha_{star} = 2 / (\lambda_2 + \ln)$, με \ln να είναι η μεταβλητή με τιμή την μέγιστη ιδιοτιμή.

Για την υλοποίηση του αλγόριθμου συμφωνίας θα πρέπει να ορίσουμε ένα τυχαίο διάνυσμα x με N τιμές, υποθέτοντας πως κάθε κόμβος έχει μια τιμή και όλοι οι κόμβοι θέλουν να υπολογίσουν τον μέσο όρο αυτών των τιμών και να συμφωνήσουν σε αυτόν. Αυτό μπορούμε να το υλοποιήσουμε με την χρήση της συνάρτησης `mean()`.

Οι κόμβοι θα πρέπει να κάνουν επαναλήψεις για τον υπολογισμό του μέσου όρου. Οι τιμές που έχουν όλοι οι κόμβοι θα ορίζουν ένα διάνυσμα, π.χ. $x(k)$. Σε κάθε επανάληψη θα πολλαπλασιάζουμε το διάνυσμα αυτό με τον πίνακα p_{star} , δηλαδή $xx(:, i) = p_{star} * xx(:, i-1)$ όπου k θα είναι ο αριθμός-ταυτότητα μιας συγκεκριμένης επανάληψης. Με μια απλή επανάληψη από 1 έως k , εκτελώντας κάθε φορά την εξίσωση ορισμού διανύσματος μπορούμε να παρατηρήσουμε σύγκλιση σε μία και μοναδική τιμή, τον μέσο όρο.

3.2 Αλγόριθμος επίτευξης συμφωνίας με προσέγγιση Matlab

Για την ανάλυση του αλγορίθμου και για την βαθύτερη κατανόησή του θα ορίσουμε τιμές σε συγκεκριμένες μεταβλητές, εξηγώντας παρακάτω την λειτουργία κάθε εντολής γραμμή-γραμμή.

Αρχικά λόγω του περιβάλλοντος Matlab, ο αλγόριθμος ξεκινάει διαγράφοντας κάθε προηγούμενη μεταβλητή, κλείνοντας όλα τα παράθυρα με προηγούμενα γραφήματα και σβήνοντας τα αποτελέσματα από τυχόν προηγούμενες μετρήσεις:

```
clear;  
close all;
```

Ξεκινώντας, αρχικοποιούμε το πλήθος των κόμβων του δικτύου μας. Αυτό γίνεται με την μεταβλητή N . Επιπλέον σε έναν πίνακα x και με την χρήση της συνάρτησης `rand` επιλέγουμε τυχαία τις θέσεις των κόμβων:

```
N=10;  
x=rand(2,N);
```

Με την συνάρτηση plot δημιουργούμε την τοπολογία μας γραφικά:

```
plot(x(1,:),x(2,:), 'o');
```

Αρχικοποιούμε τον πίνακα γειτνίασης των κόμβων δημιουργώντας έναν πίνακα A, διαστάσεων N, N με μηδενικά:

```
A=zeros(N,N);
```

Θεωρώντας πως οι κόμβοι που έχουν απόσταση μικρότερη από 0.4 είναι εντός εμβέλειας με κάποιον άλλον, άρα είναι συνδεδεμένοι. Τους συνδεδεμένους κόμβους τους μαρκάρουμε με την τιμή 1 στον πίνακα:

```
for i=1:N
    for j=i+1:N
        if (x(1,i)-x(1,j))^2+(x(2,i)-x(2,j))^2<range^2
            A(i,j)=1;
            A(j,i)=1;
        end
    end
end
```

Επιπλέον δημιουργούμε και τις ακμές στο γράφημά μας:

```
hold on;
for i=1:N
    for j=i+1:N
        if A(i,j)==1
            plot([x(1,i) x(1,j)], [x(2,i) x(2,j)], 'k-');
        end
    end
end
```

Υπολογίζουμε το άθροισμα των γειτόνων του κάθε κόμβου:

```
C=sum(A);
```

Και θέτουμε τον πίνακα C με διαγώνια διάταξη:

```
for i=1:N
    D(i,i)=C(i);
end
```

Μετατρέπουμε τον πίνακα γειτνίασης σε πίνακα Laplacian, αφαιρώντας από τον διαγώνιο πίνακα D τον πίνακα γειτνίασης:

$$L=D-A;$$

Και παίρνουμε τις ιδιοτιμές του πίνακα L:

$$E=\text{eig}(L);$$

Ελέγχουμε αν μπορεί να επιτευχθεί συμφωνία στην συγκεκριμένη τοπολογία βάσει ιδιοτιμών. Θα πρέπει η δεύτερη ιδιοτιμή να είναι θετική:

$$\text{if } E(2)>0$$

Ορίζουμε μία μεταβλητή για την δεύτερη ιδιοτιμή και μία μεταβλητή για την τελευταία:

$$\begin{aligned} l2 &= E(2); \\ l_n &= E(N); \end{aligned}$$

και υπολογίζουμε το βέλτιστο $astar$, που δίνεται από τον τύπο βελτιστοποίησης:

$$astar = 2 / (l2 + l_n);$$

Έπειτα σχηματίζουμε έναν μοναδιαίο πίνακα διαστάσεων N, N και αφαιρούμε από αυτόν το γινόμενο του βέλτιστου $astar$ επί του πίνακα L για να δημιουργήσουμε τον πίνακα βέλτιστων μονοπατιών $pstar$:

$$\begin{aligned} I &= \text{eye}(N,N); \\ pstar &= I - astar * L; \end{aligned}$$

Στην συνέχεια αναθέτουμε μία τυχαία τιμή σε κάθε κόμβο. Θέτουμε μία μεταβλητή k για τον αριθμό επαναλήψεων που πρόκειται να γίνουν και σε κάθε επανάληψη πολλαπλασιάζουμε με τον πίνακα βέλτιστων μονοπατιών:

```
x=rand(N,1);
xmean=mean(x);
k=150;
xx=zeros(N,k);
xx(:,1)=x;
for i=2:k
    xx(:,i)=pstar*xx(:,i-1);
end
```

Δημιουργούμε το γράφημα τιμών σε συνάρτηση με τον χρόνο:

```

        figure;
        plot([1 k],[xmean xmean],'k--');
        hold on;
        for n=1:N,
            plot(xx(n,:));
        end

```

Διαφορετικά, αν δηλαδή η δεύτερη ιδιοτιμή δεν είναι θετική ή είναι 0 τότε δίνουμε το μήνυμα πως δεν υπάρχει καμία πιθανότητα να επιτευχθεί συμφωνία σε έναν κοινό μέσο όρο στο δίκτυο:

```

        else
            disp('Consensus can not be achieved');
        end

```

3.3 Αλγόριθμος επίτευξης συμφωνίας

Ο ακόλουθος αλγόριθμος είναι φτιαγμένος για να τρέξει σε περιβάλλον Matlab.

```

clear;
close all;

N=10;
x=rand(2,N);

plot(x(1,:),x(2,:),'o');

A=zeros(N,N);

range=0.4;
for i=1:N
    for j=i+1:N
        if (x(1,i)-x(1,j))^2+(x(2,i)-x(2,j))^2<range^2
            A(i,j)=1;
            A(j,i)=1;
        end
    end
end

hold on;
for i=1:N
    for j=i+1:N
        if A(i,j)==1
            plot([x(1,i) x(1,j)],[x(2,i) x(2,j)],'k-');
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end

C=sum(A);

for i=1:N
    D(i,i)=C(i);
end

L=D-A;

E=eig(L);

if E(2)>0
    l2=E(2);
    ln=E(N);
    astar=2/(l2+ln);
    I=eye(N,N);
    pstar=I-astar*L;
    x=rand(N,1);
    xmean=mean(x);
    k=150;
    xx=zeros(N,k);
    xx(:,1)=x;
    for i=2:k
        xx(:,i)=pstar*xx(:,i-1);
    end
    figure;
    plot([1 k],[xmean xmean], 'k--');
    hold on;
    for n=1:N,
        plot(xx(n,:));
    end
else
    disp('Consensus can not be achieved');
end
end

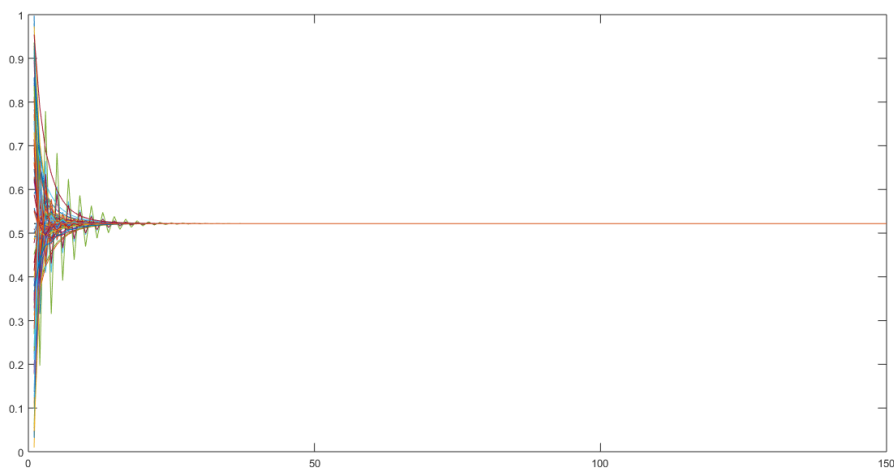
```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Πειραματικά αποτελέσματα

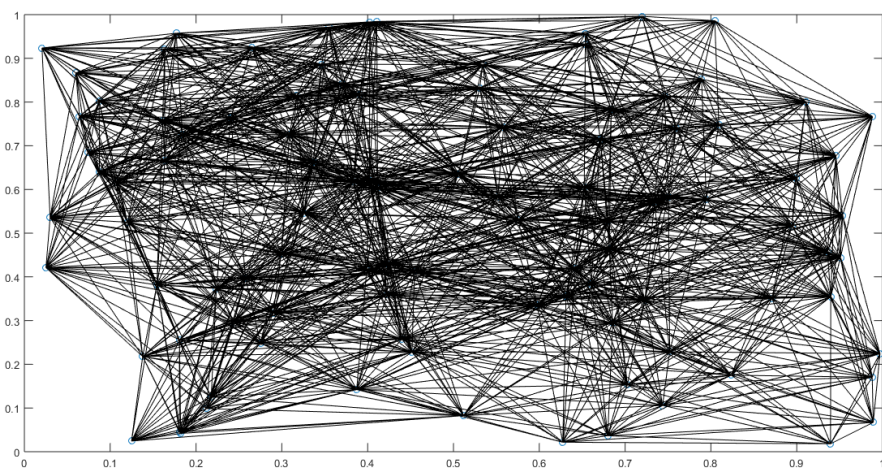
4.1 Παράδειγμα λειτουργικότητας του αλγορίθμου επίτευξης συμφωνίας

Πράγματι, ο αλγόριθμος λειτουργεί και οι κόμβοι μπορούν να συμφωνήσουν σε μία μοναδική τιμή. Παρατηρείται πως αλλάζοντας το πλήθος των κόμβων, έχουμε διαφορετική ταχύτητα σύγκλισης.

Συγκεκριμένα, η ταχύτητα σύγκλισης είναι ανάλογη του πλήθους των κόμβων, δηλαδή όσο περισσότερους κόμβους έχουμε, τόσο πιο γρήγορα θα επιτευχθεί συμφωνία, σε αναλογία των επαναλήψεων αναμετάδοσης (βλ. μεταβλητή k του αλγορίθμου).



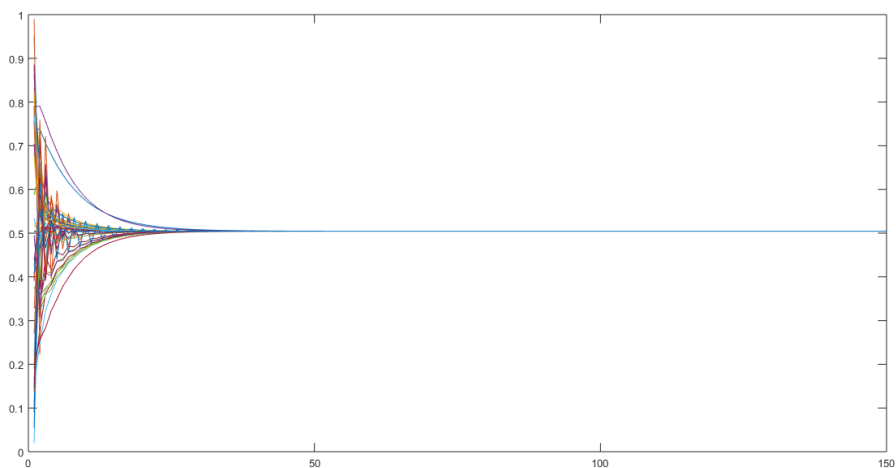
Σύγκλιση 100 κόμβων Τιμή x/k Επαναλήψεις - Σχήμα (4.1.1)



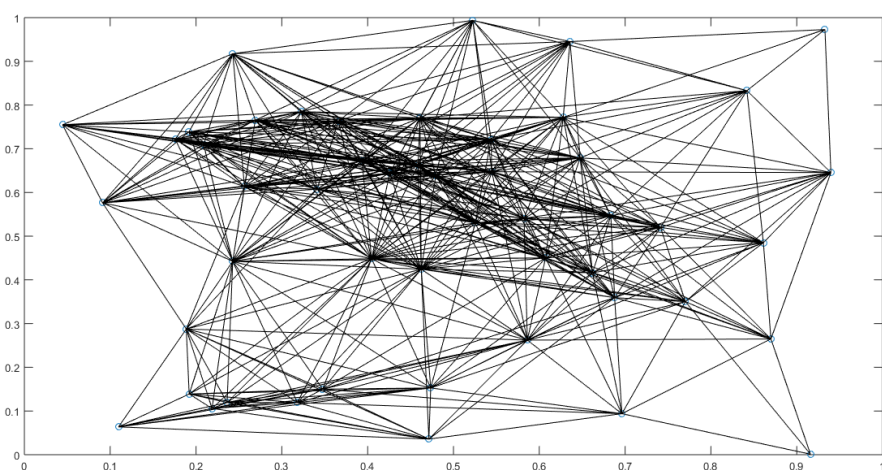
Γράφημα 100 κόμβων - Σχήμα (4.1.2)

Φτάνει μόνο να παρατηρήσουμε στις πόσες επαναλήψεις k οι τιμές συγκλίνουν σε ευθεία γραμμή (Σχήμα 4.1.1).

Διακρίνουμε πως για 100 κόμβους, έχουμε σύγκλιση πολύ πριν τις 50 επαναλήψεις k ,



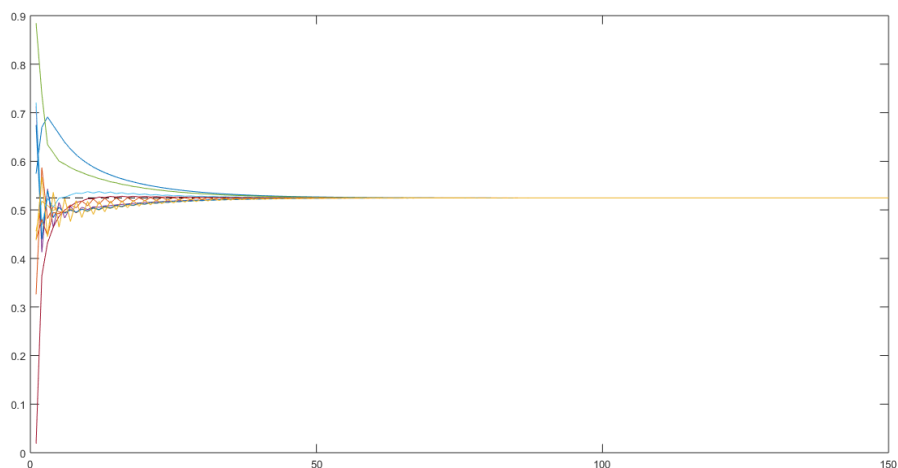
Σύγκλιση 50 κόμβων Τιμή x/k επαναλήψεις - Σχήμα (4.2.1)



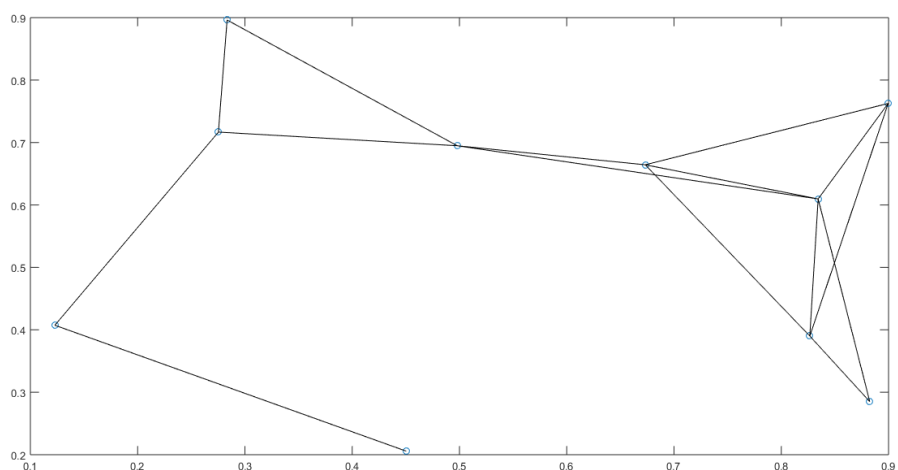
Γράφημα 50 κόμβων - Σχήμα (4.2.2)

ενώ για 50 κόμβους έχουμε σύγκλιση λίγο πριν τις 50 επαναλήψεις k (Σχήμα 4.2.1).

Για μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα, όμως, ας μελετήσουμε και ένα δίκτυο που αποτελείται από αρκετά λιγότερους κόμβους. Στο (Σχήμα 4.3.1), έχουμε μια τοπολογία 10 κόμβων.



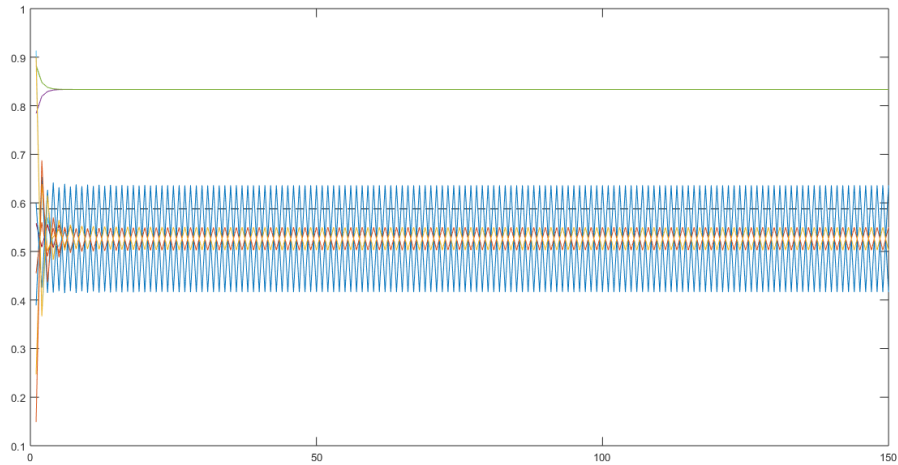
Σύγκλιση 50 κόμβων Τιμή x/k επαναλήψεις - Σχήμα (4.3.1)



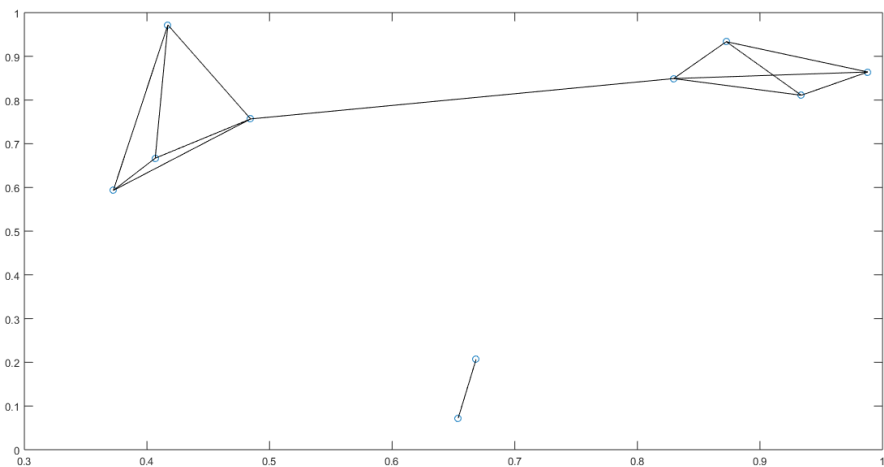
Γράφημα 10 κόμβων - Σχήμα (4.3.2)

Σε δίκτυο με 10 κόμβους έχουμε σύγκλιση περίπου στις 50 επαναλήψεις (Σχήμα 4.3.1).

Σε ορισμένο χώρο, αν μειώσουμε το πλήθος των κόμβων, προκαλούνται προβλήματα. Ένα πρόβλημα όπως είδαμε είναι η μείωση της ταχύτητας σύγκλισης. Ένα εξίσου σημαντικό πρόβλημα είναι πως η επίτευξη συμφωνίας καθιστάται αδύνατη αν το δίκτυο δεν είναι συνεκτικό. Σε μια τέτοια περίπτωση, ο αλγόριθμος εξάγει περισσότερους από έναν μέσο όρο.



Σύγκλιση 10 κόμβων Τιμή x/k επαναλήψεις - Σχήμα (4.4.1)



Γράφημα 10 κόμβων - Σχήμα (4.4.2)

Όπως βλέπουμε στο (Σχήμα 4.4.2), το δίκτυο δεν είναι συνεκτικό. Συνεπώς, δεν μπορεί να υπάρξει επίτευξη συμφωνίας σε έναν και μοναδικό μέσο όρο, λόγω αδυναμίας επικοινωνίας μεταξύ των ορισμένων κόμβων.

Βλέπουμε πως στο κάθε δίκτυο οι κόμβοι συναίνεσαν σε έναν δικό τους μέσο όρο (Σχήμα 4.4.1). Επειδή, όμως, δεν έχουμε μία τελική απόφαση από όλους τους κόμβους που έχουμε ορίσει, το συγκεκριμένο παράδειγμα δεν θεωρείται επίτευξη συμφωνίας.

4.2 Κόμβος εκτός δικτύου

Σε περίπτωση όπου ακόμα και ένας κόμβος να βγει εκτός δικτύου κατά την διάρκεια υπολογισμού του μέσου όρου (επαναλήψεις k), για οποιονδήποτε λόγο, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος πρέπει να σταματήσει, δίνοντας μήνυμα σφάλματος.

Στην συνέχεια θα πρέπει να οριστεί ξανά το πλήθος των κόμβων και να ξεκινήσει από την αρχή.

Η μόνη περίπτωση όπου δεν θα υπήρχε καμία απολύτως περίπτωση να μπορεί να καταλήξει ο αλγόριθμος σε συμφωνία του υπολογισμού του μέσου όρου είναι αν οι κόμβοι που βγήκαν εκτός δικτύου, μετατρέπουν το δίκτυο από συνεκτικό σε μη-συνεκτικό. Στην περίπτωση αυτή, ένα σύνολο κόμβων δεν έχουν τρόπο να επικοινωνήσουν με τους υπολοίπους, οπότε δεν μπορεί να συμφωνηθεί ένας κοινός μέσος όρος και κατ' επέκταση να καταλήξει το γράφημα να μοιάζει με το Σχήμα 4.4.2.

Βιβλιογραφία

- “Εφαρμοσμένη Ανάλυση & Θεωρία Fourier”, Δρ. Μιχαήλ. Ε. Φιλιππάκης, Τόμος Β
- “Πραγματική Ανάλυση”, Δ. Γεωργίου, Σ. Ηλιάδης, Θ. Μεγαρίτης, Πάτρα
- “Γραμμική Άλγεβρα”, Δ. Γεωργίου, Ι. Κούγιας, Θ. Μεγαρίτης, Πάτρα
- “Σήματα & Συστήματα Συνεχούς Χρόνου με Matlab”, Μ. Παρασκευάς, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Αριθμητικές Μέθοδοι και Εφαρμογές για Μηχανικούς με Παραδείγματα στο Matlab”, 3^η έκδοση, Ι. Σαρρής, Θ. Καρακασίδης, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Τεχνικές Προσομοίωσης Θεωρία & Εφαρμογές”, 2^η έκδοση, Μ. Ρουμελιώτης, Σ. Ι. Σουραβλάς, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Κατανεμημένα Συστήματα με Java Συστήματα Υπολογιστών Τόμος III”, 3^η έκδοση, Ι. Κ. Κάβουρας, Ι. Ζ. Μήλης, Γ. Β. Ξυλωμένος, Α. Α. Ρουκουνάκη, εκδόσεις ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ
- “Σχεδιασμός και Υλοποίηση Δικτύων”, 2^η έκδοση, Σ. Δ. Αρσένης, εκδόσεις ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ
- “Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα”, 3^η έκδοση, Γ. Κ. Καραγιαννίδης, Δρ. Κ. Ν. Παππή, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Ψηφιακές Επικοινωνίες”, Α. Bateman, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Επικοινωνίες Υπολογιστών και Δεδομένων”, 8^η έκδοση, W. Stallings, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Τεχνολογία Πολυμέσων και Πολυμεσικές Επικοινωνίες”, Γ. Β. Ξυλωμένος, Γ. Κ. Πολύζος, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- “Βασικές Αρχές του WiMAX”, J. G. Andrews, A. Gosh, R. Muhamed, εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- [Bur06] Mike Burrows. The chubby lock service for loosely-coupled distributed systems. In Proceedings of the 7th symposium on Op. sys. design and implem., pages 335-350, 2006
- [SG07] L. Schenato and G. Gamba. A distributed consensus protocol for clock synchronization in wireless sensor network. In IEEE Conf. Decision and Control, pages 2289-2294, 2007
- [SG08] A. Schizas, I. and Ribeiro and G. Giannakis. Consensus in ad hoc wsns with noisy links-part i: Distributed estimation of deterministic signals. Signal Processing, IEEE Transactions on, 56(1):350-364, 2008
- [BGPS05] S. Boyd, A. Ghosh, B. Prabhakar, D. Shah, "Gossip algorithms: Design analysis and applications", IEEE INFOCOM, 2005

-
- [BGPS06] S. Boyd, A. Ghosh, B. Prabhakar, and D. Shah. Randomized gossip algorithms. IEEE Transactions on Information Theory, 52(6):2508-2530, 2006
 - [BDTV] F. Bénézit, A. Dimakis, P. Thiran, M. Vetterli, "Order-optimal consensus through randomized path averaging"
 - "Average Consensus", Yilin Mo, July 2, 2015
 - "Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems", Reza Olfati-Saber, Member IEEE, J. Alex Fax, and Richard M. Murray, Fellow IEEE, Vol. 95, No. 1, January 2007