Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Δυτικής Ελλάδας

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

Τμήμα: Διοίκησης Επιχειρήσεων

Μάθημα: Πτυχιακή άσκηση

Θέμα: Βασικές έννοιες και προβλήματα στην εφαρμογή της θεωρίας των Παιγνίων

Ονοματεπώνυμο μετέχοντος φοιτητή :

Καραντάκης Χρήστος-Δημοσθένης

Υπεύθυνος πτυχιακής άσκησης: Βάσιου Γεωργία

Πάτρα

2016

Περιεχόμενα

Πρόλογος

Όταν μου ανατέθηκε το παρόν πόνημα, οι γνώσεις μου πάνω στο αντικείμενο της θεωρίας των Παιγνίων περιορίζονταν στην ταινία της αυτοβιογραφίας του John Nash. Αρχικά, λοιπόν, θα μπορούσε κάποιος να πει ότι ένιωσα ακόμη και τρομοκρατημένος μπροστά στον όγκο της εργασίας. Σιγά-σιγά όμως, και με την κατάλληλη καθοδήγηση φυσικά, άρχισε να ανοίγεται μπροστά μου, ένας πολύ ενδιαφέρων, αλλά και συνάμα πολύπλοκος κόσμος: αυτός της παρούσας θεωρίας. Όταν έφτασα στην άκρη του κουβαριού, ή αλλιώς στο τέλος του δρόμου της εργασίας κατάλαβα πως η θεωρία των Παιγνίων δεν είναι απλά μια μαθηματική έννοια, ή ένα μαθηματικό εργαλείο. Είναι μια στάση ζωής, ένας τρόπος επίλυσης ποικίλλων καταστάσεων, η οποία διαθέτει προεκτάσεις σε διαφόρους τομείς, λόγο για τους κάνω και αναλυτικότερα στα συμπεράσματα.

Το μονοπάτι που είχα να διαβώ ήταν αρκετά δύσβατο, καθώς η εκπόνηση της πτυχιακής μου εργασίας συνέπεσε με διάφορες δύσκολες καταστάσεις στη ζωή μου. Παρόλα αυτά το έφερα εις πέρας, με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, ευελπιστώ, κρίνοντας βέβαια πάντα με λίγη επιείκεια τον εαυτό μου. Θα ζητούσα, λοιπόν και από τον όποιο αναγνώστη να δείξει την ίδια επιείκεια σε τυχόν λάθη ή παραλείψεις μου και να κρατήσει το γεγονός ότι τώρα, μετά το πέρας του εγχειρήματος, το οποίο και δε μπορώ να κρίνω εγώ ο ίδιος κατά πόσο ή όχι στέφθηκε με απόλυτη επιτυχία, το σίγουρο είναι ότι μέσα από τη διαδικασία ήρθα σε επαφή με μια εντελώς καινούργια θεωρία, κατ' εμέ πολύ εντυπωσιακή και ενδιαφέρουσα, μου ανοίχτηκε ένας νέος κόσμος στη γνώση, τον οποίο ανυπομονώ να γνωρίσω όσο καλύτερα μπορώ, με περαιτέρω μελέτη και διερεύνηση του αντικειμένου.

Σε αυτό το σημείο, θα ήθελα να απονείμω ιδιαίτερες ευχαριστίες στην επιβλέπουσα καθηγήτρια μου, Βάσιου Γεωργία για τις πολύτιμες συμβουλές, διορθώσεις και καθοδηγήσεις της άλλα και για την υπομονή και τη συμβολή της όταν έφτασα κοντά στο να χάσω τις ημερομηνίες παράδοσης της εργασίας. Επιπλέον, σημαντική υπήρξε η συμβολή και η βοήθεια της συντρόφου μου, για το συγκεκριμένο πόνημα.

Περίληψη

Η παρούσα εργασία αναφέρεται στη θεωρία των Παιγνίων. Περιλαμβάνει θεωρητικό μέρος, στο οποίο αναλύονται οι βασικές αρχές της θεωρίας, με τους κανόνες,τα είδη και τις μορφές των παιγνίων. Έπεται το δεύτερο μέρος,όπου αναλύονται πέντε βασικά παίγνια. Παρουσιάζονται με τις αρχές τους, ως θεωρία και στη συνέχεια ακολουθεί ο τρόπος επίλυσης τους, κυρίως βέβαια σε θεωρητικό επίπεδο αλλά και χρησιμοποιώντας πίνακες και μαθηματικούς τύπους. Στη συνέχεια έρχονται τα γενικά συμπεράσματα από τα δύο προηγούμενα μέρη. Το πόνημα τελειώνει με την παράθεση της βιβλιογραφίας, της οποίας έγινε χρήση κατά τη διεκπεραίωση του.

Εισαγωγή

Η εργασία αποτελείται από δύο κυρίως μέρη και τα συμπεράσματα. Στο πρώτο μέρος γίνεται αναφορά στο θεωρητικό κομμάτι της θεωρίας των Παιγνίων και στο δεύτερο επιχειρείται η επίλυση διαφόρων προβλημάτων της θεωρίας. Στο κομμάτι των συμπερασμάτων, τέλος γενικεύονται οι παρατηρήσεις μου από το εγχείρημα.

Αναλυτικότερα, το πρώτο μέρος αρχίζει με έναν ορισμό και μια ιστορική αναδρομή της θεωρίας. Συνεχίζει μελετώντας τις εφαρμογές και τις βασικές της αρχές. Έπειτα τα παίγνια οργανώνονται σε βασικές κατηγορίες, οι οποίες επεξηγούνται. Γίνεται εκτενής αναφορά στη προσέγγιση της ισορροπίας Nash και παρουσιάζονται οι κύριοι κανόνες που διέπουν ένα παιχνίδι. Τέλος, σε αυτό το μέρος κρίθηκε απαραίτητο να αναλυθούν ειδικότερος η μέθοδος της οπισθοβατικής επαγωγής, καθώς και αυτή του minimax.

Στο επόμενο και δεύτερο μέρος του εγχειρήματος παρουσιάζονται διάφορα παίγνια της θεωρίας. Αυτά αναλύονται υπό τη μορφή προβλημάτων. Αρχικά, γίνεται αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο αυτών, και στη συνέχεια επιχειρείται μια επίλυση τους με τη βοήθεια διαφόρων εργαλείων και υποθέσεων. Έγινε προσπάθεια ώστε να καλυφθούν όλες οι μεγάλες κατηγορίες παιχνιδιών και να μελετηθεί εκτενώς ο τρόπος λύσης τους.

Τέλος, στο κεφάλαιο των συμπερασμάτων καταδεικνύονται τα θεωρητικά μου συμπεράσματα, παρατηρήσεις, γενικεύσεις αλλά και σκέψεις επί του θεωρητικού μέρους της εργασίας. Ακόμα παρουσιάζεται μια σύνοψη του δευτέρου μέρους, όπου και σε αυτό σημειώνονται οι παρατηρήσεις μου.

Στη βιβλιογραφία αναγράφονται οι βασικές ξενόγλωσσες και ελληνικές πηγές, των οποίων έγινε χρήση. Επιπλέον σημειώνονται οι διάφοροι ιστότοποι τους οποίους συμβουλεύτηκα. Όλα τα παραπάνω διαθέτουν ένα αναγραφόμενο αριθμό μπροστά. Αυτός ο αριθμός χρησιμοποιείται ως παραπομπή σε αγκύλες μέσα στο κυρίως κείμενο για να δείξω σε ποιο κομμάτι βασίζεται η ανάλυση μου κάθε φορά (πχ [Βιβλιογραφία No 3]), όταν στηρίζομαι στην υπ’ αριθμό 3 πηγή, ήτοι την Chiappori, P.; Levitt, S.; Groseclose, T.. "Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer",2002)

Μέρος 1ο

Βασικές έννοιες στη θεωρία των Παιγνίων

Ορισμός

Η θεωρία των Παιγνίων, αποτελεί ένα παρακλάδι των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, καθώς και των Οικονομικών. Μελετά στρατηγικές περιπτώσεις όπου οι διάφοροι μετέχοντες καλούνται να επιλύσουν διαφόρων ειδών διαφωνίες και να επιτύχουν τους προσωπικούς τους στόχους, με τις πράξεις τους ενός να επηρεάζουν άμεσα τις πράξεις του άλλου.

Ουσιαστικά, είναι η μελέτη της στρατηγικής της λήψης των αποφάσεων. Διερευνά τις συγκρούσεις και τις συνεργασίες ανάμεσα στα διάφορα άτομα που απαιτούνται για να ληφθεί η απόφαση. Αποτελεί μια διαδραστική θεωρία λήψης αποφάσεων, η οποία βρίσκει εφαρμογή σε τομείς όπως τα οικονομικά, η πολιτική επιστήμη, η ψυχολογία, η πληροφορική, ακόμα και η βιολογία [Βιβλιογραφία Νο 16].

Στο παρελθόν, στα πλαίσια της Θεωρίας, τα κέρδη του ενός ατόμου ήταν ακριβώς η απώλεια του έτερου ή έτερων συμμετεχόντων. Σήμερα, βέβαια, η Θεωρία χρησιμοποιείται για τη μελέτη ενός ευρέος φάσματος συμπεριφορικών καταστάσεων, οπότε και έχει καταλήξει να θεωρείται ένας όρος ομπρέλα που συνεπάγεται τη λήψη λογικών και βολικών αποφάσεων σε ανθρώπινους και μη παράγοντες.

Παρ' όλο που έχει χρησιμοποιηθεί σε σύνθετα επιχειρησιακά προβλήματα αλλά και ως στρατηγική στρατιωτικών επιχειρήσεων, η προέλευση της δε παύει να είναι ένα παιχνίδι με κάρτες, εξ ου και το όνομα αυτής. Φυσικά, όπου παιχνίδι, μπορούμε να θεωρήσουμε οποιαδήποτε κατάσταση που υπάρχουν παίχτες, ένα εξωτερικό αποτέλεσμα, αποφάσεις ή κινήσεις των παικτών που μπορούν να επηρεάσουν αυτό καθώς και νίκη κάποιου παίκτη, ο οποίος έχει λαμβάνειν τα οφέλη του αποτελέσματος.

Η αξία της θεωρίας των Παιγνίων έγκειται στην κατανόηση και την πρόβλεψη των αντιδράσεων και του πιθανού αποτελέσματος ανάμεσα σε παίχτες, των οποίων τα κίνητρα είναι συγκρουόμενα. Όπως ήδη είναι γνωστό από τις Φυσικές Επιστήμες κάθε δράση επιφέρει μια αντίδραση. Η παρούσα Θεωρία, λοιπόν προσπαθεί να προβλέψει όλη την γκάμα των πιθανών δράσεων, καθώς και των επερχόμενων αντιδράσεων των παιχτών στα πλαίσια ενός παιχνιδιού [Βιβλιογραφία Νο 8].

Ιστορική αναδρομή

Πρώιμες ανεπίσημες αναφορές στην περί ου ο λόγος θεωρία έχουν παρατηρηθεί στους Βαβυλώνιους και στις τακτικές επίλυσης που εφάρμοζαν στα λεγόμενα «προβλήματα συμβολαίων γάμου», τα οποία αφορούσαν τη διανομή της περιούσιας ανάμεσα στις εκάστοτε γυναίκες ενός εκλιπόντος αντρός. Γύρω στο 1713 ο Waldergrave επινόησε ένα παιχνίδι καρτών, που εμπεριείχε στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων ανάμεσα σε δύο παίκτες. Σημειώθηκε ότι το παιχνίδι αυτό δε βασιζόταν στις έως τότε γνωστές τεχνικές των παιχνιδιών της τύχης αλλά σε μια εντελώς νέα διαδικασία.

Το 1838, ο A. Cournot δημοσιεύει την «Έρευνα στις μαθηματικές αρχές της θεωρίας του πλούτου», σε κεφάλαιο της οποίας υπάρχουν αναφορές στην περίπτωση του δυικού ολιγοπωλίου και χρησιμοποιείται σενάριο λύσεων που εμπεριέχουν περιορισμένη αναφορά στην ισορροπία του Nash. Θα μπορούσε ίσως να θεωρηθεί ότι και στην Θεωρία της εξέλιξης του Δαρβίνου εντοπίζονται πρώιμες αναφορές στη θεωρία των Παιγνίων κατά τη δράση του φυσικού πλεονεκτήματος και του πως αυτό διορθώνει την ισορροπία ανάμεσα στα δύο φύλα.

Εν συνεχεία, το 1881, στο δοκίμιο που δημοσιεύει ο F.Edworth προτείνεται μια λύση για την εύρεση του αποτελέσματος του εμπορίου ανάμεσα σε ξεχωριστά άτομα. Η επονομαζόμενη «καμπύλη συμβολής», την οποία προτείνει για να ερμηνεύσει την έκβαση του εμπορίου ανάμεσα σε μία κοινωνία με δύο τύπους εμπορευμάτων αλλά και καταναλωτών τείνει να μικρύνει, στη βάση της ανταγωνιστικής ισορροπίας, όταν οι καταναλωτές τείνουν στο άπειρο. Η παραδοχή αυτή, καθώς και οι γενικεύσεις της καμπύλης συμβολής αποτέλεσαν τον πυρήνα της θεωρίας των Παιγνίων. Είκοσι, περίπου χρόνια αργότερα ο E. Zermelo θεμελιώνει ένα από τα πρωταρχικά θεωρήματα της αναφερθείσας θεωρίας και λίγο αργότερα για τη θεωρία του-γνωστή και ως «το θεώρημα του Zermelo»-παρουσιάζονται οι πρώτες επιστημονικές αποδείξεις από τους D. Konig και L.Kalmar.

Ο εικοστός αιώνας υπήρξε καταλυτικός στη διαμόρφωση και επέκταση της θεωρίας των Παιγνίων. Στις αρχές του, ο Borel παρείχε τον σχηματισμό μιας μικτής στρατηγικής για την εύρεση της βέλτιστης λύση σε παίγνιο δυο παιχτών με τρεις ή πέντε στρατηγικές. Ένα χρόνο αργότερα, ο John von Neumann θεμελιώνει το επονομαζόμενο θεώρημα του minimax, στο οποίο δηλώνει ότι σε κάθε παίγνιο δυο παιχτών, μηδενικού αθροίσματος υπάρχει πάντα λύση και η απώλεια ενός παίχτη είναι ίση με το κέρδος του άλλου. Το 1934 ο R.A. Fisher ανακαλύπτει τη λύση του Waldergrave στο παιχνίδι καρτών. Έπειτα από δέκα χρόνια δημοσιεύεται η «Θεωρία των Παιγνίων και Οικονομική συμπεριφορά», των J. Neumann και O. Morgenstern. Το βιβλίο αυτό αναπτύσσει και επεξηγεί τη θεωρία δυο παιχτών μηδενικού αθροίσματος, καθώς και αποτελεί την πρώιμη εργασία πάνω σε τομείς της θεωρίας των Παιγνίων όπως η ιδέα του συνεργατικού παίγνιου με μεταφέρσιμη ωφέλεια και τη μορφή συνασπισμού.

Το 1950, οι M. Dresher και M. Flood διεξάγουν ένα πείραμα που εισήγαγε το παίγνιο, γνωστό ως «το δίλημμα του φυλακισμένου». Την ίδια χρονιά ο J. McDonald φέρνει σε επαφή το ευρύ κοινό με τη θεωρία, μέσα από το βιβλίο του «Στρατηγική στο πόκερ, τις επιχειρήσεις και τον πόλεμο». Αργότερα η W. Kuhn περιλαμβάνει στα συγγράμματα της τα εκτεταμένα παίγνια, όπως και βασικά θεωρήματα που αναφέρονται σε αυτή την τάξη παιγνίων.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1950 ο Αμερικανός μαθηματικός και οικονομολόγος John Nash εισήγαγε μια ισορροπία για παιχνίδια μη-μηδενικού αθροίσματος, γνωστή και ως ισορροπία Nash. Πρόκειται για μια κατάσταση, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, από την οποία δεν συμφέρει κανέναν παίκτη να απομακρυνθεί, δεδομένων των επιλογών των αντιπάλων τους. Ο ίδιος πρότεινε το πρόγραμμα Nash, στο οποίο πρότεινε την προσέγγιση της μελέτης της θεωρίας των συνεργατικών παιγνίων μέσω της μείωσης των μη συνεργατικών σχηματισμών. Το 1952 το ίδρυμα της Ford και το Πανεπιστήμιο του Michigan χρηματοδοτούν ένα σεμινάριο πάνω στο «Σχεδιασμό πειραμάτων στη διαδικασία αποφάσεων», στη Σάντα Μόνικα. Αυτό αποτελεί το πρώτο πειραματικό συνέδριο στη θεωρία των Παιγνίων [Βιβλιογραφία No 9].

Στο δεύτερο μισό του εικοστού αιώνα αρχίζουν οι εφαρμογές της θεωρίας στις Πολιτικές Επιστήμες και την Φιλοσοφία. Εντοπίζεται, από τον M. Shubik η σχέση ανάμεσα στην καμπύλη συμβολής του Edgeworth και στον πυρήνα της θεωρίας. Ξεκινάνε οι πρώτες μελέτες για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια και εμφανίζεται το κοινωνικό θεώρημα. Οι D. Gale και L. Shapley εφαρμόζουν τη θεωρία στο δοκίμιο τους περί της σταθερότητας ενός γάμου. Γύρω στο 1962 παρατηρείται πρώιμη εφαρμογή της θεωρίας στην Ασφαλιστική Επιστήμη. Το 1964 αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος για την εύρεση της ισορροπίας Nash σε διμητρικά παίγνια και το 1966 ο J. Harsanyi διαχωρίζει ξεκάθαρα τα συνεργατικά από τα μη συνεργατικά παίγνια, βασιζόμενος στο αν ή όχι οι δεσμεύσεις είναι επιβλητές. Ο ίδιος δομεί τη θεωρία περί παιγνίων ατελούς πληροφόρησης. Το1965 ο R. Selten μελέτησε τα δυναμικά παίγνια (αυτά που εξελίσσονται στο χρόνο) εισάγοντας την έννοια της ισορροπίας στα υποπαίγνια και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού. Λίγα χρόνια αργότερα υπήρξε αναφορά στην αξία των μη ατομικών παιγνίων, στον όρο της κοινής γνώσης, σύμφωνα με τον οποίο όλοι οι παίχτες γνωρίζουν κάτι και όλοι έχουν γνώση ότι όλοι γνωρίζουν, στη διαδραστική συμπεριφορά των δεσμευόμενων παιχτών, καθώς και στην εφαρμογή της θεωρίας των Παιγνίων στο Νόμο.

Το 1994, οι J. Nash, J. C. Harsanyi και R. Selten τιμήθηκαν με Νόμπελ για τις πρωτοποριακές αναλύσεις τους στην ισορροπία της Θεωρίας των μη συνεργατικών παιγνίων. Με το ίδιο βραβείο τιμήθηκαν το 2005 οι R. J. Aumann και T. C. Schelling για τη συμβολή τους στην κατανόηση των συγκρούσεων και συνεργασιών κατά την ανάλυση της θεωρίας των παιγνίων, καθώς και το 2012 οι A. E. Roth και L. S. Shapley για την θεωρία των σταθερών κατανομών και πρακτικών του σχεδιασμού της αγοράς [Βιβλιογραφία Νο 12].

Εφαρμογές της θεωρίας των παιγνίων στην καθημερινή ζωή

Η Θεωρία παιγνίων διαθέτει εφαρμογές σε ένα πολύ μεγάλο φάσμα καταστάσεων της καθημερινής ζωης. Για αυτό το λόγο θα μπορούσε αρκετά εύκολα να στηριχθεί μια άποψη συσχέτισης όλων, η σχεδόν όλων των θεμάτων με την θεωρία των παιγνίων, καθώς η προαναφερθείσα θα μπορούσε να εφαρμοστεί στην οικονομία, στις επιχειρήσεις. στην πληροφορική, στις τηλεπικοινωνίες, στην πολιτική, στις στρατιωτικές εκστρατείες, στην κοινωνιολογία, στη βιολογία και αναπόφευκτα στην καθημερινή ζωή. Αποτελεί μια μοντέρνα μαθηματική ανάλυση η οποία μπορεί να μελετήσει και, γιατί όχι, να προβλέψει με σχετικά μεγάλη ακρίβεια αποτελέσματα ενός ευρέως φάσματος παιγνίων που περιλαμβάνει παιχνίδια όπως το σκάκι και φτάνει και μέχρι και τον τζόγο .

Η περί ου ο λόγος Θεωρία αποτελεί ουσιαστικά έναν τρόπο εξέτασης καταστάσεων ανάμεσα σε ένα σύνολο λογικών ατόμων, το οποίο δρα ανταγωνιστικά με στόχο την αποκόμιση μέγιστου κέρδους. Σκοπός της είναι να αρωγό των ατόμων στην προσπάθεια κατανόησης διαφόρων καταστάσεων, εντός των οποίων σημειώνεται αλληλεπίδραση των εκάστοτε ατόμων, που καθένας συμπεριφέρεται με συγκεκριμένη στρατηγική και επιχειρεί να πάρει μερικές αποφάσεις. Το εκάστοτε άτομο επί του προκειμένου, καλείται παίκτης και είναι αυτός που αποφασίζει. Σκοπός του κάθε παίκτη είναι να φτάσει το κέρδος του σε βέλτιστο ύψος, το οποίο μετράται σε μια κλίμακα ωφέλειας. Επομένως το παίγνιο για το οποίο γίνεται αναφορά στην θεωρία παιγνίων εκφράζει την κατάσταση όπου δυο ή περισσότεροι παίκτες ενεργούν με τρόπο που δημιουργούν δεσμούς αλληλεξάρτησης και αλληλεπίδρασης ανάμεσά τους.

Όπως προαναφέραμε η Θεωρία των Παιγνίων εκφράζεται σε ένα τεράστιο φάσμα εφαρμογών και πεδίων. Από την οικονομία, την πολιτική, τις επιχειρηματικές δραστηριότητες, τις στρατιωτικές επιχειρήσεις, την κοινωνιολογία, την βιολογία ακόμα και στην καθημερινή μας ζωή δεν είναι λίγες οι φορές που εν αγνοία μας χρησιμοποιούμε κατά κόρον την θεωρία των παιγνίων όταν καλούμαστε να λάβουμε κάποιες αποφάσεις.

Οι οικονομολόγοι εδώ και πολλά χρόνια χρησιμοποιούν συστηματικά την θεωρία των παιγνίων για να αναλύουν διαφόρους κλάδους, όπως για παράδειγμα την εξωτερική και εσωτερική οικονομική πολιτική, που θα εφαρμόσει η εκάστοτε χώρα στην εκάστοτε χρονική στιγμή και περίοδο.

Το παράδειγμα της Ελλάδας και των λοιπών χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης είναι ένα από τα πιο έκδηλα και ηχηρά παραδείγματα που αποδεικνύουν περίτρανα ότι η θεωρία των παιγνίων είναι για τα καλά εδραιωμένη στις οικονομικές επιστήμες και εφαρμογές, ενώ ακόμα πιο σαφές καθίσταται το γεγονός, ότι όσο πιο καλά γνωρίζεις τους κανόνες και τα δεδομένα του παιχνιδιού, τόσο περισσότερες είναι και οι πιθανότητες να κερδίσεις περισσότερα οφέλη για την χώρα που εκπροσωπείς, αλλά και να βρίσκεις ακόμα χρυσές τομές εν μέσω διαπραγματεύσεων με τους εταίρους/ αντιπάλους/ ομόζυγους σου.

Η θεωρία των παιγνίων βρίσκει, επίσης εφαρμογή σε ποικίλλους κλάδους της οικονομίας όπως : Η βιομηχανική οργάνωση ή ο σχεδιασμός μηχανισμών (mechanic design) ο όποιος με την σειρά του διακλαδώνεται σε άλλους υποκλάδους όπως τα μονοπώλια, τα ολιγοπώλια, τις συμφωνίες και τις δημοπρασίες. Για να πραγματοποιηθούν αυτές οι έρευνες εστιάζουμε στην ισορροπία που υπάρχει στα παιχνίδια.

Επιπρόσθετα να υπογραμμίσουμε τον κυρίαρχο ρόλο της θεωρίας των παιγνίων στην διεθνή και παγκόσμια διπλωματία και κατ’ επέκταση στις διπλωματικές, πολιτικές και πολεμικές στρατηγικές. Σε τέτοιες εκφάνσεις της θεωρίας των παιγνίων έγινε μάρτυρας ολόκληρη η ανθρωπότητα κατά τη διάρκεια του ψυχρού πολέμου, όταν όλη η υφήλιος ήταν χωρισμένη σε στρατόπεδα, παρατάξεις και ζώνες επιρροής. Με αυτόν τον τρόπο είτε άμεσα είτε έμμεσα διαμορφώνονταν οι τύχες και η πορεία ολόκληρων εθνών-κρατών με βάσει τις στρατηγικές βλέψεις και κινήσεις των δύο κυρίαρχων παικτών (Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής και Σοβιετική Ένωση). Να μην ξεχνάμε δε, πως συμμαχίες, συμφωνίες, αλλά και ολόκληροι εμπορικοί αποκλεισμοί και πόλεμοι μετουσιώσανε τις στρατηγικές κινήσεις των δύο αυτών μεγάλων αντιπάλων, προκειμένου να έχει ο καθένας ξεχωριστά το προβάδισμα σε αυτήν την σκληρή παρτίδα που τελικό έπαθλο θα είχε πιθανόν την ολική επικράτηση σε οικονομικό, πολιτικό, πολιτιστικό και στρατιωτικό επίπεδο.

Η Θεωρία των Παιγνίων όμως εμφανίζεται αναπάντεχα επίσης και στην κοινωνιολογία και κατ' επέκταση στις ατομικές αλλά και στις συλλογικές συμπεριφορές του ανθρώπου, ως μέλους σε μια κοινωνία όπου οι αλληλεπιδράσεις και οι αλληλεξαρτήσεις δείχνουν να αποκτούν ανοδική πορεία όσο προοδεύουν οι επιστήμες και τα τεχνολογικά επιτεύγματα.

Ο άνθρωπος ως ενεργό μέλος στην κοινωνία υιοθετεί είτε ηθελημένα είτε άθελα του μια σειρά συμπεριφορών και πρακτικών που τον καθιστούν χρήσιμο μέλος του συνόλου. Υπεύθυνες για αυτή την υιοθέτηση είναι η βασική μας ηθική, η παιδεία αλλά και αρχές και αξίες όπως αυτές της αλληλεγγύης, της αλληλοβοήθειας, της εποικοδομητικής συνεργασίας και εντέλει της κοινωνικής συμπεριφοράς. Αυτές είναι που προωθούν το συλλογικό συμφέρον. Εκεί έγκειται και το σημείο ισορροπίας [Βιβλιογραφία Νο 11].

Για παράδειγμα, ένας «ταλαιπωρημένος» οδηγός που βρίσκει μετά από πάρα πολύ ώρα χώρο να παρκάρει σε μια διάβαση τυφλών, πέρα από το ηθικό δίλημμα που αντιμετωπίζει, βρίσκεται και στο δίλημμα του, αν θα θυσιάσει το ατομικό του όφελος για το γενικό καλό (ισορροπία). Σε περίπτωση που ο οδηγός αποδειχθεί ασυνείδητος, πέρα από το ανήθικο της πράξης του, θα έχει φερθεί αντικοινωνικά και θα έχει διαταράξει το σημείο ισορροπίας των κοινωνικών και έννομων συμπεριφορών. Αυτό είναι κάτι το οποίο μπορεί να έχει πολύ δραματικές προεκτάσεις καθώς, μια κοινωνία που απαρτίζεται από ατομιστές και ασυνείδητους είναι μια κοινωνία που παραπαίει. Οι μονάδες της μπορεί βραχυπρόθεσμα να εξασφαλίζουν το ατομικό τους όφελος, αλλά μακροπρόθεσμα η συλλογική ταλαιπωρία και η δυσλειτουργία την οποία προκαλούν θα γίνει ορατή και οι επιπτώσεις της θα μοιραστούν ισόποσα και σε εκείνους που δεν φταίνε. Συνεπώς πέρα από ηθικό είναι και εύλογο και δόκιμο να ακολουθούμε συμπεριφορές και πεπατημένες που ευνοούν το κοινωνικό σύνολο και συνάμα την κοινωνική ισορροπία.

Το πεδίο της πολιτικής είναι επίσης ένα από τα πιο πρόσφορα εδάφη για να εφαρμοστούν οι νόμοι και οι πρακτικές της θεωρίας των παιγνίων. Μέσα από την θεωρία των παιγνίων μπορούμε να αντιληφθούμε τα τεκταινόμενα στο πεδίο της πολιτικής ως μια στρατηγικού τύπου διάδραση και αλληλεπίδραση ανάμεσα στα δρώντα έθνη-κράτη, ανάμεσα στα πολιτικά κόμματα και στα κοινά ή αντικρουόμενα συμφέροντα διαφόρων πολιτικών ομάδων και συμφερόντων.

Οφείλουμε να παραδεχθούμε, ότι τα πολιτικά κόμματα ,στις μέρες μας, σκέφτονται και λειτουργούν περισσότερο με γνώμονα το πολιτικό κέρδος και το πολιτικό κόστος παρά την αντίστοιχη ιδεολογία που εκφράζουν ή την επιθυμία για την υλοποίηση των προεκλογικών τους δεσμεύσεων. Για αυτό το λόγο δεν είναι και λίγες οι φορές που, όταν ένα πολιτικό κόμμα αναλαμβάνει την εξουσία, έχει την τάση να αθετεί τις δεσμεύσεις του, να αναιρεί τις υποσχέσεις του και να τηρεί τακτική αδράνειας ή και εντελώς διαφορετική από την αναμενόμενη. Παράλληλα παρατηρούμε, ότι στα πλαίσια της διατήρησης και της αύξησης της δημοτικότητας τους, αλλά και της δυναμικής τους ,μέσω των ψήφων, τα πολιτικά κόμματα υιοθετούν νέες αρχές και προοπτικές με σκοπό να αυξάνουν την επιρροή τους εκμεταλλευόμενοι και τις αδυναμίες των υπολοίπων κομμάτων-παικτών, κυρίως σε καιρούς που η δυσμένεια των ψηφοφόρων για τους αντιπάλους των, βρίσκεται στο ζενίθ.

Είναι πασιφανές πως μπορούμε να βρούμε αναρίθμητα παραδείγματα της εφαρμογής της θεωρίας των παιγνίων στα πάντα σχεδόν γύρω μας, από μια παρτίδα πόκερ και μια στρατιωτική εκστρατεία μέχρι και στο γνωστό παιδικό παιχνίδι: «πέτρα, μολύβι, ψαλίδι, χαρτί». Ποιές είναι όμως οι βασικές αρχές αυτής της θεωρίας;

Αρχές της Θεωρίας των Παιγνίων

Κύριο δομικό συστατικό της θεωρία των παιγνίων αποτελούν τα πρωτεύοντα χαρακτηριστικά του παιγνίου. Τα στοιχεία του παιγνίου αποτελούνται από το σύνολο των παικτών, το σύνολο όλων των πιθανών ενεργειών που θα πραγματοποιήσουν οι παίκτες (οι στρατηγικές που θα ακολουθήσουνε), οι πληροφορίες που υπάρχουν ή εμφανίζονται σαν νέα δεδομένα κατά τη διάρκεια της διεξαγωγής του παιχνιδιού, τα αποτελέσματα που μπορεί να αποκομίσει ο κάθε παίκτης για κάθε ενέργεια του, καθώς επίσης και οι προτιμήσεις των παικτών με βάση το αποτέλεσμα. Το δε αποτέλεσμα που μπορεί να αποκομίσει ο κάθε παίκτης (outcome), είναι άμεσα εξαρτώμενο από τις στρατηγικές που θα επιλέξει και θα ακολουθήσει αλλά και από τις αποδόσεις που θα λάβει.

Η απόδοση (payoff), είναι η αποτίμηση σε αριθμητικούς όρους των στόχων του, το αντίκρισμα των επιλογών του, η χρησιμότητα που θα λάβει, μετά το πέρας του παιχνιδιού.

Με τον όρο στρατηγική μπορούμε να ορίσουμε ένα ολόκληρο σύνολο κανόνων, ανάλογα πάντα με το ποία επιλογή οφείλει να ακολουθήσει ο εκάστοτε παίκτης, ποιες είναι οι επιλογές του στο κάθε παίγνιο ξεχωριστά, λαμβάνοντας όμως υπόψη του και όλες τις κινήσεις του αντιπάλου του.

Μια διάκριση που μπορούμε να κάνουμε στα είδη των στρατηγικών είναι σε: Αμιγείς «Μ» και σε Μεικτές «mixed» στρατηγικές. Μια αμιγής (καθαρή) στρατηγική είναι η στρατηγική εκείνη στην οποία κάθε μια από τις δυνατές επιλογές πού έχει ο εκάστοτε παίκτης επιλέγεται στο ακέραιο.

Αντίθετα μια μεικτή στρατηγική είναι η στρατηγική εκείνη η οποία περιλαμβάνει ένα συνδυασμό από επιλογές, από τις οποίες τουλάχιστον μια επιλέγεται με μη ακέραιες τιμές. Οι μεικτές στρατηγικές δηλαδή καθορίζουν ότι η στρατηγική που θα διαλέξει ο παίκτης θα επιλεγεί τυχαία από το σύνολο των καθαρών στρατηγικών που έχει, με κάποια πιθανότητα. Επομένως μια μεικτή στρατηγική δεν είναι παρά μια κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις καθαρές στρατηγικές που έχει ο παίκτης [Βιβλιογραφία Νο 10].

Ένα παίγνιο στο οποίο οι παίκτες παίζουν ταυτόχρονα, μπορεί να απεικονιστεί με «κανονική» (normal) ή κα με «στρατηγική» (strategic) μορφή, χρησιμοποιώντας έναν πίνακα ο οποίος συσχετίζει τις στρατηγικές των παικτών, με τις ανάλογες αποδόσεις που θα έχουν.

Ένα στρατηγικό παιχνίδι είναι ένα μοντέλο όπου αποτελείται από Ν' παίκτες, ο κάθε ένας από τους οποίους διαλέγει μονάχα μια στρατηγική, η οποία και δεν αλλάζει. Σε ένα στρατηγικό παιχνίδι υπάρχουν οι εξής διάφορες χαρακτηριστικές συμπεριφορές των παικτών:

- Το παιχνίδι παίζεται μόνο μια φορά.
- Όλοι οι παίκτες ξέρουν το παιχνίδι (κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις κινήσεις και τις αποδόσεις του παιχνιδιού).
- Όλοι οι παίκτες πρέπει να είναι ορθολογικοί. Ένας ορθολογικός παίκτης είναι ο παίκτης που παίζει ορθά, ζητώντας τη μεγιστοποίηση του κέρδους του, κατά το παιχνίδι, ενώ ταυτόχρονα παίζει έχοντας γνώση πως και οι αντίπαλοι του είναι ορθολογιστές.
- Όλοι οι παίκτες διαλέγουν τις κινήσεις τους ταυτόχρονα χωρίς όμως να γνωρίζουν και τις επιλογές των άλλων παικτών. [Βιβλιογραφία Νο 17]

Κατηγορίες παιγνίων

Τα παίγνια μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες με βάση τα διάφορα είδη κριτηρίων όπως: Με βάση τον αριθμό των παικτών που παίρνουν μέρος στο παίγνιο, με βάση τη δυνατότητα συνεργασίας που έχουν οι παίκτες, σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά των αποδοχών, με βάση την σειρά που παίρνονται οι αποφάσεις, σύμφωνα με τον αριθμό των στρατηγικών και με βάση την πληροφόρηση και τις γνώσεις που έχουν οι παίκτες. Ας αναλύσουμε λοιπόν τα είδη των παιγνίων με βάση τις κατηγορίες και τους διαχωρισμούς που τα καταδεικνύουν:

§ Ανάλογα με τον αριθμό των μετεχόντων παικτών:

a. παίγνια δυο παικτών, όπου προφανώς οι παίκτες είναι δύο (η περίπτωση που υπάρχει ένας μόνος παίκτης, όπου αντίπαλος του είναι η ίδια "η φύση", όπως πχ ισχύει στην πασιέντζα, έγκειται και αυτή εδώ)
b. παίγνια n παικτών, όπου οι παίκτες είναι περισσότεροι από δύο, n τον αριθμό

§ Ανάλογα με τη δυνατότητα συνεργασίας:

a. συνεργατικά παίγνια, όπου οι παίκτες πριν παίξουν μπορούν να διαμορφώσουν συνεργασίες, να καταλήξουν σε συμφωνίες μεταξύ τους αλλά και να κάνουν διαπραγματεύσεις για τις στρατηγικές που σκοπεύουν να ακολουθήσουν.
b. Μη συνεργατικά παίγνια, όπου οι παίκτες αποφασίζουν ανεξάρτητα, χωρίς ποτέ να συνεννοηθούν μεταξύ τους.

§ Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των αποδοχών τους:

a. παίγνιο μηδενικού αθροίσματος, όπου το κέρδος του παίκτη ισούται με την απώλεια που ’χει ο αντίπαλος του. Σε αυτή την περίπτωση, καθώς το άθροισμα των αμοιβών είναι μηδενικό, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα και δυνατότητα να δημιουργηθεί συνεργασία ανάμεσα στους παίχτες.
b. παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος, όπου το άθροισμα των αμοιβών δεν είναι μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση, μπορεί να υπάρξει ζημιά ή ωφέλεια και των δύο παικτών ταυτοχρόνως, καθώς το κέρδος ενός παίκτη δεν συνεπάγεται αυτόματα τη ζημιά του ανταγωνιστή.

§ Ανάλογα με την σειρά λήψεως των αποφάσεων:

a. Στατικό παίγνιο, αλλιώς ονομαζόμενο στρατηγικό παίγνιο ή παίγνιο σε κανονική μορφή, όπου σημειώνονται ταυτόχρονες κινήσεις των αντιπάλων, οι οποίοι διαλέγουν μια στρατηγική στην αρχή του παιχνιδιού, χωρίς ο ένας να έχει γνώση των επιλογών του αντιπάλου

b. δυναμικό παίγνιο, ή αλλιώς ονομαζόμενο παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή, όπου οι παίκτες γνωρίζουν τις προηγούμενες ενέργειες των αντιπάλων, συνεπώς η σειρά λήψης των αποφάσεων κατέχει σημαντικό ρόλο. Εδώ χρησιμοποιείται η μορφή του.δέντρου για την αναπαράσταση αυτών των παιγνίων.

§ Ανάλογα με τον αριθμό των στρατηγικών:

a. πεπερασμένα παίγνια, τα οποία τελειώνουν μετά από αριθμήσιμο μέγεθος κινήσεων

b. μη πεπερασμένα παίγνια, τα οποία υπάρχει πιθανότητα να διαρκούν για άπειρες κινήσεις και φυσικά νίκη σημειώνεται μετά το πέρας όλων των κινήσεων.

§ Ανάλογα με την παρεχόμενη πληροφόρηση:

a. παίγνια πλήρους πληροφόρησης, όπου υπάρχει πλήρης ενημέρωση των παικτών για τις κινήσεις των αντιπάλων/ανταγωνιστών τους. Να σημειωθεί εδώ, ότι από τα παραπάνω γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι μόνο τα δυναμικά παίγνια μπορούν να είναι παίγνια πλήρους πληροφόρησης.

b. παίγνια ατελούς πληροφόρησης, όπου υπάρχει μερική ενημέρωση των εμπλεκομένων παικτών. Αντίστοιχα και εδώ σημειώνεται ότι τα στατικά παίγνια, όπου οι παίκτες δεν είναι ενημερωμένοι, θεωρούνται παίγνια ατελούς πληροφόρησης.

Προσέγγιση της θεωρίας Nash

Το θεώρημα του John Nash, το όποιο, γνώρισε παγκόσμια αναγνωρισιμοτητα, δηλώνει ξεκάθαρα πως κάθε παίγνιο με πεπερασμένο πλήθος παικτών και ενεργειών έχει το λιγότερο ένα σημείο ισορροπίας, σύμφωνα με το οποίο όλοι οι παίκτες επιλέγουν τις πιο επωφελείς, για αυτούς, ενέργειες ενώ συγχρόνως είναι γνώστες και των επιλογών των αντιπάλων τους.

Οι παίκτες αναλύουν τις πιθανές επιλογές του αντίπαλου τους, καθώς επιχειρούν να κατανοήσουν την συμπεριφορά των άλλων παικτών-ανταγωνιστών και έτσι επιλέγουν την στρατηγική τους βάσει των ενδεχόμενων που μάντεψαν. Δηλαδή η στρατηγική ενός παίκτη αποτελεί την βέλτιστη αντίδραση (απάντηση) στην στρατηγική του άλλου παίκτη. Αυτός ο συνδυασμός στρατηγικών αποτελεί την ισορροπία Nash.

Ο παίκτης πρέπει,για να προασπίσει τα προσωπικά του συμφέροντα, να επιλέξει από τις προσωπικές του στρατηγικές κινήσεις, αυτή που θα απαντήσει με τον καλύτερο τρόπο στην στρατηγική που πιστεύει πως θα υιοθετήσει ο αντίπαλος παίκτης-ανταγωνιστής. Συνεπώς δεν προσφέρονται κίνητρα στους μεμονωμένους παίχτες για να αποχωρήσουν μονομερώς από τη δημιουργημένη ισορροπία.

Η ύπαρξη της ισορροπίας γίνεται αντιληπτή από τους παίκτες, όταν μια αλλαγή στις στρατηγικές κι από οποιονδήποτε από αυτούς, οδηγεί σε χαμηλότερο κέρδος από αυτό που θα είχαν αν παρέμεναν στην προηγούμενη γραμμή στρατηγικής.

Αν οι επιλογές των αντιπάλων του θεωρούνται δεδομένες, ο παίκτης δεν έχει να κερδίσει κάποιο μεγαλύτερο όφελος και αυτή είναι η αιτία που δεν αλλάζει στρατηγική [Βιβλιογραφία Νο 18].

Διαφαίνονται, λοιπόν, ξεκάθαρα οι δύο συνιστώσες της θεωρίας για την ισορροπία Nash: Αρχικά, ότι έκαστος παίκτης επιλέγει βάσει αφενός της ορθολογικής απόφασης που διαμορφώνεται από τις πεποιθήσεις του για τις πιθανές πράξεις τουο αντίπαλου του και σε επόμενο στάδιο βάσει του ότι κάθε πεποίθηση του παίκτη για την επιλογή του αντιπάλου του είναι σωστή.

Η ισορροπία Nash υπάρχει όταν η καλύτερη απόκριση του παίκτη Α είναι ίδια με την καλύτερη απόκριση του παίκτη Β, όταν δηλαδή σε ένα κελί υπάρχουν οι επιλογές και των δύο παικτών. Αυτό είναι και το σημείο ισορροπίας.

Υπάρχουν παίγνια που διαθέτουν και παραπάνω από μια ισορροπίες Nash, ενώ υπάρχουν και παίγνια χωρίς κανένα σημείο ισορροπίας Nash.

Έχει ήδη αναφερθεί η ύπαρξη εκτός από καθαρών στρατηγικών και μικτών στρατηγικών. Η επιλογή μικτής στρατηγικής ισοδυναμεί με την τυχαία επιλογή του παίχτη ανάμεσα σε δεδομένες καθαρές στρατηγικές. Για παράδειγμα μπορούμε να πούμε πως ο παίκτης Α θα επιλέξει την στρατηγική α1 με πιθανότητα p ή την α2 με πιθανότητα 1-p. Ο παίκτης δηλαδή που διαλέγει μικτή στρατηγική επιλέγει τις πιθανότητες καθεμιάς από τις καθαρές στρατηγικές που εμπεριέχονται στην συγκεκριμένη μικτή στρατηγική, αφήνοντας τα υπόλοιπα στην τύχη. Ακόμη και αν ακούγεται αρκετά παράξενο, υπάρχουν περιπτώσεις καθημερινές όπου οι παίκτες προτιμούν τις μικτές στρατηγικές.

Ο John Nash πέτυχε την απόδειξη του πως όλα τα πεπερασμένα παίγνια περιλαμβάνουν τουλάχιστον ένα σύνολο μικτών στρατηγικών (μια ανά παίκτη) που συνιστά ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές (ΙΝΜΣ). Όταν υπάρχουν πολλές ισορροπίες Nash (σε καθαρές στρατηγικές), τη λύση δίνει η ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές. Ακόμη κι αν δεν υπάρχει ισορροπία Nash στις καθαρές στρατηγικές, υπάρχει μια μοναδική ισορροπία στις μικτές στρατηγικές.

Η ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές φαίνεται πιο ελκυστική πρόταση από την ισορροπία στις μικτές, καθώς δεν είναι απαραίτητη η τυχαία επιλογή των παικτών. Όμως από την στιγμή που δεν υπάρχει ισορροπία σε κάθε παιχνίδι, τότε η ισορροπία αποκτάει αναπόφευκτα μεγαλύτερη αξία, αφού πλέον για κάθε παιχνίδι υπάρχει σίγουρα μια ισορροπία.

Εξέταση διαφόρων παιγνίων

Ένα από τα πλέον παράδοξα της ισορροπίας Nash που μπορεί να θεωρηθεί ακόμα και σαν αδυναμία της, είναι ότι σε κάποια παίγνια οι παίκτες έχουν μεγαλύτερο όφελος αν δεν διαλέξουν την ισορροπία Nash αλλά άλλη στρατηγική. Παρόλο που η ισορροπία Nash παρέχει την πιο προσοδοφόρα λύση για κάθε παίκτη και φαινομενικά την πιο συμφέρουσα, οδηγώντας στο σημείο ισορροπίας, παρ' όλα αυτά υπάρχουν κάποια διάσημα παίγνια που αποτελούν την εξαίρεση στον κανόνα. Παρακάτω θα υπάρξει ανάλυση μερικών από αυτών των παιγνίων [Βιβλιογραφία No 21].

Ύπαρξη πολλών ισορροπιών και κανένας τρόπος επιλογής

Στην καθημερινή μας ζωή, τα παίγνια που οδηγούν σε μια ισορροπία είναι η εξαίρεση και όχι ο κανόνας, όπως κάποιος θα πίστευε. Σε διάφορες περιπτώσεις μπορούμε να ξεχωρίσουμε πολλές ισορροπίες Nash, χωρίς όμως να υπάρχει τρόπος επι του πρακτέου να επιλέξουμε μία από αυτές. Προς διευκόλυνση της κατανόησης των ανωτέρω, υποθέτουμε ότι οι δύο παίκτες εμπλέκονται σε μια σύνθετη διαπραγμάτευση. Έστω λοιπόν ότι οι δύο παίκτες Α’ και Β’, διαπραγματεύονται για τον τρόπο μοιράσματος κάποιου οικονομικού αγαθού. Για να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι, οι παίκτες έχουν τοποθετηθεί σε ένα δωμάτιο όπου τους δίνεται η δυνατότητα να επιλέξουν οποιοδήποτε ζεύγος αποδόσεων μέσα σε διάστημα 30 λεπτών.

Αν μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα οι δύο παίκτες συμφωνήσουν για κάποιο ζεύγος, θα τους αποδοθούν και τα ανάλογα ποσά. Αντιθέτως, αν δεν επιλέξουν κάποιο ζεύγος αποδόσεων ή δεν έρθουν σε συμφωνία, τότε θα αποδοθεί στον καθέναν από αυτούς το ποσό του ενός δολαρίου.

Υποθέτουμε λοιπόν, ότι οι παίκτες παίρνουν την απόφαση τους συγχρόνως, αλλά καθένας μεμονωμένα. Οι δυο αυτές απαιτήσεις στην συνέχεια θα συγκριθούν μεταξύ τους και θα εφαρμοστούν αν είναι συμβατές, Αν οι παίκτες διαφωνήσουν, τότε το παιχνίδι θα λήξει [Βιβλιογραφία Νο 4].

Καθορισμός των αποδόσεων

Συνήθως στα οικονομικά όταν αναφερόμαστε σε αποδόσεις, τότε εννοούμε τις χρηματικές απολαβές των στρατηγικών των παικτών. Επίσης επικρατέστερη είναι η άποψη πως οι παίκτες προτιμούν πάντα τα περισσότερα χρήματα, ανεξάρτητα από τον τρόπο εξασφάλισης αυτών.

Παρόλα αυτά, υπάρχουν και κάποιες περιπτώσεις παικτών όπου οι προτιμήσεις τους δεν καθορίζονται πάντα με τις χρηματικές τους απολαβές. Παίκτες με υψηλό το αίσθημα της ηθικής μπορεί να μην κατορθώσουν να προδώσουν τους συνεργάτες τους, ακόμα και όταν το προσωπικό τους όφελος μέσα από τη διαδικασία είναι πασιφανές.

Αντίστοιχα πάλι, οι παίκτες χωρίς ιδιαίτερους ηθικούς φραγμούς πιθανώς να επιλέξουν να παίξουν έτσι ώστε να βλάψουν τους συνεργάτες τους, ακόμα και αν αυτό τους αποδώσει χαμηλότερα χρηματικά κέρδη.

Επιπλέον, κάποιοι άλλοι παίκτες μπορεί να έχουν παράλογα κίνητρα, πιθανές αποστροφές ή έκδηλες αδυναμίες, γεγονότα που μπορούν δηλαδή να συμβάλουν με τέτοιον τρόπο ώστε να ακολουθήσουν τις εντελώς ακατάλληλες στρατηγικές κτλ.

Ας υποθέσουμε κάπου εδώ ότι υπάρχουν δύο παίκτες, ο Α’ και ο Β’. Ο Α’ έχει την οικονομική δυνατότητα και προτείνει στον Β να μοιραστούν 10 δολάρια. Ο Β έχει δυο ενδεχόμενους τρόπους αντίδρασης, είτε να αποδεχθεί την προσφορά, είτε να την απορρίψει. Εάν όμως την απορρίψει μπορεί να προτείνει μια μοιρασιά για ένα δολάριο αυτήν την φορά. Τότε ο Α’ μπορεί να αποδεχθεί ή να απορρίψει την προσφορά. Στην περίπτωση όμως που την επιλογή του θα αποτελέσει η απόρριψη, τότε κανένας από τους δύο παίκτες δεν θα πάρει κάποια απόδοση. Το παραπάνω ενδεχόμενο είναι ένα παράδειγμα παιγνίου πλήρους και τέλειας πληροφόρησης και συνεπώς μπορεί να λυθεί μέσω της μεθόδου της αντίστροφης επαγωγής: Αν ο Β' παίκτης απορρίψει την προσφορά που θα κάνει ο Α, τότε μπορεί να προσφέρει 0,01 δολάρια στον παίκτη Α, ένα ποσό το οποίο ο Α' θα προτιμήσει από το εναλλακτικό σενάριο του να διαφωνήσει και τελικά να μην πάρει τίποτα. Συνεπώς ο παίκτης Β' μπορεί να είναι σίγουρος ότι θα πάρει 0,99 δολάρια αν κάνει ο ίδιος την προσφορά, με μέγιστη απόδοση σε αυτήν την περίπτωση για τον ίδιο του τον εαυτό το 1 δολάριο. Στην περίπτωση που ο Α προτείνει έστω και 1,01 κατά τη διάρκεια του πρώτου γύρου, ο Β' θα πρέπει να αποδεχτεί την προσφορά [Βιβλιογραφία Νο 3].

Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι ο Α' παίκτης θα πρέπει να προσφέρει 1,01 δολάρια στον Β και αυτός να κερδίσει 8,99 δολάρια.

Στην παρούσα ανάλυση, βέβαια ανακύπτει το εξής πρόβλημα: κατά την προσπάθεια εφαρμογής αυτού του παιχνιδιού σε όρους πραγματικής ζωής, τότε οι παίκτες που θα βρίσκονταν στην θέση του Β' και στους οποίους προσφέρεται το 1,01 δολάρια ή ακόμα και 1,5 δολάρια θα απέρριπταν την προσφορά του Α'. Αν η προσφορά του Α' απορριφθεί, το μέγιστο ποσό που μπορεί να λάβει ο Β' είναι το ποσό του ενός δολαρίου, γεγονός με το οποίο υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να μην καταλήξει σε συμφωνία ο Α. Όντως, παρόμοιες αναλύσεις έχουν παρατηρήσει ότι αν ο παίκτης Β' απορρίψει την προσφορά του 1,5 δολαρίων, θα αντιπροτείνει απόδοση 0,5 δολαρίων για τον κάθε έναν από τους παίκτες αντίστοιχα. Έτσι το κύριο μέλημα του παίκτη Β, δεν είναι μόνο η μεγιστοποιήση του κέρδους αλλά και η έννοια του να μη νιώθει ανόητος επιτρέποντας στον Α' να πάρει απόδοση 8,5 δολάρια και εκείνος να έχει πάρει μόνο 1,5 δολάρια. Η θέληση του αυτή είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη επιθυμία του για το 1 δολάριο, τοιουτοτρόπως οδηγείται στην απόρριψη της πρότασης του Α για 1,5 δολάρια και προτείνει ο ίδιος 0,5 δολάρια.

Η απόδοση του Β' παίκτη λοιπόν δεν δίνεται μόνο από το ποσό των χρημάτων που θα λάμβανε ανάλογα με την επιλογή που θα ακολουθούσε αλλά και από άλλους παράγοντες, όπως η επιθυμία του να μην γίνει αντικείμενο εκμετάλλευσης ή γελοιοποίησης από τον αντίπαλο του κατά την διάρκεια των διαπραγματεύσεων του παιγνίου. Στην περίπτωση που μοντελοποιήσουμε το παραπάνω παίγνιο μόνο με τις αποδόσεις των χρημάτων, θα οδηγούμασταν σε λανθασμένα συμπεράσματα.

Οι κανόνες του Παιγνίου

Οι κανόνες του παιγνίου είναι καθοριστικής σημασίας για την διαμόρφωση των τελικών αποδόσεων.

Δημιουργείται λοιπόν η ερώτηση, αν παρόλο που οι κανόνες δημιουργούνται για το παίγνιο από εξωτερικούς παράγοντες, αυτή η επίδραση είναι αποκλειστικά μονόδρομη. Εξετάζεται δηλαδή η πιθανότητα να είναι ικανά τα αποτελέσματα να ασκήσουν επίδραση στους κανόνες των παιγνίων.

Κάποιες μελέτες τοποθετούν τους παίχτες σε αρχικά στάδια του παιχνιδιού να αποφασίζουν και να επιλέγουν τους κανόνες που θα ισχύσουν στη συνέχεια αυτού. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η εμπόδιση εισόδου μιας εταιρείας σε μονοπώλιο, όπου αρχικά ο μονοπωλητής δρα και έτσι επιδρά στις συνθήκες που θα τεθούν σε ισχύ κατά τη συνέχεια του μονοπωλίου. Κατά τις αναλύσεις της θεωρίας των παιγνίων τείνουμε να λαμβάνουμε τους κανόνες του παιχνιδιού δεδομένους, δηλαδή χωρίς να ασχοληθούμε με τον τρόπο διαμόρφωσής τους. Βέβαια, αρκετές φορές μεγάλο μέρος των αναλύσεων δεν ασχολείται με το γεγονός ότι οι επικρατούντες κανόνες επηρεάζουν και επηρεάζονται από τα αποτελέσματα του εν λόγω παίγνιου.

Παράδειγμα των ανωτέρω αποτελεί, ένα γεγονός που έλαβε χώρα στις ΗΠΑ στις αρχές της δεκαετίας του 60'. Δυο εταιρείες η General Electric και η Westinghous, κατασκευάστριες εταιρίες ηλεκτρικών γεννητριών μεγάλου μεγέθους. Οι γεννήτριες αυτές λόγω μεγέθους, είχαν μεγάλο κόστος, και άρα ακριβές εγκαταστάσεις κατασκευής και αρκετά υψηλό κόστος περαιτέρω έρευνας και ανάπτυξης. Οι δυο εταιρίες, εξαιτίας των προαναφερθέντων παραγόντων ανέπτυξαν βεβαιότητα, καθώς δεν θα αναγκάζονταν να αντιμετωπίσουν τον κίνδυνο εισόδου μιας νέας εταιρίας στην αγορά. Η ζήτηση για τις περί ου ο λόγος ηλεκτρικές γεννήτριες ήταν κυκλική (η αύξηση της ζήτησης ενέργειας οδηγούσε σε αύξηση της ζήτησης σε κάποια άλλη περιοχή), κάτι που προκαλούσε καθυστερήσεις στις παραγγελίες. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, οι δύο εταιρίες θα μπορούσαν κάλλιστα να σχηματίσουν ένα καρτέλ. Θα πωλούσαν έτσι το προϊόν σε υψηλές τιμές, υπό την απειλή ότι εάν μια από τις δυο μείωνε τις τιμές, η αντίπαλη θα ακολουθούσε στον πόλεμο. Το κέρδος των εταιρειών δεν ήταν τόσο μεγάλο όσο το αναμενόμενο , κάτι που εξηγείται από την θεωρία των παιγνίων. Οι πελάτες, εξαιτίας του γεγονότος ότι οι διαπραγματεύσεις επί των τιμών ήταν κρυφές θα μπορούσε να χτυπήσει χαμηλότερη τιμή από την αναφερόμενη. Αν επί παραδείγματι η μια εταιρεία διατηρούσε τις τιμές σε υψηλό επίπεδο, χάνοντας έτσι μια από τις παραγγελίες, δεν θα μπορούσε να γνωρίζει αν η αντίπαλη εταιρεία είχε παραβεί την συμφωνία, θέτοντας πιο χαμηλή τιμή. Συμπερασματικά, αποτελεί αδιαμφισβήτητο γεγονός ότι το καρτέλ σε ένα ασαφές περιβάλλον δεν είναι εφικτό να διατηρηθεί.

Για να αντιμετωπίσει αυτήν την κατάσταση η General Electric αποφάσισε να αλλάξει τους κανόνες. Συγκεκριμένα, εφάρμοσε ρήτρα ίσης αντιμετώπισης με τον πιο ευνοημένο πελάτη. Το αποτέλεσμα αυτής της πράξης ήταν διττό. Η General Electric αναγκάστηκε να αποκαλύψει τις τιμές με τις οποίες χρέωνε, ενώ ταυτόχρονα ήταν πιο δαπανηρό για αυτήν να μειώσει τις τιμές για κάποιον πελάτη. Αυτό εξασφάλισε στην Westinghouse τη σιγουριά ότι η General Electric δεν θα μείωνε μυστικά τις τιμές της.

Στα επόμενα χρόνια, η Westinghouse υιοθέτησε μέτρα σχεδόν ίδιας τακτικής. Τοιουτοτρόπως η κάθε μεμονωμένη εταιρία θα γνώριζε με ευκολία τις τιμές του αντιπάλου και επιπλέον όταν θα υπήρχε ζημιά στις πωλήσεις μιας εταιρείας, εκείνη θα μπορούσε να ανακαλύψει εύκολα τους τρόπους ενέργειας της αντίπαλης εταιρείας. Με αυτόν τον τρόπο η σύμπραξη γίνεται διατηρητέα αρκετά πιο εύκολα.
Προκύπτουν, σαφώς ερωτήματα, σχετικά με τις αιτίες που η General Electric άλλαξε τους κανόνες τη δεδομένη χρονική περίοδο και όχι νωρίτερα. Επίσης, δε μπορούμε να γνωρίζουμε αν η αλλαγή των κανόνων ήταν αυτή που από μόνη της έκανε εφικτό το καρτέλ ανάμεσα στις δυο εταιρείες, σύμφωνα άλλωστε και με τον ορισμό της θεωρίας των Παιγνίων. Άλλωστε, κάποιος θα μπορούσε να θεωρήσει ότι στο καρτέλ οι δύο εταιρείες οδηγήθηκαν, επειδή οι κανόνες άλλαξαν σε έναν μόνο «παίχτη», ή αλλιώς συμμετέχοντα.

Αν επιχειρήσουμε να αναλύσουμε την κατάσταση πρώτα με ένα σύνολο κανόνων, συμπεραίνοντας ότι η σύμπραξη θα είναι δύσκολη, θα αφήσουμε στην άγνοια ένα μέρος της δυναμικής του ανταγωνισμού σε αυτήν την βιομηχανία, αρκετά μεγάλου μεγέθους και αυτό που η θεωρία των παιγνίων μας διασαφηνίζει.

Μπορεί να υπάρξει μια προσπάθεια ενσωμάτωσης των αλλαγών των κανόνων στην διαμόρφωση του παιγνίου, αλλά αυτό δε συνεπάγεται απαραίτητα γνώση των λόγων δημιουργίας τους, καθώς και της εξέλιξής τους [Βιβλιογραφία Νο 20].

Επαγωγή προς τα πίσω

Η οπισθοβατική επαγωγή είναι μια μορφή λογικού συλλογισμού, βασισμένη στην τεχνική της μαθηματικής επαγωγής, η οποία εφαρμόζεται σε ορισμένα διαδοχικά παιχνίδια. Παραδείγματος χάρη, υπάρχουν 20 σπίρτα σε πίνακα, και δύο παίκτες μετακινούν, με τη σειρά τους είτε ένα είτε δυο σπίρτα. Νικητής είναι ο παίκτης που παίρνει το τελευταίο, αφήνοντας τον τελευταίο παίκτη ανίκανο να κάνει κίνηση. Ο Ernst Zermelo (1912) απέδειξε το πρώτο σημαντικό θεώρημα της θεωρίας των Παιγνίων στα παίγνια αυτού του τύπου, είτε ένας παίκτης είτε ο άλλος πρέπει να έχει εγγυημένη στρατηγική νίκης. Σε αυτήν την περίπτωση, ποιος παίκτης κερδίζει, και πώς; [Βιβλιογραφία Νο 24]

Ο παίκτης που κινείται πρώτος κερδίζει. Το παιχνίδι λύνεται εύκολα με προς τα πίσω επαγωγή. Αρχίζουμε στο τέλος: εάν είναι η σειρά μου να κάνω κίνηση και υπάρχει είτε ένα είτε δύο σπίρτα ακόμη, μπορώ προφανώς να κερδίσω, επειδή σε κάθε περίπτωση μπορώ αμέσως να πάρω το τελευταίο σπίρτο, αφήνοντας τον αντίπαλό μου ανίκανο να κινηθεί. Επομένως, εάν είναι η κίνηση του αντιπάλου και υπάρχουν τρία σπίρτα ακόμη, μπορώ να κερδίσω, επειδή ο αντίπαλός μου πρέπει να πάρει είτε ένα ή δύο και επομένως θα πρέπει να αφήσει είτε δύο είτε το ένα, οπότε μπορώ να κερδίσω αμέσως. Συνεχίζοντας στο ίδιο πνεύμα, εάν είναι η σειρά του αντιπάλου μου να κινηθεί και υπάρχουν 12 ή 15 ή 18 σπίρτα ακόμη, μπορώ να κερδίσω, επειδή οτιδήποτε και αν συμβεί μπορώ τελικά να αφήσω τρία, ότι και να κάνει ο αντίπαλός μου, και έπειτα μπορώ να κερδίσω στη επόμενη κίνηση μου.

Η επαγωγή προς τα πίσω είναι μια τεχνική για να λυθεί ένα παίγνιο τέλειας πληροφόρησης. Εξετάζει αρχικά τις κινήσεις έγιναν τελευταίες στο παιχνίδι, και καθόρισαν την καλύτερη κίνηση για κάθε παίκτη σε κάθε περίπτωση. Κατόπιν, παίρνοντας αυτές ως δεδομένες μελλοντικές ενέργειες, προχωράμε προς τα πίσω στο χρόνο, πάλι για να αποφασίσουν την καλύτερη κίνηση για τον αντίστοιχο παίκτη, μέχρι να φτάσουμε στην αρχή του παιγνίου. Σε περίπτωση που σε κάποιο στάδιο του παιγνίου, ο παίκτης που καλείται να αποφασίσει αντιμετωπίζει αβεβαιότητα αναφορικά με το τι έχει συμβεί πριν τη στιγμή της απόφασης του, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η οπισθογενής επαγωγή, πρέπει να αναζητηθεί κάποιας άλλης μορφής ισορροπία, όπως η τέλεια ισορροπία κατά Nash των υποπαιγνίων [Βιβλιογραφία Νο 2]. Σε περίπτωση αβεβαιότητας ο παίκτης πρέπει να πάρει την ίδια απόφαση για όλους τους κόμβους μέσα στο σύνολο πληροφόρησης στο οποίο βρίσκεται.

Η διαδικασία της προς τα πίσω επαγωγής από το τέλος ενός προβλήματος ή ενός σεναρίου χρησιμοποιείται για να συμπεράνουμε μια ακολουθία βέλτιστων ενεργειών στη θεωρία των παιγνίων. Η οπισθοβατική επαγωγή αρχίζει στο τελικό βήμα σε ένα παίγνιο, και περιμένοντας ότι ο τελευταίος παίκτης σε ένα παίγνιο δύο παικτών θα καθορίσει σε εκείνο το σημείο, ποια πιθανή κίνηση τον οδήγησε σε αυτό. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επαγωγή αυτού του είδους συχνά δεν συνάδουν με την πραγματική ζωή. Για την οπισθοβατική επαγωγή έγινε αρχικά αναφορά από τους εφευρέτες της θεωρίας των Παιγνίων John von Neumann και Oskar Morgenstern το 1944.

Υπάρχουν διάφορα προβλήματα που συνδέονται με τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από την οπισθοβατική επαγωγή. Αρχικά, μπορεί να μην απεικονίσει πώς οι παίκτες ενός παιγνίου παίζουν στην πραγματικότητα, δεδομένου ότι το πραγματικό σχέδιο του παιχνιδιού μπορεί να διαφέρει από το σχέδιο που συνάγεται από την προς τα πίσω επαγωγή. Αφετέρου, άνθρωποι που παίζουν αφελώς ή παράλογα μπορούν ουσιαστικά να καταλήξουν με υψηλότερα κέρδη ή χρησιμότητες από τα κέρδη που προβλέπονται από την οπισθοβατική επαγωγή στα γνωστά παίγνια θεωρίας των Παιγνίων, όπως αυτό της Σαρανταποδαρούσας ή το δίλημμα του ταξιδιώτη.

Παραδείγματος χάριν, το παιχνίδι της Σαρανταποδαρούσας είναι ένα δυναμικό παίγνιο, στο οποίο δύο παίκτες έχουν διαδοχικά την πιθανότητα να πάρουν το μεγαλύτερο μερίδιο ενός μέρους των χρημάτων από δύο σωρούς των χρημάτων (προσφερόμενους από τρίτους που συμβάλλουν). Κάθε φορά που τα χρήματα περνούν πέρα από τον πίνακα, η ποσότητα τους διπλασιάζεται. Το παιχνίδι ολοκληρώνεται μόλις παίρνει ένας παίκτης το μερίδιο, με τον προαναφερθέντα παίκτη να παίρνει το μεγαλύτερο μερίδιο και τον άλλο παίκτη να παίρνει το μικρότερο. Συνολικά παίζονται 99 κύκλοι, και εάν και οι δύο παίκτες επιλέγουν πάντα να περάσουν τον πίνακα (παρά να πάρουν), κάθε ένας λαμβάνει ένα κέρδος της τάξεως των $50 στο τέλος του παιχνιδιού.

Η προς τα πίσω επαγωγή προβλέπει ότι ο πρώτος παίχτης θα επιλέξει να αναλάβει την αρχική κίνηση. Εντούτοις, στις πειραματικές μελέτες, μόνο ένα πολύ μικρό ποσοστό των υποκειμένων επέλεξε να αναλάβει αυτή την κίνηση, γεγονός το οποίο, κατ’ ουσία δεν προκαλεί έκπληξη, αν λάβουμε υπόψη το μικρό αρχικό κέρδος σε σύγκριση με τα πολύ μεγαλύτερα καθώς το παιχνίδι προχωρεί.

Μέθοδος minimax

Το 1928, ο John Von Neumann απέδειξε το θεώρημα Minimax που χαρακτηρίζει τώρα την αρχή αυτού που τώρα αποκαλούμε σύγχρονη θεωρία των Παιγνίων. Πριν την εξήγηση του προαναφερθέντος θεωρήματος, πρέπει να καταλάβουμε τη διαφορά μεταξύ των καθαρών και μικτών στρατηγικών.

Οι καθαρές στρατηγικές είναι οι πραγματικές στρατηγικές τις οποίες οι παίκτες έχουν διαθέσιμες να επιλέξουν κατά τη διάρκεια ενός παιγνίου πινάκων . Σε ένα ταυτόχρονο παιχνίδι κινήσεων, μερικές φορές οι παίκτες μπορούν να ωφεληθούν από την τυχαία επιλογή κάποιας από τις καθαρές στρατηγικές τους. Μια μικτή στρατηγική είναι η απόφαση να παιχτεί κάθε μια από τις καθαρές στρατηγικές με κάποια συγκεκριμένη προβλεπτικότητα.

Όταν εξετάζουμε παίγνια μηδενικού αθροίσματος, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον όρο «σημείο σαμαράκι» και «σημείο ισορροπίας» εναλλακτικά επειδή είναι οι ίδιοι σε παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος. Αργότερα, με παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος, βρίσκουμε τα σημεία ισορροπίας αλλά αυτά τα σημεία δεν είναι «σημεία σαμαράκια».

Το θεώρημα minimax, δηλώνει πως υπάρχει ένα μοναδικό σημείο ισορροπίας για κάθε ταυτόχρονη κίνηση δύο παικτών, παιγνίου μηδενικού αθροίσματος. Δηλαδή, το παρόν θεώρημα εγγυάται την ύπαρξη ακριβώς ενός σημείου ισορροπίας για κάθε παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος. Όμως, το σημείο ισορροπίας μπορεί να είναι το αποτέλεσμα της χρήσης αμιγών ή μικτών στρατηγικών από τον ένα ή και τους δύο παίκτες [Βιβλιογραφία Νο 24].

Για να βρούμε σημεία ισορροπίας για παίγνια μηδενικού αθροίσματος:

-Αποφασίζουμε αν το σημείο ισορροπίας σχετίζεται με αμιγείς στρατηγικές: για να το κάνουμε αυτό αποφασίζουμε εάν η γραμμή του παίκτη με τη χρήση της maximin στρατηγικής και η στήλη του παίκτη με τη χρήση minimax στρατηγικής καταλήγουν στο ίδιο αποτέλεσμα. Εάν αυτό ισχύει, κατόπιν οι σχετικές στρατηγικές είναι το σημείο ισορροπίας του παιχνιδιού. Αυτή έκβαση-που γράφεται ως εξόφληση στον παίκτη της σειράς επειδή είναι ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος - είναι η αξία του παιχνιδιού.

–Εάν οι καθαρές στρατηγικές δεν παράγουν ένα σημείο ισορροπίας, συνεχίζουμε ως ακολούθως: Καθορίζουμε τις μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν την πιθανότητα κάθε παίκτης να παίξει κάθε διαθέσιμη στρατηγική. Για κάθε παίκτη βρίσκουμε τις πιθανότητες που θα παρέχουν τη χαμηλότερη αναμενόμενη εξόφληση για τον άλλο παίκτη.

Η προσέγγιση του να βρει κανείς με μικτή στρατηγική τα σημεία ισορροπίας είναι βασισμένη στον ίδιο συλλογισμό που χρησιμοποιούμε για να εντοπίσουμε ένα σημείο ισορροπίας στις καθαρές στρατηγικές.

- Για κάθε παίκτη, βρίσκουμε την καλύτερη εξόφληση που κάθε παίκτης μπορεί να αναμείνει υποθέτοντας το καλύτερο παιχνίδι από τον αντίπαλο.
- Οι στρατηγικές που συνδέονται με την καλύτερη εξόφληση την οποία κάθε παίκτης μπορεί να αναμείνει υποθέτοντας το καλύτερο παιχνίδι από τον αντίπαλο είναι το σημείο ισορροπίας.
- Σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος, η αξία του παιχνιδιού είναι η αναμενόμενη εξόφληση στον παίκτη στο σημείο ισορροπίας [Βιβλιογραφία Νο 25].

Μέρος 2ο

Προβλήματα που ανάγονται στη θεωρία των Παιγνίων

Το δίλημμα των φυλακισμένων

Θεωρητικό πλαίσιο

Το δίλημμα του φυλακισμένου είναι το πιο γνωστό παιχνίδι στρατηγικής στην Κοινωνική Επιστήμη. Μας βοηθά να καταλάβουμε τι κυριαρχεί ανάμεσα στη συνεργασία και τον ανταγωνισμό στις επιχειρήσεις, στην πολιτική, και στις κοινωνικές ρυθμίσεις.

Στην παραδοσιακή έκδοση του παιχνιδιού, η αστυνομία έχει συλλάβει δύο υπόπτους και τους ανακρίνει σε χωριστές αίθουσες. Κάθε ένας μπορεί είτε να ομολογήσει- εμπλέκοντας τον άλλο με αυτόν τον τρόπο-είτε να παραμείνει σιωπηλός. Οτιδήποτε και να κάνει ο έτερος ύποπτος, κάθε ένας μπορεί να βελτιώσει τη θέση του με την ομολογία. Εάν ο άλλος ομολογήσει, ο ένας θα έπρεπε να είχε κάνει το ίδιο για να αποφύγει την ιδιαίτερα σκληρή ποινή που αναμένεται από μια απείθαρχη ομολογία. Εάν ο άλλος παραμείνει σιωπηλός, ένας από τους δύο μπορεί να τύχει ευνοϊκής μεταχείρισης, σύμφωνα με την κρατική μαρτυρία περί ομολογίας . Κατά συνέπεια, η ομολογία είναι η κυρίαρχη στρατηγική για κάθε ύποπτο. Αλλά όταν και οι δύο ομολογούν, η έκβαση είναι χειρότερη και για τους δύο από όταν παραμείνουν σιωπηλοί. Το σενάριο του διλήμματος των φυλακισμένων αναπτύχθηκε από τους επιστήμονες M. Flood και M. Dresser και τυποποιήθηκε από τον A. W. Tucker, ένα μαθηματικό του Princeton [Βιβλιογραφία No 15].

Το δίλημμα των φυλακισμένων έχει εφαρμογές στα οικονομικά και στις επιχειρήσεις. Ας εξετάσουμε δύο εταιρίες, για παράδειγμα την Coca-Cola και την Pepsi, που πωλούν παρόμοια προϊόντα. Κάθε μια πρέπει να αποφασίσει μια πολιτική τιμολόγησης. Εκμεταλλεύονται καλύτερα την κοινή αγοραστική δύναμή τους όταν και οι δύο χρεώνουν μια υψηλή τιμή. Κάθε ένας έχει κέρδος δέκα εκατομμυρίων δολαρίων το μήνα. Εάν κάποιος από τους δύο θέσει μια ανταγωνιστικά χαμηλή τιμή, κερδίζει πολλούς πελάτες από τον ανταγωνιστή. Ας υποθέσουμε ότι το κέρδος του αυξάνεται σε δώδεκα εκατομμύρια δολάρια, και αυτό των αντίπαλων πέφτει σε επτά εκατομμύρια. Εάν και οι δύο θέσουν χαμηλές τιμές, το κέρδος για τον κάθε ένα είναι εννέα εκατομμύρια δολάρια. Εδώ, η στρατηγική χαμηλής τιμής παρομοιάζεται με ομολογία του φυλακισμένου, και η υψηλή τιμή με το ενδεχόμενο να παραμείνει σιωπηλός. Ας ανακαλέσουμε την προηγούμενη «εξαπάτηση», και την τελευταία συνεργασία. Εάν η εξαπάτηση είναι η κυρίαρχη στρατηγική κάθε εταιρίας, το αποτέλεσμα όταν «εξαπατούν» και οι δύο ταυτόχρονα είναι χειρότερο για κάθε ένα από ότι εάν συνεργάζονταν.

Οι πόλεμοι μεταξύ δύο υπερδυνάμεων ή τοπικών αντίπαλων εθνών προσφέρουν ένα άλλο σημαντικό παράδειγμα του διλήμματος. Και για τις δύο χώρες είναι καλύτερα όταν συνεργάζονται και αποφεύγουν μια ένοπλη σύρραξη. Παρ’ όλα αυτά η κυρίαρχη στρατηγική για κάθε μια χώρα είναι να οπλιστεί βαριά.

Σε ένα τεχνητό επίπεδο το δίλημμα των φυλακισμένων εμφανίζεται να είναι αντίθετο με την ιδέα του Adam Smith περί του αόρατου χεριού. Όταν κάθε πρόσωπο στο παιχνίδι ακολουθεί το προσωπικό του συμφέρον, δεν προωθεί το συλλογικό συμφέρον της ομάδας. Αλλά συχνά η συνεργασία μιας ομάδας δεν ανήκει στα συμφέροντα της κοινωνίας συνολικά. Η συνεργασία για να κρατήσει τις τιμές υψηλές, παραδείγματος χάριν, δεν είναι προς το συμφέρον της κοινωνίας επειδή το κόστος στους καταναλωτές από τη συνεργασία είναι γενικά περισσότερο από το αυξανόμενο κέρδος των εταιριών. Επομένως οι επιχειρήσεις που ακολουθούν το συμφέρον τους κάνοντας απάτες στις συνεργατικές συμφωνίες βοηθούν συχνά το κοινωνικό σύνολο. Ομοίως, η συνεργασία μεταξύ των φυλακισμένων κατά την ανάκριση καθιστά δυσκολότερη την επιβολή ποινών για την αστυνομία. Πρέπει να καταλάβει κάποιος το μηχανισμό της συνεργασίας προτού να μπορέσει ο άλλος είτε να τον προάγει είτε να τον υπερνικήσει στην αναζήτηση μεγαλύτερων πολιτικών ενδιαφερόντων.

Μπορούν «οι φυλακισμένοι» να απεγκλωβιστούν από το δίλημμα και να στηρίξουν τη συνεργασία όταν έχει καθένας ένα ισχυρό κίνητρο να μην την τηρήσει; Σε αυτή την περίπτωση, πώς; Η πιο κοινή πορεία στη συνεργασία προκύπτει από τις επαναλήψεις του παιχνιδιού. Στο παράδειγμα Κόκα Κόλα-Pepsi, η εξαπάτηση ενός μήνα παρέχει στον απατεώνα δύο εκατομμύριο δολάρια. Αλλά μια εναλλαγή από την αμοιβαία συνεργασία στην αμοιβαία εξαπάτηση χάνει ένα εκατομμύριο δολάρια. Εάν η εξαπάτηση ενός μήνα ακολουθείται από την ανταπόδοση δύο μηνών, το αποτέλεσμα είναι ένας εξαγνισμός για τον απατεώνα [Βιβλιογραφία No 14]. Οποιαδήποτε ισχυρότερη τιμωρία ενός απατεώνα θα ήταν σαφώς αποτρεπτικός παράγοντας.

Τα ακόλουθα πέντε σημεία διαμορφώνουν την ιδέα:

1. Η ανταμοιβή του απατεώνα έρχεται αμέσως, ενώ η απώλεια από την τιμωρία έρχεται στο μέλλον. Εάν οι παίκτες απορρίπτουν τις μελλοντικές εξοφλήσεις, κατόπιν η απώλεια μπορεί να μην καταφέρει να αποτρέψει την εξαπάτηση. Κατά συνέπεια, η συνεργασία είναι δύσκολο να στηριχθεί και να λειτουργήσει μεταξύ πολύ ανυπόμονων παικτών (παραδείγματος χάριν,κυβερνήσεις).
2. Η τιμωρία δεν θα λειτουργήσει εκτός αν η εξαπάτηση μπορεί να ανιχνευθεί και να τιμωρηθεί. Επομένως, οι επιχειρήσεις συνεργάζονται περισσότερο όταν οι ενέργειές τους ανιχνεύονται ευκολότερα (θέτοντας τις τιμές, παραδείγματος χάριν) και λιγότερο όταν οι ενέργειες τους είναι δυσκολότερα ανιχνεύσιμες (αποφασίζοντας σχετικά με τις μη κοστολογούμενες εκφάνσεις των αγαθών, όπως οι επισκευές). Η τιμωρία είναι συνήθως ευκολότερο να τεθεί στις μικρότερες και κλειστές ομάδες. Κατά συνέπεια, οι βιομηχανίες με λίγες εταιρίες και μικρότερη απειλή νέας εισόδου είναι πιθανότερο να είναι δόλιες.

3. Η τιμωρία μπορεί να γίνει αυτόματη με την εφαρμογή στρατηγικών τύπου «μία σου και μία μου». Αυτή η ιδέα διαδόθηκε από το πολιτικό επιστήμονα Robert Axelrod του Πανεπιστημίου του Michigan. Εδώ, μπορείτε να εξαπατήσετε εάν και μόνο εάν ο ανταγωνιστής σας εξαπάτησε στον προηγούμενο γύρο. Αλλά εάν οι αθώες ενέργειες των ανταγωνιστών μπορούν να παρερμηνευθούν ως εξαπάτηση, τότε οι τακτικές του «μία σου και μία μου» διατρέχουν τον κίνδυνο των διαδοχικών γύρων συνεχούς ανταπόδοσης.
4. Ένας σταθερός, πεπερασμένος αριθμός επαναλήψεων είναι λογικά ανεπαρκής να παραγάγει τη συνεργασία. Και οι δύο ή όλοι οι παίκτες ξέρουν ότι η εξαπάτηση είναι η κυρίαρχη στρατηγική στο τελευταίο παίγνιο. Λαμβάνοντας υπόψη αυτό, το ίδιο πράγμα συμβαίνει και για το αμέσως προηγούμενο παίγνιο και ούτω καθεξής. Αλλά στην πράξη βλέπουμε κάποια συνεργασία στους πρόωρους γύρους ενός σταθερού συνόλου επαναλήψεων. Ο λόγος μπορεί να είναι είτε ότι οι παίκτες δεν ξέρουν τον αριθμό των γύρων, επακριβώς, είτε ότι μπορούν να εκμεταλλευτούν τη δυνατότητα

της «παράλογης λεπτότητας» στο αμοιβαίο πλεονέκτημά τους.
5. Η συνεργασία μπορεί επίσης να προκύψει εάν η ομάδα είχε έναν μεγάλο ηγέτη, ο οποίος χάνει πολύ από τον ολοκληρωτικό ανταγωνισμό και επομένως ασκεί τον περιορισμό, ακόμα κι αν ξέρει ότι άλλοι μικροί παίκτες θα εξαπατήσουν. Ο ρόλος της Σαουδικής Αραβίας ως «παραγωγός ταλάντευσης» στο καρτέλ του ΟΠΕΚ είναι μια περίπτωση αυτού.

Το δίλημμα των φυλακισμένων είναι μόνο ένα από πολλά επεξηγηματικά παραδείγματα του λογικού συλλογισμού και των σύνθετων αποφάσεων που περιλαμβάνονται στη θεωρία των Παιγνίων. Το παρόν λαμβάνει τη μορφή μιας κατάστασης ή ενός παιχνιδιού όπου δύο άνθρωποι πρέπει χωριστά να λάβουν τις αποφάσεις που θα έχουν συνέπειες όχι μόνο για τους ίδιους, αλλά και ο ένας για τον άλλο. Όταν κολλάνε στην κατάσταση ή κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, οι άνθρωποι αντιμετωπίζουν ένα δίλημμα σχετικά με τις αποφάσεις τους, επειδή όταν παρακινούνται απλώς από το προσωπικό συμφέρον, αυτοί αντιμετωπίζουν αυστηρότερες συνέπειες από όταν παρακινούνται από ομαδικά συμφέροντα. Προκειμένου να κάνει την καλύτερη επιλογή, κάθε παίκτης θα έπρεπε να ξέρει τι θα κάνει ο άλλος, αλλά η δομή του διλήμματος των φυλακισμένων αποτρέπει τους παίκτες από την κατοχή τέτοιας γνώσης, εκτός αν η κατάσταση ή το παίγνιο επαναλαμβάνεται. Το δίλημμα των φυλακισμένων επίσης χαρακτηρίζεται γενικά από την έλλειψή μιας ενιαίας βέλτιστης στρατηγικής και την αμοιβαία εμπιστοσύνη και των δύο πλευρών το ένα στο άλλο για να επιτύχουν ευνοϊκότερα αποτελέσματα.

Όταν κατανοείται πλήρως, αυτό το δίλημμα μπορεί να πολλαπλασιάσει σε εκατοντάδες άλλα πιο σύνθετα διλήμματα. Οι μηχανισμοί που διέπουν το δίλημμα των φυλακισμένων είναι οι ίδιοι όπως εκείνοι που αντιμετωπίζονται από τους εμπόρους, τους στρατιωτικούς, τους παίκτες πόκερ, και πολλούς άλλους τύπους ανταγωνιστών. Τα απλά πρότυπα που χρησιμοποιούνται στο δίλημμα εμπεριέχουν τις ιδέες στον τρόπο με τον οποίο οι ανταγωνιστές θα αντιδράσουν στις διαφορετικές μορφές του παιγνίου, και αυτές οι μορφές θα αποκαλύψουν προτάσεις σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο οι ανταγωνιστές αναμένονται να ενεργήσουν στο μέλλον. Ένας μεγάλος αριθμός Επιστημών έχει μελετήσει το παίγνιο, συμπεριλαμβανομένης της τεχνητής νοημοσύνης, της βιολογίας, των επιχειρήσεων, των μαθηματικών, της φιλοσοφίας, της κοινωνιολογίας, και της πολιτικής επιστήμης [Βιβλιογραφία No 5].

Βασισμένη στην έρευνα για την θεωρία των παιγνίων της Merrill Flood και του Melvin Dresher για Rand Corporation το 1950, ο A. Tucker παρουσίασε τα ευρήματα τους υπό τη μορφή του σεναρίου ή του παιγνίου του διλήμματος του φυλακισμένου, χρησιμοποιώντας το για να επεξηγήσει την αποτυχία των χαμηλού-κινδύνου στρατηγικών και τη δυνατότητα σύγκρουσης μεταξύ της μεμονωμένης και συλλογικής ορθολογιστικής ικανότητας. Ο Tucker πρότεινε ένα πρότυπο στο οποίο δύο παίκτες πρέπει να επιλέξουν μια χωριστά λογική στρατηγική, δεδομένου ότι η στρατηγική κάθε παίκτη μπορεί να έχει επιπτώσεις στον άλλο.

Επίλυση διαφορετικών υποθέσεων

Στο παράδειγμα, δύο ύποπτοι συλλαμβάνονται από την αστυνομία για τη ληστεία ενός καταστήματος. Οι κατήγοροι δεν μπορούν να αποδείξουν ότι πραγματικά διέπραξαν τη ληστεία, αλλά έχουν αρκετά στοιχεία για να καταδικάσουν και τους δύο σε μια μικρότερη ποινή, αυτή της κατοχής της κλεμμένης ιδιοκτησίας.

Και οι δύο ύποπτοι είναι απομονωμένοι χωρίς τρόπους επικοινωνίας και τους προσφέρεται μια ευκαιρία για συμφωνία. Κάθε ένας καλείται να ομολογήσει και να καταθέσει ενάντια στον άλλο. Εάν και οι δύο φυλακισμένοι αρνηθούν να ομολογήσουν, θα καταδικαστούν με τη μικρότερη ποινή βασισμένη στις περιστασιακές αποδείξεις και θα διατελέσουν ενός έτους φυλάκιση. Εάν και οι δύο ομολογήσουν και εμπλέξουν ο ένας τον άλλον, θα καταδικαστούν για ληστεία σε δύο έτη στη φυλακή.

Εάν, εντούτοις, ο φυλακισμένος Α αρνηθεί να ομολογήσει ενώ ο φυλακισμένος Β ομολογήσει και συμφωνήσει να καταθέσει ενάντια στον Α, ο φυλακισμένος Β θα απελευθερωθεί. Εν τω μεταξύ, ο φυλακισμένος Α μπορεί να καταδικαστεί βάσει της κατάθεσης του Β σε έξι έτη στη φυλάκισης. Το αντίστροφο ισχύει εάν ο φυλακισμένος Α ομολογήσει και ο φυλακισμένος Β παραμένει σιωπηλός.

Οι διαθέσιμες επιλογές των φυλακισμένων, και οι συνέπειες για αυτές τις επιλογές, παρουσιάζονται στον πίνακα του σχήμα I (οι αριθμοί είναι έτη που καταδικάζονται σε φυλάκιση)

	Φυλακισμένος Α	
	Ομολογία	Σιωπή
Φυλακισμένος Β		
Ομολογία	Α:2 Β:2	Α:6 Β:0
Σιωπή	Α:0 Β:6	Α:1 Β:1

Εάν οι φυλακισμένοι ελπίζουν να αποφύγουν έξι έτη στη φυλακή, και είναι πρόθυμοι να διακινδυνεύσουν δύο έτη για να το εγγυηθούν αυτό, θα παρακινηθούν για να ομολογήσουν. Μια ομολογία για καθένα θα εξασφαλίσει τη φυλάκιση όχι περισσότερων από δύο έτη, ανεξάρτητα από αυτό που ο άλλος θα κάνει.

Αυτή η στρατηγική της ομολογίας αποκαλείται στρατηγική εξουσίας επειδή παράγει μια καλύτερη έκβαση για τον φυλακισμένο-σε αυτήν την περίπτωση, αποφεύγοντας μια εξαετή φυλάκιση-άσχετα του τι ο άλλος φυλακισμένος κάνει. Είναι επίσης γνωστή ως αρχή « των σίγουρων πραγμάτων», επειδή οι φυλακισμένοι που ομολογούν ξέρουν σίγουρα ότι δεν θα εκτίσουν ποινή περισσότερη των δύο ετών.

Αλλά όπου η στρατηγική εξουσίας της ομολογίας είναι ατομική λογική, μια βέλτιστη έκβαση μπορεί να κερδηθεί από μια στρατηγική που είναι συλλογική λογική. Παραδείγματος χάριν, εάν οι φυλακισμένοι Α και Β μπορούν να βεβαιωθούν ότι κανένας τους δεν θα ομολογήσει, και οι δύο είναι πρόθυμοι να εκτίσουν ένα έτος στη φυλακή ως αποτέλεσμα αυτής της απόφασης, θα παρακινηθούν να μην ομολογήσουν.

Αυτή η στρατηγική, που οδηγεί τους φυλακισμένους στο χαμηλότερο συνολικά αριθμό των ετών στη φυλακή-δηλαδή δύο- καλείται συνεργατική στρατηγική. Ο πίνακας στο σχήμα 2 επεξηγεί συλλογικά τις βέλτιστες επιλογές. Επαναλαμβάνει τις επιλογές που παρουσιάστηκαν νωρίτερα, αλλά παρουσιάζει και το συνολικό αριθμό των ετών που θα εκτίσουν και οι δύο σε κάθε περίσταση [Βιβλιογραφία Νο 19].

Φυλακισμένος Α		
	Ομολογία	Σιωπή
Φυλακισμένος Β		
Ομολογία	4	6
Σιωπή	6	2

Προφανώς, εάν οι δύο φυλακισμένοι είναι πολύ έντιμοι και αρνούνται να εμπλέξουν ο ένας τον άλλον, θα επιλέξουν για να παραμείνουν σιωπηλοί και να ελαχιστοποιήσουν τον αριθμό ετών που πρέπει και οι δύο να εκτίσουν. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτή η έκβαση, οι δύο φυλακισμένοι πρέπει είτε να έχουν μια συμφωνία που είναι εύλογα εκτελέσιμη και αποτελεσματική είτε αρκετή εμπιστοσύνη ο ένας στον άλλο.

Εάν η συμφωνία δεν είναι αποτελεσματική, οι φυλακισμένοι μπορούν να παρακινηθούν να υιοθετήσουν την στρατηγική εξουσίας επειδή μπορούν να βελτιώσουν την κατάστασή τους βασισμένοι σε αυτήν. Ένας φυλακισμένος μπορεί να ελευθερωθεί, ενώ ο άλλος συνεργός περνά τα επόμενα έξι έτη στη φυλακή, ή και οι δύο μπορούν να παραμείνουν ένα έτος στη φυλακή.

Πράγματι, ένας από τους φυλακισμένους μπορεί να παρακινηθεί να καταλήξει σε μια συμφωνία, κατά την οποία δεν ομολογεί, συγκεκριμένα για να εξαπατήσει το συνεργάτη του/της και να εξασφαλίσει την προσωπική του ελευθερία. Αυτό το σενάριο καταδεικνύει πώς το μη συνεργατικό παιχνίδι μπορεί να υπονομεύσει τις συνεργατικές στρατηγικές, και γιατί η γνώση είναι απολύτως απαραίτητη στη λήψη μιας ατομικής βέλτιστης απόφασης [Βιβλιογραφία Νο 23].

Το δίλημμα του φυλακισμένου παρέχει ακόμα περισσότερες οπτικές όταν εξετάζεται σε μία σειρά περιπτώσεων όπου η δυναμική αλλάζει. Παραδείγματος χάριν, ας υποθέσουμε ότι οι φυλακισμένοι Α και Β συλλαμβάνονται και ο Α παραμένει σιωπηλός ενώ ο φυλακισμένος Β ομολογεί, αφότου είχαν συμφωνήσει και οι δύο να μην ομολογήσουν εάν συλληφθούν. Ο φυλακισμένος Β ελευθερώνεται ενώ ο φυλακισμένος Α καταδικάζεται σε έξι έτη φυλάκισης. Σαφώς, ο φυλακισμένος Α έχει εκτιμήσει εσφαλμένα το φυλακισμένο Β.

Εν τω μεταξύ, ο φυλακισμένων Β επιστρέφει στη ζωή του εγκληματία και συλλαμβάνεται κάτω από τις ίδιες περιστάσεις με έναν άλλο συνεργό, τον φυλακισμένο Γ. Ο Γ γνωρίζει τι έκανε ο Β στον Α, και δεν έχει καμία πρόθεση να παραμείνει σιωπηλός, επειδή ο Γ ξέρει ότι δεν μπορεί να εμπιστευθεί τον Β και δε θέλει να περάσει τα επόμενα έξι έτη στη φυλακή.

Ο φυλακισμένος Γ έχει κάτι που ο Α δεν είχε: γνώση για το πώς ο φυλακισμένος Β μπορεί να ενεργήσει. Ο φυλακισμένος Β ξέρει ότι ο φυλακισμένος Γ έχει αυτές τις πληροφορίες, και πιθανώς ότι Γ θα παρακινηθεί για να ομολογήσει. Ως εκ τούτου, και οι δύο καταδικάζονται σε δύο έτη σε αυτό το σενάριο.

Το γεγονός ότι το παιχνίδι είναι επαναλαμβανόμενο, ή συνεχόμενο, περιλαμβάνει τις ενδείξεις των παικτών για το στυλ παιχνιδιού του άλλου βασισμένες στις προηγούμενες αποδόσεις. Με το να επιτρέπει ευκαιρίες για τιμωρία, το επαναλαμβανόμενο παιχνίδι παρέχει τις ενδείξεις για το πώς οι παίκτες θα αλληλεπιδράσουν και το πώς θα αντιδράσουν στις συνέπειες των μη συνεργατικών στρατηγικών.

Παραδείγματος χάριν, ο φυλακισμένος Β θα ενθαρρυνόταν να αποσυρθεί από το έγκλημα ή να καταβάλει ιδιαίτερες προσπάθειες να μην συλληφθεί, επειδή οι προηγούμενες ενέργειες του Β είναι πιθανό να απαλείψουν τις πιθανότητες ότι ένας άλλος συνεργός που ξέρει το ιστορικό του Β θα συνεργαστεί ποτέ μαζί του.

Το επαναλαμβανόμενο παιχνίδι ενάντια σε ένα προγραμματισμένο παίκτη-ενός του οποίου αποφάσεις είναι προβλέψιμες-θα δείξει πώς ένας παίκτης θα αντιδράσει στις ευκαιρίες να εκμεταλλευτεί τον άλλο. Ας υποθέσουμε ότι ένας παίκτης, ο Β επαναλαμβάνει μόνο τις κινήσεις του ενός άλλου ονομαζόμενου Ρ . Ο Ρ ξέρει ότι οτιδήποτε και να κάνει θα το κάνει ο Β στην επόμενη κίνηση. Επομένως, εάν ο Ρ εκμεταλλεύεται το Β σε μια κίνηση, το Β θα αλλάξει την επόμενη κίνηση. Αυτός ο καταστροφικός κύκλος θα συνεχιστεί έως ότου μπορέσουν να πειστούν και οι δύο ότι θα ωφελούνταν περισσότεροι από ένα πιο συνεταιριστικό ύφος παιχνιδιού.

Επί παραδείγματι, οι φυλακισμένοι Α και Β, μπορεί να συνειδητοποιήσουν ότι η κατ' επανάληψη ομολογία του ενός εναντίον του άλλου σε μία σειρά των εγκλημάτων προκαλεί περισσότερη ζημία από τη συνεργασία. Αυτό διακρίνεται στους πίνακες, όπου και οι δύο καταδικάζονται δύο έτη εάν ομολογήσουν, αλλά μόνο ένα εάν συνεργαστούν και παραμείνουν σιωπηλοί.

Τα παραδείγματα του επαναλαμβανόμενου παιγνίου δείχνουν ότι, εφ' όσον τα οφέλη της συνεργασίας αντισταθμίζουν τα οφέλη του ανταγωνισμού, οι παίκτες θα υιοθετήσουν τελικά ένα συνεργατικό παίγνιο. Και οι δύο παίκτες θα αποφασίσουν να συνεργαστούν επειδή, μετά από μια σειρά επαναλαμβανόμενων παιχνιδιών, η συλλογική λογική γίνεται ανάλογη με την ατομική.

Το δίλημμα του φυλακισμένου μπορεί να επεκταθεί μεταξύ περισσότερων από δύο παικτών. Υποθέστε παραδείγματος χάριν ότι συλλαμβάνονται τρεις φυλακισμένοι, για τη ληστεία. Κάθε φυλακισμένος πρέπει τώρα να υπολογίσει τις πιθανές εκβάσεις της συνεργασίας και του ανταγωνισμού με δύο αντίστοιχα. Αυτό το σενάριο μπορεί να αντιπροσωπευθεί σε τρισδιάστατο πίνακα με οκτώ, αντί τέσσερις πιθανές εκβάσεις [Βιβλιογραφία Νο 7].

Εάν υπήρχε τέταρτος συνεργάτης, ο πίνακας θα απαιτούσε μια τέταρτη διάσταση, με 16 πιθανές εκβάσεις. Ο αριθμός εκβάσεων σε ένα δίλημμα πολλαπλών παικτών μπορεί να εκφραστεί ως ένας τύπος Γ «, όπου το Γ είναι ο αριθμός επιλογών διαθέσιμων σε κάθε παίκτη και ν αντιπροσωπεύει τον αριθμό παικτών.

Οι δοκιμές με τα διλήμματα πολλαπλών φυλακισμένων υποστηρίζουν τη θέση ότι οι συνεργατικές στρατηγικές παραμένουν ατομικά βέλτιστες, ιδιαίτερα στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο.

Κορώνα-Γράμματα

Στο παιχνίδι αυτό, κάθε παίκτης έχει ένα νόμισμα και πρέπει κρυφά να το γυρίσει είτε κεφάλι είτε γράμματα. Αποκαλύπτουν έπειτα επιλογές τους ταυτόχρονα. Εάν τα νομίσματα είναι ίδια-και τα δύο κεφάλια ή και τα δύο γράμματα –ο παίκτης Α κρατούν και τα δύο νομίσματα, έτσι κερδίζει ένα από τον παίκτη Β. Εάν τα νομίσματα δεν είναι ίδια -ένας κεφάλι ένας γράμματα –ο β κρατά και τα δύο νομίσματα, έτσι κερδίζει ένα από τον παίκτη Α.

Ας δούμε την κανονική μορφή αυτού του παιγνίου! Εάν υπάρχει ομοιότητα των νομισμάτων, ο Α κερδίζει ένα και ο Β χάνει ένα, έτσι οι εξοφλήσεις τους είναι (1, -1). Εάν τα νομίσματα δεν είναι όμοια ο Α χάνει ένα και ο Β κερδίζει ένα, έτσι οι εξοφλήσεις τους είναι (- 1.1). Υποθέτουμε ότι η επιλογή Κ είναι κορώνα και η επιλογή Γ είναι γράμματα κατόπιν η κανονική μορφή μοιάζει με αυτό:

	Κ	**Γ**
Κ	(1,**-1**)	(-1, **1**)
Γ	(-1, **1**)	(1,**-1**)

Η έντονη γραφή απεικονίζει τις επιλογές του παίκτη Β. Μπορούμε επίσης να χωρίσουμε τον άνω πίνα σε δύο, που να απεικονίζουν τα κέρδη του Α:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Και του B:

$$B= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Εάν εξετάσουμε αυτό το παιχνίδι, είναι εύκολο να δούμε ότι η μη καθαρή στρατηγική είναι μια ισορροπία του Nash. Εάν ο A επιλέξει κεφάλι, ο B θα θελήσει να επιλέξει γράμματα. Αλλά εάν ο B επιλέξει γράμματα, ο A θα θελήσει να επιλέξει γράμματα. Και εάν το A επιλέξει γράμματα, το B θα θελήσει να επιλέξει κεφάλι. Και εάν ο B επιλέξει κεφάλι, ο A θα θελήσει να επιλέξει κεφάλι! Υπάρχει πάντα κάποιος που θα ήταν καλύτερα αλλάζοντας την επιλογή του.

Μικτές στρατηγικές

Υπάρχει μια ισορροπία του Nash εάν επιτρέψουμε τις μικτές στρατηγικές, όπου οι παίκτες μπορούν τυχαία να κάνουν την επιλογή τους σύμφωνα με μια ορισμένη πιθανότητα.

Έτσι, ας δούμε εάν αυτές οι μικτές στρατηγικές δίνουν μια ισορροπία του Nash. Γράφουμε:

p= (p1, p2)

για τη μικτή στρατηγική του A. Όπου p1 είναι η πιθανότητα ότι ο A κάνει την επιλογή K: δηλαδή επιλέγει κορώνα. p2 είναι η πιθανότητα ο A να κάνει την επιλογή 2: δηλαδή να επιλέξει γράμματα. Αι υποθέσουμε ότι οι πιθανότητες για τον A διαμορφώνονται ως εξής:

p= (1/2.1/2), αυτή είναι μικτή στρατηγική του A. Παρομοίως ας είναι αυτή η μικτή στρατηγική του B: q= (1/2.1/2)

1) Για όλες τις μικτές στρατηγικές p' για τον παίκτη A, $p'\cdot Aq \leq p\cdot Aq$.

2) Για όλες τις μικτές στρατηγικές q' για τον παίκτη B, $p\cdot Bq' \leq p\cdot Bq$.

Αρχικά παρουσιάζω ότι

το $p' \cdot Aq \leq p \cdot Aq$, ξεκινώντας με τον υπολογισμό του Aq:

$$Aq= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ½ \\ ½ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε προκύπτει $p' \cdot 0 \leq p \cdot 0$ αλλά αυτό είναι αληθές.

Το θέμα είναι ότι εάν ο B χρησιμοποιεί μικτή στρατηγική q, το αναμενόμενο κέρδος του A είναι μηδέν ανεξάρτητα από ποια μικτή στρατηγική ο A χρησιμοποιεί! Εάν ο A χρησιμοποιεί οποιαδήποτε μικτή στρατηγική p′, η αναμενόμενη αξία του κέρδους είναι πάντα $p' \cdot Aq=0$, αφού $Aq=0$[22].

Παρομοίως πρέπει να δείξουμε αυτού για οποιαδήποτε μικτή στρατηγική q',

$p \cdot Bq' \leq p \cdot Bq$

Πριν δεχτήκαμε ότι το $Aq=0$. Αλλά τώρα βλέπουμε το Bq', και το q' είναι οποιαδήποτε μικτή στρατηγική, συνεπώς δεν μπορούμε να το υπολογίσουμε.

Ας θυμηθούμε τι ισχύει για τη μεταθετική ιδιότητα των πινάκων, όπου A^T *ο* ανάστροφος πίνακας του πίνακα A:

$(A^T)^T=A$. Ο τύπος της μετάθεσης πινάκων έχει ως εξής:

$A^T ji=Aij$

Εφαρμόζοντας αυτήν την εξίσωση στον πίνακα B, μπορούμε να πάρουμε τη 2):

$p \cdot Bq' \leq p \cdot Bq$

και να το ξαναγράψουμε ως εξής:

$B^T p \cdot q' \leq B^T p \cdot q$

Έχουμε:

$$B= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

οπότε η μετάθεση δεν κάνει πραγματικά τίποτα στη συγκεκριμένη περίπτωση:

$$B^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

και πολλαπλασιάζοντας παίρνουμε:

$$B^T p = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ½ \\ ½ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Έτσι, το πράγμα προσπαθούμε να παρουσιάσουμε:

$B^T p \cdot q' \leq B^T p \cdot q$

απλά μετατρέπεται σε $0 \cdot q' \leq 0 \cdot q$

Βρήκαμε λοιπόν μια ισορροπία του Nash. Εάν ο A χρησιμοποιεί μικτή στρατηγική p, το αναμενόμενο κέρδος του B είναι μηδέν ανεξάρτητα από ποια μικτή στρατηγική ο B χρησιμοποιεί. Δηλαδή, όπως είδαμε και πριν αν ο B χρησιμοποιεί μικτή στρατηγική q το αναμενόμενο κέρδος του A είναι μηδέν ανεξάρτητα από ποια μικτή στρατηγική ο A χρησιμοποιεί. Έτσι, όταν και ο A και ο B επιλέγουν κορώνα ή γράμματα με πιθανότητες 50%, ανεξάρτητα, καθένας μπορεί μονομερώς να αλλάξει τη μικτή στρατηγική του χωρίς να βελτιώσει το αναμενόμενο κέρδος του. Αυτή είναι μια ισορροπία του Nash!

Η μάχη των φύλων

Η μάχη των φύλων είναι ένα παιχνίδι συντονισμού δύο παικτών. Φανταστείτε ένα ζεύγος που συμφώνησε να συναντηθεί το βράδυ, αλλά δεν μπορεί να θυμηθεί εάν θα πήγαιναν να δουν μπαλέτο ή έναν αγώνα πάλης (και το γεγονός ότι ξέχασαν είναι κοινή λογική). Ο σύζυγος θα επιθυμούσε προ πάντων να πάει στον αγώνα πάλης, Η σύζυγος θα επιθυμούσε να πάει στο μπαλέτο. Και οι δύο θα προτιμούσαν να πάνε στο ίδιο μέρος παρά διαφορετικά. Εάν δεν μπορούν να επικοινωνήσουν, πού θα έπρεπε να πάνε;

Ας εξετάσουμε την ακόλουθη τροποποίηση της μάχης των φύλων: ο παίκτης 1 είναι αβέβαιος για το κέρδος του παίκτη 2 εάν συντονιστούν στην παρακολούθηση του μπαλέτου, και ο παίκτης 2 είναι αβέβαιος για το κέρδος του παίκτη 1 εάν συντονιστούν στη μετάβαση στην πάλη. Δηλαδή το κέρδος του παίκτη 1 στο αποτέλεσμα (F,F) είναι $2+\theta_1$, όπου θ_1 είναι προσωπικά γνωστό στον άνδρα και το κέρδος της γυναίκας στο αποτέλεσμα (B, B) είναι $2+\theta_2$, όπου θ_2 είναι προσωπικά γνωστό στη γυναίκα. Ας υποθέσουμε ότι και τα δύο θ_1, θ_2 είναι ανεξάρτητα αποτελέσματα από μια ομοιόμορφη κατανομή [0, χ]

Παίκτες:N={1,2}
Ενέργειες; $A_1=A_2=\{F, B\}$

	F	B
F	$2+\theta_1$, 1	0,0
B	0,0	1,$2+\theta_2$

- Τύποι: $\theta_1=\theta_2=[0, \chi]$
- Πεποιθήσεις: $\pi_1(\theta_2)=\pi_2(\theta_1)=1/x$

· Κέρδη:u_1, u_2, όπως περιγράφεται στον προαναφερθέν πίνακα.

Σημειώστε ότι σε αυτό το παιχνίδι, κάθε παίκτης έχει μια συνέχεια των τύπων, και έτσι το θi είναι άπειρο. Ας κοιτάξουμε για μια ισορροπία όπου ο παίκτης 1 πηγαίνει στην πάλη εάν το θ_1 υπερβαίνει μια κρίσιμη αξία χ_1, ειδάλλως πηγαίνει στο μπαλέτο, και ο παίκτης 2 πηγαίνει στο μπαλέτο εάν το θ_2 υπερβαίνει μια κρίσιμη αξία χ_2 ειδάλλως πηγαίνει στην πάλη. Αυτές οι στρατηγικές ονομάζονται συνήθως στρατηγικές κρίσιμου-σημείου δηλαδή δίνεται ένα διάστημα τύπων, όπου υπάρχει ένας ειδικός τύπος (το κρίσιμο-σημείο) και όλοι οι τύποι στο αριστερό αυτού κάνουν ένα πράγμα, και όλοι οι τύποι στα δεξιά κάνουν άλλο [Βιβλιογραφία Νο 26]. Ψάχνουμε μια ισορροπία σε τέτοιες στρατηγικές, καθώς μπορούμε να αποδείξουμε ότι οποιαδήποτε ισορροπία πρέπει, στην πραγματικότητα, να περιλαμβάνει τις στρατηγικές κρίσιμου-σημείου. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι εάν μέσα στην ισορροπία κάποιος τύπος θ1 επιλέγει F, έπειτα πρέπει να συμβεί ότι όλοι οι ˆθ1 πρέπει επίσης να επιλέξουν F. Μπορούμε να αποδείξουμε αυτό από με κάποια αντίφαση. Ας υποθέσουμε κάποια ισορροπία, και κάποιο θ_1 του οποίου καλύτερη στρατηγική είναι η F. Τώρα ας πάρουμε κάποια ˆθ1>θ1 και ας υποθέσουμε ότι η βέλτιστη στρατηγική του είναι Β. Αυτό οδηγεί σε μια αντίφαση. Αφού το θ1 επιλέγει F στην ισορροπία,

$$u_1(F, \sigma_2^*|\theta_1)=(2+ \theta_1)\, \sigma_2^*\,(F)\geq(1)(1- \sigma_2^*)(F))=u_1(B, \sigma_2^*|\theta_1).$$

Ακόμα, από τη στιγμή που το $\hat{}\theta_1$ επιλέγει το Β στην ισορροπία, ακολουθεί:

$$u_1(B, \sigma_2^*|\hat{}\theta_1)=(1)(1- \sigma_2^*)(F))\geq (2+ \hat{}\theta_1)\, \sigma_2^*\,(F)=u_1(F, \sigma_2^*|\hat{}\theta_1).$$

Ενώνοντας τις δυο σχέσεις προκύπτει:

$$(2+ \theta_1)\, \sigma_2^*\,(F) \geq(2+ \hat{}\theta_1)\, \sigma_2^*(F)$$

Εάν σ_2^* (F)=0 τότε η καλύτερη απάντηση του παίκτη 1 είναι το B ανεξάρτητα από τον τύπο, ο οποίος έρχεται σε αντίθεση με την υπόθεση θ_1 επιλέγει F. Επομένως, πρέπει να είναι η υπόθεση $\sigma_2^*(F)>0$. Μπορούμε επομένως να απλοποιήσουμε τα ανωτέρω ανισότητα για να γίνει $2+\ \theta_{1\geq}2+\hat{}\ \theta_{1\rightarrow}\ \hat{}\ \theta_{1>}\ \theta_1$

Εντούτοις, αυτό έρχεται σε αντίθεση με $\hat{}\theta_1>\theta$. Ολοκληρώνοντας, ότι κάποιος τύπος παίκτη 1 επιλέξει F στην ισορροπία, έπειτα έτσι πρέπει να κάνουν όλοι οι υψηλότεροι τύποι. Ένα συμμετρικό επιχείρημα καθορίζει ότι εάν κάποιος τύπος παίκτη 2 επιλέξει B στην ισορροπία, έπειτα έτσι πρέπει να κάνουν όλοι οι υψηλότεροι τύποι. Με άλλα λόγια, οι παίκτες πρέπει να χρησιμοποιούν τις στρατηγικές κρίσιμου-σημείου σε οποιαδήποτε ισορροπία.

Τώρα πίσω στην επίλυση του παιχνιδιού. Για απλοποίηση το $\sigma_1(\theta_1)$ δείχνει την πιθανότητα ο παίκτης 1 να πηγαίνει στην πάλη, η οποία είναι:

$$\sigma_1(\theta_1)=\Pr[\theta_1>x_1]=1-\Pr[\theta_1\leq x_1]=1-x_1/x$$

Ομοίως, η πιθανότητα ο παίκτης 2 να πάει στο μπαλέτο είναι:

$$\sigma_2(\theta_2)=\Pr[\theta_2>x_2]=1-\Pr[\theta_2\leq x_2]=1-x_2/x$$

Ας υποθέσουμε ότι οι παίκτες παίζουν τις στρατηγικές που μόλις διευκρινίστηκαν. Θέλουμε τώρα να βρούμε x_1, x_2 που μετατρέπουν αυτές τις στρατηγικές σε μια ισορροπία. Λαμβάνοντας υπόψη τη στρατηγική του παίκτη 2, τα αναμενόμενα κέρδη του παίκτη 1 από τη μετάβαση στην πάλη και την μετάβαση στο μπαλέτο είναι:

$$E[u_1(F|\theta_1,\theta_2)]=(2+\theta_1)(1-\sigma_2(\theta 2))+(0)\sigma_2(\theta_2)=x_2/x(2+\theta_1)$$

$$E[u_1(B|\theta_1,\theta_2)]=(0)(1-\sigma_2(\theta 2))+(1)\sigma_2(\theta_2)=1-x_2/x$$

Η μετάβαση στην πάλη είναι άριστη, μόνο και μόνο αν, η αναμενομένη χρησιμότητα από αυτή την πράξη ξεπερνά την αναμενόμενη χρησιμότητα από την μετάβαση στο μπαλέτο:

$$E[u_1(F|\theta_1,\theta_2)] \geq E[u_1(B|\theta_1,\theta_2)]$$

$$x_2/x(2+\theta_1) \geq 1-x_2/x$$

$$\theta_1 \geq x/x_2-3$$

Ας υποθέσουμε ότι $x_2 = x/x_1-3$ δηλώνει την κρίσιμη αξία για τον παίκτη 1. Τα αναμενόμενα κέρδη του παίκτη 2 από τη μετάβαση στο μπαλέτο και τη μετάβαση στην πάλη, δοσμένης της στρατηγικής του παίκτη 1 είναι:

$$E[u_2(B|\theta_1,\theta_2)]=(2+\theta_2)(1-\sigma_1(\theta_1))+(0)\sigma_1(\theta_1)=x_1/x(2+\theta_2)$$

$$E[u_2(F|\theta_1,\theta_2)]=(0)(1-\sigma_1(\theta_1))+(1)\sigma_1(\theta_1)=1-x_1/x$$

Οπότε η μετάβαση στο μπαλέτο είναι βέλτιστη, αν και μόνο αν,

$$E[u_2(B|\theta_1,\theta_2)] \geq E[u_2(F|\theta_1,\theta_2)]$$

$$X_1/x(2+\theta_2) \geq 1-x_1/x$$

$$\theta_2 \geq x/x_1-3$$

Τώρα έχουμε δύο κρίσιμες αξίες, οπότε λύνουμε το παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

$$x_1 = x/x_2-3$$

$$x_2 = x/x_1-3$$

Η λύση είναι $x_1 = x_2$ και $x_2^2+3x_2-x=0$

Λύνουμε τώρα τη δευτεροβάθμια, διακρίνουσα της οποίας είναι

$\Delta=9+4x$

Οι κριτικές αξίες γίνονται:

$$x_1 = x_2 = \frac{(-3+\sqrt{9+4x})}{2}$$

Η ισορροπία είναι το ζευγάρι των στρατηγικών:

$$s_1(\theta_1)= \begin{cases} F \text{ εάν } \theta_1 > x_1 \\ B \text{ εάν } \theta_1 \leq x_1 \end{cases}$$

$$s_2(\theta_2)= \begin{cases} F \text{ εάν } \theta_2 \leq x_2 \\ B \text{ εάν } \theta_2 > x_2 \end{cases}$$

Όπου $x_1 = x_2 = \frac{(-3+\sqrt{9+4x})}{2}$

Να σημειωθεί εδώ ότι οι στρατηγικές δεν διευκρινίζουν τι να κάνουμε για $\theta i = xi$ επειδή η πιθανότητα εμφάνισης αυτού είναι 0 (η πιθανότητα οποιουδήποτε ιδιαίτερου αριθμού που προέρχεται από μια συνεχή διανομή
είναι μηδέν). Είναι σύνηθες ότι μια από τις ανισότητες, οποιαδήποτε και αν είναι αυτή, είναι αδύναμη για να χειριστεί την περίπτωση. Από σύμβαση δεχόμαστε, ‘<’ να υποδηλώνεται σαν ‘≤’.
Στη ισορροπία, η πιθανότητα ότι ο παίκτης1 πηγαίνει στην πάλη είναι ίση με την πιθανότητα ότι ο παίκτης 2 πηγαίνει στο μπαλέτο, και είναι:

$$1-x_1/x=1-x_2/x=1-\frac{(-3+\sqrt{9+4x})}{2x}$$

Θα ήταν ενδιαφέρον να δούμε τι συμβαίνει όταν η αβεβαιότητα εξαφανίζεται (πχ το x τείνει στο 0). Παίρνοντας το όριο της εξίσωσης 1, με την εφαρμογή του κανόνα L’Hopital:

$$\lim_{x\to 0} = \left[1 - \frac{(-3+\sqrt{9+4x})}{2x}\right] = 1 - \lim_{x\to 0}\left[\frac{d/d_x(-3+\sqrt{9+4x})}{d/d_x 2x}\right]$$

$$= 1 - \lim_{x\to 0} \frac{2\,(9+4x)^{-1/2}}{2} = 2/3$$

Με άλλα λόγια, καθώς η αβεβαιότητα εξαφανίζεται, οι πιθανότητες του παίκτη 1 να παίξει F και του παίκτη 2 να παίξει B και οι δύο συγκλίνουν σε 2/3. Αλλά αυτές ακριβώς είναι οι πιθανότητες της ισορροπία του Nash της περίπτωσης τέλειας πληροφόρησης! Δηλαδή μόλις δείξαμε ότι καθώς η ατελής πληροφόρηση εξαφανίζεται, η συμπεριφορά των παικτών στην καθαρής στρατηγικής ισορροπία στο παίγνιο ατελούς πληροφόρησης πλησιάζει τη συμπεριφορά τους στην ισορροπία μικτής στρατηγικής του Nash στο παίγνιο τέλειας πληροφόρησης.

Ο Harsanyi (1973) πρότεινε ότι του παίκτη j η μικτή στρατηγική αντιπροσωπεύει την αβεβαιότητα του παίκτη i για την επιλογή μιας καθαρής στρατηγικής του j, και του παίκτη j η επιλογή εξαρτάται από μικρή ποσότητα ιδιωτικής πληροφόρησης. Όπως παρουσιάστηκε μόλις (και όπως μπορεί να αποδειχθεί για τη γενική περίπτωση), μια ισορροπία Nash μικτής-στρατηγικής μπορεί σχεδόν πάντα να ερμηνευθεί ως ισορροπία αμιγούς-στρατηγικής σε ένα στενά συνδεδεμένο παίγνιο με κάποια ποσότητα ατελούς πληροφόρησης. Το κρίσιμο χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας ισορροπίας Nash μικτής-στρατηγικής δεν είναι ότι ο παίκτης j επιλέγει μια στρατηγική τυχαία, αλλά μάλλον ότι ο παίκτης I είναι αβέβαιος για την επιλογή του παίκτη j. Αυτή η αβεβαιότητα μπορεί να προκύψει είτε λόγω του τυχαίου είτε λόγω της κάπως ελλιπούς πληροφόρησης, όπως στο παράδειγμα ανωτέρω. Αυτό ονομάζεται καθαρισμός των μικτών στρατηγικών. Αυτό το παράδειγμα παρουσιάζει αποτέλεσμα του Harsanyi ότι είναι δυνατό «να καθαριστεί» η ισορροπία μικτής-στρατηγικής από σχεδόν οποιοδήποτε τέλειο παίγνιο πληροφοριών με το να δείξει ότι είναι το όριο μιας ακολουθίας ισορροπιών καθαρής-στρατηγικής σε ένα παίγνιο με μη ξεκάθαρα κέρδη. Αυτό είναι μια άμυνα των μικτών-στρατηγικών που δεν απαιτεί οι παίκτες να καταλήξουν στο τυχαίο σκόπιμα, και ιδίως όταν δεν απαιτούνται οι απαραίτητες πιθανότητες. Η άμυνα του Harsanyi για τις μικτές στρατηγικές προσεγγίζει το πρόβλημα πολύ ξεκάθαρα αφού οι παίκτες δεν αφήνουν πράγματα στην τύχη,ακριβώς η συμπεριφορά τους μπορεί να εμφανιστεί με αυτόν τον τρόπο σε άλλο ασυμμετρικά πληροφορημένο παίκτη.

Παίγνιο της σαρανταποδαρούσας

Στη θεωρία των παιγνίων, το παίγνιο σαρανταποδαρούσων, που εισάγεται πρώτα από το Robert Rosenthal το 1981, είναι ένα εκτενές παιχνίδι στο οποίο δύο παίκτες παίζουν εκ περιτροπής επιλέγοντας είτε να πάρουν ένα ελαφρώς μεγαλύτερο μερίδιο ενός αργά αυξανόμενου δοχείου, είτε να περάσουν το δοχείο στον άλλο παίκτη. Οι εξοφλήσεις τακτοποιούνται έτσι ώστε εάν κάποιος περνά το δοχείο στον αντίπαλό κάποιου και ο αντίπαλος παίρνει το δοχείο στο επόμενο γύρο, ο ένας λαμβάνει ελαφρώς λιγότερα από ότι εάν είχε πάρει το δοχείο σε αυτόν τον γύρο. Αν και το παραδοσιακό παιχνίδι σαρανταποδαρούσων είχε ένα όριο 100 γύρων(ως εκ τούτου το όνομα, σαρανταποδαρούσα=centipede στα αγγλικά), οποιοδήποτε παιχνίδι με αυτήν την δομή αλλά έναν διαφορετικό αριθμό γύρων καλείται παιχνίδι σαρανταποδαρούσων.

Έτσι γίνεται ιδιαίτερα ένας στόχος κάλυψης παρά κέρδους και της μοναδικής τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίου(και κάθε ισορροπίας του Nash) αυτών των παιχνιδιών δείχνει ότι ο πρώτος παίκτης παίρνει το δοχείο στον πρώτο -πρώτο γύρο του παιχνιδιού εντούτοις στις εμπειρικές δοκιμές σχετικά λίγοι παίκτες πράττουν τοιουτοτρόπως, και κατά συνέπεια επιτυγχάνουν μια υψηλότερη εξόφληση από την εξόφληση που προβλέπεται από την ανάλυση ισορροπιών. Αυτά τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για να δείξουν ότι οι τέλειες ισορροπίες ενός υποπαιγνίου και οι ισορροπίες του Nash αποτυγχάνουν να προβλέψουν το ανθρώπινο παιχνίδι σε ορισμένες περιπτώσεις. Το παιχνίδι σαρανταποδαρούσων χρησιμοποιείται συνήθως σε εισαγωγικές σειρές μαθημάτων και κείμενα θεωρίας των παιγνίων για να δώσει έμφαση στην έννοια της οπίσθιας επαγωγής και την επαναλαμβανόμενη αποβολή των κυρίαρχων στρατηγικών, οι οποίες παρουσιάζουν έναν τυποποιημένο τρόπο για την παροχή μιας λύσης στο παιχνίδι.

Το παιχνίδι

Υπάρχει ένας σωρός νομισμάτων στο τραπέζι. Ο X και ο Y το παίρνουν καθένας με τη σειρά του ένα ή δύο νομίσματα από το σωρό, και κρατούν τα νομίσματα που παίρνουν. Εντούτοις, μόλις καθένας πάρει δύο νομίσματα, το παιχνίδι σταματάει , και το υπόλοιπο των νομισμάτων απομακρύνεται. Εφ' όσον παίρνουν κάθε ένας μόνο έναν το νόμισμα όταν έρχεται η σειρά τους, το παιχνίδι συνεχίζεται μέχρι να εξαντληθούν τα νομίσματα από το σωρό. Ας υποθέσουμε ότι ο αριθμός νομισμάτων είναι άρτιος και ότι ο X παίζει πρώτος.

Υποθέτουμε ότι και ο X και ο Y έχουν ως στόχο να μεγιστοποιηθεί το κέρδος τους και είναι λογικοί σε όλο το παιχνίδι. Με τον όρο «λογικοί» θεωρούμε μόνο ότι πιστεύουν στις λογικές συνέπειες των πεποιθήσεών τους, και δεν επιλέγουν μια επιλογή εάν υπάρχει κάποια άλλη διαθέσιμη που θεωρούν θα τους δώσει περισσότερα χρήματα. Προς το παρόν, υποθέτουμε ότι έχουν κοινή πίστη στην ορθολογιστική ικανότητα σε όλο το παιχνίδι. Δηλαδή, καθ' όλη τη διάρκεια του παιγνίου, κάθε ένας πιστεύει ότι ο άλλος θα είναι λογικός σε όλο το παιχνίδι και αντίστοιχα ο άλλος πιστεύει τα ίδια για τον πρώτοκαι ούτω καθεξής.

Παραδοσιακό επιχείρημα

Λαμβάνοντας υπόψη αυτές τις υποθέσεις, ένα επιχείρημα με τη χρήση της προς τα πίσω-επαγωγής καταλήγει στο συμπέρασμα ότι ο X θα πάρει δύο νομίσματα στην πρώτη κίνησή του, τελειώνοντας έτσι το παιχνίδι. Το επιχείρημα είναι το ακόλουθο.

Υποθέτουμε ότι το παιχνίδι φτάνει στο σημείο όπου υπάρχουν μόνο δύο νομίσματα στο τραπέζι. Είναι η σειρά του X, και θα πάρει και τα δύο νομίσματα. Παίρνει δύο νομίσματα με αυτόν τον τρόπο, ενώ θεωρεί ότι εάν πάρει μόνο το ένα, ο Y θα πάρει το δεύτερο. Η λήψη και των δύο είναι το μόνο λογικό πράγμα για το X για να κάνει, έτσι το κάνει επειδή είναι λογικός. [Βιβλιογραφία Νο 1]

Έπειτα υποθέτουμε ότι το παιχνίδι φτάνει στο σημείο όπου υπάρχουν μόνο τρία νομίσματα στο τραπέζι. Είναι η σειρά του Y. Ο Y θεωρεί ότι, εάν πάρει μόνο ένα από τα νομίσματα, στο επόμενο γύρο ο X θα πάρει τα υπόλοιπα τα δύο. Έχουμε καθιερώσει τη θεωρία ότι η λήψη και των δύο θα είναι το μόνο λογικό πράγμα για το X για να κάνει, και έτσι από υπόθεση ο Y θεωρεί ότι ο X θα κάνει μόνο αυτό που είναι λογικό. Έτσι ο Y θα πάρει δύο ο ίδιος και με αυτόν τον τρόπο τελειώνει το παιχνίδι. Τοιουτοτρόπως, παίρνει δύο από τα τρία νομίσματα,του τραπεζιού εκτιμώντας ότι ειδάλλως θα πάρειι μόνο έναν. Η λήψη των δύο είναι το μόνο λογικό πράγμα για τον για να κάνει, έτσι το κάνει επειδή είναι λογικός.

Τώρα υποθέστε ότι το παιχνίδι φτάνει στο σημείο όπου υπάρχουν μόνο τέσσερα νομίσματα στο τραπέζι. Είναι η σειρά του X. Ο X θεωρεί ότι, εάν πάρει μόνο ένα από τα νομίσματα, στο επόμενο γύρο ο Y θα πάρει δύο και με αυτόν τον τρόπο θα τελειώσει το παιχνίδι. Έχουμε ήδη θεωρήσει ότι η λήψη δύο νομισμάτων θα είναι το μόνο λογικό πράγμα για τον Y να κάνει, και από υπόθεση ο X θεωρεί ότι ο Y θα κάνει μόνο αυτό που είναι λογικό. Έτσι ο X θα πάρει δύο ο ίδιος και με αυτόν τον τρόπο τελειώνει το παιχνίδι. Έτσι, παίρνει δύο από τα τέσσερα νομίσματα του τραπεζιού, ενώ ειδάλλως παίρνει μόνο ένα. Η λήψη δύο είναι μόνο λογικό πράγμα για τον X για να κάνει, έτσι το κάνει επειδή είναι λογικός.

Και ούτω καθεξής. Μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το X παίρνει δύο νομίσματα στον πρώτο γύρο.

Τα παραπάνω συμπεράσματα εξαρτώνται από την υπόθεση ότι οι παίκτες διατηρούν μια κοινή πεποίθηση και ορθολογιστική ικανότητα σε όλο το παιχνίδι. Αλλά αυτή είναι μια αμφίβολη υπόθεση. Υποθέστε ότι ο X επρόκειτο να πάρει μόνο ένα νόμισμα στον πρώτο γύρο ποιο θα ήταν αυτό που ο Y θα σκεφτόταν κατόπιν; Δεδομένου ότι το επιχείρημα της οπισθοβατικής επαγωγής λέει ο X πρέπει να πάρει και τα δύο νομίσματα, και αυτό είναι ένα λογικό επιχείρημα, η ορθολογιστική ικανότητα προφανώς απαιτεί να πάρει δύο. Έτσι όταν παίρνει μόνο ένα, ο Y αποκτά το δικαίωμα για να αμφιβάλει την ορθολογιστική ικανότητά του. Εναλλακτικά, ο Y αμφιβάλει για το ότι ο X θεωρεί ότι τον Y λογικό, ή το Y έχει μεγαλύτερες αμφιβολίες. Η πρώτη παρεκκλίνουσα κίνηση του X μπορεί να προκαλέσει μια διατάραξη της κοινής πίστης στην ορθολογιστική ικανότητα, επομένως.Όταν όμως συμβεί αυτό, όλο το εγχείρημα αποτυγχάνει.

Το εγχείρημα επίσης υποθέτει ότι οι παίκτες ενεργούν λογικά σε κάθε στάδιο από του παιγνίου, ακόμα κι αν αυτό το στάδιο δεν θα μπορούσε να επιτευχθεί μέσα από το λογικό παίγνιο. Αλλά είναι επίσης αμφίβολο να υποθέσουμε ότι μετά η διατάραξη της λογικής δε θα ασκήσει ποτέ μια επιρροή που θα αλλοιώνει το παρόν παιχνίδι.

Εντούτοις, το επιχείρημα της προς τα πίσω-επαγωγής μπορεί να αναδημιουργηθεί για το παιχνίδι της σαρανταποδαρούσας σε ασφαλέστερη βάση. Μπορεί να είναι αδικαιολόγητο να πιστέψει σε μια κοινή πίστη στην ορθολογιστική ικανότητα κατά τη διάρκεια όλου του παιχνιδιού, εντούτοις καθώς το παιχνίδι συνεχίζει, το επιχείρημα απαιτεί λιγότερο από αυτά. Οι συγκεκριμένες εξιδανικεύσεις της θεωρίας των Παιγνιών μας επιτρέπει να υποθέσουμε μια κοινή πεποίθηση στην ορθολογιστική ικανότητα στην αρχή του παιχνιδιού. Επιτρέπει επίσης σε μας να υποθέσουμε ότι η κοινή πεποίθηση εμμένει εφ' όσον δεν κάνει κανένας μια παράλογη κίνηση.

Ακριβέστερα, υποθέτουμε:
(0)Σε κάθε γύρο στο παιχνίδι που έχει επιτευχθεί χωρίς οποιαδήποτε
η παράλογη κίνηση, ο παίκτης σε εκείνο τον γύρο ενεργεί λογικά.
(1) Σε κάθε γύρο στο παιχνίδι που έχει επιτευχθεί χωρίς οποιαδήποτε
η παράλογη κίνηση, ο παίκτης σε εκείνο τον γύρο πιστεύει την υπόθεση (0).
(2) Σε κάθε γύρο στο παιχνίδι που έχει επιτευχθεί χωρίς οποιαδήποτε
η παράλογη κίνηση, ο παίκτης στον επόμενο γύρο πιστεύει την υπόθεση(1).
Και ούτω καθεξής.

Υπάρχουν, βέβαια και αντεπιχειρήματα στις παραπάνω υποθέσεις. Αν υποθέσουμε ότι ένας παίκτης κάνει μια κίνηση που είναι πραγματικά λογική, αλλά που ο άλλος παίκτης θεωρεί ότι είναι παράλογη. Κατόπιν το παιχνίδι θα φθάσει στον επόμενο γύρο χωρίς οποιασδήποτε παράλογη κίνηση, αλλά ακόμα κι έτσι, ο δεύτερος παίκτης δεν μπορεί πλέον να πιστεψει στην ορθολογιστική ικανότητα του πρώτου.Για να υπολογίσουμε αυτή την αντίθεση, μπορούμε να αντλήσουμε από τις υποθέσεις (1), (2) και ούτω καθεξής από τις υποθέσεις αυτές που παρουσιάζονται σύμφωνες με τις παραδοσιακές παραδοχές της θεωρίας των Παιγνίων.
Οι ανωτέρω έχουν ως εξής:
(α)Στην αρχή του παιχνιδιού, και οι δύο παίκτες δεν έχουν ψεύτικες πεποιθήσεις.
(β) Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, και οι δύο παίκτες αποκτούν μόνο τις αληθείς πεποιθήσεις.

(γ)Και οι δύο φορείς διατηρούν όλες τις πεποιθήσεις τους εφ' όσον είναι συνεπείς με τις εκ των προτέρων κεκτημένες πεποιθήσεις τους.
(δ)Στην αρχή του παιχνιδιού, υπάρχει μια κοινή πεποίθηση στην υπόθεση (0), (α), (β) και (γ).
Από (α), (β) και (γ), συνεπάγεται ότι και οι δύο παίκτες διατηρούν σε όλο παιχνίδι όλες οι πεποιθήσεις που έχουν στην αρχή. Δεδομένου ότι από τη (δ) θεωρούν τη (0) στην αρχή του παιγνίου, διατηρούν την ίδια πεποίθηση σε όλο το παιχνίδι. Η (1) ακολουθεί. Η (1) άλλωστε προκύπτει από (α), (β), (γ) και (δ), τις οποίες, και οι δύο παίκτες δέχονται από την αρχή του παιχνιδιού, εξαιτίας της (δ). Δεδομένου ότι και οι δύο παίκτες πιστεύουν στην ύπαρξη συνεπειών για τις πεποιθήσεις τους, αυτοί ενστερνίζονται την (1) στην αρχή του παιχνιδιού. Δεδομένου ότι διατηρούν όλες τις πεποιθήσεις τους, θεωρούν την (1) σε όλο το παιχνίδι.

Δεχόμαστε, λοιπόν ότι η (1) και η (2) αποτελούν αποδεκτές υποθέσεις. Επίσης υποθέτουμε ότι ο παίκτης σε οποιοδήποτε γύρο έχει τις σωστές πεποιθήσεις για τις κινήσεις που έχουν γίνει σε προηγούμενους γύρους, και επιπλέον για το ποια κίνηση θα κάνει σε εκείνο τον γύρο ο ίδιος. Αυτή η δεύτερη πρόταση υπονοεί ότι η ορθολογιστική ικανότητα μιας κίνησης καθορίζεται από τις πεποιθήσεις που ο παίκτηςέχει αυτή τη στιγμή, παρά εκ των προτέρων.

Τώρα το επιχείρημα. Σημειώστε πρώτα ότι, εάν οποιοδήποτε ιδιαίτερος γύρος στο παιχνίδι ολοκληρώνεται, η υπόθεση (0) υπονοεί ότι επιτυγχάνεται χωρίς οποιαδήποτε παράλογη κίνηση. Από την (0), ο Χ πράττει λογικά στον πρώτο γύρο, έτσι εάν ένας δεύτερος γύρος επιτυγχάνεται, αυτό γίνεται χωρίς οποιαδήποτε παράλογη κίνηση. Επομένως, εάν ένας δεύτερος γύρος είναι επιτευγμένος, ο Υ ενεργεί λογικά εκεί, από υπόθεση (0), έτσι εάν ένας τρίτος κύκλος επιτυγχάνεται, είναι επιτευγμένος χωρίς οποιαδήποτε παράλογη κίνηση. Και ούτω καθεξής.

Σε δεύτερο βαθμό, ας σημειωθεί, ότι εάν οποιοσδήποτε ιδιαίτερος γύρος στο παιχνίδι επιτυγχάνεται, ο παίκτης σε εκείνο το γύρο θεωρεί ότι έχει επιτευχθεί χωρίς καθόλου παράλογες κίνησεις. Εάν οποιοσδήποτε γύρος επιτυγχάνεται, έχουμε παρουσιάσει ήδη ότι αυτό συμβαίνει χωρίς οποιουσδήποτε παράλογη κίνηση. Επομένως ο παίκτης σε εκείνο τον γύρο έχει μια «πεποίθηση επιπέδου (1)», όπως θα μπορούσαμε να την ονομάσουμε: θεωρεί την υπόθεση (0). Ακολούθως δέχεται ως δεδομένες τις συνέπειες της (0, που αποδείχθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, συμπεριλαμβανομένης και της συνέπειας ότι ο παρόν γύρος έχει επιτευχθεί χωρίς οποιουσδήποτε παράλογη κίνηση.

Τώρα υποθέστε ότι το παιχνίδι φτάνει στο σημείο όπου υπάρχουν μόνο δύο νομίσματα στο τραπέζι. Αυτό μπορεί μόνο να έχει συμβεί χωρίς οποιαδήποτε παράλογης κίνησης να έχει γίνει. Έτσι από την υπόθεση (0), το X ενεργεί λογικά. Λαμβάνοντας υπόψη αυτό, για τον ίδιο λόγο όπως πριν, παίρνει και τα δύο νομίσματα.

Έπειτα υποθέτουμε ότι το παιχνίδι φτάνει στο σημείο όπου υπάρχουν τρία νομίσματα στο τραπέζι («γύρος τριών-νομισμάτων»). Αυτό μπορεί μόνο να έχει συμβεί χωρίς οποιαδήποτε παράλογη κίνηση. Έτσι ο Y πράττει λογικά σε αυτόν τον γύρο, και έχει επίσης μια πεποίθηση επιπέδου (1). Με βάση τα στοιχεία αυτά θα αποδείξουμε ότι ο Y παίρνει δύο νομίσματα.

Θα προσπαθήσουμε να καταλήξουμε σε απαγωγή εις άτοπο, και ξεκινάμε υποθέτοντας ότι το Y παίρνει μόνο ένα νόμισμα στο γύρο τριών νομισμάτων. Δεδομένου ότι έχει μια πεποίθηση επιπέδου (1), θεωρεί ότι όλες οι προηγούμενες κινήσεις ήταν λογικέςς, και ότι ενεργεί λογικά σε αυτόν τον γύρο. Έτσι θεωρεί το παιχνίδι θα φθάσει στο επόμενο γύρο («γύρος δύο-νομισμάτων») χωρίς οποιαδήποτε παράλογη κίνηση να έχει γίνει. Ο Y επομένως θεωρεί ότι ο X θα ενεργήσει λογικά στον γύρο δύο-νομισμάτων, και αυτό υπονοείται από την πεποίθηση επιπέδου (1) του Y. ΄΄Έχει ήδη αποδειχθεί,ότι εάν ο X ενεργεί λογικά στο γύρο δύο-νομισμάτων, ακολούθως θα πάρει και τα δύο υπόλοιπα νομίσματα. Η πεποίθηση του Y υπονοεί ότι το X θα κάνει αυτό. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη την υπόθεση ότι παίρνει μόνο ένα νόμισμα στον γύρο τριών-νομισμάτων, ο Y θεωρεί ότι σε εκείνο τον γύρο αυτό το νόμισμα είναι το μοναδικό που θα πάρει. Από την άλλη πλευρά, επίσης θεωρεί ότι, εάν επρόκειτο να πάρει δύο νομίσματα αντ' αυτού, θα ήταν καλύτερο. Το να πάρει, λοιπόν, ένα νόμισμά δεν είναι επομένως λογικό, αντίθετα προς την υπόθεση (0). Έτσι η υπόθεση δε μπορεί να ισχύει: εάν το παιχνίδι αυτό κρατήσει αρκετά, ο Y παίρνει δύο νομίσματα [Βιβλιογραφία Νο 27].

Έπειτα υποθέστε ότι το παιχνίδι φτάνει στον γύρο τεσσάρων-νομισμάτων. Αυτό μπορεί μόνο να έχει συμβεί χωρίς οποιαδήποτε παράλογη κίνηση να έχει γίνει. Έτσι ο X πράττει λογικά σε αυτόν τον γύρο, και έχει επίσης μια πεποίθηση επιπέδου (1) και επιπέδου (2): θεωρεί ότι, οποιαδήποτε κίνηση επιτυγχάνεται χωρίς καμμία παράλογη κίνηση, κάθε παίκτης ενεργεί λογικά και έχει μια πεποίθηση επιπέδου (1). Με βάση τα στοιχεία αυτά θα αποδείξουμε ότι ο X παίρνει δύο νομίσματα.

Για να καταλήξουμε σε απαγωγή εις άτοπον, υποθέτουμε ότι ο X παίρνει μόνο ένα νόμισμα στον γύρο τεσσάρων νομισμάτων. Από υπόθεση, ο Χ θεωρεί ότι κάνει αυτή την κίνηση μόνο σε αυτόν τον γύρο. Δεδομένου ότι έχει μια πεποίθηση επιπέδου (1), θεωρεί ότι όλες οι προηγούμενες κινήσεις του ήταν λογικές, και ότι ενεργεί λογικά σε αυτόν τον γύρο. Έτσι θεωρεί ότι το παιχνίδι θα φθάσει στον γύρο τριών-νομισμάτων χωρίς καθόλου παράλογες κινήσεις. Ο Χ επομένως θεωρεί ότι ο Υ θα ενεργήσει λογικά στον γύρο τριών-νομισμάτων και έχει μια πεποίθηση επιπέδου (1) σε αυτόν τον γύρο,. Αυτά υπονοούνται από τις πεποιθήσεις επιπέδου (1) και (2) του Χ. Είδαμε μόλις ότι εάν ο Υ πράξει λογικά στον γύρο τριών-νομισμάτων και έχει μια πεποίθηση επιπέδου (1) σε αυτό τον γύρο, αυτό συνεπάγεται ότι θα πάρει δύο νομίσματα. Οι πεποιθήσεις επίπεδου (1) και (2) του Χ υπονοούν ότι το Υ θα κάνει αυτό. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη την υπόθεση ότι παίρνει μόνο ένα νόμισμα στον κύκλο τεσσάρων-νομισμάτων, ο Χ θεωρεί ότι σε εκείνο τον γύρο αυτό το νόμισμα είναι το μόνο που θα πάρει. Αφ' ετέρου, επίσης θεωρεί ότι, εάν επρόκειτο να πάρει δύο νομίσματα αντ' αυτού, θα έπαιρνε δύο. Το να πάρει ένα νόμισμα δεν είναι επομένως λογικό, αντίθετα προς την υπόθεση (0). Έτσι η υπόθεση πρέπει να είναι μη αληθινή: εάν το παιχνίδι φτάσει τόσο μακριά, ο Χ παίρνει δύο νομίσματα. Και ούτω καθεξής. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο Χ θα πάρει δύο νομίσματα στον πρώτο γύρο, και το παίγνιο θα τελειώσει [Βιβλιογραφία Νο 24].

Σχόλια

Τι θα συνέβαινε εάν ο Χ έπαιρνε μόνο ένα νόμισμα στον πρώτο γύρο; Εάν θέλετε να αντιπαρατ, πρέπει καθένας να αντιπαρατεθούμε, θα πρέπει να το κάνουμε είτε υποθέσεις ή στη λογική του επιχειρήματος.

Μια προειδοποίηση: Έχει ήδη αποδειχθεί η χρήση της προς τα πίσω επαγωγής στο παίγνιο της σαρανταποδαρούσας το παιχνίδι, και το επιχείρημα μπορεί να επεκταθεί αμέσως σε όλα τα παιχνίδια όπου η κίνηση που συστήνεται από την προς τα πίσω επαγωγή σε οποιοδήποτε γύρο ολοκληρώνει το παιχνίδι σε εκείνο τον γύρο. Αλλά δεν το έχουμε εκτείνει περαιτέρω από αυτό.

Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει μια λύση στο παιχνίδι που δεν ολοκληρώνεται στον πρώτο γύρο. Ας λάβουμε υπόψιν αυτή τη λύση, ή εάν υπάρχουν περισσότερες από μια, τέτοιες λύσεις, ας θεωρήσουμε ότι αυτή κρατάει περισσότερο. Αυτή η λύση θα τελειώσει με έναν από τους παίκτες – ας πούμε ότι είναι ο Υ, αλλά δεν έχει σημασία ποιός– να παίρνει δύο νομίσματα. Τώρα βλέπουμε τον προηγούμενο γύρο, όπου ο Χ παίρνει μόνο ένα νόμισμα. Από την προοπτική αυτού του γύρου, το παιχνίδι θα τελειώσει στο επόμενο γύρο. Αυτό το γεγονός προκύπτει από κοινή πίστη των παικτών στην ορθολογιστική ικανότητα. Δεδομένου ότι ο Χ διαθέτει κοινή πεποίθηση,και γνωρίζει τις συνέπειες των πεποιθήσεών του, θεωρεί ότι το παιχνίδι θα τελειώσει στον επόμενο γύρο. Αλλά, από την άλλη πλευρά , είναι παράλογο να πάρει μόνο ένα νόμισμα.Αυτό έρχεται σε αντίθεση με το ότι το παιχνίδι θα συνεχιστεί στο επόμενο γύρο. Επομένως η υπόθεση είναι ψεύτικη [Βιβλιογραφία Νο 13].

Περιστέρι-γεράκι

Το γεράκι-περιστέρι είναι ένα στοιχειώδες πρότυπο της θεωρίας των Παιγνίων σε ένα βιολογικό πλαίσιο στο οποίο τα πλάσματα ανταγωνίζονται για να εξασφαλίσουν τους πόρους για την ύπαρξη τους είτε επιθετικά είτε παθητικά. Οι επιθετικοί φορείς κτυπούν τους παθητικούς φορείς, αλλά αναλαμβάνουν τις δαπάνες όταν ανταγωνίζονται ενάντια σε άλλους επιθετικούς φορείς.

Στο φυσικό κόσμο φανταζόμαστε τον ανταγωνισμό για την επιβίωση για να είμαστε σε κάποιο πρωτάθλημα. Οι πολλοί γύροι αυτού του πρωταθλήματος αντιστοιχούν στις καθημερινές προσπάθειες που ορισμένα είδη αντιμετωπίζουν για την επιβίωση. Στο φυσικό κόσμο, όλα τα είδη ανταγωνίζονται για τους πόρους χρησιμοποιώντας ποικίλες στρατηγικές. Οι στρατηγικές που είναι επιτυχέστερες μακροπρόθεσμα είναι αυτές που επιβιώνουν για να περαστούν στον απόγονο.

Οι στρατηγικές για την επιβίωση στο φυσικό κόσμο ποικίλλουν, αλλά οι ευρείες τάσεις είναι ευδιάκριτες. Για τους σκοπούς μας, θα απλοποιήσουμε τα πράγματα πολύ με τον περιορισμό των επιλογών σε μόνο δύο τύπους συμπεριφορών, επιθετικός και παθητικός, και θα αποκαλέσουμε τους δράστες αυτών των συμπεριφορών «γεράκια» και «περιστέρια» αντίστοιχα. Τα επιθετικά ζώα θα παλεύουν πάντα για τους πόρους, ενώ τα παθητικά ζώα, όχι. Αυτό είναι η βάση για το διάσημο παιχνίδι γνωστό συχνά ως «γεράκια και περιστέρια,» που προτάθηκε αρχικά από το John Maynard Smith και τον George Price σε ένα έγγραφο του 1973 [Βιβλιογραφία Νο 6].

Οι υποθέσεις πίσω από το παιχνίδι είναι αρκετά απλές. Φανταστείτε ένα χωράφι με σωρούς τροφίμων. Αυτό το χωράφι είναι εποικημένο με τα ζώα που μπορούν να συμπεριφερθούν είτε παθητικά είτε επιθετικά το ένα προς το άλλο. Τα ζώα, ή οι παίκτες, ανταγωνίζονται το ένα με το άλλο για τους σωρούς των πόρων. Για τη χάρη της απλοποίησης, καθορίζουμε ότι όλοι οι ανταγωνισμοί εμφανίζονται μεταξύ των ατόμων, δηλ., ένας προς έναν. Το σενάριο είναι ότι ένα ζώο πλησιάζει έναν σωρό των τροφίμων, και έπειτα ένα άλλο ζώο παρουσιάζει πρόκληση για αυτόν. Επιπλέον, κανένα ζώο δεν ξέρει την συμπεριφορά του άλλου έως ότου αρχίσει η πρόκληση. Οι πιθανές αλληλεπιδράσεις είναι γεράκι-γεράκι, γεράκι-περιστέρι, περιστέρι-γεράκι, και περιστέρι-περιστέρι.

Παίκτης 2			
Παίκτης 1		Γεράκι	Περιστέρι
	Γεράκι		
	Περιστέρι		

Όποτε ένα γεράκι παλεύει ένα άλλο γεράκι, ένας από τους δύο κερδίζει ολόκληρο σωρό τροφίμων, παίρνοντας κατά συνέπεια ένα όφελος, B. Ο ηττημένος τραυματίζεται, αναλαμβάνοντας ένα κόστος, Γ. Και το B και το Γ μπορούν να θεωρηθούν ως θερμίδες τροφίμων. Οι θερμίδες των πόρων που κερδίζονται από το νικητή μετριούνται ως θετικές, αλλά οι θερμίδες που ο ηττημένος πρέπει να αφιερώσει στη θεραπεία μετριούνται ως αρνητικές. Για τους σκοπούς αυτού του παιχνιδιού, υποθέτουμε ότι όλα τα γεράκια είναι ίσα και κερδίζουν τις μισές από όλες τις μάχες τους με άλλα γεράκια. Επίσης, όπως με το παίγνιο του διλήμματος του φυλακισμένου, ενδιαφερόμαστε μόνο για τις τάσεις που καθιερώνονται μέσω των επαναληπτικών σεναρίων. Συνεπώς, κατά μέσο όρο, ένα γεράκι θα κερδίσει B/2 θερμίδες και θα χάσει C/2 θερμίδες σε μια αλληλεπίδραση γεράκι-γεράκι. Αυτό μπορεί να απλοποιηθεί σε (B-C)/2.

Παίκτης 2			
Παίκτης 1		Γεράκι	Περιστέρι
	Γεράκι	(B-C)/2, (B-C)/2	
	Περιστέρι		

Όταν ένα γεράκι προκαλεί ένα περιστέρι, το περιστέρι δεν παλεύει αλλά απλά φεύγει. Αυτό σημαίνει ότι το γεράκι παίρνει ολόκληρο το όφελος, χωρίς το κόστος. Το περιστέρι δεν παίρνει τίποτα, αλλά και δεν χάνει τίποτα. Στις αλληλεπιδράσεις γεράκι-περιστέρι και περιστέρι-γεράκι, το γεράκι παίρνει πάντα το ολόκληρο όφελος, B, και το περιστέρι δεν παίρνει πάντα τίποτα και δεν χάνει τίποτα. Επομένως, το μέσο κέρδος του γερακιού είναι B, και του περιστεριού είναι 0.

		Παίκτης 2	
Παίκτης 1		Γεράκι	Περιστέρι
	Γεράκι	(B-C)/2, (B-C)/2	(B,0)
	Περιστέρι	(0, B)	

Τέλος, όταν προκαλεί ένα περιστέρι ένα περιστέρι, δεν παλεύουν αλλά, χωρίζουν τους πόρους ομοιόμορφα. Κάθε παίκτης φτάνει χωρίς οποιοδήποτε κόστος.

		Παίκτης 2	
Παίκτης 1		Γεράκι	Περιστέρι
	Γεράκι	(B-C)/2, (B-C)/2	(B,0)
	Περιστέρι	(0, B)	(B/2, B/2)

Σημειώστε ότι αυτό δεν είναι μια μηδενική κατάσταση, επειδή όλα τα κελιά του πίνακα δεν προσθέτουν την ίδια αξία, η αλληλεπίδραση γεράκι-γεράκι αποδίδει λιγότερο στο συνολικό όφελος από τα άλλα τρία σενάρια.

Τώρα που έχουμε έναν έλεγχο των βασικών περιστάσεων του παιχνιδιού, σκεφτείτε για εάν είναι καλύτερο να είναι κάποιος γεράκι ή περιστέρι. Με την πρώτη ματιά, φαίνεται ότι το να είσαι γεράκι είναι πάντα η καλύτερη ιδέα. Εάν φανταστούμε ότι ο πληθυσμός του χωραφιού είναι σχεδόν 100% γεράκια, είναι δύσκολο να δει πώς ένα περιστέρι θα μπορούσε να επιζήσει για πάρα πολύ, δεδομένου ότι θα έτρωγε μόνο κατά την αντιμετώπιση ενός άλλου περιστεριού. Αφ' ετέρου, εάν το χωράφι είχε σχεδόν100% περιστέρια, κατόπιν για ένα γεράκι τα πράγματα θα ήταν απίστευτα εύκολα. Αυτό θα μας οδηγούσε να σκεφτούμε, εάν έπρεπε να επιλέξουμε μεταξύ του γερακιού και του περιστεριού, ότι πρέπει πάντα να επιλέξουμε το γεράκι. Σε τελευταία ανάλυση, ένα γεράκι σε έναν κόσμο περιστεριών θα ζούσε πολύ καλά, ενώ ένα περιστέρι σε έναν κόσμο γερακιών θα λιμοκτονούσε.

Αν βέβαια εξετάσουμε την κατάσταση του απομονωμένου περιστεριού προσεκτικότερα, θα δούμε ότι δεν χάνει ποτέ τις θερμίδες, ενώ τα γεράκια κερδίζουν τις θερμίδες, αλλά τις χάνουν επίσης στις πάλες τους. Εάν αυτές οι δαπάνες καταλήξουν περισσότερες από τα οφέλη των πόρων, κατόπιν κάθε γεράκι θα δοκιμάσει μια γενική απώλεια θερμίδων καθώς ο καιρός περνάει, ενώ το περιστέρι τις κρατά σταθερές (αυτό υποθέτει, φυσικά, ότι δεν υπάρχει κανένα κόστος για την απλή αναμονή ενώ όλοι οι υπόλοιποι μάχονται μεταξύ τους). Μετά από λίγο, το απομονωμένο περιστέρι θα τα καταφέρει πολύ καλύτερα από τα γεράκια που διαρκώς παλεύουν. Αυτό δείχνει ότι εάν οι δαπάνες είναι περισσότερο από τα οφέλη, ένα περιστέρι θα τα καταφέρει σε έναν κόσμο γερακιών.

Εάν τα περιστέρια τα καταφέρνουν καλύτερα σε ένα περιβάλλον γερακιών όταν οι δαπάνες αντισταθμίζουν τα οφέλη, κατόπιν με τον καιρό ο πληθυσμός πρέπει να μετατοπιστεί προς όλα τα περιστέρια. Αυτό είναι βασισμένο στην υπόθεση ότι ο πιο προσαρμοστικός, αυτές με τις υψηλότερες καθαρές θερμίδες, επιζεί για να αναπαραχθεί συχνότερα από τον μη προσαρμοστικό.

Θα μπορούσαμε ίσως να σκεφτούμε, ότι όποτε οι δαπάνες αντισταθμίζουν τα οφέλη, ο πληθυσμός θα τείνει να εξελιχθεί σε περιστέρια. Εντούτοις, ένα γεράκι σε ένα περιβάλλον περιστεριών θα τα καταφέρει εξαιρετικά καλά συγκριτικά με τα περιστέρια, ακόμα κι αν οι δαπάνες αντισταθμίζουν τα οφέλη. Αυτό είναι επειδή το κόστος γίνεται αδιάφορο εάν δεν υπάρχει κανένα άλλο γεράκι για να επιβάλει τραυματισμούς. Οδηγούμαστε έτσι να πιστεψουμε ότι το σενάριο μόνο περιστεριών δεν είναι σταθερό, ακόμα και όταν αντισταθμίζουν οι δαπάνες τα οφέλη.

Η ιδέα της σταθερότητας μιας καθαρής στρατηγικής είναι σημαντική. Στην ανάλυσή μας, είδαμε ότι ούτε η μόνο-γεράκι στρατηγική ούτε η μόνο-περιστέρι δεν είναι σταθερή όταν αντισταθμίζουν οι δαπάνες τα οφέλη. Αυτό σημαίνει ότι καθεμία κατάσταση μπορεί να καταλυθεί από την αντιτιθέμενη στρατηγική. Σημειώστε ότι αυτό δεν ισχύει όταν αντισταθμίζουν τα οφέλη τις δαπάνες. Ένας τέτοιος κόσμος θα οδηγούταν προς το κράτος μόνο-γερακιών, δεδομένου ότι ένα απομονωμένο περιστέρι δεν θα κέρδιζε τίποτα ενώ τα γεράκια κέρδισαν κάτι από κάθε πάλη. Αυτό προτείνει ότι η σχέση μεταξύ των δαπανών και των κερδών έχει να κάνει με το ποιο κράτος θα είναι σταθερό. Επιπλέον, μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι επειδή ούτε το κράτος γερακιών ούτε το κράτος περιστεριών δεν είναι σταθερό, εάν υπάρχει ένα σταθερό κράτος, αυτό πρέπει να βρίσκεται κάπου μεταξύ των αμιγών κρατών. Αυτό σημαίνει ότι εάν κάποιος έχει μια επιλογή ως προς το εάν είναι γεράκι ή περιστέρι, θα ήταν καλύτερο να υιοθετήσει μια μικτή στρατηγική. Θυμηθείτε ότι στο επίπεδο κάθε μεμονωμένης αντιμετώπισης, πρέπει να επιλέξετε την ταυτότητά σας, είτε για να είστε γεράκι είτε έπεριστέρι, προτού μάθετε την ταυτότητα του αντιπάλου σας [Βιβλιογραφία Νο 28].

Το βέλτιστο μίγμα παθητικής και επιθετικής συμπεριφοράς εξαρτάται από τις ακριβείς τιμές των δαπανών και των κερδών.

Αρχικά, συμβολίζουμε την καθαρή στρατηγική γερακιών ως Γ, την καθαρή στρατηγική περιστεριών ως Π, και τη μικτή στρατηγική ως Μ. Τα κέρδη για αυτούς θα ήταν τα ακόλουθα:

Ε (Γ, Μ) = εξόφληση της εκδοχής καθαρό γεράκι εναντίον της μικτής στρατηγικής
Ε (Π, Μ) = εξόφληση της εκδοχής περιστέρι εναντίον της μικτής στρατηγικής

Καθορίζουμε το π ως πιθανότητα ότι ο μικτός παίκτης παίζει το γεράκι σε μια δεδομένη αλληλεπίδραση, κατόπιν η έκφραση 1-π αντιπροσωπεύει την πιθανότητα ότι ο μικτός παίκτης να παίξει το περιστέρι. Η αναμενόμενη μέση εξόφληση του Γ εναντίον του Μ, Ε (Γ, Μ,), αποτελείται από μέρος των εξοφλήσεων γεράκι-γεράκι και μέρος των εξοφλήσεων γεράκι-περιστέρι.

Ε (Γ, Μ) = (πιθανότητα ότι το Μ παίζει το γεράκι) x (εξόφληση του γεράκι-γεράκι) + (πιθανότητα ότι το Μ παίζει το περιστέρι) x (εξόφληση του γεράκι-περιστέρι)

$E\ (\Gamma, M) = [\pi(B-C)]/2+(1-\pi)B$

Η αναμενόμενη μέση εξόφληση για το Π εναντίον του Μ, Ε (Π, Μ), μπορεί να βρεθεί με παρόμοιο τρόπο:

Ε (Π, Μ) = (πιθανότητα ότι το Μ παίζει το γεράκι) x (εξόφληση του περιστέρι-γεράκι) + (πιθανότητα ότι το Μ παίζει το περιστέρι) × (εξόφληση του περιστέρι-περιστέρι)

Ε (Π, Μ) = π(0)+(1-π)(B/2)

Το βέλτιστο μίγμα του Μ θα είναι όταν και το Γ και το Π τα καταφέρουν εξίσου καλά ενάντια σε αυτό. Αυτό σημαίνει ότι τοΜ δεν έχει τίποτα να κερδίσει με να διαστρέψει το μίγμα προς περισσότερο γεράκι ή περισσότερο περιστέρι από ότι είναι ορισμένο από το π και (1-π) αντίστοιχα. Με άλλα λόγια, το βέλτιστο μίγμα θα είναι η αξία του π όταν Ε (Γ, Μ) = Ε (Π, Μ).

Ε (Γ, Μ) = Ε (Π, Μ).

[π(B-C)]/2+(1-π)B= π(0)+(1-π)(B/2)

Η επίλυση αυτού για το π παράγει το ποσοστό του χρόνου που το Μ πρέπει να παίξει το γεράκι, το οποίο αποδεικνύεται να είναι B/C. Σημειώστε ότι αυτό το ποσοστό εξαρτάται εξ ολοκλήρου από την αναλογία όφελους-κόστους.

Όλο αυτό σημαίνει ότι εάν μελετούσαμε τον πληθυσμό του χωραφιού για πολύ καιρό, θα διαπιστώναμε ότι η αναλογία των οφελών που δίνονται από τους σωρούς τροφίμων στις δαπάνες που αναλαμβάνονται με την πάλη θα καθόριζε το ποσοστό του χρόνου που ένα μικτό ζώο θα έπρεπε να παίξει το γεράκι ή το περιστέρι. Εάν, για κάποιους λόγους, το σύστημα βγει εκτός ισορροπίας, όπως όταν μια ομάδα παικτών αποφασίζει να παίξει το γεράκι συχνότερα από ότι θα έπρεπε, κατόπιν θα υπάρξει ένα σαφές πλεονέκτημα για άλλους που παίζουν το περιστέρι περισσότερο από ότι θα έπρεπε, και αυτοί. Αυτοί οι αντίθετες δυνάμεις θα οδηγούσαν έπειτα το σύστημα πίσω στην κατάλληλη μέση αναλογία γερακιών-περιστεριών.

Η εξελικτική πρόοδος του , του χωραφιού δείχνει ότι οι καθαρές στρατηγικές δεν είναι ούτε πάντα σταθερές, ούτε πάντα βέλτιστες. Οι επιτυχέστερες στρατηγικές είναι συνήθως οι μικτές στρατηγικές. Από την άποψη της ανθρώπινης συμπεριφοράς, αυτό προτείνει ότι για να είμαστε επιτυχείς, δεν πρέπει να είμαστε πάρα πολύ εριστικοί, ούτε θα πρέπει να είμαστε υποχωρητικοί. Επιπλέον, πρέπει κατά περιόδους, να μη διστάσουμε να εκδικηθούμε τους «κακούς».

Συμπεράσματα

Καθώς τα Μαθηματικά βρήκαν εφαρμογές στα οικονομικά έκαναν να φαίνεται αδιανόητο το ότι ένας μοντέρνος οικονομολόγος δε θα είναι το λιγότερο εξοικειωμένος με τα βασικά οικονομικά Μαθηματικά, έτσι και η θεωρία των Παιγνίων έχει ένα σημαντικό ρόλο να παίξει στην οικονομική ανάλυση. Αντί της περιορισμένης νεοκλασικής θεωρίας που είναι βασισμένη μόνο σε θεσμικά πλαίσια- ανταγωνιστικές αγορές- η θεωρία των Παιγνίων προσφέρει μια πολύ πιο ευέλικτη ανάλυση των οικονομικών προβλημάτων και συμπεριλαμβάνει επίσης και θεσμούς. Η αυξανόμενη εξάπλωση της σε βασικά διδακτικά εγχειρίδια των οικονομολόγων αποτελεί μια απόδειξη των ανωτέρω δηλώσεων [Βιβλιογραφία Νο 29].

Η θεωρία των Παιγνίων είναι συναρπαστική γιατί αν και οι αρχές της είναι απλές, οι εφαρμογές της είναι ευρέως φάσματος. Οι αλληλοεξαρτώμενες αποφάσεις είναι παντού και συμπεριλαμβάνουν σχεδόν όποια προσπάθεια, στην οποία οι παίκτες συνεργάζονται ή/και ανταγωνίζονται. Ίσως το πιο ενδιαφέρον παίγνιο περιλαμβάνει επικοινωνία γιατί μέσω αυτής ποικίλοι τρόποι στρατηγικής είναι πιθανοί. Η θεωρία των Παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό αξιόπιστων δεσμεύσεων, απειλών ή υποσχέσεων ή ακόμα και για να αξιολογήσουμε προτάσεις και δηλώσεις άλλων. Εξελιγμένα σενάρια της θεωρίας, όπως πιθανά ρίσκο ή συγκρουόμενα κόστη μπορούν να εντοπιστούν στην καρδιά της εξωτερικής πολιτικής αλλά και σε στρατηγικές πυρηνικών όπλων, δηλαδή σε μερικές από τις σημαντικότερες αποφάσεις της ανθρωπότητας.

Η μη συνεργατική θεωρία των Παιγνίων έχει φέρει μια αρκετά μεγάλη ευελιξία σε πολλά ζητήματα, μαζί με μια συλλογή των εννοιών «της ομοιότητας» που έχει επιτρέψει στους οικονομολόγους να κινήσουν ιδέες από ένα πλαίσιο προς το ένα άλλο και να εξετάσουν την προσιτότητα αυτών των ιδεών. Αλλά πάρα πολύ συχνά αυτό, και ιδίως η ανάλυση ισορροπίας, λαμβάνονται πολύ σοβαρά υπόψη σε επίπεδα όπου οι τρέχουσες συμπεριφοριστικές υποθέσεις είναι ακατάλληλες.

Η στρατηγική αλληλεπίδραση έχει αποδειχθεί μια ισχυρή ιδέα, και, αν και η εφαρμογή της, ειδικά πέρα από τα οικονομικά, παραμένει αμφισβητούμενη, έχει αποδειχθεί καρποφόρος στην υποβολή νέων προοπτικών και νέων τρόπων θέασης παλαιότερων ιδεών.

Από την άλλη πλευρά, για να είναι πραγματικά βέβαια η ανίχνευση της επιλεκτικής χρησιμότητας μιας θεωρίας , είναι πιθανώς απαραίτητο να είναι σε θέση να δείξει μια εναλλακτική θεωρία, με διαφορετικές ενσωματωμένες τιμές και διαφορετική χρησιμότητα. Για τη θεωρία των Παιγνίων μια τέτοια εναλλακτική λύση εμφανίζεται να μην είναι διαθέσιμη. (Η θεωρία αυτή είναι η ίδια μια εναλλακτική λύση σε ορισμένα πρότυπα των οικονομικών). Αξίζει να αναφερθεί ότι η μεγάλη πλειοψηφία των μαθηματικών και άλλοι επιστήμονες τείνουν να υποκινούν τη σκέψη τους από τα προβλήματα της θεωρίας των Παιγνίων που παράγονται από τους κοινωνικούς οργανισμούς όπως υπάρχουν, υπήρξαν, ή πρόκειται να υπάρξουν. Δεδομένου ότι ο von Neumann ήταν ένας από τους κορυφαίους μαθηματικούς του 20ου αιώνα, δεν είναι άξιο απορίας πως καμία εναλλακτική λύση δεν έχει τεθεί. Ακόμα κι αν είχε, θα ήταν πολύ απίθανο να λάβει την ίδια προσοχή (από τους διανοούμενους, την κυβέρνηση και τις στρατιωτικές πολιτικές ιδίως) που δόθηκε στη θεωρία των Παιγνίων.

Μια άλλη, πιο μοντέρνα προσέγγιση των χρήσεων της θεωρίας των Παιγνίων είναι ότι η θεωρία μπορεί να μην είναι πολύ καλή στις ακριβείς στρατηγικές των σύνθετων καταστάσεων, αλλά είναι πολύ χρήσιμη στο να βοηθήσει για να σκεφτεί κανείς την κατάσταση με έναν συγκεκριμένο τρόπο. Υπό αυτό το πρίσμα, η θεωρία των Παιγνίων είναι πολύτιμη ως εργαλείο της εννοιολογικής ανάλυσης παρά ως άμεσο μαθηματικό εργαλείο. Αλλά φυσικά από την οπτική των ηθικών αξιών φαίνεται ακριβώς για ποιές καταστάσεις θεωρία δεν είναι χρήσιμη. Χρησιμοποιώντας τις έννοιες της θεωρίας για να βοηθηθεί να αποφασίσει για μια κατάσταση, είναι πραγματικά δύσκολο να μην ενσωματώσει τις αξίες της. Πράγματι, ένα από τα πράγματα που καθιστά αυτήν την ανάλυση της θεωρίας των Παιγνίων σκληρή είναι η διαρκής τάση όσων την μελετούν να σκέφτονται μόνιμα με όρους της.

Κατά την ανάλυση του δεύτερου μέρους επιχειρήθηκε μια συνοπτική αναφορά σε διάφορα παίγνια που εντοπίζονται σε ελληνική και ξένη βιβλιογραφία. Τα περί ου ο λόγος παίγνια αντιμετωπίστηκαν ως προβλήματα και η λύση τους στηρίχθηκε στο πρώτο μέρος της εργασίας, στο θεωρητικό κομμάτι της θεωρίας των Παιγνίων. Το δίλημμα του φυλακισμένου ήταν το πρώτο που επιλύθηκε. Σε αυτό το παίγνιο η αναφορά ήταν εκτενής, καθώς θεωρήθηκε αντιπροσωπευτικό της αναφερόμενης θεωρίας. Ακολούθησε η ρίψη νομίσματος, υπό τη μορφή της επιλογής ανάμεσασε κορώνα και γράμματα, στη συνέχεια ένα παιχνίδι περισσότερο γνωστό σε ξένους συγγραφείς, η μάχη των φύλων. Τέλος,τα δύο τελευταία παίγνια στα οποία έγινε αναφορά και επιχείρηθηκε η επίλυση τους, ή καλύτερα ο εντοπισμός βέλτιστου σημείου ισορροπίας, ήταν το παιχνίδι της σαρανταποδαρούσας και αυτό του γερακιού-περιστεριού.

Οι επιλογές αυτές των συγκεκριμένων παιχνιδιών δεν ήταν τυχαίες και ούτε στηρίχθηκαν αποκλειστικά και μόνο στην αναγνωρισιμότητα τους. Κύριο κριτήριο επιλογής αποτέλεσε η προσπάθεια να καλυφθούν διάφορες κατηγορίες παιγνίων, από αυτές για τις οποίες γίνεται λόγος στο πρώτο μέρος της εργασίας. Έτσι ασχοληθήκαμε με παίγνια δύο παικτών, καθώς και με μεγαλύτερο αριθμό παικτών(επεκτείνοντας το δίλημμα του φυλακισμένου), κάποια από τα οποία ήταν συνεργάτικά και κάποια μη. Μιλήσαμε κυρίως για σταστικά παίγνια και για ένα δυναμικό παίγνιο(της σαρανταποδαρούσας), παίγνια ατελούς πληροφόρησης, όχι όμως πλήρους πληροφόρησης. Επίσης αναφερθήκαμε σε παίγνια με πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων και σε άλλο με μη πεπερασμένο. Τέλος επιλύθηκαν παίγνια μηδενικού αθροίσματος αλλά και μη μηδενικού.

Η επίλυση των ανωτέρων παίγνιων-προβλημάτων βασίστηκε κυρίως στο θεωρητικό μέρος της εργασίας. Οι λύσεις που επιχειρήθηκαν δεν ήταν αμιγώς μαθηματικές,. Εμπεριείχαν κυρίως θεωρητικές επιλύσεις του προβλήματος, καθώς και υποθέσεις για τις διαφορετικές πιθανές εκβάσεις της εξέλιξης του παιχνιδιού. Η χρήση των μαθηματικών, περιορίστηκε στη χρησιμοποίση του εργαλείου των πινάκων, υπό τη μορφή των μητρών, καθώς και σε μια αρκετά πρώιμη χρήση των πιθανοτήτων. Η επίλυση, ή η εύρεση σημείου ισορροπίας μέσω διαγραμμάτων-αν και συνηθίζεται- δε προτιμήθηκε γιατί θεώρησα πως ξεφεύγει των πλαισίων της παρούσας ανάλυσης. Παρ' όλα αυτά βοηθητικό μέσο επίλυσης, αποτέλεσε και η θεωρία της οπισθοβατικής επαγωγής, αλλά και η μέθοδος minimax-θεωρίες που αναλύονται στο πρώτο μέρος του πονήματος.

Σίγουρα για όλα αυτά τα προβλήματα υπάρχουν λύσεις που προσφέρουν αρκετά συνθετότερες επιλογές και τρόπους επίλυσης. Αρκεί να αναλογιστούμε ότι με τα περισσότερα παίγνια για τα οποία έγινε λόγος έχουν ασχοληθεί σπουδαιοί-και αρκετές φορές νομπελίστες-μαθηματικοί, αυτού και του προηγούμενου αιώνα. Επιπλέον να σημειωθεί εδώ, ότι με την ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας, τα περισσότερα παίγνια επιλύονται με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και δη του Προγραμματισμού. Λαμβάνοντας υπόψιν τα προαναφερθέντα, λοιπόν, οι δικές μου λύσεις μπορεί να θεωρηθούν αρχάριες ή έστω πρώιμες, αλλά θα πρέπει να σημειώσω ότι η παρούσα εργασία αποτελεί την πρώτη μου επαφή με το αντικείμενο της θεωρίας των Παιγνίων.

Τελειώνοντας, κρίνεται αρκετά σημαντικό να τονιστεί ότι είναι εντυπωσιακές οι επεκτάσεις που γνωρίζει η συγκεκριμένη θεωρία σε όλους τους τομείς και τις εκφάνσεις της σύγχρονης ζωής. Τα παίγνια ή αλλιώς επονομαζόμενα προβλήματα αποτελούν μια ένα μικρό αριθμό από την πληθώρα των εφαρμογών και των καταστάσεων που χρήζουν επίλυσης με τη χρήση αρχών της θεωρίας.

Βιβλιογραφία

1. Aumann, R. “ A note on the centipede game. Games and Economic Behavior” 23: 97–105, 1998.
2. Aumann, R. J.. “Backward induction and common knowledge of rationality. Games and Economic Behavior”, 8, 6-19, 1995.
3. Chiappori, P.; Levitt, S.; Groseclose, T.. "Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer",2002
4. Colman, A. M. and Bacharach, M., . “ Payoff dominance and the Stackelberg heuristic”. Theory and Decision, 43, 1-19
5. Cooper, R., Delong, D. V., and Forsythe, R.. “Cooperation without reputation: experimental evidence from Prisoner's Dilemma games. Games and Economic Behavior”, 12,187-218, 1996
6. .Cressman, R. "Evolutionary Stability for Two-stage Hawk-Dove Games", 1995
7. Felkins, Leon. "The Prisoner's Dilemma." 5 September 1995.
8. Fink, E.C., Gates, S., Humes, B.D. *Game Theory Topics: Incomplete Information, Repeated Games, and N-Player Games,* 1998.
9. Fudenberg, D. and Tirole, J. “*Game theory”*, MIT Press. 1991 (see Chapter 1, section 2.4)
10. Johnson, Robert R., and Bernard Siskin. “*Elementary Statistics for Business”.* PWS Pub. Co., 1985.
11. Kelsey, D. and S. le Roux , “An Experimental Study on the Effect of Ambiguity in a Coordination Game”, Theory and Decision, 2015.
12. Martin J. “Μια εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων (μετάφραση)”, Osborne, Κλειδάριθμος, 2010
13. McKelvey, R. D. and Palfrey, T. R. “An experimental study of the Centipede game.*Econometrica”,* **60,** 803-36 1992.
14. Poundstone, William. “*Prisoner's Dilemma: John Von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb”.* New York: Anchor, 1993.
15. Prajit K , “Strategies and Games, Theory and Practice”. Dutta. HB144.D88, 1999
16. Reny, P. 1988. Rationality, Common Knowledge and the Theory of Games PhD thesis. Princeton University.
17. Smith, John . *Evolution and the theory of games*. Cambridge New York: Cambridge University Press, 1982
18. Sugden, R. *The Economics of Rights, Cooperation and Welfare* 2 edition, page 132. Palgrave Macmillan, 2005.

19. Spector, Jerry. "Strategic Marketing and the Prisoner's Dilemma." *Direct Marketing*, February 1997, 44.
20. Weibull, Jörgen W. "*Evolutionary Game Theory*", 1995.
21. Βαρουφάκης,Γιάνης . "Θεωρία παιγνίων Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες" Gutenberg - Γιώργος & Κώστας Δαρδανός, 2007

22. http://math.ucr.edu/home/baez/games/games_13.html

(Ημερομηνία επίσκεψης 16/06/2015)

23. http://www.referenceforbusiness.com/encyclopedia/Per-Pro/Prisoner-s-Dilemma.html#ixzz3hydIOCEW

(Ημερομηνία επίσκεψης 1/04/2015)

24. https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1_%CF%80%CE%B1%CE%B9%CE%B3%CE%BD%CE%AF%CF%89%CE%BD

(Ημερομηνία επίσκεψης 21/04/2015)

25. http://users.ox.ac.uk/~sfop0060/pdf/backwards%20induction.pdf

(Ημερομηνία επίσκεψης 19/07/2015)

26. http://www.gametheory.net/dictionary/games/BattleoftheSexes.html

(Ημερομηνία επίσκεψης 19/06/2015)

27. www.ucl.ac.uk/~ucbhdjm/courses/.../Tut2

(Ημερομηνία επίσκεψης 19/06/2015)

28. http://users.ox.ac.uk/~grafen/cv/hawkdove.pdf

(Ημερομηνία επίσκεψης 1/08/2015)

29. http://www.businesslife.gr/articles/executive-life/hello-world.html#.VcNOcfmtFzU

(Ημερομηνία επίσκεψης 1/08/2015)