

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ: ΜΟΥΤΣΑΪ ΜΠΡΙΓΚΕΛΙΝ (Α.Μ. 6160)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ

ΠΑΤΡΑ 2015

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα Πτυχιακή Εργασία εκπονήθηκε στο Τμήμα Μηχανολογίας του Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Δυτικής Ελλάδας και ασχολείται με την χρήση προγράμματος ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση μιας μεταλλικής γέφυρας. Η ιδέα αυτής της πτυχιακής προήλθε από το ενδιαφέρον μου για τα προγράμματα σχεδιασμού και ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία. Από την λίγη αναζήτηση που έχω κάνει στο θέμα της μηχανολογίας και τα όσα έχω διδαχτεί στην σχολή, συμπέρανα πως θα ήθελα πολύ να μάθω να χειρίζομαι τέτοια προγράμματα και πως θα με βοηθήσουν στην μετέπειτα πορεία μου.

Στην πτυχιακή γίνεται μια αναδρομή στην ιστορία και την εξέλιξη της χρήσης του μετάλλου στις κατασκευές. Αναφέρονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεταλλικών κατασκευών, καθώς και τους διεθνείς και εθνικούς κανονισμούς που διέπουν την κατασκευή τους. Το ένα από τα κύρια θέματα είναι η γέφυρα, η εξέλιξή της και οι κατηγορίες που συναντιούνται. Το άλλο κύριο θέμα είναι τα πεπερασμένα στοιχεία και τα προγράμματα ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία, καθώς και η συμβολή τους στις μελέτες. Τέλος γίνεται η μοντελοποίηση, η ανάλυση της γέφυρας στο πρόγραμμα LUSAS και παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα.

Μέσα από αυτήν την πτυχιακή έκανα το πρώτο βήμα για την κατανόηση της λειτουργίας και της διαδικασίας χρήσης προγραμμάτων ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων. Έμαθα να εργάζομαι πάνω σε ένα σημαντικό project, και το πιο σημαντικό να μην τα παρατάω στις δυσκολίες που εμφανίζονται συνέχεια στο δρόμο μου.

Τελειώνοντας θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον επιβλέποντα καθηγητή Δρ. Γιαννόπουλο Γεώργιο, επιστημονικό συνεργάτη του τμήματος Μηχανολογίας του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας, για την καθοριστική βοήθεια που μου παρείχε κατά την διάρκεια εκπόνησης της πτυχιακής εργασίας. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου για ότι έχουν κάνει μέχρι τώρα για μένα, και τους φίλους μου για την στήριξη που είχα ανάγκη και που απλόχερα μου παρείχαν.

Μούτσαϊ Μπριγκελίν
Ιούλιος 2015

Υπεύθυνη Δήλωση Σπουδαστή: Ο κάτωθι υπογεγραμμένος σπουδαστής έχω επίγνωση των συνεπειών του Νόμου περί λογοκλοπής και δηλώνω υπεύθυνα ότι είμαι συγγραφέας αυτής της Πτυχιακής Εργασίας, έχω δε αναφέρει στην Βιβλιογραφία μου όλες τις πηγές τις οποίες χρησιμοποίησα και έλαβα ιδέες ή δεδομένα. Δηλώνω επίσης ότι, οποιοδήποτε στοιχείο ή κείμενο το οποίο έχω ενσωματώσει στην εργασία μου προερχόμενο από Βιβλία ή άλλες εργασίες ή το διαδίκτυο, γραμμένο ακριβώς ή παραφρασμένο, το έχω πλήρως αναγνωρίσει ως πνευματικό έργο άλλου συγγραφέα και έχω αναφέρει ανελλιπώς το όνομά του και την πηγή προέλευσης

Ο σπουδαστής
(ονοματεπώνυμο)

.....
(Υπογραφή)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην σύγχρονη εποχή δεν νοείται πλέον σχεδιασμός και μελέτη μιας κατασκευής ή ενός συστήματος χωρίς την χρήση κάποιου προγράμματος. Με την ανάπτυξή τους ο άνθρωπος έχει καταφέρει να δημιουργήσει σημαντικά επιτεύγματα, όπως καλύτερη αεροδυναμική σε οχήματα και κατασκευές, ασφαλέστερες κατασκευές από σεισμούς, από συγκρούσεις, βελτιώσεις στην βιοϊατρική και πολλά άλλα.

Η πτυχιακή αυτή εργασία αναφέρεται στη χρήση του προγράμματος ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων LUSAS, για την προσομοίωση μιας μεταλλικής γέφυρας. Σκοπός της είναι η εισαγωγή στην χρήση των προγραμμάτων αυτών για την μοντελοποίηση μιας γεωμετρίας, προκειμένου να την εξετάσουμε αν αντέχει στα φορτία που επιβάλλονται πάνω της.

Η εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρεται η διαδικασία Bessemer, μέσω της οποίας έγινε δυνατή η μαζική παραγωγή του χάλυβα. Στη συνέχεια, η ιστορική εξέλιξη και χρήση του χάλυβα και των μεταλλικών κατασκευών. Δείχνονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεταλλικών κατασκευών. Μετά αναφέρονται οι κανονισμοί που διέπουν την ανέγερση κατασκευών.

Το δεύτερο κεφάλαιο αρχίζει με την εξέλιξη της γέφυρας ανά την πάροδο του χρόνου και αναφέρονται κάποιες ξακουστές γέφυρες. Γίνεται μια επισκόπηση στις κατηγορίες και τα χαρακτηριστικά του χάλυβα. Συνεχίζει με την χρήση του χάλυβα στην σημερινή εποχή. Μετά μπαίνουν τα κύρια μέρη μιας γέφυρας καθώς και τα κριτήρια σχεδιασμού γεφυρών, που πρέπει να ληφθούν υπόψη. Αναφέρονται οι διάφορες κατηγορίες γεφυρών που συναντιούνται ανάλογα με το υλικό κατασκευής, τον σκοπό εξυπηρέτησης και άλλα.

Στο τρίτο κεφάλαιο μπαίνουμε στο πεδίο των πεπερασμένων στοιχείων. Αρχίζουμε με μια ιστορική εξέλιξη των πεπερασμένων στοιχείων και των ανθρώπων που συνέβαλαν στην πρόοδό τους. Μετά, είναι οι παράγοντες τεχνολογία και επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων που βοήθησαν στην ανάπτυξή τους. Η ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και των γλωσσών προγραμματισμού ήταν καταλυτικός παράγοντας σε αυτήν την ανάπτυξη. Στη συνέχεια, αναφέρονται κάποιες γενικές αρχές των πεπερασμένων στοιχείων, τα βήματα για την μελέτη ενός προβλήματος, μορφές πλεγμάτων. Καταγράφονται και μερικά προγράμματα ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων καθώς αναλύονται και τα στάδια της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων. Τέλος, παρατίθενται δύο παραδείγματα με ράβδους και την εύρεση των τάσεων στις ράβδους με χρήση μητρώων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή για τις μεταλλικές τοξωτές και κρεμαστές γέφυρες. Αναφέρονται κάποια χαρακτηριστικά τους για την διάταξη καταστρώματος και ασπίδας και άλλα. Προχωράμε στη γεωμετρία της συγκεκριμένης γέφυρας, χωρίζονται τα βασικά μέρη από τα οποία αποτελείται. Βρίσκουμε τις διαστάσεις που χρειάζονται ώστε να σχεδιαστεί η γεωμετρία στο πρόγραμμα LUSAS. Προσδιορίζεται το υλικό από το οποίο αποτελούνται τα μέρη της γέφυρας, η διάταξη

των στοιχείων της, τα φορτία στα οποία υπόκειται, πως θα μοντελοποιηθεί στο πρόγραμμα και όλες οι λεπτομέρειες που χρειάζονται.

Στο πέμπτο κεφάλαιο είναι κάποια στοιχεία για την εταιρεία που βρίσκεται πίσω από το LUSAS και την προέλευση του προγράμματος. Στη συνέχεια ακολουθούν τα βήματα που έγιναν για την μοντελοποίηση της γεωμετρίας στο πρόγραμμα, σημεία, γραμμές, διατομές και στηρίξεις της γέφυρας. Παρουσιάζεται επίσης και η τρισδιάστατη μορφή της γέφυρας.

Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο προσδιορίζονται δύο περιπτώσεις στις οποίες θα αναλυθεί το μοντέλο, τα φορτία και ο τρόπος εφαρμογής τους στην γεωμετρία, γίνεται η ανάλυση και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα. Επίσης πραγματοποιείται υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων της γέφυρας για να εξετάσουμε εάν αντέχει σε σεισμική διέγερση.

Στο τέλος της πτυχιακής παρουσιάζονται και οι αναφορές, πηγές από όπου πάρθηκαν πληροφορίες.

Από την στατική ανάλυση προέκυψε η αντοχή της γέφυρας στις δύο περιπτώσεις φόρτισης. Η διαφορά στην φόρτιση ανάμεσα στις δύο περιπτώσεις μας φέρει και μεγαλύτερες παραμορφώσεις διότι το φορτίο στην δεύτερη περίπτωση είναι πιο συγκεντρωμένο. Και από τα αποτελέσματα των ιδιομορφών φαίνεται πως η περίπτωση σεισμού δεν θα επηρεάσει την σταθερότητα της κατασκευής.

Η πτυχιακή είναι μια καλή αρχή για την εισαγωγή ενός φοιτητή στην χρήση προγράμματος ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για την μοντελοποίηση και ανάλυση μιας κατασκευής.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	iii
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	v
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1. ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ	5
1.1 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ BESSEMER	5
1.2 ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΟΥ ΧΑΛΥΒΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ	5
1.3 ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ	7
1.4 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ	10
1.5 ΑΝΕΓΕΡΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ	11
1.5.1 Γενικά για τους κανονισμούς	11
1.5.2 Πρότυπα	13
1.5.3 Ευρωκώδικας 3: Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα.....	14
2. ΓΕΦΥΡΑ	17
2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ	17
2.1.1 Από την αρχαιότητα μέχρι την Αναγέννηση	17
2.1.2 Γέφυρες του 19 ^{ου} αιώνα.....	19
2.1.3 Από τον 20 ^{ου} αιώνα μέχρι σήμερα	22
2.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΧΑΛΥΒΑ.....	25
2.3 ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΧΑΛΥΒΑ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΓΕΦΥΡΟΠΟΙΙΑ	26
2.4 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΓΕΦΥΡΩΝ.....	28
2.4.1 Κύρια μέρη μιας γέφυρας	28
2.4.2 Κριτήρια σχεδιασμού	28
2.5 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΓΕΦΥΡΩΝ	30
2.5.1 Στατικά πρότυπα κατασκευής.....	30
2.5.2 Διατάξεις καταστρώματος γέφυρας, σε σχέση με το φορέα	32
2.5.3 Τύποι δοκών και ενισχυμένων δοκών.....	33
2.5.4 Μεταλλικές γέφυρες πρόβολοι.....	36
3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	39
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	39
3.2 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	41
3.3 ΛΟΓΟΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ	41
3.4 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	43
3.5 ΔΙΚΤΥΩΤΟΙ ΦΟΡΕΙΣ – ΡΑΒΔΟΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ.....	47
4. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	57
4.1 ΤΟΞΩΤΕΣ ΚΑΙ ΚΡΕΜΑΣΤΕΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ	57
4.2 Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ.....	60
4.2.1 Τόξο	60
4.2.2 Κρέμαστρα	61
4.2.3 Κύρια δοκός	64
4.2.4 Κατάστρωμα.....	64
5. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	69

5.1 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ LUSAS	69
5.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ.....	70
6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	87
6.1 ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	87
6.1.1 Περίπτωση 1: Κυκλοφορία δύο τρένων από το κέντρο της γέφυρας	87
6.1.2 Επίλυση του μοντέλου της 1 ^{ης} περίπτωσης και Αποτελέσματα.....	92
6.1.3 Περίπτωση 2: Ατύχημα δύο τρένων στο κέντρο της γέφυρας	101
6.1.4 Επίλυση του μοντέλου της 2 ^{ης} περίπτωσης και Αποτελέσματα.....	103
6.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ	107
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	117

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Από την αρχή της ιστορίας του ο άνθρωπος προσπαθούσε να εξασφαλίσει τα απαραίτητα, νερό, τροφή και στέγη. Με την πάροδο του χρόνου, άρχισε να μετακινείται και να εξερευνά τον κόσμο, στην πορεία του είχε διάφορα φυσικά εμπόδια όπως ποτάμια, τα οποία έπρεπε να ξεπεράσει για να συνεχίσει να εξαπλώνεται. Σε αυτήν την πτυχή της ιστορίας, μπαίνουν οι κατασκευές και στην περίπτωση αυτής της πτυχιακής οι γέφυρες. Τα πρώτα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα άμεσα διαθέσιμα στην φύση, όπως πέτρες και ξύλο. Οι δομικές κατασκευές χρονολογούνται περίπου από το 2700 π.Χ. με την κατασκευή της πυραμίδας του φαραώ Djoser από τον Imhotep, αιγύπτιο ιερέα, αρχιτέκτονα, μηχανολόγο, φυσικό. Στην ελληνική αρχαιότητα ο σίδηρος χρησιμοποιούταν στους συνδέσμους και τους γόμφους μεταξύ των λίθων για την εξασφάλιση της ακινησίας και της σταθερότητας μεταξύ τους. Οι Ρωμαίοι και άλλοι λαοί χρησιμοποιούσαν το σίδηρο για ενίσχυση των ξύλινων ή τσιμεντένιων κατασκευών τους. Η χρήση του ήταν περιορισμένη λόγω της χαμηλής αντοχής του στην έκθεση των καιρικών συνθηκών και της αδυναμίας μαζικής παραγωγής. Η χρήση του παρέμεινε περιορισμένη ως τα τέλη του 18^{ου} αιώνα, όπου η εξέλιξη της τεχνολογίας καθώς και σε επιστήμες φυσικής, χημείας και αντοχής υλικών κατέστησε κατανοητή τη μοριακή σύσταση του υλικού.

Η μαζική παραγωγή του σιδήρου ξεκινά περί το 1750 στο σημερινό Ηνωμένο Βασίλειο, όπου πραγματοποιούνται με επιτυχία οι πρώτες μέθοδοι χύτευσης ομοιογενούς σιδήρου σε ράβδους. Η πρώτη κατασκευή από χυτοσίδηρο ήταν το 1779, μια γέφυρα με άνοιγμα 30.6 m από τον Abraham Darby πάνω από τον ποταμό Severn του σημερινού Ηνωμένου Βασιλείου, γνωστή και ως Iron bridge. Η κατασκευή αυτής της γέφυρας, η χαμηλή τιμή λόγω της μαζικής παραγωγής, η απλή παραγωγή του, η δυνατότητα να φέρει μεγάλα φορτία και μορφοποίησης, καθώς και η αντοχή του στην φωτιά κατέστησε το σίδηρο το πιο γνωστό υλικό για το φέροντα οργανισμό τον 19^ο αιώνα. Έτσι αντικατέστησε τις ξύλινες στέγες των κτηρίων οι οποίες καίγονταν εξ ολοκλήρου από πυρκαγιές. Από τα πρώτα βήματα ήταν αυτό του Victor Luis το 1786, η στέγη του Theatres Francais. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η μορφή των δοκών που εγκαταστάθηκαν έδειχνε μια ενστικτώδη γνώση των εννοιών της ροπής αδράνειας και αντιστάσεως, που δεν είχαν διατυπωθεί επιστημονικά μέχρι τότε. Με το νέο αυτό υλικό, άνοιξαν νέες προοπτικές για την αρχιτεκτονική, οι κατασκευές αποτελούμενες από σίδηρο και γυαλί, όπως το Gallerie d' Orleans στο Παρίσι το 1829, το Crystal Palace στο Λονδίνο το 1851 καθώς και άλλα. Ανάπτυξη υπάρχει και στον τομέα της γεφυροποιίας, όπου επινοήθηκε η αναρτημένη καλωδιωτή γέφυρα που επέτρεψε να γεφυρώνονται μεγαλύτερα ανοίγματα. Η πρώτη που κατασκευάστηκε ήταν στον ποταμό Ροδανό της πόλης Tournon της Γαλλίας το 1824, από τον Marc Seguin. Με βάση τις αρχές του Seguin θα φτιαχτούν από τον John Augustus Roebling μια γέφυρα στο Pittsburg το 1846, μια πάνω από τον Νιαγάρα το 1855 και η γέφυρα του Brooklyn το 1868.

Ο σφυρήλατος σίδηρος σύντομα αποδείχθηκε ότι ήταν πολύ αδύναμος για να φέρει ακραία βάρη και κυρίως είχε μικρή αντοχή στην οξειδωση, ανοίγοντας έτσι το δρόμο για τη χρήση του χάλυβα στις μεταλλικές κατασκευές. Η δυνατότητα αυτή έγινε

εφικτή το 1855, όπου ο Henry Bessemer εφεύρε και κατοχύρωσε με δίπλωμα ευρεσιτεχνίας την διαδικασία παραγωγής χάλυβα. Μέχρι το πρώτο μέρος του 19^{ου} αιώνα, η «διαδικασία Bessemer» ήταν πολύ δημοφιλής. Και το 1889 χτίζονται πλέον οι τελευταίες σημαντικές κατασκευές από χυτοσίδηρο, τα κτήρια της Διεθνούς Έκθεσης των Παρισίων και το πασίγνωστο σύμβολό της, ο πύργος του Eiffel. Την ίδια χρονιά κατασκευάζεται η γέφυρα Forth Bridge στο Εδιμβούργο από τους Benjamin Baker, Sir John Fowler και William Arrol, αποτελούμενη από κοίλες διατομές συντεθειμένες από πριτσινωμένα ελάσματα χάλυβα.

Για να φτάσουμε μέχρι σήμερα στην περίπτωση της χρήσης των υπολογιστών για την επίλυση προβλημάτων, υπήρξαν σκαλοπάτια σε αυτήν την διαδρομή, και θα αναφερθούν μερικά από αυτά. Η έννοια της ελαστικότητας ήταν κατανοητή στην θεωρία πριν τον 19^ο αιώνα, αλλά μόλις το 1821 ο Claude-Louis Navier διατύπωσε την γενική θεωρία της ελαστικότητας σε μαθηματική μορφή για την χρήση της σε προβλήματα. Επίσης ήταν ο πρώτος που τόνισε ότι ο ρόλος του μηχανικού δεν είναι να κατανοήσει την τελική παραμορφωμένη μορφή της κατασκευής, αλλά να εμποδίσει αυτήν την αστοχία. Και το 1826 καθόρισε το μέτρο ελαστικότητας ως ιδιότητα των υλικών ανεξάρτητα από την ροπή αδράνειας επιφάνειας, επιτρέποντας έτσι για πρώτη φορά στους μηχανικούς να κατανοήσουν μαζί την δομική συμπεριφορά και τα δομικά υλικά. Το 1873 ο Carlo Alberto Castigliano παρουσίασε το θεώρημά του για τον υπολογισμό της μετατόπισης ως μερική παράγωγο της ενέργειας παραμόρφωσης, στην διατριβή του «Γύρω από τα ελαστικά συστήματα». Στα τέλη του 19^{ου} αιώνα ο ρώσος πολιτικός μηχανικός Vladimir Shukhon ανέπτυξε μεθόδους ανάλυσης για εφελκόμενες κατασκευές, κατασκευές λεπτού κελύφους, πλέγμα δομών κελύφους και νέες διαρθρωτικές γεωμετρίες. Το 1936 ο Hardy Cross ανέπτυξε την μέθοδο κατανεμημένης ροπής, η οποία μέχρι την εποχή της χρήσης των υπολογιστών για τον σχεδιασμό και την ανάλυση των κατασκευών, ήταν η πιο διαδεδομένη μέθοδος. Το 1941 ο Alexander Hrennikoff έλυσε τη διακριτοποίηση των προβλημάτων επιπέδου ελαστικότητας χρησιμοποιώντας ένα δικτυωτό πλαίσιο. Αυτό ήταν ένα σημείο καμπής που οδήγησε στην ανάπτυξη των πεπερασμένων στοιχείων. Το 1942 ο Richard Courant διαίρεσε ένα τομέα σε πεπερασμένες υποπεριοχές. Με την μέθοδό του, αριθμητική επεξεργασία απλού προβλήματος στρέψης για πολλαπλούς συνδεδεμένους τομείς, μπορούμε να λύσουμε μερικές διαφορικές εξισώσεις αριθμητικά. Το 1956 αναφέρεται για πρώτη φορά η ονοματολογία «μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων» από τους J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin και L. J. Torp, και είναι ευρέως αναγνωρισμένο σαν η πρώτη ολοκληρωμένη χρήση της μεθόδου όπως την γνωρίζουμε σήμερα.

Οι κατασκευές, ανεξαρτήτου μεγέθους, είναι ένα πολύ σημαντικό κομμάτι στην ζωή του ανθρώπου, από ένα απλό ρολόι για να παρατηρεί τον χρόνο μέχρι τεραστίων διαστάσεων γέφυρες για να διευκολύνει τις μετακινήσεις του. Για την κατασκευή τους όμως απαιτούνται κάποιες προϋποθέσεις, όπως μελέτη, χρόνος, πειράματα και άλλα. Ένα από τα πιο καταπληκτικά επιτεύγματα στον τομέα της μηχανικής είναι η πρακτική εφαρμογή της αριθμητικής προσομοίωσης. Με την κατασκευή ισχυρών υπολογιστών στα τέλη του 20^{ου} και στις αρχές 21^{ου} αιώνα, η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων έγινε ένα σημαντικό εργαλείο για τον σχεδιασμό και την ανάλυση κατασκευών. Το 1960 η υπολογιστική ανάλυση χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά σε μεγάλο βαθμό, στον σχεδιασμό της οροφής της όπερας του Σύδνεϋ. Με την δημιουργία προγραμμάτων σχεδιασμού και υπολογισμού, μπορούμε να προβλέψουμε με ακρίβεια τις δυνάμεις και τις παραμορφώσεις σε πολύπλοκες κατασκευές ανεξαρτήτου μεγέθους. Πολλές σύγχρονες κατασκευές δεν θα μπορούσαν να κατανοηθούν, να σχεδιαστούν και να αναλυθούν χωρίς την χρήση

υπολογιστικών προγραμμάτων. Έχουν διευρυνθεί τα όρια στα οποία μπορούμε να σχεδιάζουμε πράγματα και κατασκευές, πλέον ότι μπορούμε να φανταστούμε, μπορούμε και να του δώσουμε μορφή ψηφιακά στους υπολογιστές. Από την άλλη όμως, έχουμε περιορισμό στην υλοποίηση των σχεδίων. Μερικά σχέδια δεν μπορούμε να τα κατασκευάσουμε, ή τουλάχιστον σε μεγάλη κλίμακα, με την τεχνολογία και την γνώση του σήμερα. Αν και τα τελευταία χρόνια έχει γίνει ανάπτυξη του τομέα των 3D εκτυπωτών, δεν είναι ακόμα τόσο ευρύς για την σχεδίαση μερικών καινοτόμων σχεδίων. Ωστόσο με το πέρασμα των χρόνων η τεχνολογία αναπτύσσεται όλο και με πιο γρήγορα και έτσι οι εξελίξεις αναμένονται.

Ο τομέας της κατασκευής γεφυρών έχει ξεκινήσει πολύ νωρίς στην ιστορία του ανθρώπου. Η ανάγκη για την υπέρβαση φυσικών εμποδίων όπως σώματα νερού, γκρεμούς, κοιλάδες για την διευκόλυνση της διάβασης, της μεταφοράς, της επικοινωνίας, ώθησε στην κατασκευή των γεφυρών. Ανάλογα με την κατάσταση που επρόκειτο να αντιμετωπισθεί, την γεωγραφική τοποθεσία, τα υλικά και τα εργαλεία προς χρήση, αναπτυσσόταν ένα νέο σχέδιο γέφυρας πιο ευνοϊκό για την συγκεκριμένη κατάσταση. Έτσι υπάρχουν πολλά διαφορετικά σχέδια που εξυπηρετούν διαφορετικούς σκοπούς και χρησιμοποιούνται σε διαφορετικές καταστάσεις. Με την χρήση των προγραμμάτων ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, ο σχεδιασμός και η μελέτη των γεφυρών έχει γίνει πιο εύκολος.

1. ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

1.1 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ BESSEMER

Η χρήση του χάλυβα στις κατασκευές έγινε πιο εκτεταμένη όταν ο Henry Bessemer καθιέρωσε την διαδικασία Bessemer με πατέντα το 1856. Με ισχυρή ριπή αέρα στον τηγμένο ακατέργαστο χυτοσίδηρο, ενώνεται το στοιχείο του άνθρακα με το οξυγόνο και μειώνεται η περιεκτικότητα σε άνθρακα, μετατρέποντάς το σε χάλυβα. Η διαδικασία γίνεται σε ένα μεγάλο δοχείο σε μορφή αυγού με άνοιγμα στην πάνω μεριά για την έξοδο των αερίων. Στο κάτω μέρος υπάρχουν τρύπες για την είσοδο συμπιεσμένου αέρα. Το δοχείο γεμίζει με τηγμένο ακατέργαστο χυτοσίδηρο και μέσω των οπών στο κάτω μέρος εισέρχεται συμπιεσμένος αέρας και περνάει μέσω από λειωμένο μέταλλο. Με αυτόν τον τρόπο αφαιρείται ο άνθρακας και το πυρίτιο από το λιωμένο υλικό σε σύντομο χρονικό διάστημα. Η διαδικασία αυτή δεν ήταν τέλεια. Ο Robert Mushet ύστερα από πειράματα, έδειξε ότι ο συμπιεσμένος αέρας αφαιρούσε περισσότερο από το επιθυμητό ποσοστό σε άνθρακα και αύξανε την περιεκτικότητα του τήγματος σε οξυγόνο. Ανακάλυψε ότι με την προσθήκη μιας ένωσης σιδήρου, άνθρακα και μαγγανίου, που ονομάστηκε Spiegel, το μαγγάνιο απομάκρυνε το οξυγόνο με την μορφή οξειδίου του μαγγανίου το οποίο ενώνεται με την σκωρία και ο άνθρακας εμπλουτίζει το μείγμα, με αποτέλεσμα το χάλυβα. Ο Bessemer προμηθευόταν τον ορυκτό σίδηρο από την Ουαλία και την Σουηδία, από όπου τα μεταλλεύματα ήταν χωρίς φώσφορο. Αυτό ήταν ένα άλλο πρόβλημα για τον υπόλοιπο κόσμο, όπου στα μεταλλεύματα υπήρχε φώσφορος. Με την διαδικασία Bessemer ο φώσφορος δεν αφαιρούταν από το λιωμένο μέταλλο, καθιστώντας το χάλυβα εύθραυστο και την διαδικασία να μην είναι χρήσιμη χωρίς το κατάλληλο ορυκτό. Αυτό λύθηκε χάρις στον άγγλο εφευρέτη Sidney Gilchrist Thomas. Το 1876 ανακάλυψε πως αν προσθέσεις μια χημική βάση, όπως ο ασβεστόλιθος, στο δοχείο με το τήγμα, τότε ο φώσφορος μεταφέρεται στην σκωρία και επιπλέει, δίνοντας την ευκαιρία να αφαιρεθεί με ευκολία. Με αυτήν την διαδικασία, μέθοδος βάσεων Bessemer ή Thomas, ήταν δυνατόν να παραχθεί χάλυβας από οποιαδήποτε μετάλλευμα στον κόσμο.

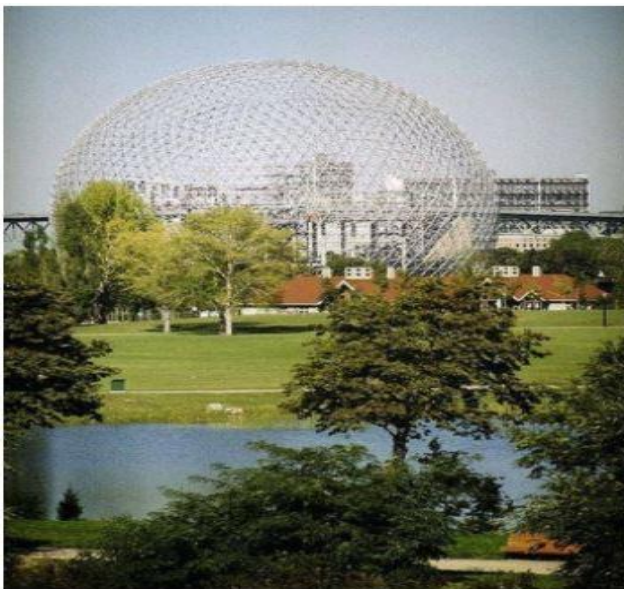
1.2 ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΟΥ ΧΑΛΥΒΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Από τα ιστορικά που αναφέρονται στην εισαγωγή για την χρήση του σιδήρου στις κατασκευές, μέχρι τις αρχές του 19^{ου} αιώνα που εδραιώνεται ο χάλυβας ως κύριο δομικό υλικό τους, η χρήση του στην αρχιτεκτονική γίνεται με αργούς ρυθμούς λόγω της έλλειψης εμπιστοσύνης του ως μορφολογικό στοιχείο. Αυτό φαίνεται στην κατασκευή των ουρανοξυστών στο Σικάγο, όπου ο φέρων οργανισμός τους επενδύεται με τοιχώματα από λιθοδομή. Τον 20^ο αιώνα υπήρξε ταχύτατη εξέλιξη της τεχνολογίας του οπλισμένου σκυροδέματος, αυτό έμελε να το κάνει να πάρει τον κύριο ρόλο στην αρχιτεκτονική. Αν και οι μεταλλικές κατασκευές μπήκαν σε δεύτερη

μοίρα ως προς την χρήση στα κτήρια, έγινε εκτεταμένη εφαρμογή τους στους πρώτους μετεπαναστατικούς χρόνους στην Ρωσία στα περίεργα σχέδια αρχιτεκτόνων. Η εποχή του χάλυβα ως κύριο υλικό προς χρήση επανέρχεται στα μέσα του 1940, ο Mies van der Rohe βασίζει τα αρχιτεκτονικά του σχέδια σε φέροντα οργανισμό από χάλυβα. Παράδειγμα τα νέα κτήρια του Illinois Institute of Technology και σε κατοικίες. Ο συνδυασμός του χάλυβα με το οπλισμένο σκυρόδεμα, οι σύμμεικτες κατασκευές, δίνουν νέες δυνατότητες για την ανέγερση ουρανοξυστών. Με την αρχή της δεκαετίας του '70 γίνεται και η εμφάνιση των μεγάλης κλίμακας ελαφριών μεταλλικών κατασκευών. Πρώτοι που θα κάνουν βήματα στον τομέα αυτόν, θα παρουσιάσουν στην έκθεση του Μόντρεαλ το 1967 κάποια περίφημα έργα. Ο Richard Buckminster Fuller θα παρουσιάσει τον γεωδαιτικό θόλο και ο Frei Otto θα παρουσιάσει ένα από τα πιο αναγνωρίσιμα σύμβολα της σύγχρονης αρχιτεκτονικής, τις χαρακτηριστικές εφελκόμενες μεμβράνες. Τις οποίες θα εφαρμόσει στο γερμανικό περίπτερο και θα στεγάσουν το Ολυμπιακό Στάδιο του Μονάχου το 1972, βλέπε Εικ. 1.2. Επίσης την ίδια εποχή χτίζεται από τους Renzo Piano και Richard Rodgers το πιο ακουστό κτήριο του 20^{ου} αιώνα, το Κέντρο Πομπιντού στο Παρίσι, Εικ. 1.1. Το κτήριο αυτό έβαλε τις βάσεις για την High Tech Αρχιτεκτονική.



Εικόνα 1.1: Κέντρο Πομπιντού στο Παρίσι.



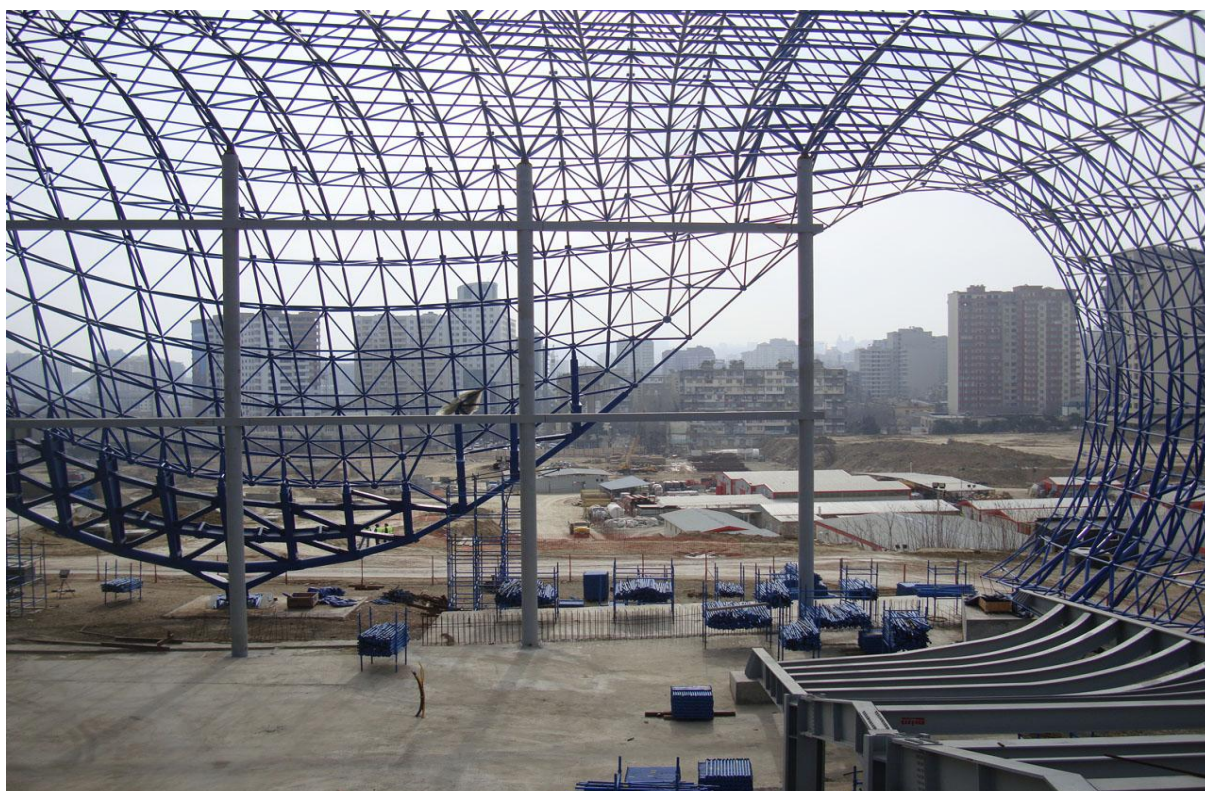
Εικόνα 1.2: Αριστερά: Richard Buckminster Fuller, Γεωδαιτικός θόλος. Δεξιά: Frei Otto, Ολυμπιακό Στάδιο Μονάχου 1972.

1.3 ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

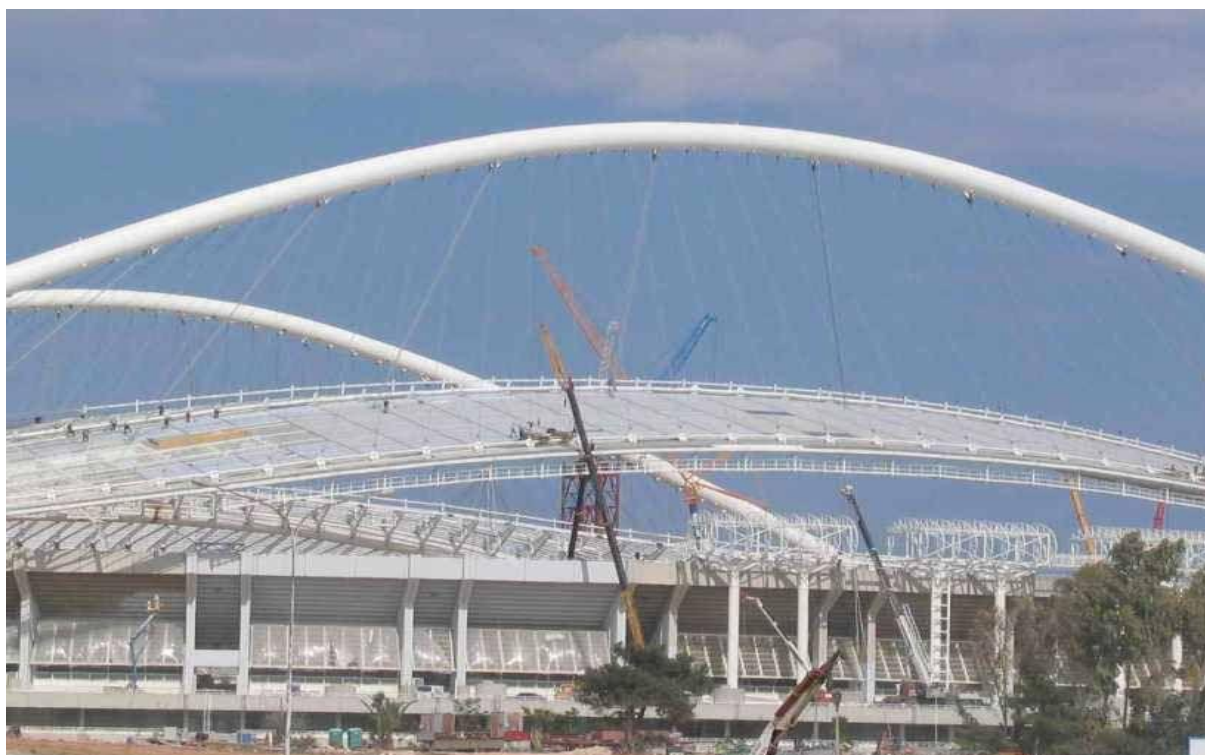
Ο χάλυβας είναι ένα προβλέψιμο στην συμπεριφορά υλικό, με αποτέλεσμα να μπορεί να μελετηθεί εύκολα. Είναι ελαφρύς σε σχέση με την αντοχή του, είναι κατάλληλος για ταχεία κατασκευή, πολύ εύκολα επαναλαμβανόμενο για πλαισιωτές κατασκευές με επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Επίσης είναι κομψό και όμορφο στο μάτι, άφθονο στην φύση και φθινό σε σχέση με άλλα μέταλλα. Αν γίνετε σωστός έλεγχος με έξυπνα μέτρα στις κατασκευές που χρησιμοποιείται, για την πρόβλεψη της διάβρωσης και την απώλεια αντοχής σε υψηλές θερμοκρασίες λόγω πυρκαγιάς, τότε προσφέρει δυνατότητες σχεδίασης που κανένα άλλο υλικό δεν μπορεί. Για αυτόν τον λόγο ο χάλυβας έγινε το κύριο χαρακτηριστικό δομικό υλικό των μεταλλικών κατασκευών. Με την χρήση των υπολογιστικών συστημάτων και την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, σήμερα η αρχιτεκτονική κάνει πολλά θαυμαστά έργα με τις μεταλλικές κατασκευές. Τις συναντάμε σε ένα ευρύ φάσμα δομικών στοιχείων στις διάφορες εφαρμογές τους, όπως τόξα, πλαίσια, δικτυώματα, κρεμαστές κατασκευές ή συνδυασμός αυτών, Εικ. 1.3 έως Εικ. 1.6.



Εικόνα 1.3: Τοξωτή γέφυρα στην λίμνη Roosevelt, (παράδειγμα τόξου).



Εικόνα 1.4: Το υπό κατασκευή μεταλλικό πλαίσιο του Heydar Aliyev Center στο Αζερμπαϊτζάν, (παράδειγμα πλαισίου).



Εικόνα 1.5: Τοποθέτηση δικτυώματος στο γήπεδο Ο.Α.Κ.Α, (παράδειγμα δικτυώματος).



Εικόνα 1.6: Γέφυρα Mackinac στο Michigan των ΗΠΑ, (παράδειγμα κρεμαστής κατασκευής).

Ο τομέας των μεταλλικών κατασκευών είναι από τους κυριότερους κλάδους της βιομηχανίας κατασκευών και την τελευταία δεκαετία δείχνει να έχει μεγάλη άνοδο στην διεθνή αγορά. Στην Ελλάδα ωστόσο δεν υπήρξε η ανάλογη εξέλιξη επειδή υπήρχε έλλειψη εξειδικευμένου προσωπικού. Έτσι οι μεταλλικές κατασκευές ήταν ελάχιστες και κατά μεγάλο μέρος μόνο σε βιοτεχνικά και βιομηχανικά κτήρια. Με τους Ολυμπιακούς Αγώνες το 2004 όμως τα πράγματα άλλαξαν και πολλά δημόσια και ιδιωτικά έργα φτιάχτηκαν με την χρήση χάλυβα, δίνοντας έτσι μια πρόοδο. Και πάλι όμως, σε σχέση με τις υπόλοιπες βόρειες και δυτικές χώρες τις Ευρώπης, η Ελλάδα υστερεί στην χρήση χάλυβα. Με τα τόσα καλά παραδείγματα εφαρμογής του χάλυβα σε έργα μέχρι τώρα και με την χρήση των Ευρωκωδίκων, δείχνουν πως το εξειδικευμένο προσωπικό έχει αποκτήσει την απαραίτητη γνώση και εμπειρία που απαιτείται για την χρήση του χάλυβα. Η χρήση του επεκτείνεται σε πολλά πεδία των κατασκευών, και έχει αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια σε μεγάλο βαθμό στην οικοδόμηση κατοικιών. Μερικά παραδείγματα είναι:

- Μεταλλικές γέφυρες.
- Στέγαστρα γηπέδων, θέσεων παρκινγκ και διάφορων κτηρίων.
- Αποθήκες, Logistic.
- Βιομηχανικά κτήρια, όπως εργοστάσια.
- Ανακατασκευή παλιών κτηρίων ή αποθηκών, προέκταση κτηρίων.
- Σκαλωσιές.
- Υποστηρικτικές δομές.
- Ενισχυτικές δομές για τον σεισμό.
- Αρχιτεκτονικές κατασκευές.
- Μεταλλικά κτήρια.
- Προκατασκευασμένα σπίτια.
- Επιπλοποιία

1.4 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Τα ωφέλει και τα αρνητικά της χρήση των μεταλλικών κατασκευών πηγάζουν κυρίως από το υλικό από το οποίο αποτελούνται, δηλαδή τον χάλυβα. Για να τα δει λοιπόν κανείς αρκεί να κοιτάξει τις ιδιότητες του χάλυβα.

Τα πλεονεκτήματά του είναι:

- Κτήρια με μεγαλύτερα ανοίγματα. Ο χάλυβας έχει υψηλό λόγο αντοχής προς το βάρος του, με αποτέλεσμα να χρειάζονται λιγότερες και ελαφρύτερες θεμελιώσεις. Με την χρήση του στις δοκούς μπορούμε να στηρίξουμε περισσότερο φορτίο, να χτίζουμε κτήρια με μεγάλα ανοίγματα χωρίς περιττά υποστυλώματα ενδιάμεσα στο εσωτερικό του χώρου. Έτσι ο ενιαίος χώρος των κατασκευών είναι μεγαλύτερος, εύχρηστος, χωρίς εμπόδια και πρακτικός στην χρήση.
- Εργονομία και λειτουργικότητα. Η αλλαγή χρήσης του κτηρίου μπορεί να γίνει πιο εύκολη. Αφού ο χώρος είναι χωρίς εμπόδια μπορεί να μεταβληθεί όπως επιθυμεί ο χρήστης χωρίς πολλά ζητούμενα και να ανακαινιστεί εξίσου πολύ εύκολα. Έτσι επιμηκύνεται ο χρόνος ζωής του κτηρίου, μειώνονται οι αρνητικές συνέπειες στο περιβάλλον αφού παράγεται περισσότερη αξία από τους είδη υπάρχοντες πόρους.
- Πλέον υπάρχουν πάρα πολλοί κανονισμοί για να εξασφαλίσουν την εγγύηση της σχεδίασης και της κατασκευής μεταλλικών κτηρίων. Υπάρχει διαρκής έρευνα από ερευνητικά ινστιτούτα και πανεπιστήμια για θέματα κανονισμών καθώς και νέων τεχνικών, τεχνολογιών και μεθόδων κατασκευής. Με την χρήση των υπολογιστών και των προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων και την ασφάλεια που προσφέρει η αντοχή του χάλυβα, η σχεδίαση, η ανάλυση και η προσομοίωση είναι πιο ακριβής διαδικασίες.
- Ο χάλυβας δεν παραμορφώνεται, δεν λυγίζει εύκολα, ως εκ τούτου τροποποιείται εύκολα και προσφέρει μεγάλη ευελιξία στον σχεδιασμό. Με την τεχνολογία που συνεχώς αναπτύσσεται και με την χρήση των προγραμμάτων σχεδίασης και ανάλυσης, μπορούν να πραγματοποιούνται πλέον κατασκευές που είναι ακατόρθωτες να κατασκευαστούν με την χρήση άλλων υλικών.
- Σαν απόρροια τουπάνω είναι η κατασκευή κτηρίων υψηλής αισθητικής.
- Ταχύτερη ανέγερση κτηρίων και μείωση της όχλησης. Ο σκελετός κατασκευάζεται μέσα στα εργοστάσια, οπότε δεν υπάρχει επαφή με τα καιρικά φαινόμενα και γίνεται ταχύτερη συναρμολόγηση. Η δυνατότητα της ταχύτερης ανέγερσης μειώνει το κόστος κατασκευής. Ο χρόνος είναι λιγότερος, οπότε οι τοπικές επιπτώσεις στο περιβάλλον γύρω από το εργοτάξιο όπως θόρυβος, απόβλητα και σκόνη μειώνονται.
- Γρηγορότερα οικονομικά οφέλη. Λόγω της ταχύτερης ανέγερσης και των μεγάλων ανοιγμάτων, η επένδυση αποδίδει πιο γρήγορα και ο χώρος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πολλές χρήσεις.
- Συντήρηση και ανθεκτικότητα. Αυτός είναι ένας κύριος παράγοντας για την διάρκεια ζωής ενός κτηρίου. Η συντήρηση του χάλυβα γίνεται κυρίως στα εκτεθειμένα μέρη, όπως σε εξωτερικές δομές κατασκευών. Με την σωστή συντήρηση και την χρήση βαφών μπορεί να επιτευχθεί μακροχρόνια προστασία.

- Αποσυναρμολόγηση. Με την σωστή πρόβλεψη και μελέτη κατά την διάρκεια σχεδίασης και ανέγερσης μπορεί επιτευχθεί η αποσυναρμολόγηση των στοιχείων μιας κατασκευής με σκοπό την μελλοντική τους χρήση.
- Ανακύκλωση και επαναχρησιμοποίηση. Μια ιδιότητα του χάλυβα είναι πως μπορεί να ανακυκλωθεί ξανά και ξανά χωρίς να υποβαθμιστούν οι ιδιότητές του. Παράδειγμα είναι ο βαθμός ανάληψης χαλύβδινων προϊόντων από κατεδαφίσεις κτηρίων στο Ηνωμένο Βασίλειο που φτάνει το 94%. Από αυτό το ποσοστό το 10% επαναχρησιμοποιείται και το 80% ανακυκλώνεται. Με αυτήν την ανακύκλωση ο ιδιοκτήτης μπορεί να πάρει πίσω τα χρήματα που δαπάνησε για την αγορά του χάλυβα.
- Αντισεισμικότητα. Αυτή οφείλεται στις ελαστικές ιδιότητες του χάλυβα και στην εξέλιξη της μεταλλουργίας. Έτσι απορρέει το γεγονός ότι οι μεταλλικές κατασκευές καταπονούνται λιγότερο στις δονήσεις σεισμών από ότι οι κατασκευές από σκυρόδεμα.
- Μικρό βάρος. Αυτό βοηθά και στην αντισεισμικότητα. Λόγω της μεγαλύτερης αντοχής που προσφέρει σε σχέση με το βάρος του ο χάλυβας, μπορούν να χτίζονται κατασκευές με λιγότερο υλικό, οπότε και λιγότερο κόστος κατασκευής. Ως εκ τούτου, η ανέγερση υψηλών κτηρίων, ουρανοξυστών, επιτυγχάνεται πιο εύκολα και είναι πιο εφικτή.

Τα μειονεκτήματά του είναι:

- Για την κατασκευή των μεταλλικών κατασκευών χρειάζεται εξειδικευμένες γνώσεις από τους μηχανικούς για τις μελέτες καθώς και από τις εταιρείες ανέγερσης των κατασκευών για το σωστό αποτέλεσμα.
- Το κόστος των μεταλλικών κατασκευών επηρεάζεται άμεσα από την τιμή του χάλυβα στην διεθνή αγορά.
- Ένα κύριο πρόβλημα είναι η μεγάλη θερμική αγωγιμότητα που έχει ο χάλυβας. Η ιδιότητα αυτή είναι αρνητική στις κατασκευές. Η θερμότητα αλλάζει την συμπεριφορά, την αντοχή του χάλυβα, μειώνοντας την απόδοσή του και καθιστώντας τις κατασκευές αδύναμες με κίνδυνο να καταρρεύσουν σε περίπτωση πυρκαγιάς.
- Ένα άλλο κύριο πρόβλημα είναι η διάβρωση. Όταν η επιφάνεια του χάλυβα είναι σε άμεση επαφή με το περιβάλλον, τότε αντιδρά με το οξυγόνο και τους διάφορους ρύπους, αποδυναμώνοντας σταδιακά το μέταλλο.

1.5 ΑΝΕΓΕΡΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

1.5.1 Γενικά για τους κανονισμούς

Για την ανέγερση κατασκευών υπάρχουν πολλοί παράγοντες που πρέπει να εξεταστούν προσεχτικά, κάποιοι είναι οι παρακάτω:

- Η τοποθεσία και η μορφολογία του εδάφους στην οποία θα γίνει η ανέγερση. Αν είναι σε κατοικήσιμη περιοχή ή σε ανοιχτή περιοχή όπου θα γίνει και εξέταση στην έκθεση της κατασκευής στις καιρικές συνθήκες. Αν το έδαφος είναι κατάλληλο για συγκεκριμένες κατασκευές και πόσο εύκολη θα είναι η διαδικασία ανέγερσης. Αν το έδαφος είναι εκμεταλλεύσιμο γεωργικά και οπότε δεν θα πρέπει να γίνει αλλοίωσή του.

- Το περιβάλλον. Η χλωρίδα και η πανίδα της περιοχής, αν και πόσο επηρεάζεται με την οικοδόμηση, επίσης η πιθανότητα μόλυνσης από τα υλικά που χρησιμοποιούνται.
- Το κλίμα της περιοχής είναι πολύ σημαντικός παράγοντας. Βροχοπτώσεις, χιόνι, υγρασία, ταχύτητα αέρα. Οι καιρικές συνθήκες επηρεάζουν τα φορτία που δέχεται η κατασκευή καθώς και τον χρόνο συντήρησης και ζωής της.
- Ο σκοπός χρήσης της κατασκευής. Αν επρόκειτο για αποθηκευτικό χώρο, για ιατρικό ή για μεταφορές όπως οι γέφυρες. Ανάλογα με την χρήση απαιτεί διαφορετικά στάνταρ, διαφορετικά μέτρα ασφαλείας.
- Τα φορτία που θα δέχεται η κατασκευή. Το ίδιο της το βάρος, στατικά φορτία, κινούμενα φορτία, χιόνι, αέρας.
- Ο χρόνος ζωής της κατασκευής. Ανάλογα με αυτόν θα εξεταστούν τα υλικά προς χρήση, η μελέτη, το σχέδιο, ο χρόνος συντήρησης.

Όλοι οι παράγοντες θέτονται και εξετάζονται από τα πρότυπα και τους κανονισμούς που έχουν θεσπιστεί από τους αρμόδιους οργανισμούς και την κυβερνητική αρχή. Ο σκοπός των προτύπων κατασκευής είναι να παρέχουν τις ελάχιστες προδιαγραφές για να προστατεύσουν την δημόσια υγεία, την ασφάλεια και την γενική ευημερία που σχετίζονται με την κατασκευή. Καθώς και την δομική ακεραιότητα, την πρόληψη και τον έλεγχο πυρκαγιάς και την διαχείριση ενέργειας.

Η ανέγερση διάφορων κατασκευών από την αρχαιότητα μέχρι την βιομηχανική επανάσταση γινόταν από διάφορους τεχνίτες, όπως ξυλουργοί και τεχνίτες πέτρας, χωρίς να έχει καταγραφεί κανένας υπολογισμός αντοχής των δομικών στοιχείων ή του δομικού υλικού. Η κατασκευή στηριζόταν αποκλειστικά από την εμπειρία του τεχνίτη, τι είχε δουλέψει μέχρι τότε. Και η γνώση συνήθως ήταν κλειστή μέσα από τις συντεχνίες και σπανίως εξελισσόταν. Μετά τη βιομηχανική επανάσταση και την επαναπροσδιόριση του σκυροδέματος έχουμε την εμφάνιση του επαγγέλματος του πολιτικού μηχανικού. Ωστόσο οι φυσικές επιστήμες σχετικά με τις δομικές κατασκευές έγιναν καλύτερα αντιληπτές κατά την περίοδο της Αναγέννησης και από τότε αναπτύσσονται. Στην εξέλιξη συνέλαβαν πολλοί παράγοντες, κάποιοι από τους οποίους αναφέρθηκαν στην εισαγωγή, Galileo, Hook, Newton, Bernoulli και άλλοι. Χάρη στην συμβολή τους έγιναν κατανοητές έννοιες απαραίτητες στην μηχανολογία, όπως η έννοια της βαρύτητας σαν δύναμη, της ελαστικότητας των υλικών και την συμπεριφορά τους υπό φορτίο.

Δεν υπήρχε τυποποίηση και έλεγχος για τα υλικά και την διαδικασία ανέγερσης κατασκευών, συνεπώς οι κατασκευές ήταν επιρρεπής στην καταστροφή από φωτιές, σεισμούς, αστοχίας υλικού και άλλα. Η μεγάλη πυρκαγιά που προκλήθηκε στο Λονδίνο το 1666, η οποία κατέστρεψε το ιστορικό κέντρο του και άφησε άστεγους σχεδόν όλους τους κατοίκους, στάθηκε αφορμή για την δημιουργία του πρώτου κανονισμού για την ανοικοδόμηση κτηρίων στο Λονδίνο. Στον νόμο συμπεριλαμβανόταν τα κτήρια να έχουν κάποια αντοχή στην φωτιά καθώς και να φαρδύνουν οι δρόμοι για την ευκολότερη πρόσβαση από τα οχήματα. Το πρώτο εθνικό συστηματικό πρότυπο για την ανέγερση κατασκευών επίσης πήρε μορφή και εφαρμογή στο Λονδίνο το 1844. Οι κατασκευαστές όφειλαν να ενημερώσουν τους επιθεωρητές της περιοχής δύο ημέρες πριν την έναρξη των εργασιών, υπήρχαν κανονισμοί για το επιτρεπτό πάχος των τοιχωμάτων, το ύψος των δωματίων. Τα υλικά που μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν, ο διαχωρισμός των υπαρχόντων κτηρίων, το μέρος και η σχεδίαση των καπνοδόχων, των τζακιών και των αποχετεύσεων ήταν καθορισμένος. Αυτά ήταν κάποιες από τις διατάξεις του κανονισμού.

1.5.2 Πρότυπα

Το κάθε κράτος είχε αναπτύξει δικά του πρότυπα και κανόνες για την διαδικασία ανέγερσης και ελέγχου των κατασκευών. Με την διεθνοποίηση των αγορών όμως, υπήρχαν διαφορές στα πρότυπα της κάθε χώρας. Η εισαγωγή υλικών και προϊόντων από το εξωτερικό ήταν λίγο δύσκολη λόγω των διαφορών. Με αποτέλεσμα καθυστέρηση και αύξηση του προϋπολογισμού στα έργα επειδή θα έπρεπε η προμηθεύτρια εταιρία να φτιάξει υλικά με διαφορετικά πρότυπα από αυτά τα οποία χρησιμοποιεί. Η συνεργασία λοιπόν ανάμεσα σε διαφορετικές χώρες για ένα κοινό έργο ήταν μια διαδικασία όχι και τόσο εύκολη.

Αυτό το σοβαρό πρόβλημα στην ανάπτυξη γενικά και στην βιομηχανία, θα λυθεί με την συνεργασία διάφορων χωρών, βιομηχανιών και επαγγελματιών για κοινά πρότυπα και κανόνες σε όλους τους τομείς της βιομηχανίας και όχι μόνο. Πλέον υπάρχουν πάρα πολλές οργανώσεις σε διάφορους τομείς, για διάφορα θέματα. Κάποιες από τις οργανώσεις είναι:

- Διεθνής Οργανισμός Τυποποίησης (ISO). Λονδίνο, Οκτώβριος του 1946, στην συνεδρίαση που παραβρέθηκαν 65 αντιπρόσωποι από 25 χώρες, συζητήθηκε η διευκόλυνση του διεθνή συντονισμού και η ενοποίηση των βιομηχανικών προτύπων. Παράγει τα παγκόσμια βιομηχανικά και εμπορικά πρότυπα και το πεδίο έκτασης του είναι πολύ ευρύ, από την ικανοποίηση του πελάτη μέχρι την ασφάλεια στα εργοτάξια.
- Κοινός Ευρωπαϊκός Οργανισμός Τυποποίησης (CEN / CENELEC). Ιδρύθηκε το 1961 και αποτελείται από τους εθνικούς οργανισμούς τυποποίησης πολλών χωρών της Ευρώπης.
- Ευρωκώδικες (EN). Το 1975 η Επιτροπή της Ευρωπαϊκής Κοινότητας έκανε ένα μεγάλο βήμα, με σκοπό να εξαλείψει τεχνικά εμπόδια του εμπορίου στον τομέα των κατασκευών. Το 1989 έγινε δυνατή η χρήση τους εν μέρει. Αλλά τελικά το 1997 ύστερα από τροποποιήσεις, θεσπίστηκαν σαν πρότυπα. Εφαρμόζονται στην Ευρωπαϊκή Ένωση και αφορούν στον σχεδιασμό των κατασκευών. Προσφέρουν ένα σύνολο μεθόδων για τον υπολογισμό της μηχανικής αντοχής των κατασκευών και των στοιχείων που τα αποτελούν.
- Βρετανικός Οργανισμός Τυποποίησης (BSI). Είναι ο πρώτος Οργανισμός Τυποποίησης παγκοσμίως καθώς ιδρύθηκε το 1901 και εκπροσωπεί τις απόψεις της βιομηχανίας στο Ηνωμένο Βασίλειο. Σκοπός του είναι η παραγωγή προτύπων και παροχή υπηρεσιών σχετικά με αυτά.
- Γερμανικός Οργανισμός Τυποποίησης (DIN). Ιδρύθηκε το 1917 και μολονότι στην Γερμανία υπάρχουν 250 Οργανισμοί για πρότυπα αναγνωρίζεται σαν ο εθνικός φορέας τυποποίησης. Ασχολείται με την δημιουργία και την διανομή των προτύπων.
- Αμερικάνικος Οργανισμός Τυποποίησης (ANSI). Ιδρύθηκε το 1918 από τεχνικές εταιρίες και κρατικές διευθύνσεις. Σκοπός του είναι η ενίσχυση της ανταγωνιστικότητας των αμερικανικών επιχειρήσεων σε παγκόσμια κλίμακα.
- Γαλλικός Οργανισμός Τυποποίησης (AFNOR). Ιδρύθηκε το 1926 και ο σκοπός του είναι η δημιουργία και η έγκριση προτύπων.
- Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης (ΕΛΟΤ). Ιδρύθηκε το 1976 με τον νόμο 372/1976. Διαθέτει πρότυπα και προδιαγραφές για προϊόντα, για δραστηριότητες που έχουν να κάνουν με υλικά, εξοπλισμό υπηρεσίες και άλλα. Κύριος σκοπός του είναι η δημιουργία και διανομή των προτύπων

τυποποίησης, η πιστοποίηση προϊόντων, συστημάτων και επιχειρήσεων καθώς επίσης η εξέταση και ο έλεγχος ασφαλείας των προϊόντων.

1.5.3 Ευρωκώδικας 3: Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα

Προκειμένου να γίνει θέσπιση κοινών κανόνων, προτύπων και προδιαγραφών για τον σχεδιασμό και την μελέτη των κατασκευών στην Ευρώπη, η Ευρωπαϊκή Επιτροπή Τυποποίησης ανέπτυξε, και συνεχίζει την εξέλιξη, μιας σειράς από δέκα Ευρωπαϊκά Πρότυπα (EN), τους Ευρωκώδικες. Έτσι η συνεργασία ανάμεσα στις χώρες, τις εταιρείες και τις οργανώσεις της Ευρώπης είναι εύκολη, υπάρχει κοινός κώδικας επικοινωνίας για τις κατασκευές.

Οι Ευρωκώδικες χωρίζονται σε κατηγορίες και καλύπτουν όλο το φάσμα του σχεδιασμού κατασκευών. Με τον σχεδιασμό μεταλλικών κατασκευών από χάλυβα ασχολείται ο Ευρωκώδικας 3 (EN 1993), με την μέθοδο της οριακής κατάστασης σχεδιασμού. Με την μέθοδο αυτήν, η κατασκευή μπορεί να αντεπεξέλθει σε όλα τα φορτία που μπορεί να εμφανιστούν κατά την διάρκεια της ζωής σχεδιασμού της και να παραμένει ικανή για χρήση, με ένα κατάλληλο επίπεδο αξιοπιστίας για κάθε οριακή κατάσταση. Ο EN 1993 εγκρίθηκε από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή Τυποποίησης το 2004. Με τα 20 έγγραφα που αποτελείται, ασχολείται με τις διάφορες πτυχές του σχεδιασμού μεταλλικών κατασκευών. Συνεργάζεται με τις αρχές και τις απαιτήσεις για την ασφάλεια και την λειτουργικότητα των κατασκευών, τη βάση σχεδιασμού και ελέγχου που δίνονται από τον EN1990 Βάσεις σχεδιασμού κατασκευών. Ο EN 1993 χρησιμοποιείται με:

- EN 1990, Βάσεις σχεδιασμού κατασκευών
- EN 1991, Δράσεις στις κατασκευές
- EN 1090, Εκτέλεση μεταλλικών κατασκευών – Τεχνικές προδιαγραφές.

Τα μέρη του EN 1993 είναι:

- EN 1993-1-1: Γενικοί κανόνες και κανόνες για τα κτήρια. Εδώ περιλαμβάνονται γενικοί κανόνες σχεδιασμού για μεταλλικές κατασκευές με πάχος υλικού $t > 3$ mm και συμπληρωματικές προδιαγραφές για την σχεδίαση κτηρίων από χάλυβα. Με τα περιεχόμενα να περιλαμβάνουν:
 - Γενικά
 - Βασικές αρχές σχεδιασμού
 - Υλικά
 - Ανθεκτικότητα
 - Στατική ανάλυση
 - Οριακές καταστάσεις αστοχίας
 - Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας
- EN 1993-1-2: Γενικοί κανόνες – Σχεδιασμός φορέων σε πυρκαγιά. Αυτό το μέρος ασχολείται με τον σχεδιασμό μεταλλικών κατασκευών για τυχαία κατάσταση έκθεσης σε φωτιά. Πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με το EN 1993-1-1 και EN 1991-1-2. Προσδιορίζει μόνο διαφορές από ή συμπληρώματα, στη κανονική θερμοκρασία σχεδιασμού και επίσης ελέγχει μόνο την παθητική πυροπροστασία.
- EN 1993-1-3: Γενικοί κανόνες – Συμπληρωματικοί κανόνες για μέλη και φύλλα ψυχρής έλασης. Εφαρμόζεται σε χαλύβδινα προϊόντα ψυχρής έλασης προερχόμενα από επιχρισμένα ή μη, μικρού πάχους θερμής ή ψυχρής έλασης ταινίες.

- EN 1993-1-4: Γενικοί κανόνες – Συμπληρωματικοί κανόνες για ανοξειδωτους χάλυβες. Ασχολείται με τις πρόσθετες απαιτήσεις που χρειάζονται για τον σχεδιασμό μεταλλικών κατασκευών από ανοξειδωτο χάλυβα και χρησιμοποιείται μαζί με το EN 1993-1-1 και EN 1993-1-3.
- EN 1993-1-5: Δομικά στοιχεία από επίπεδα ελάσματα. Παρουσιάζει σχεδιαστικές απαιτήσεις για ενισχυμένα ή μη ενισχυμένα ελάσματα στις κατασκευές.
- EN 1993-1-6: Αντοχή και σταθερότητα κελυφωτών κατασκευών. Δίνει τις προδιαγραφές σχεδιασμού κελυφωτών μεταλλικών κατασκευών για αντοχή και σταθερότητα.
- EN 1993-1-7: Γενικοί κανόνες – Συμπληρωματικοί κανόνες για κατασκευές από επίπεδα ελάσματα υπό εγκάρσια φόρτιση. Χρησιμοποιείται σε συνεργασία με το EN 1993-1-1.
- EN 1993-1-8: Σχεδιασμός κόμβων. Δίνονται λεπτομερής κανόνες σχεδιασμού κόμβων που υπόκεινται σε στατική φόρτιση
- EN 1993-1-9: Κόπωση. Δίνει μεθόδους για την εκτίμηση σε κόπωση των μελών, συνδέσεων και κόμβων που υποβάλλονται σε φορτία κόπωσης.
- EN 1993-1-10: Ανθεκτικότητα υλικού και ιδιότητες κατά την έννοια του πάχους. Παρέχει τις κατευθυντήριες γραμμές για την επιλογή χάλυβα για αντοχή σε θραύση και τις ιδιότητες κατά την έννοια του πάχους συγκολλημένων στοιχείων, όπου υπάρχει σημαντικός κίνδυνος πλακοειδούς απόσχισης κατά την διαδικασία παρασκευής.
- EN 1993-1-11: Σχεδιασμός κατασκευών με εφελκυσόμενα στοιχεία. Παραθέτει κανόνες σχεδιασμού για κατασκευές με εφελκυσόμενα στοιχεία από χάλυβα, τα οποία λόγω των συνδέσεών τους είναι ρυθμιζόμενα και μπορούν να αντικατασταθούν.
- EN 1993-1-12: Χάλυβες υψηλής αντοχής. Δίνει κανόνες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε συνδυασμό με όλα τα άλλα μέρη του EN 1993, για να επιτρέψει, οι μεταλλικές κατασκευές να σχεδιάζονται με μεγαλύτερου βαθμού χάλυβες από S460 μέχρι και S700.
- EN 1993-2: Μεταλλικές γέφυρες. Παρουσιάζει μια γενική βάση για τον δομικό σχεδιασμό μεταλλικών γεφυρών και των μεταλλικών μερών των σύνθετων γεφυρών.
- EN 1993-3-1: Πύργοι, κεραιές και καπνοδόχοι – Πύργοι και κεραιές.
- EN 1993-3-2: Πύργοι, κεραιές και καπνοδόχοι – Καπνοδόχοι.
- EN 1993-4-1: Σιλό.
- EN 1993-4-2: Δεξαμενές.
- EN 1993-4-3: Αγωγοί.
- EN 1993-5: Πάσσαλοι.
- EN 1993-6: Κατασκευές στήριξης γερανογεφυρών.

2. ΓΕΦΥΡΑ

2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ

2.1.1 Από την αρχαιότητα μέχρι την Αναγέννηση

Ο σκοπός της κατασκευής μιας γέφυρας είναι η διευκόλυνση της μετακίνησης, της μεταφοράς και της σύνδεσης των διαχωρισμένων από κάποιο φυσικό συνήθως εμπόδιο, σημείων. Με αυτό το σπουδαίο κατασκεύασμα ο άνθρωπος κατάφερε να επικοινωνήσει, να ανταλλάξει αγαθά με άλλους λαούς αναπτύσσοντας το εμπόριο καθώς και να κάνει τις μετακινήσεις του πιο γρήγορες και ασφαλείς. Πιθανότατα η πρώτη γέφυρα να φτιάχτηκε από την φύση, σαν τυχαίο γεγονός από την πτώση λίθων στην κοίτη ποταμού. Οι ανθρώπινες κατασκευές στηριζόντουσαν στα παραδείγματα της φύσης ως προς τα σχέδια και τα υλικά. Χρησιμοποιώντας την πέτρα, το ξύλο, τα σχοινιά. Τοποθετώντας απλά πέτρες πάνω από μικρά ποτάμια, μια διαδικασία η οποία για να χρησιμοποιηθεί σε μεγαλύτερα ανοίγματα, ήθελε την επεξεργασία της πέτρας, πράγμα δύσκολο. Ύστερα χρησιμοποιώντας κορμούς, κατάφεραν να γεφυρώσουν μεγαλύτερα ανοίγματα και με την χρήση περισσότερων ξύλων μεταξύ τους, η κατασκευή γινόταν πιο σταθερή. Αυτές οι μέθοδοι όμως περιορίζονται στο μέγεθος των λίθων και των κορμών αντίστοιχα και η χρήση τους παρέμεινε σε μικρά ανοίγματα. Με την περαιτέρω χρήση του σχοινοῦ, δημιουργήθηκαν γέφυρες με μεγαλύτερα ανοίγματα και κρεμαστές γέφυρες. Με την εξέλιξη του ανθρώπου, την χρήση νέων εργαλείων επιτεύχθηκε η επεξεργασία της πέτρας. Τότε ξεκινά η κατασκευή γεφυρών με μεγάλα ανοίγματα.

Οι ρωμαίοι ήταν πάρα πολύ καλοί στην κατασκευή γεφυρών, κατά την εποχή τους φτιάχτηκαν πολλές γέφυρες, οδοί και υδραγωγεία. Ο σημαντικότερος παράγοντας σε αυτήν την εξέλιξη ήταν η ανακάλυψη του φυσικού τσιμέντου, πουζολάνης, κάνοντας τις κατασκευές τους ανθεκτικότερες. Με την χρήση του τσιμέντου κατάφεραν να φτιάξουν πολλά ωραία έργα που στέκονται και σήμερα. Με την πάροδο των αιώνων η πρόοδος συνεχίστηκε στην γεφυροποιία, με μεγάλες και καλές κατασκευές. Η ποικιλία των υλικών όμως ήταν περιορισμένη στα είδη υπάρχοντα και στην ανάπτυξή τους. Έτσι οι γέφυρες κατά τον μεσαίωνα και την αναγέννηση ήταν στο ίδιο πλαίσιο, πέτρα, τσιμέντο, ξύλο. Μερικοί τύποι γεφυρών που διακρίθηκαν είναι οι γέφυρες με δοκούς, Εικ. 2.1, οι κρεμαστές γέφυρες, Εικ. 2.2 και οι τοξωτές γέφυρες, Εικ. 2.3.



Εικόνα 2.1: Anping Bridge στην Κίνα το 1151.



Εικόνα 2.2: Copper Canyon, Μεξικό.



Εικόνα 2.3: Pont du Gard, Γαλλία χτίστηκε τον 1^ο αιώνα μ.Χ..

2.1.2 Γέφυρες του 19^{ου} αιώνα

Η ροή της ιστορίας άλλαξε με την βιομηχανική επανάσταση τον 19^ο αιώνα. Η επεξεργασία και η χρήση του σιδήρου και η παράλληλη εξέλιξη της μεταλλουργίας που έφερε τον δομικό χάλυβα, έθεσε νέες βάσεις για τις κατασκευές, δίνοντας την δυνατότητα να ξεπεραστούν περιορισμοί λόγω των προηγούμενων υλικών. Η επέκταση του σιδηροδρόμου συνέβαλλε σε μεγάλο βαθμό στην ανάπτυξη της γεφυροποιίας. Αναμφίβολα αυτοί οι δύο κλάδοι αναπτύχθηκαν μαζί, δίνοντας πολλές γέφυρες σε απόκρημνα βράχια, πάνω από ποταμούς και θάλασσες, σε αδιάβατα μέρη, για την κυκλοφορία των τραίνων, Εικ. 2.4.



Εικόνα 2.4: Kuranda Scenic Railway, Αυστραλία, κατασκευάστηκε το 1891.

Σημαντικές γέφυρες του 19^{ου} αιώνα:

Iron bridge, Coalbrookdale Ηνωμένο Βασίλειο, Εικ. 2.5. Προκειμένου να διασχίσει κανείς τον ποταμό Severn έπρεπε να χρησιμοποιήσει βάρκα, αυτό για τις βιομηχανίες της περιοχής ήταν χάσιμο χρόνου, ένα εμπόδιο. Αποφασίστηκε έτσι η κατασκευή μιας γέφυρας. Φτιάχτηκε τότε το 1779, η πρώτη μεταλλική γέφυρα με υλικό από χυτοσίδηρο από τους Pritchard και Abraham Darby III, με άνοιγμα 30.6 m. Ήταν ένα πρωτοπόρο σχέδιο για την εποχή της, έδειχνε την εξέλιξη της βιομηχανικής επανάστασης. Η τοξωτή αυτή γέφυρα έδειξε τις δυνατότητές της, καθώς 16 χρόνια αργότερα η περιοχή επλήγη από πλημμύρες. Και επειδή η Iron bridge δεν είχε ογκώδεις επιφάνειες όπως οι ολόσωμες γέφυρες της περιοχής, τα νερά έρρεαν με ελάχιστη αντίσταση χωρίς να προκαλέσουν ζημιές. Οι υπόλοιπες γέφυρες καταστράφηκαν.



Εικόνα 2.5: Iron bridge 1779, Coalbrookdale Ηνωμένο Βασίλειο.

Η γέφυρα του Μπρούκλιν, Νέα Υόρκη ΗΠΑ, Εικ. 2.6. Σχεδιάστηκε το 1869 από τον John Augustus Roebling, δυστυχώς όμως δεν κατάφερε να την δει ολοκληρωμένη. Ύστερα από ατύχημα έχασε την ζωή του και το έργο συνέχισε ο γιός του, Washington Roebling. Αυτός ύστερα από ένα τραυματισμό έμεινε ανίκανος να παρακολουθήσει το έργο από κοντά. Το έργο το ανέλαβε η γυναίκα του σε συνεργασία με το ίδιο. Τελικά το έργο ολοκληρώθηκε το 1883, με άνοιγμα 486.3 m ήταν η μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα στον κόσμο.



Εικόνα 2.6: Brooklyn bridge 1883, Νέα Υόρκη ΗΠΑ.

Οδογέφυρα Garabit, Ruynes Margeride Γαλλία, Εικ. 2.7. Κατασκευάστηκε το 1884 από τον Gustave Eiffel, σε ύψος 124 m πάνω από τον ποταμό Τρυγερε, καθιστώντας την ψηλότερη στον κόσμο. Το άνοιγμά του τόξου της είναι 162 m και το συνολικό μήκος της 565 m.



Εικόνα 2.7: Οδογέφυρα Garabit 1884, Ruynes Margeride Γαλλία.

Γέφυρα του Forth, Firth to Forth Σκωτία, Εικ. 2.8. Ο σχεδιαστής της, Benjamin Baker, έφτιαξε την μεγαλύτερη γέφυρα της εποχής το 1890. Η γέφυρα έχει δύο ανοίγματα προβόλους, με το μεταξύ τους μήκος να είναι στα 513 m και το ύψος της να είναι στα 103 m.



Εικόνα 2.8: Γέφυρα του Forth 1890, Firth to Forth Σκωτία.

2.1.3 Από τον 20^ο αιώνα μέχρι σήμερα

Κατά τις αρχές του 20^ο αιώνα έχουμε την εμφάνιση του οπλισμένου σκυροδέματος και την ανάπτυξη των αυτοκινήτων. Αυτοί οι δύο παράγοντες συνέχισαν την ανέγερση μεγαλύτερων γεφυρών. Πλέον με τον συνδυασμό χάλυβα και οπλισμένου σκυροδέματος, τα όρια του ανοίγματος των γεφυρών μεγάλωσαν ακόμα περισσότερο ξεπερνώντας το χιλιόμετρο. Στη γεφυροποιία σήμερα χρησιμοποιείται κυρίως το οπλισμένο και προεντεταμένο σκυροδέμα, ο χάλυβας σαν οπλισμός στο σκυροδέμα, και γενικά αυτούσιο σαν καλώδια ανάρτησης, πρότυπες διατομές για μέρη που αποτελούν την γέφυρα. Καθώς και διάφορα άλλα βοηθητικά υλικά για την προστασία των βασικών πιο πάνω και για την καλύτερη σταθερότητα των κατασκευών, όπως σύνθετα υλικά για απόσβεση ταλαντώσεων. Με την συνεχή ανάπτυξη της τεχνολογίας και της επιστήμης, ο κλάδος της γεφυροποιίας έχει φτιάξει και συνεχίζει να φτιάχνει θαυμαστά έργα. Στη συνέχεια αναφέρονται κάποιες γέφυρες που κατασκευάστηκαν.

Γέφυρα Sydney Harbour, Σύδνεϋ Αυστραλία, Εικ. 2.9. Ένα από τα πιο γνωστά αξιοθέατα της Αυστραλίας σχεδιάστηκε από τον Sir Ralph Freeman και οι εργασίες διήρκησαν από το 1924 έως το 1932. Το μεγαλύτερο ύψος της φτάνει τα 134 m, το τόξο έχει άνοιγμα 504 m. Το πλάτος της είναι 48.8 m, κατατάσσοντάς την ως η πιο φαρδιά μεγάλου ανοίγματος γέφυρα στο κόσμο μέχρι το 2012.



Εικόνα 2.9: Γέφυρα Sydney Harbour 1932, Σύδνεϋ Αυστραλία.

Γέφυρα Golden Gate, Σαν Φρανσίσκο, Εικ. 2.10. Από τα πιο γνωστά σύμβολα διεθνώς του Σαν Φρανσίσκο, έχει ανακηρυχτεί από την ASCE (Αμερικάνικη Κοινότητα Πολιτικών Μηχανικών) ως ένα από τα θαύματα του σύγχρονου κόσμου. Σχεδιασμένη από τον Joseph Strauss, η κατασκευή της τέλειωσε το 1937 και μέχρι το 1964 ήταν η μακρύτερη κρεμαστή γέφυρα στον κόσμο, με άνοιγμα 1300 m.



Εικόνα 2.10: Γέφυρα Golden Gate 1937, Σαν Φρανσίσκο.

Γέφυρα Akashi Kaikyo, Ιαπωνία, Εικ. 2.11. Η ιστορία αυτής της γέφυρας ξεκινάει από διάφορες τραγωδίες που συνέβησαν στα στενά Akashi με πλοία, η περιοχή παρουσιάζει συχνά μεγάλες καταιγίδες. Ύστερα από ένα σοβαρό δυστύχημα η κυβέρνηση αναγκάστηκε να φτιάξει μια κρεμαστή γέφυρα. Η κατασκευή της ξεκίνησε το 1988 και τελείωσε το 1998. Η γέφυρα έχει τρία ανοίγματα, τα δύο πλαϊνά φτάνουν τα 960 m και το κεντρικό τμήμα έχει άνοιγμα 1991 m, ανεβάζοντας την στη μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα όταν κατασκευάστηκε. Με το ύψος των πύργων της να φτάνουν τα 298 m, είναι και μία από τις υψηλότερες γέφυρες στο κόσμο.



Εικόνα 2.11: Γέφυρα Akashi Kaikyo 1998, Ιαπωνία.

Γέφυρα Ρίου-Αντιρρίου ή Γέφυρα Χαρίλαος Τρικούπης, Ελλάδα, Εικ. 2.12. Η καλωδιωτή γέφυρα ενώνει το Ρίο με το Αντίρριο, στηρίζεται σε 4 πυλώνες και το συνολικό μήκος της φτάνει τα 2252 m. Είναι η δεύτερη μεγαλύτερη καλωδιωτή γέφυρα στον κόσμο. Μέσα στα άλλα, έχει μελετηθεί να αντέχει σεισμούς μεγαλύτερους από 7.4 της κλίμακας ρίχτερ, ανέμους που πνέουν με ταχύτητες 265 km/h και σύγκρουση με τάνκερ εκτοπίσματος 180000 τόνων. Σχέδια για την κατασκευή της είχαν γίνει από τα μέσα της δεκαετίας του 90'. Εντούτοις η προετοιμασία ξεκίνησε το 1998 με την ανέγερση των πυλώνων να ξεκινά το 2000. Η κατασκευή εγκαινιάστηκε μια βδομάδα πριν την έναρξη των Θερινών Ολυμπιακών Αγώνων του 2004 στην Αθήνα.



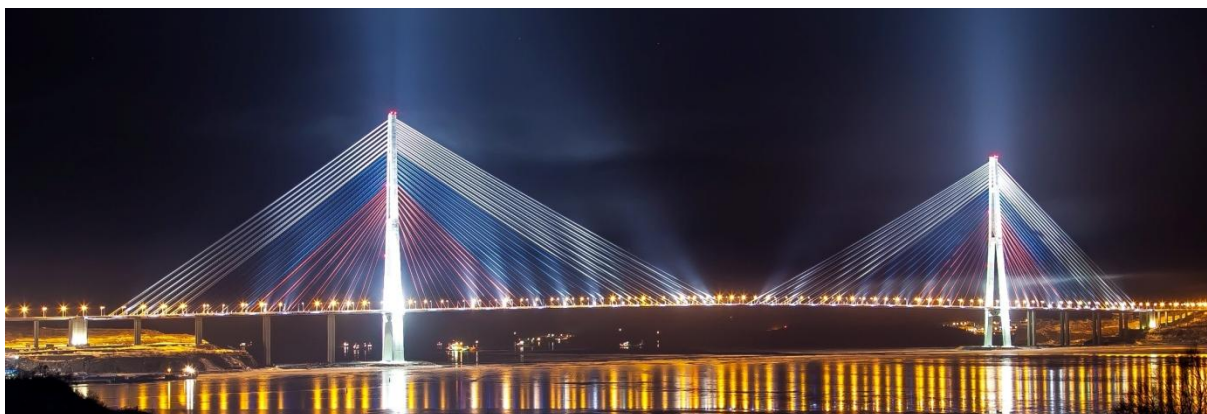
Εικόνα 2.12: Γέφυρα Ρίου-Αντιρρίου 2004, Ελλάδα.

Γέφυρα Millau, Γαλλία, Εικ. 2.13. Σχεδιάστηκε από τους Michel Virlogeux και Norman Foster και είναι η ψηλότερη γέφυρα στον κόσμο, το ύψος του ψηλότερου πυλώνα της φτάνει στα 343 m από την βάση της γέφυρας. Ενώ το ύψος του καταστρώματος είναι στα 270 m, κατατάσσοντάς την στην 12^η θέση για το ψηλότερο κατάστρωμα. Η γέφυρα άνοιξε το 2004 και θεωρείται συχνά σαν ένα από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα της μηχανικής όλων των εποχών.



Εικόνα 2.13: Γέφυρα Millau 2004, Γαλλία.

Γέφυρα Russky, Ρωσία, Εικ. 2.14. Αυτή η καλωδιωτή γέφυρα εγκαινιάστηκε το 2012 και έχει το μεγαλύτερο κεντρικό άνοιγμα στον κόσμο, με μήκος 1104 m. Και με ύψος πυλώνων στα 320.9 m, είναι η δεύτερη, μετά την γέφυρα Millau στην Γαλλία, ψηλότερη στον κόσμο.



Εικόνα 2.14: Γέφυρα Russky 2012, Ρωσία.

2.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΧΑΛΥΒΑ

Σήμερα υπάρχουν περισσότερα από 3500 διαφορετικά είδη χάλυβα με πολύ διαφορετικές φυσικές, χημικές και περιβαλλοντικές ιδιότητες. Περίπου τα τρία τέταρτα των ειδών χάλυβα δημιουργήθηκαν μόλις τα τελευταία είκοσι χρόνια. Οι σύγχρονοι χάλυβες είναι πολύ πιο ανθεκτικοί σε σύγκριση με παλιότερες ποιότητες χάλυβα. Αν χιζόταν σήμερα ο Πύργος του Άιφελ στο Παρίσι, θα χρειαζόταν το ένα τρίτο της ποσότητας χάλυβα. Ο χάλυβας διακρίνεται σε διάφορες κατηγορίες (Grades), ανάλογα με την χημική σύσταση, την περαιτέρω κατεργασία, την κρυσταλλική δομή ή και την τελική του χρήση.

- Ως προς την χημική τους σύσταση, ταξινομούνται ως εξής: Κοινοί ή ανθρακούχοι χάλυβες (carbon steels). Περιέχουν άνθρακα (έως και 2.06 %), μικρό ποσοστό μαγγανίου (έως 1.65 %), πυριτίου (έως 0.6 %) και χαλκού (έως 0.6 %). Χρησιμοποιούνται πολύ και συγκολλούνται εύκολα.
- Με βάση τον περιεχόμενο άνθρακα, οι κοινοί χάλυβες διακρίνονται στις υποκατηγορίες:
 - Χάλυβας χαμηλού άνθρακα ή μαλακός χάλυβας (mild steel $C < 0.30\%$)
 - Χάλυβας μέτριου άνθρακα (medium carbon steel $0.30\% < C < 0.60\%$)
 - Χάλυβας υψηλού άνθρακα (high carbon steel $0.60\% < C < 1.00\%$)
 - Χάλυβας πολύ υψηλού άνθρακα (ultra-high carbon steel $1.00\% < C < 2.06\%$).
- Κραματωμένοι χάλυβες (alloy steels), δηλαδή κράματα χάλυβα με άλλα μέταλλα σε σημαντική περιεκτικότητα. Τα κράματα χάλυβα, όπως ελαφρά κραματωμένος χάλυβας ή χάλυβας χαμηλής κραμάτωσης, περιέχουν συνήθως χρώμιο, μολυβδαίνιο, βανάδιο, νικέλιο κ.τ.λ. σε συνολικό ποσοστό που δεν ξεπερνά το 10 % κ.β., όπως π.χ. οι εργαλειοχάλυβες ($0.7\% < C < 1.4\%$, $Mn < 0.3\%$).
- Ισχυρά κραματωμένοι χάλυβες ή χάλυβες υψηλής κραμάτωσης, όπως οι ανοξειδωτοί χάλυβες ($Cr > 10.5\%$), οι ταχυχάλυβες ($C \sim 0.7\%$, $Cr \sim 4.0\%$, $5.0\% < Mo < 10\%$, $1.5\% < W < 18.0\%$, $0\% < Co < 8.0\%$), και άλλα.
- Ανάλογα με την περαιτέρω κατεργασία τους, οι χάλυβες διακρίνονται σε:
 - Χάλυβες διαμόρφωσης, που υφίστανται περαιτέρω μηχανική κατεργασία (έλαση, διέλαση, και άλλα)
 - Χυτοχάλυβες, που παράγονται απευθείας με χύτευση υπό μορφή πλινθωμάτων (``χελωνών``) και επαναχυτεύονται για την κατασκευή διαφόρων εξαρτημάτων.
 - Τέλος, οι χάλυβες διακρίνονται ανάλογα με την κύρια κρυσταλλική τους φάση, σε φερριτικούς, περλιτικούς, μαρτενσιτικούς και άλλα.

Η ονοματολογία των χαλύβων γίνεται σύμφωνα με διάφορα συστήματα τυποποίησης όπως DIN, ASTM, ΕΛΟΤ κ.λπ. Συχνά υπάρχει αντιστοιχία ανάμεσα στο όνομα μιας κατηγορίας χάλυβα και την αντοχή της συγκεκριμένης κατηγορίας χάλυβα σε εφελκυσμό. Για παράδειγμα, το πρότυπο ΕΛΟΤ 1421-3 ορίζει ότι ο χάλυβας B500C πρέπει να έχει όριο διαρροής μεγαλύτερο από 500 MPa (500 N/mm^2).

Αν και στον σημερινό κόσμο υπάρχουν ιδιαίτερα προηγμένα υλικά, όπως οι μικρο-ίνες άνθρακα και ενισχυμένα με ανθρακονήματα πλαστικά, μόνο ο χάλυβας μπορεί να θεωρηθεί ως βασιλιάς των βιομηχανικών υλικών. Στην πραγματικότητα, τα όπλα σιδήρου αποδείχθηκαν εκπληκτικά αποτελεσματικά στους πολέμους των

Χετταίων με τους Αιγυπτίους. Ο σίδηρος ήταν ένας από τα βιομηχανικά υλικά που πρωταγωνίστησαν στη Βιομηχανική Επανάσταση και από το σημείο αυτής της περιόδου και έπειτα, διάφορες αξιοπρόσεκτες γέφυρες ανά τον κόσμο εμφανίστηκαν. Ο χάλυβας και οι ιδιότητες της σημαντικής ολκιμότητας και δύναμής του, συνέβαλαν σημαντικά στην είσοδό μας στη εποχή των γεφυρών μεγάλων ανοιγμάτων.

Ο χάλυβας έχει συγχρόνως και πολλά μειονεκτήματα. Ο χάλυβας μπορεί να διαβρωθεί αρκετά εύκολα εάν δεν λειφθεί η απαραίτητη προσοχή. Είναι αρκετά βαρύς. Χρειάζεται να καταναλωθούν μεγάλα ποσά ενέργειας, πρώτων υλών και καυσίμων κατά τη παραγωγή του. Ως οικοδομικό υλικό υπολείπεται την ζεστασιά που προσφέρει το ξύλο. Τα περισσότερα από αυτά τα μειονεκτήματα έχουν βελτιωθεί επιτυχώς από τις καινοτόμες εφευρέσεις, όπως το ανοξειδωτο ατσάλι και τα υβριδικά υλικά.

Αξιοπεριεργό είναι ότι οι μεταλλικές κατασκευές θεωρούνται πολύ ελαφρύτερες από κατασκευές από σκυρόδεμα. Αυτό δεν μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητό και φαίνεται παράλογο δεδομένου ότι το ειδικό βάρος του χάλυβα είναι 78.5 KN/m^3 και αυτό του οπλισμένου σκυροδέματος είναι περίπου 25 KN/m^3 (24 KN/m^3 το άοπλο σκυρόδεμα).

Πώς οι μεταλλικές κατασκευές θεωρούνται πολύ ελαφρύτερες από τις κατασκευές από σκυρόδεμα, εάν αυτή η διαφορά του ειδικού βάρους ληφθεί υπόψη; Φυσικά, οι δομικοί μηχανικοί μπορούν να δώσουν μια καλή εξήγηση για αυτή τη φαινομενικά παράλογη δήλωση. Παρά το μεγαλύτερο ειδικό βάρος, ο χάλυβας μπορεί να φέρει τα ίδια και μεγαλύτερα φορτία με το σκυρόδεμα, χρησιμοποιώντας ελαφρύτερες διατομές, λόγω του ότι παρουσιάζει υψηλότερη ακαμψία, μεγαλύτερη αντοχή και την ευκολία διαμόρφωσης διασταυρούμενων στοιχείων.

Παραδείγματος χάριν, αυτές οι ελαφρότερες διατομές μπορεί να αξιοποιηθούν πλήρως στην κατασκευή αστικών οδογεφυρών στις μεγάλες πόλεις. Οι περισσότερες μεγάλες πόλεις, πλην μερικών εξαιρέσεων στηρίζονται σε μαλακά υποστρώματα γης. Δεν μπορούν να φέρουν μεγάλο βάρος, εκτός και αν ληφθούν αντίμετρα, επειδή υποβάλλεται σε διαδικασίες, όπως καθίζηση, ανακατατάξεις γαιών και της σταθεροποίησης. Για αυτό σε μεγάλες πόλεις όπως το Tokyo και η Osaka, οι οδογέφυρες οδών ταχείας κυκλοφορίας κατασκευάζονται από χάλυβα.

Με την εξέλιξη της τεχνολογίας υλικών χάλυβα, βελτιώνοντας την ολκιμότητα και την αντοχή του, έχουν χτιστεί ανά τον κόσμο γέφυρες μεγάλων ανοιγμάτων. Παραδείγματος χάριν, η γέφυρα Akashi Strait που ολοκληρώθηκε το 1998, το μέγιστο μήκος ανοίγματος έφθασε τα 1.991 μέτρα. Μια από τις βασικές καινοτομίες, ήταν η δύναμη των υψηλής αντοχής χαλύβδινων συρματόσχοινων. Έφτασε τα 1.900 MPa, Αντοχή πολύ υψηλότερη από τη μέση αντοχή των 400 MPa του χάλυβα άνθρακα. Χωρίς αυτήν την καινοτομία, η γέφυρα Akashi Strait θα έπρεπε να έχει χρησιμοποιήσει δίδυμα κύρια καλώδια, εν αντίθεση με το υπάρχον μονό καλώδιο [1].

2.3 ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΧΑΛΥΒΑ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΓΕΦΥΡΟΠΟΙΙΑ

Σχετικά με την εξέλιξη των μεταλλικών κατασκευών και ιδιαίτερα των γεφυρών, πολλά περιθώρια για βελτιώσεις θεωρείται ότι υπάρχουν. Καταρχήν, όσον αφορά την κατασκευή γεφυρών με τεράστια ανοίγματα, η παρούσα σχεδίαση με τη χρήση χάλυβα ως κατασκευαστικό υλικό, δεν μπορεί να εφαρμοστεί τόσο εύκολα. Ειδικά, όταν το μήκος του ανοίγματος υπερβαίνει τα 3.000 μέτρα, η τωρινές μέθοδοι χρήσης του χάλυβα καταστούν την κατασκευή εξαιρετικά δύσκολη. Υπερβάλλοντας λίγο,

μπορούμε να πούμε ότι οι γέφυρες μπορούν να φέρουν μόνο το ίδιο βάρος τους και ούτε εξωτερικά φορτία όπως τα κινητά φορτία από τα οχήματα, ούτε φυσικά φορτία όπως φορτία αέρα, χιόνος και σεισμού μπορούν ενδεχομένως να αντιμετωπιστούν. Πολλοί μηχανικοί έχουν προτείνει διάφορες καινοτόμες ιδέες, όπως η χρήση του ενισχυμένου με ανθρακονήματα πλαστικού προς αντικατάσταση του χάλυβα, υλικό με πολύ μικρότερο ειδικό βάρος, υψηλότερη αντοχή και μεγαλύτερη αντίσταση στη διάβρωση. Εντούτοις, συγκρινόμενο με τη μεγάλη ιστορία και εμπειρία στη χρήση σιδήρου και χάλυβα κατά τη διάρκεια σχεδόν 6.000 ετών, αυτό το υλικό υψηλής επίδοσης υπολείπεται σε αξιοπιστία, λόγω μόνο της πολύ μικρής ηλικίας και πρόσφατης χρήσης του.

Επιπλέον, καθώς το μέγεθος των κατασκευών γίνεται όλο και μεγαλύτερο, θα υπήρχαν πολλοί κίνδυνοι σχετικά με την αστάθεια από φορτία ανέμου, της συναρμογής και της μακροπρόθεσμης αντοχής του, ιδιαίτερα στη θάλασσα. Φυσικά μπορούν να εξεταστούν και άλλες δυνατότητες. Ίσως είναι υπερβολικά ματαιόδοξες οι απόπειρες να υπερνικήσουμε την βαρύτητα της γης. Αυτό που συμβαίνει παραδείγματος χάριν στην κατασκευή των βάθρων στη ζεύξη των Στενών του Γιβραλτάρ, όπου ο βυθός μπορεί να έχει βάθος μέχρι και 900 μέτρα. Ακόμα κι αν η ανωδομή μπορεί να σχεδιαστεί και να κατασκευαστεί με επιτυχία, χρησιμοποιώντας υλικά υψηλής επίδοσης όπως πλαστικά ενισχυμένα με ανθρακονήματα, πώς είναι εφικτή η κατασκευή βάθρων ύψους μεγαλύτερου του ενός χιλιομέτρου, λαμβάνοντας υπόψη και τον οικονομικό παράγοντα; Σε αυτήν τη περίπτωση, μια βιώσιμη ιδέα είναι αυτή της πλωτής γέφυρας. Συνήθως η θάλασσα θεωρείται εμπόδιο στην κατασκευή γεφυρών. Εντούτοις, στην περίπτωση των πλωτών κατασκευών, μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα ελαστικό ελατήριο που παρέχει τη δύναμη πλευστότητας.

Σε ένα κόσμο που ξεπερνάει την παλαιά νοοτροπία του “εκμεταλλεύομαι και αναλίσκω”, και καθώς αρχίζουμε να αντιλαμβανόμαστε την ανάγκη για ανάπτυξη, αλλά και τη διατήρηση των φυσικών πόρων για τις επόμενες γενιές, ένας μηχανικός πρέπει να λάβει υπόψη το κόστος μιας κατασκευής σε οικονομικό αλλά και περιβαλλοντικό επίπεδο. Και οι μεταλλικές γέφυρες είναι σημαντικά οικονομικότερες σε σχέση με τις ολόσωμες και από άποψη οικονομική αλλά και οικολογική.

Οι εξελίξεις στον χώρο της μεταλλουργίας, παρείχαν τα υλικά ανώτερης ποιότητας που επέτρεπαν στους γεφυροποιούς κάθε φορά να υπερβαίνουν τα πρότερα όρια που τους έθεταν τα ίδια τα υλικά και να επιτυγχάνουν συνεχώς όλο και μεγαλύτερα ανοίγματα στις μεταλλικές γέφυρες. Κάθε ένα από τα υλικά κυριάρχησε για κάποια περίοδο και γενικότερα, οι τελευταίοι τρεις αιώνες μπορούν χωριστούν σε χρονολογικές περιόδους με βάση τη χρήση των μεταλλευμάτων. Αν και πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι σαν μέθοδος δεν είναι ιδιαίτερα ακριβής, καθώς ποτέ ένα υλικό δεν αντικαταστάθηκε αμέσως, αλλά συχνότερα χρησιμοποιούνταν μαζί αναλόγως την κατασκευή. Ο χυτοσίδηρος κυριάρχησε από το 1780 έως το 1850, ο σφυρήλατος ή κατεργασμένος σίδηρος, από το 1850 έως το 1900 και ο χάλυβας από το 1880 έως και σήμερα [1].

2.4 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΓΕΦΥΡΩΝ

2.4.1 Κύρια μέρη μιας γέφυρας

Οι γέφυρες απαρτίζονται από κομμάτια, τα μέρη από τα οποία αποτελούνται και πρέπει να σχεδιαστούν. Τα κυριότερα που διακρίνονται είναι:

- Το κατάστρωμα. Αυτό φέρει την κυκλοφορία πεζών, αυτοκινήτων, τραίνων και άλλα, όλα τα κινητά φορτία, γενικά οτιδήποτε στηρίζεται σε αυτό.
- Ο φορέας. Το κατάστρωμα στηρίζεται στον φορέα, πολλές φορές κατάστρωμα και φορέας είναι το ίδιο πράγμα, συμπίπτουν. Ο φορέας λοιπόν μεταφέρει τα φορτία από το κατάστρωμα στα βάθρα στα οποία στηρίζεται.
- Τα βάθρα. Ο φορέας στηρίζεται στα βάθρα και μεταφέρει τις δυνάμεις που φέρει στα βάθρα. Αυτά φέρουν όλες τις δυνάμεις τις κατασκευής, την στηρίζουν. Μέσω των βάθρων τα φορτία μεταφέρονται στο έδαφος.

2.4.2 Κριτήρια σχεδιασμού

Η σύγχρονη αντιμετώπιση των προβλημάτων σχεδιασμού μιας γέφυρας είναι γενικά μια σύνθετη και αρκετά εξειδικευμένη εργασία. Τα κριτήρια σχεδιασμού είναι:

- Η ασφάλεια της κατασκευής σε συνηθισμένες αλλά και έκτακτες καταπονήσεις
- Η διατήρηση της αντοχής της στο χρόνο
- Η λειτουργικότητά της
- Η οικονομία
- Η εναρμόνιση της κατασκευής με το περιβάλλον.

Το πρώτο από τα παραπάνω κριτήρια είναι φυσικά κυρίαρχο. Η οικονομία συνήθως αντιστρατεύεται τα υπόλοιπα κριτήρια και ο σωστός σχεδιασμός πρέπει να εξισορροπεί το κριτήριο της οικονομίας με τα κριτήρια λειτουργικότητας και αισθητικής. Για να επιτευχθεί μια ασφαλής κατασκευή, πρέπει να είναι με επάρκεια γνωστές εκτός από τις ιδιότητες των υλικών, και οι επιπτώσεις της κατασκευής που προέρχονται από:

- Το ίδιο βάρος της κατασκευής
- Τα φορτία της κυκλοφορίας
- Τις θερμοκρασιακές κατασκευές
- Τους ανέμους, τα χιόνια, τους πάγους κ.τ.λ.
- Τους σεισμούς

Καθώς και άλλες επιδράσεις, πολλές από τις οποίες δύσκολα μπορούν να προβλεφθούν με ακρίβεια. Για παράδειγμα, σε σεισμικές ζώνες οι μεγάλες γέφυρες θα πρέπει να ελέγχονται και για περιπτώσεις σημαντικών μετατοπίσεων των εδαφικών στρωμάτων.

Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο αλλά και πρόβλημα, είναι η σωστή θεμελίωση των βάθρων των γεφυρών που αναλύεται αφενός στη σωστή επιλογή του τύπου της θεμελίωσης και αφετέρου στην εκλογή και εφαρμογή του τρόπου κατασκευής. Τα θεμέλια έχουν σκοπό να μεταφέρουν τα φορτία της όλης κατασκευής στο έδαφος κατανέμοντάς τα. Έτσι το έδαφος μπορεί να τα αναλάβει με επαρκή ασφάλεια και

χωρίς μεγάλες και ανεπιθύμητες παραμορφώσεις. Το πρόβλημα γίνεται πιο περίπλοκο σε ποτάμια και χείμαρρους, οπότε προστίθεται η ανάγκη προστασίας των θεμελίων από τη διαβρωτική ενέργεια του ρέοντος νερού. Ο κίνδυνος αυτός αντιμετωπίζεται με κατασκευή των θεμελίων σε μεγάλο βάθος, συνήθων 2 και κάποτε 4 φορές μεγαλύτερο από το βάθος του νερού που αντιστοιχεί στην περίπτωση μέγιστης απορροής. Οι μέθοδοι θεμελίωσης που έχουν επινοηθεί για τη θεμελίωση τεχνικών έργων εφαρμόζονται:

- Για υπέδαφος βραχώδες και ανθεκτικό, θεμέλια με απλή διαπλάτυνση του κορμού των βάθρων
- Για ρηγματωμένο βράχο, μπορεί συμπληρωματικά να γίνονται τσιμεντένιες και μικροπάσσαλοι
- Για υλιώδη και αργιλώδη εδάφη, εφαρμόζονται πάσσαλοι έγχυτοι
- Για ιδιαίτερα βαθιές θεμελιώσεις και μάλιστα μέσα σε ποτάμια, έχει χρησιμοποιηθεί η μέθοδος του πεπιεσμένου αέρα, το υποκατάστατο της μεθόδου αυτής είναι εναλλακτικά:
 - ο Η κατασκευή πασσάλων μεγάλης διαμέτρου σε πολύ μεγάλο βάθος
 - ο Η κατασκευή διαφραγματικών τοίχων

Και στις δύο περιπτώσεις οι πάσσαλοι ή οι διαφραγματικοί τοίχοι συνδέονται με τη λεγόμενη πασσαλοεσχάρα. Αυτή μπορεί να βρίσκεται σε μικρό μόνο βάθος υπό την επιφάνεια του εδάφους. Πάνω σε αυτήν στηρίζεται ο κορμός του βάθρου. Τόσο οι πάσσαλοι όσο και οι διαφραγματικοί τοίχοι κατασκευάζονται με μηχανικά μέσα.

Η ανάπτυξη της γεφυροποιίας δεν έγινε βέβαια χωρίς αστοχίες. Κατασκευές κατέρρευσαν από την ανεπάρκεια γνώσης των υλικών και της συμπεριφοράς τους ή της αντοχής τους στο χρόνο, ή τον συνδυασμό καταπονήσεων και χρόνου. Πολλές καταστροφές οφείλονταν στη διάβρωση των θεμελίων από τα νερά του γεφυρωμένου ποταμού. Το πραγματικό αίτιο βέβαια, ήταν η αδυναμία αποτελεσματικής αντιμετώπισης του κινδύνου αυτού, ενώ πιο σύγχρονα, η υποεκτίμηση του κινδύνου συνήθως λόγω ανεπαρκών στοιχείων ή κακώς εννοούμενης οικονομίας. Αρκετές αστοχίες και σε σύγχρονες κατασκευές έχουν σημειωθεί από την υποεκτίμηση των έκτακτων επιπονήσεων. Οι σύγχρονες αντιλήψεις επιβάλλουν:

- Λεπτομερείς αναλύσεις όλων των δυνατών καταπονήσεων
- Υψηλούς συντελεστές ασφαλείας
- Προστασία της κατασκευής από κατάρρευση
- Παρακολούθηση της κατασκευής με κατάλληλα όργανα και επεμβάσεις απλής συντήρησης έως και αντικατάστασης

Η επιβολή δυναμικών φορτίων από άνεμο επιβάλλει τον έλεγχο των γεφυρών. Σε τέτοιες περιπτώσεις ένας κίνδυνος είναι να αναπτύσσονται φαινόμενα συντονισμού.

Ως προς την αισθητική των γεφυρών, θα πρέπει να σημειωθεί ότι ήδη από τους ρωμαϊκούς χρόνους δινόταν μια ιδιαίτερη προσοχή. Σήμερα μια από τις επικρατέστερες απόψεις, είναι εκείνη που υποστηρίζει τη μορφολόγηση της κατασκευής με βάση τη στατική λειτουργία. Τέτοια άποψη οδηγεί σε λιτές κατασκευές, που για την περίπτωση σωστής επιλογής στατικής λύσης, οδηγούν συνήθως σε πλήρη εναρμόνιση.

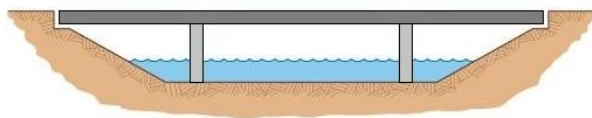
2.5 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΓΕΦΥΡΩΝ

Οι γέφυρες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με διάφορους τρόπους, όπως:

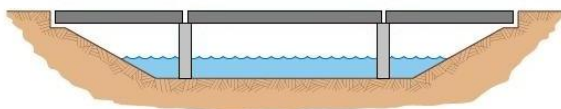
- Αναλόγως του υλικού κατασκευής σε:
 - Ξύλινες
 - Λίθινες
 - Άοπλου σκυροδέματος
 - Οπλισμένου σκυροδέματος
 - Προεντεταμένου σκυροδέματος
 - Μικτές οπλισμένου σκυροδέματος και προτύπων σιδηρών ελασμάτων (σύμμικτες).
 - Σιδηρές
 - Σιδηρές προεντεταμένες
- Αναλόγως του σκοπού εξυπηρέτησης σε:
 - Σιδηροδρομικές
 - Τροχιδρομικές
 - Οδογέφυρες
 - Πεζογέφυρες
 - Υδατογέφυρες
 - Ειδικές γέφυρες (καλωδίων, σωλήνων, κλπ)
- Αναλόγως του γεφυρούμενου εμποδίου σε:
 - Χειμάρρων και ποταμών
 - Κοιλαδογέφυρες
 - Χαραδρογέφυρες
 - Οχετοί
 - Κάτω διαβάσεων οδών ή πεζών
 - Άνω διαβάσεων οδών ή πεζών
- Αναλόγως της μορφής του στατικού τους προτύπου σε:
 - Πλακοσκεπείς (αμφιέριστες ή συνεχείς)
 - Εσχάρας πλακοδοκών (αμφιέριστες ή συνεχείς)
 - Πλαισιωτές
 - Θολωτές
 - Τοξωτές
 - Δικτυωτές
 - Κρεμαστές
 - Κινητές
 - Πλωτές
 - Λυόμενες

2.5.1 Στατικά πρότυπα κατασκευής

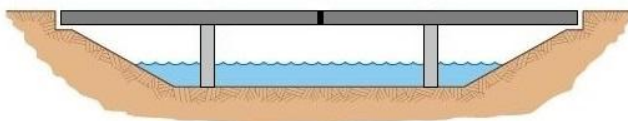
Οι βασικοί τύποι ανοιγμάτων παρουσιάζονται στις παρακάτω εικόνες. Οποιαδήποτε από αυτά τα ανοίγματα μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας δοκούς, ενισχυμένες δοκούς ή δικτυώματα. Οι τοξωτές γέφυρες είναι είτε απλές είτε συνεχείς. Μια γέφυρα με προβόλους στα ακρόβαθρα μπορεί επίσης να περιλάβει ένα ανηρτημένο άνοιγμα.



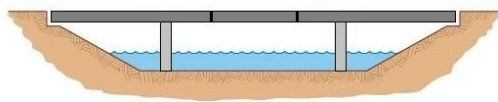
Εικόνα 2.15: Απόλυτο συνεχές σύστημα.



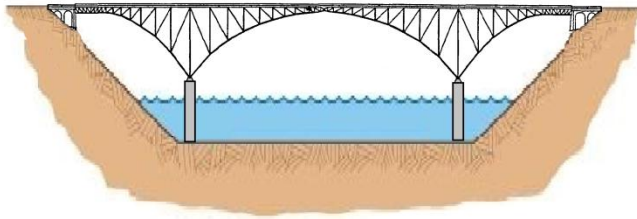
Εικόνα 2.16: Συνεχές σύστημα με αμφιέρειστα ανοίγματα.



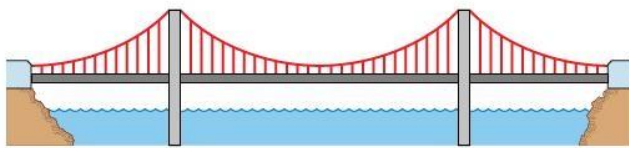
Εικόνα 2.17: Σύστημα ανοιγμάτων μορφής προβόλων.



Εικόνα 2.18: Σύστημα τύπου Gerber με το μεσαίο άνοιγμα ανηρτημένο.



Εικόνα 2.19: Γέφυρα πρόβολος, παρόμοια με τοξωτή.



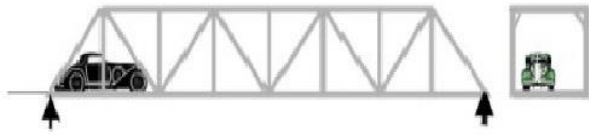
Εικόνα 2.20: Κρεμαστή γέφυρα.

2.5.2 Διατάξεις καταστρώματος γέφυρας, σε σχέση με το φορέα

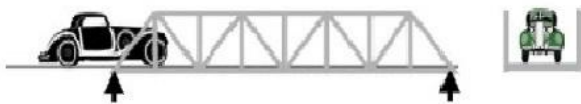
Τα παραδείγματα των τριών συνηθέστερων διαμορφώσεων επιφάνειας ταξιδιού παρουσιάζονται παρακάτω στις εικόνες με σχέδια τύπων δικτυωμάτων. Σε μια διάταξη γεφύρας τύπου deck η κυκλοφορία ταξιδεύει πάνω από την κύρια δομή, σε μια διάταξη τύπου pony η κυκλοφορία ταξιδεύει μεταξύ των παράλληλων εποικοδομών οι οποίες δεν συνδέονται με διαδοκίδες στην κορυφή. Στην διάταξη through η κυκλοφορία ταξιδεύει μέσω των εποικοδομημάτων, συνήθως δικτυώματα, των οποίων τα μέλη συνδέονται με διαδοκίδες επάνω και κάτω από την κυκλοφορία.



Εικόνα 2.21: Δικτύωμα διάταξης deck, άνω διαβάσεως κλειστής διατομής.



Εικόνα 2.22: Δικτύωμα διάταξης through, κάτω διαβάσεως κλειστής διατομής με διαδοκίδες στο άνω πέλμα.



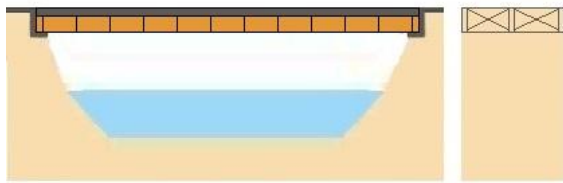
Εικόνα 2.23: Δικτύωμα διάταξης pony, κάτω διαβάσεως ανοικτής διατομής.

2.5.3 Τύποι δοκών και ενισχυμένων δοκών

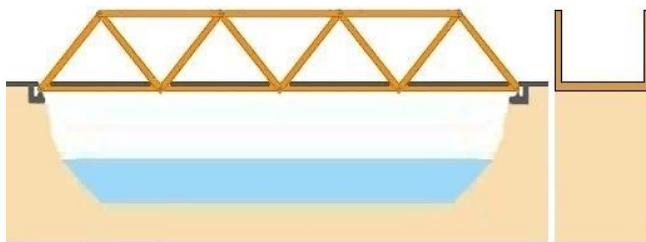
Οι απλές γέφυρες μορφής δοκού κατασκευάζονται συνήθως από μέταλλο ή οπλισμένο σκυρόδεμα. Άλλοι τύποι δοκαριών και ενισχυμένων δοκών κατασκευάζονται από μέταλλο. Στο τμήμα στο τέλος της γέφυρας διάταξης διπλού καταστρώματος (two deck configuration) φαίνονται οι δοκοί, οι οποίες συνήθως συνδέονται με διαδοκίδες. Στο τμήμα στο τέλος της γέφυρας διάταξης πόνει (pony) τα δικτυώματα και το κατάστρωμα συνδέονται με ένα διαγώνιο μέλος, ώστε να αποτραπεί παρέκκλιση μεταξύ τους, παραδείγματα μορφών:



Εικόνα 2.24: Γέφυρα μορφής δοκού, το κατάστρωμα είναι πάνω στις δοκούς.

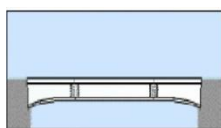


Εικόνα 2.25: Γέφυρα διάταξης deck υποστηριζόμενη, το κατάστρωμα είναι πάνω σε πλάκες οι οποίες εδράζονται σε τραβέρσα.



Εικόνα 2.26: Γέφυρα διάταξης pony, η διαδοκίδα και το κατάστρωμα συνδέονται άκαμπτα με έλασμα ενισχύσεως.

Μια μέθοδος ώστε να επιτευχθεί αύξηση της φέρουσας ικανότητας μιας ενισχυμένης δοκού, ενώ παράλληλα ελαχιστοποιείται το ύψος του πλέγματός της, είναι η προσθήκη αντηρίδων στα υποστηριζόμενα άκρα. Συνήθως το κεντρικό άνοιγμα είναι τυποποιημένης μορφής με παράλληλες προβολές (ελάσματα, καμπύλες ή υπό γωνία), Εικ. 2.27. Οι προβολές αυτές συναρμόζονται βλυτρώνοντας ή βιδώνοντας τες σε ελάσματα. Λόγω των περιορισμών που υφίστανται οι μεταφορές μεγάλων δοκών στο εργοτάξιο, μικρότερα πιο εύχρηστα μήκη μεταφέρονται στο εργοτάξιο, όπου και συνδέονται χρησιμοποιώντας ελάσματα.



Εικόνα 2.27: Τρία ανοίγματα τα οποία συναρμόζονται μεταξύ τους με κομβοελάσματα.

Πολλές σύγχρονες γέφυρες χρησιμοποιούν καινοτόμα σχέδια, ανεπτυγμένα με τη χρήση προγραμμάτων υπολογιστών για υπολογισμό εντατικών καταστάσεων. Ο άκαμπτος τύπος πλαισίων έχει ενσωματωμένες την ανωδομή και την υποδομή. Συνήθως τα βάθρα ή το σημείο τομής του βάθρου και του καταστρώματος είναι ένα ενιαίο κομμάτι που καρφώνεται σε άλλα τμήματα, παράδειγμα:

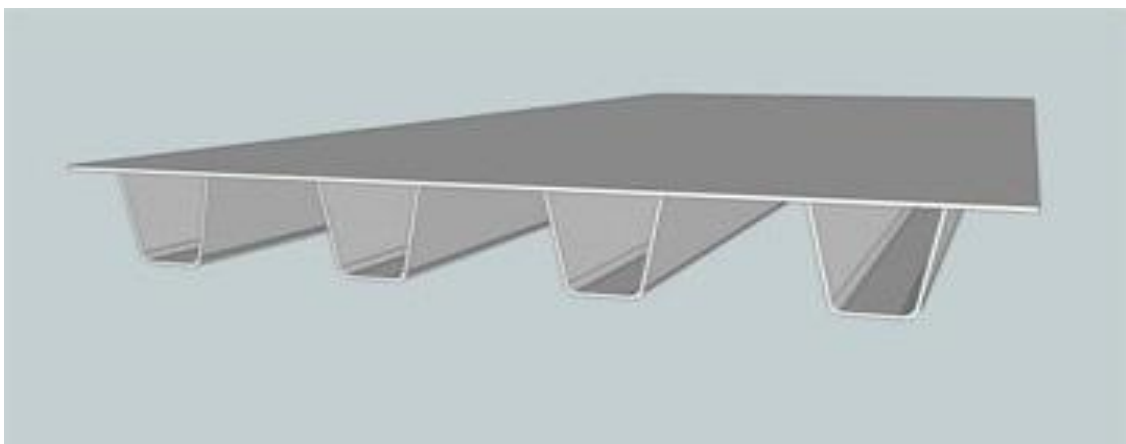


Εικόνα 2.28: Άκαμπτο Πλαίσιο με κεκλιμένα μεσόβαθρα.



Εικόνα 2.29: Άκαμπτο Πλαίσιο με μεσόβαθρα μορφής τύπου 'V'.

Οι ορθοτροπικές δοκοί, Εικ. 2.30, είναι πρότυπες μορφές ικανές να αντισταθούν σε πολλαπλές ταυτόχρονες καταπονήσεις διαφόρων διευθύνσεων. Ποικίλλουν στη διατομή και μπορούν να είναι ανοικτής ή κλειστής μορφής.



Εικόνα 2.30: Ορθοτροπική δοκός ανοικτής μορφής.

2.5.4 Μεταλλικές γέφυρες πρόβολοι

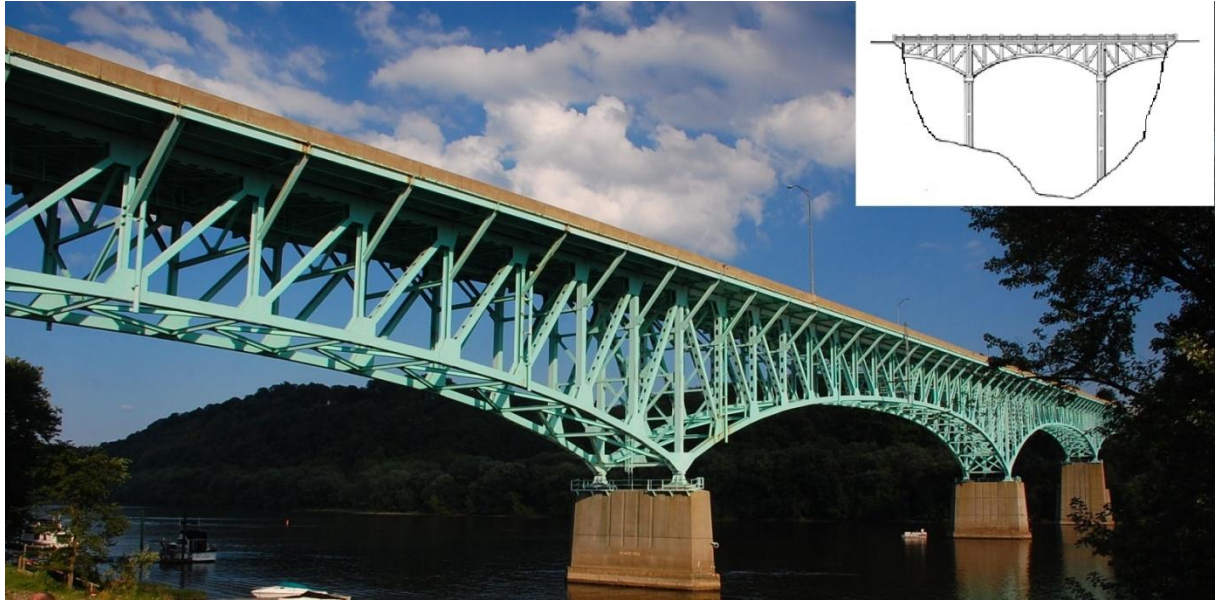
Πρόβολος είναι ένα δομικό μέλος που εκτείνεται πέρα από την στήριξη του και υποστηρίζεται μόνο στο ένα άκρο του. Γέφυρες μορφής προβόλου, βλέπε Εικ. 2.31 έως Εικ. 2.33, κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας δικτυώματα, δοκάρια ή ενισχυμένες δοκούς. Η υιοθέτηση των αρχών προβολοδόμησης επιτρέπει την κατασκευή μεγαλύτερων ανοιγμάτων από ότι μια απλή κατασκευή. Μπορούν επίσης να συμπεριλαμβάνουν ανηρητημένο άνοιγμα. Μερικές γέφυρες που μοιάζουν να είναι τοξωτές, είναι στην πραγματικότητα δικτυωτοί πρόβολοι. Αυτοί μπορούν να προσδιοριστούν από τα διαγώνια μέλη που χρησιμοποιούνται στη μόρφωση των τύμπανων ανοικτού τύπου. Οι τύποι Pratt και Warren είναι μεταξύ των συνηθέστερα χρησιμοποιούμενων δικτυωμάτων για την κατασκευή δικτυωτών προβόλων. Το κλασικό σχέδιο προβόλου είναι η γέφυρα διάταξης through που εκτείνεται επάνω από το κατάστρωμα της γέφυρας [1].



Εικόνα 2.31: Γέφυρα πρόβολος διάταξης through, όπου το κατάστρωμα βρίσκεται στο κάτω πέλμα του δικτυώματος.



Εικόνα 2.32: Γέφυρα πρόβολος διάταξης through, όπου το δικτύωμα εκτείνεται και πάνω και κάτω από το κατάστρωμα της γέφυρας.



Εικόνα 2.33: Γέφυρα πρόβολος, παρόμοια με τοξωτή γέφυρα.

3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί σήμερα τη σημαντικότερη μέθοδο της υπολογιστικής μηχανικής. Η ανάπτυξή της μπορεί να θεωρηθεί ως συμβολή τριών βασικών επιστημονικών περιοχών, των ενεργειακών μεθόδων της μηχανικής (energy methods), της θεωρίας προσεγγίσεων των μαθηματικών (approximation theory), αλλά και των πληροφοριακών συστημάτων σχεδιασμού CAD (Computer Aided Design).

Η αξία της μεθόδου έγκειται στη δυνατότητά της να παρουσιάζεται ως ένα ενιαίο εργαλείο για την στατική και δυναμική γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση των κατασκευών από ραβδωτούς, επιφανειακούς και χωρικούς φορείς ή συνδυασμό τους για τυχαία γεωμετρία, φόρτιση και συνωριακές συνθήκες.

Αρχικά η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτέλεσε μια ενεργειακή μέθοδο για την επίλυση διδιάστατων φορέων, όπως οι μέθοδοι Rayleigh-Ritz και Galerkin, τις οποίες μετέφερε ουσιαστικά από το χώρο των συνεχών συστημάτων στα διακριτά συστήματα. Στη συνέχεια επεκράτησαν οι αρχές των ισοπαραμετρικών στοιχείων που εξασφαλίζουν ακρίβεια στους υπολογισμούς και βελτιώνουν σημαντικά τον ενιαίο προγραμματισμό της μεθόδου.

Τέλος, η ανάπτυξη των προγραμμάτων προ- και μετά-επεξεργασίας (pre- and post-processing) των δεδομένων και αποτελεσμάτων καθιέρωσαν τη μέθοδο και τα αντίστοιχα προγράμματα που αναπτύχθηκαν. Έτσι σήμερα χρησιμοποιώντας προγράμματα που στηρίζονται στις αρχές του CAD ο χρήστης είναι σε θέση να μορφώσει, να τροποποιήσει το προσομοίωμά του και να καθορίσει τις επιβαλλόμενες φορτίσεις κατά τρόπο απλό και εύκολα ελέγξιμο. Μετά την επίλυση του προβλήματος, η επεξεργασία των αποτελεσμάτων γίνεται άμεσα και εποπτικά ενώ σε πολλά συστήματα παρέχεται η δυνατότητα αναζήτησης των αποτελεσμάτων με τη μορφή βάσεων δεδομένων (databases).

Η επόμενη γενιά των προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων αναμένεται να περιλάβει και τη συγκροτημένη διαστασιολόγηση κατασκευών κατά τρόπο που να ενσωματώνει ισχύοντες κανονισμούς αλλά και εμπειρία από το σχεδιασμό διαφόρων κατηγοριών κατασκευών.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων ως προσεγγιστική μέθοδος επιδέχεται βελτιώσεις και προσφέρεται για διαρκή έρευνα με σκοπό τη βελτίωση της. Έτσι παρά τα είκοσι πέντε χρόνια ζωής που διανύει, πολλά θέματα που σχετίζονται με τη μέθοδο δεν έχουν βρει ακόμη ευρύτερα αποδεκτές λύσεις. Έτσι πληθώρα πεπερασμένων στοιχείων διατίθενται για γενική ή ειδική εφαρμογή, ειδικές φορτίσεις κλπ., ενώ τα θέματα των βασικών κριτηρίων που κάθε αναπτυσσόμενο στοιχείο θα πρέπει να ικανοποιεί δεν είναι ακόμη πλήρως διευκρινισμένα και παραπέμπουν σε σύνθετες μαθηματικές αντιμετωπίσεις. Για την συστηματοποίηση της έρευνας στη περιοχή έχουν θεσπιστεί χαρακτηριστικά παραδείγματα (benchmark tests) που διευκολύνουν και προωθούν σημαντικά την έρευνα για τη συμπεριφορά των στοιχείων [2].

Η εισαγωγή και ανάπτυξη των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών (Η/Υ) άνοιξε νέους ορίζοντες στις επιστήμες. Αναπτύχθηκαν θεωρίες προσαρμοσμένες στον Η/Υ υπό μορφή μητρώων ή σειρών καθώς και υπολογιστικές μέθοδοι για να επιλύουν προβλήματα που ήταν αδύνατον να λυθούν παλαιότερα.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (finite elements method) αναπτύχθηκε λόγω των Η/Υ και χρησιμεύει για την επίλυση προβλημάτων της Μηχανικής, της Θερμότητας, της Ρευστομηχανικής, του Ηλεκτρομαγνητισμού και άλλων. Η μέθοδος είναι δημοφιλής, δυνατή και χρησιμοποιείται στις κατασκευές και μελέτες αεροσκαφών, πλοίων, αυτοκινήτων, παντός είδους μηχανημάτων, γεφυρών, σηράγγων, πολυκατοικιών, θεμελιώσεων, οδοστρωμάτων και άλλων εφαρμογών.

Επίσης όλα τα Ανώτατα ιδρύματα, τα ερευνητικά κέντρα, οι βιομηχανίες, οι τεχνικές εταιρείες και οι μελετητές μηχανικοί, χρησιμοποιούν εμπορικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων για την λύση των προβλημάτων των.

Υπάρχουν διαφορετικοί μέθοδοι (ή διαφορετικές φιλοσοφίες) για την ανάπτυξη της θεωρίας των πεπερασμένων στοιχείων. Δύο από τις μεθόδους είναι:

- Η ενεργειακή μέθοδος, βασίζεται στην ολική δυναμική ενέργεια του σώματος ή της κατασκευής (total potential energy), μαζί με την μέθοδο των μετατοπίσεων. Η μέθοδος είναι απλή και δεν απαιτεί την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων. Επίσης στα προβλήματα της μεταφοράς θερμότητας χρησιμοποιείται η ενεργειακή μέθοδος, όταν υπάρχει η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας, η οποία μετονομάζεται και λέγεται συναρτησιακή ενέργεια (functional). Η ενεργειακή μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί, όταν υπάρχει η δυνατότητα να εκφρασθεί η ολική δυναμική ενέργεια του προβλήματος στα στερεά ή η functional στα προβλήματα της μεταφοράς θερμότητας. Αν δεν γνωρίζουμε την ολική δυναμική ενέργεια, τότε χρησιμοποιούνται άλλοι μέθοδοι, όπως η μέθοδος του Galerkin.
- Η μέθοδος του Galerkin ανήκει στην γενική κατηγορία των Σταθμικών Υπολοίπων (methods of Weighted Residuals). Η μέθοδος Galerkin είναι γενική, δυνατή και εφαρμόζεται απ' ευθείας στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων

Ο τρόπος επίλυσης προβλημάτων με χρήση των πεπερασμένων στοιχείων είναι σχεδόν ο ίδιος σε όλες τις περιοχές που εφαρμόζεται. Για παράδειγμα, για την επίλυση μιας κατασκευής σχεδιάζουμε πρώτα την κατασκευή κατόπιν την χωρίζουμε σε μικρά γεωμετρικά σχήματα π.χ. τρίγωνα ή τετράπλευρα, τα οποία λέγονται πεπερασμένα στοιχεία. Οι ιδιότητες του υλικού και οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν το υλικό εξετάζονται στα πεπερασμένα στοιχεία σαν συνάρτηση των αγνώστων μετατοπίσεων στις κορυφές του πεπερασμένου στοιχείου (μέθοδος των μετατοπίσεων). Λαμβάνουμε υπόψη τις οριακές συνθήκες καθώς και τα φορτία (μηχανικά και θερμικά) και καταλήγουμε στις εξισώσεις ισορροπίας της κατασκευής. Η λύση του συστήματος των εξισώσεων ως προς τους αγνώστους, οι οποίοι είναι οι κομβικές μετατοπίσεις, είναι η ζητούμενη προσεγγιστική λύση. Γνωστών των κομβικών μετατοπίσεων υπολογίζονται στα διάφορα σημεία της κατασκευής οι τάσεις (σ), οι παραμορφώσεις (ϵ) και οι αντιδράσεις (R) των στηρίξεων [3].

3.2 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Το 1909 ο Γερμανός μαθηματικός Ritz ανέπτυξε τις αρχές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Το 1915 ο Ρώσος μαθηματικός Galerkin ανέπτυξε σε βάθος την θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων. Η απουσία του ηλεκτρονικού υπολογιστή καθυστέρησε την διάδοση και περαιτέρω ανάπτυξη της μεθόδου και παρέμεινε στάσιμη μέχρι της εφευρέσεως του υπολογιστή. Με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή η μέθοδος έγινε γνωστή και διαδόθηκε στους ερευνητές.

Η ιδέα της ανάπτυξης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων γεννήθηκε στην αεροναυπηγική από την ανάγκη της εύρεσης λύσης στα δύσκολα προβλήματα που αντιμετώπιζαν στην κατασκευή των αεροσκαφών.

Το 1941 ο Hrennikoff εισήγαγε την καλούμενη framework method (μέθοδο του πλαισίου) με την οποία ένα επίπεδο ελαστικό μέσο μπορούσε να αντικατασταθεί με ένα ισοδύναμο σύστημα ράβδων και δοκών.

Το 1943 ο Γερμανός μαθηματικός Courant έλυσε το πρόβλημα της στρέψης χρησιμοποιώντας τριγωνικά στοιχεία με την αρχή της ελαχίστης δυναμικής ενέργειας (minimum potential energy) και την ονόμασε Rayleigh-Ritz μέθοδο. Επειδή τότε δεν υπήρχε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, η θεωρία του Courant δεν μπορούσε να εφαρμοσθεί και ξεχάστηκε μέχρι που εφευρέθηκε ο υπολογιστής και οι επιστήμονες ξανά θεμελίωσαν την μέθοδο.

Το 1955 ο Έλληνας Ι. Αργύρης έγραψε ένα βιβλίο με θέμα "Ενεργειακά θεωρήματα και η μέθοδος των μητρώων" και εισήγαγε τις αρχές των πεπερασμένων στοιχείων.

Το 1956 οι Αμερικανοί Turner, Clough, Martin και Top υπολόγισαν το μητρώο δυσκαμψίας της ράβδου και άλλων στοιχείων.

Το 1960 ο Ι. Αργύρης και ο Kelsey δημοσίευσαν την εργασία τους η οποία βασιζόταν στις αρχές των πεπερασμένων στοιχείων.

Το 1960 ο Clough καθηγητής του πανεπιστημίου "University of California, Berkeley" της Αμερικής, χρησιμοποίησε για πρώτη φορά το όνομα "Πεπερασμένα στοιχεία" (Finite elements) στην εργασία του και από τότε όλοι χρησιμοποιούν την παραπάνω ονομασία.

Το 1967 οι Zienkiewicz και Chung έγραψαν το πρώτο βιβλίο των πεπερασμένων στοιχείων.

Από τότε ένας μεγάλος αριθμός δημοσιεύσεων και βιβλίων ακολούθησε με αντικείμενο την εφαρμογή των πεπερασμένων στοιχείων στην μηχανική, στα ρευστά, τη θερμότητα, την ακουστική, την κατεργασία των μετάλλων, τον ηλεκτρισμό και ηλεκτρομαγνητισμό και σε πολλές άλλες επιστήμες [3].

3.3 ΛΟΓΟΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Προβλήματα που δεν μπορούσαν να τα αγγίξουν οι επιστήμονες έως τώρα και τα θεωρούσαν άλυτα, με την χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή (H/Y) και των υπολογιστικών μεθόδων όπως των πεπερασμένων στοιχείων τα λύνουν σε μικρό χρόνο.

Στις Ηνωμένες πολιτείες της Αμερικής, στην Ευρώπη, και στις ανεπτυγμένες χώρες, η βιομηχανία, ο στρατός και το κράτος χρηματοδοτούν τα ανώτατα ιδρύματα,

τα ερευνητικά κέντρα και τις ερευνητικές εταιρείες, με σκοπό την ανάπτυξη προγραμμάτων.

Η ανάγκη της βιομηχανίας και των προβλημάτων της πράξης, οδήγησε την ανάπτυξη γραφικών προγραμμάτων τα οποία συνοδεύουν την ανάλυση-υπολογισμό που παρέχουν τα πεπερασμένα στοιχεία. Ο συνδυασμός των γραφικών με την ανάλυση-υπολογισμό των πεπερασμένων στοιχείων υψώνουν την επιστήμη, την απλοποιούν, την κάνουν προσιτή και δημιουργική (state of the art).

Προϊόν της συστηματικής εργασίας των ερευνητών είναι η ανάπτυξη των εμπορικών προγραμμάτων για τον Η/Υ. Τα εμπορικά προγράμματα αποτελούνται από δύο μεγάλα προγράμματα: τα γραφικά και την ανάλυση.

Γραφικά προγράμματα. Τα γραφικά προγράμματα χρησιμοποιούνται πριν από την ανάλυση (Preprocessing) και μετά την ανάλυση (Post-processing).

- Preprocessing. Με την χρήση του γραφικού προγράμματος το σώμα ή η κατασκευή σχεδιάζεται και κατόπιν διακριτοποιείται στα πεπερασμένα στοιχεία.
- Post-processing. Μετά την ανάλυση γίνονται γραφικές παραστάσεις των αποτελεσμάτων όπως είναι η παραμόρφωση του σώματος, η διανομή των τάσεων εντός του σώματος και άλλων.

Πρόγραμμα για την ανάλυση-υπολογισμό. Το πρόγραμμα της ανάλυσης χρησιμοποιείται για την μελέτη ποικίλων προβλημάτων που μπορεί να αφορούν την μηχανική των στερεών ή των κατασκευών, στα ρευστά, στην θερμότητα, στην ακουστική, στην κατεργασία των μετάλλων, στον ηλεκτρισμό και ηλεκτρομαγνητισμό και σε πολλές άλλες περιοχές. Όλα τα ανώτατα ιδρύματα, τα ερευνητικά κέντρα, η βιομηχανία, οι τεχνικές εταιρείες, οι μηχανικοί της πράξης, οι προ-πτυχιακοί και οι μεταπτυχιακοί φοιτητές, χρησιμοποιούν εμπορικά προγράμματα για τον Η/Υ για την μοντελοποίηση (ή προσομοίωση) προβλημάτων, όπως για παράδειγμα είναι τα παρακάτω:

- ANSYS
- LUSAS [5]
- ABAQUS
- NASTRAN
- MARC
- ADINA
- SAP90
- COSMOS

Τα προγράμματα παρέχουν υπορουτίνες (subroutines), ώστε ο χρήστης να μπορεί να προσθέσει το δικό του πρόγραμμα συνήθως σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN ή C, για να προσθέσει πληροφορίες που δεν υπάρχουν στο εμπορικό πρόγραμμα, όπως για παράδειγμα να τροποποιήσει, να βελτιώσει ή να προσθέσει νέες καταστατικές εξισώσεις (constitutive equations).

Υπάρχουν επίσης ειδικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, όπως για παράδειγμα είναι τα παρακάτω:

HITCAN (Metal matrix composites analyzer) και
CODSTRAN (polymer composites analyzer),

Τα οποία έχουν αναπτυχθεί στο ερευνητικό κέντρο NASA Glen (Lewis) Research Center, Cleveland, Ohio, USA υπό την επίβλεψη και δημιουργού αυτών Dr. Christos C. Chamis. Τα προγράμματα αυτά, χρησιμοποιούν τα πεπερασμένα στοιχεία και την μηχανική των σύνθετων υλικών (fiber composite materials).

Η θεωρητική γνώση των πεπερασμένων στοιχείων βοηθά να αναπτύξει ο φοιτητής, ο ερευνητής ή ο μηχανικός της πράξης την αυτοεκτίμηση και την ικανότητα

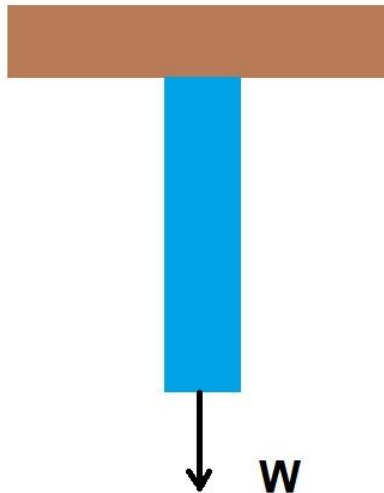
να λύνει, να λειτουργεί και να ερμηνεύει σωστά τα αποτελέσματα που λαμβάνει από ένα πρόγραμμα, και αν χρειαστεί να γράψει το δικό του πρόγραμμα [3].

3.4 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Στην ουσία η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων είναι μία μαθηματική μέθοδος επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Επειδή είναι μία αριθμητική (numerical) μέθοδος, έχει τη δυνατότητα επίλυσης περίπλοκων προβλημάτων που είναι δυνατό να εκφραστούν με τη μορφή διαφορικών εξισώσεων. Τέτοιου είδους προβλήματα παρουσιάζονται σε όλα τα πεδία των φυσικών επιστημών, επομένως η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων θεωρητικά δεν έχει όρια στην εφαρμογή της για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων. Εξαιτίας του υψηλού κόστους της υπολογιστικής ισχύος τα αρχικά χρόνια εφαρμογής τους τα Πεπερασμένα Στοιχεία χρησιμοποιούνταν για την επίλυση περίπλοκων προβλημάτων, αλλά τα τελευταία χρόνια χρησιμεύουν στην επίλυση όλων και περισσότερων προβλημάτων σε μεγάλη ποικιλία επιστημών. Αρχικά χρησιμοποιούνταν mainframes, αλλά πλέον υπάρχει λογισμικό που εργάζεται σε προσωπικούς υπολογιστές σε περιβάλλον windows. Βεβαίως όπως και κάθε μέθοδος, τα πεπερασμένα στοιχεία έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, αλλά με την κατάλληλη εφαρμογή είναι δυνατή η ελαχιστοποίηση των πηγών λάθους και η πληρέστερη εκμετάλλευση των αποτελεσμάτων.

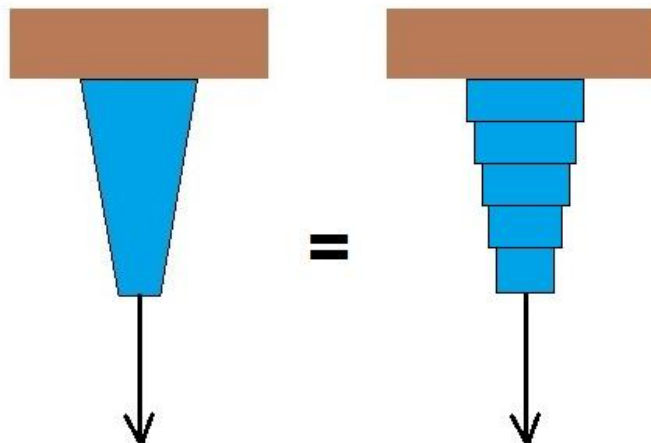
Η μελέτη ενός προβλήματος με Πεπερασμένα Στοιχεία συνίσταται στη δημιουργία ενός μοντέλου, ενός υλικού ή μιας κατασκευής, το οποίο αναλύεται στη συνέχεια στον Η/Υ για την εξαγωγή συγκεκριμένων αποτελεσμάτων, τα οποία ερμηνεύουν τις ιδιότητές του ή προβλέπουν την επίδραση συγκεκριμένων συνθηκών. Η μέθοδος χρησιμεύει στη δημιουργία νέων προϊόντων, τα οποία σχεδιάζονται στον Η/Υ και οι ιδιότητές τους μελετώνται λεπτομερώς προτού αυτό αποκτήσει φυσική υπόσταση. Επίσης χρησιμεύει στην τροποποίηση υπάρχοντων υλικών και στην περίπτωση μηχανικών αποτυχιών, χρησιμεύει στη διαπίστωση και διόρθωση του προβλήματος. Χρησιμοποιούνται δύο ειδών αναλύσεις Πεπερασμένων Στοιχείων, ανάλογα με το μοντέλο που εφαρμόζεται: δύο διαστάσεων και τριών διαστάσεων. Η ανάλυση δύο διαστάσεων είναι απλούστερη, έχει μικρότερο κόστος και είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί και σε απλό Η/Υ, αλλά τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της είναι λιγότερο ακριβή. Η ανάλυση τριών διαστάσεων είναι περισσότερο ακριβής στις προβλέψεις της, απαιτεί σημαντική υπολογιστική ισχύ και ειδικό λογισμικό, η χρήση της είναι ακριβέστερη και είναι περισσότερο απαιτητική στο σχεδιασμό της.

Η λογική στην οποία στηρίζεται η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων παρουσιάζεται στο παρακάτω παράδειγμα: Η επιμήκυνση της δομής στο Σχ. 3.1 υπό την επίδραση ενός φορτίου εξαρτάται από το μέγεθος της φόρτισης και από τις ιδιότητες του υλικού.



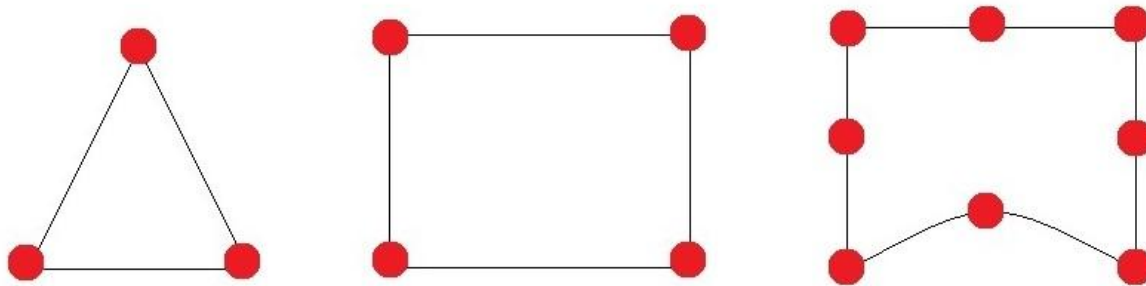
Σχήμα 3.1: Επιμήκυνση της δομής υπό την επίδραση φορτίου.

Η φόρτιση που ασκείται ισούται με το γινόμενο της ακαμψίας του υλικού επί την παρεκτόπιση που προκαλεί η δράση της, σύμφωνα με το νόμο του Hooke. Εάν η κατασκευή αυτή διαιρεθεί σε περισσότερα τμήματα (στοιχεία, elements), τα οποία θα συνδέονται μεταξύ τους σε σημεία που ονομάζονται κόμβοι (nodes), Σχ. 3.2, η συνολική φόρτιση θα ισούται με το άθροισμα του γινομένου (ακαμψία \times παρεκτόπιση) για κάθε τμήμα. Η διαδικασία δημιουργίας του πλέγματος (mesh generation) ονομάζεται διακριτοποίηση (discretization).



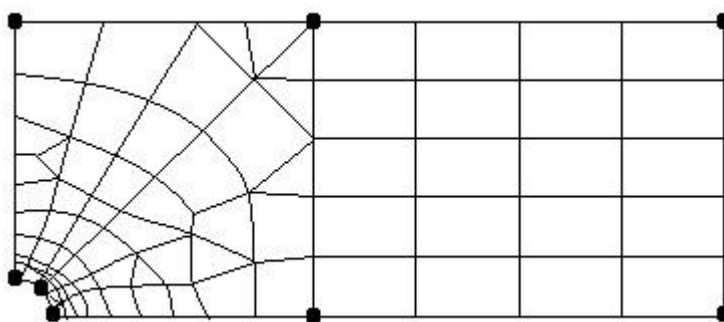
Σχήμα 3.2: Διαίρεση δομής (αριστερά) σε στοιχεία (δεξιά).

Τα στοιχεία είναι δυνατό να λάβουν κάθε μορφή, αλλά συνήθως έχουν τη μορφή γνωστών γεωμετρικών σχημάτων, όπως είναι το τρίγωνο, το παραλληλόγραμμο, το τετράγωνο και άλλα, Σχ. 3.3.



Σχήμα 3.3: Στοιχεία και κόμβοι.

Στις τρεις διαστάσεις τα στοιχεία είναι δυνατό να είναι κύβοι, παραλληλεπίπεδα και άλλα. Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων αποκαλείται επομένως από το στοιχεία που το αποτελούν δισδιάστατο ή τρισδιάστατο. Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιεί ένα περίπλοκο σύστημα σημείων που καλούνται κόμβοι (nodes), αυτά σχηματίζουν ένα δίκτυο που αποκαλείται πλέγμα (mesh). Μία πολύπλοκη κατασκευή αναλύεται σε ένα πλέγμα πεπερασμένου αριθμού στοιχείων απλού σχήματος, Σχ. 3.4.



Σχήμα 3.4: Πλέγμα πολύπλοκης κατασκευής.

Το στοιχείο είναι η βασική δομική μονάδα με προκαθορισμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας. Το πλέγμα προσομοιάζει με ιστό αράχνης, στον οποίο από κάθε κόμβο εκτείνεται ένα στοιχείο πλέγματος σε κάθε γειτονικό κόμβο. Το πλέγμα προγραμματίζεται ώστε να περιέχει τις δομικές ιδιότητες και τις ιδιότητες υλικού που καθορίζουν με ποιό τρόπο θα συμπεριφερθεί μία κατασκευή υπό ορισμένες συνθήκες φόρτισης. Οι κόμβοι τοποθετούνται με ορισμένη πυκνότητα εντός του υλικού ανάλογα με τα επίπεδα τάσης που αναπτύσσονται σε κάθε συγκεκριμένη περιοχή. Περιοχές με μεγαλύτερη αναμενόμενη τάση θα έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα κόμβων από αυτές που η αναμενόμενη τάση είναι μικρότερη. Περιοχές που λαμβάνουν ιδιαίτερη σημασία είναι οι περιοχές στις οποίες είχε διαπιστωθεί σε πειραματικές μελέτες η παρουσία θραύσης ή γωνίες, κενά και περιοχές υψηλής τάσης. Η επιλογή της κατάλληλης πυκνότητας πεπερασμένων στοιχείων του πλέγματος (mesh density) είναι σημαντικός παράγοντας επιτυχίας του μοντέλου, προκειμένου να επιλυθεί το υπό μελέτη πρόβλημα. Εάν το πλέγμα είναι αδρό τότε είναι δυσχερής η σωστή επίλυση του προβλήματος. Αντίθετα, εάν το πλέγμα είναι ιδιαίτερα λεπτομερές και περιέχει μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων από ότι είναι αναγκαίο, τότε το κόστος του υπολογιστικού χρόνου και ο αναγκαίος χρόνος για την ανάλυση είναι δυνατό να υπερβαίνουν το όφελος από την ανάλυση. Είναι χρήσιμη

μία σχετική γνώση σχετικά με την κατανομή των τάσεων εντός του υλικού. Υπάρχει ανάγκη λεπτομερούς πλέγματος όταν υπάρχει σημαντική μεταβολή των τάσεων και παραμορφώσεων και αδρού πλέγματος σε περιοχές με σταθερή σχετικά τάση. Η παρεκτόπιση των στοιχείων θεωρείται ότι περιγράφεται από απλές πολυωνυμικές εξισώσεις. Οι εξισώσεις ισορροπίας καταγράφονται σε ένα μαθηματικό πίνακα και επιλύονται από τον H/Y. Εφαρμόζοντας τις κατάλληλες συνθήκες περιορισμού (boundary conditions) και τις επιθυμητές φορτίσεις υπολογίζονται οι παρεκτοπίσεις των κόμβων επιλύοντας τις εξισώσεις του πίνακα. Από τις παρεκτοπίσεις των κόμβων υπολογίζονται οι τάσεις και οι παραμορφώσεις που ασκούνται στην κατασκευή ή στο υλικό που μελετάται. Με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι δυνατή η μελέτη της επίδρασης σημαντικού αριθμού παραμέτρων, όπως είναι η μάζα, ο όγκος, η θερμοκρασία, η ενεργειακή τάση, η παραμόρφωση, η δύναμη, η παρεκτόπιση, η ταχύτητα, η επιτάχυνση και άλλα. Είναι επίσης δυνατή η εφαρμογή πολλαπλών συνθηκών στο ίδιο μοντέλο. Κάθε πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων συνοδεύεται από μία βιβλιοθήκη στοιχείων, όπως ράβδοι, δοκοί, πλάκες, συμπαγή στοιχεία, ελατήρια και άλλα. Είναι επίσης δυνατή η μελέτη υλικών με διαφορετικές ιδιότητες εντός του ίδιου μοντέλου, δηλαδή ισοτροπικών υλικών (με ομοιογενείς ιδιότητες σε όλη τη έκτασή τους), ορθοτροπικών υλικών (οι ιδιότητές τους είναι όμοιες μόνο σε γωνία 90°) και ανισοτροπικών υλικών (με διαφορετικές ιδιότητες σε διαφορετικές κατευθύνσεις σε όλη την έκτασή τους). Η δομική ανάλυση συνίσταται στη χρήση γραμμικών και μη γραμμικών μοντέλων. Τα γραμμικά μοντέλα χρησιμοποιούν απλές παραμέτρους θεωρώντας ότι το υλικό δεν υφίσταται πλαστική παραμόρφωση. Στα μη γραμμικά μοντέλα πραγματοποιείται φόρτιση πέραν της ελαστικής παραμόρφωσης, δηλαδή το υλικό θεωρείται ότι υφίσταται πλαστική παραμόρφωση, η οποία και μελετάται. Παράδειγμα ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία είναι η ανάλυση κόπωσης, με την οποία γίνεται πρόβλεψη της αντοχής μίας κατασκευής σε κυκλική φόρτιση. Τέτοιου είδους ανάλυση αποκαλύπτει τις περιοχές στις οποίες είναι περισσότερο πιθανή η δημιουργία ή η επέκταση μίας ρωγμής. Η ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία αποτέλεσε τη λύση στο ζήτημα της πρόβλεψης της αποτυχίας ενός υλικού εξαιτίας μη γνωστών τάσεων, επιτρέποντας τη μελέτη της κατανομής τάσεων εντός του υλικού, αποκαλύπτοντας την ύπαρξη προβληματικών περιοχών. Η μέθοδος αυτή είναι περισσότερο απλή από την κατασκευή και τον έλεγχο δειγμάτων για κάθε πιθανή περίπτωση. Άλλο παράδειγμα εφαρμογής είναι η ανάλυση της μεταφοράς θερμότητας, με την οποία μελετάται η αγωγιμότητα των υλικών ή των κατασκευών. Ενώ η μέθοδος αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε αρχικά για τις ανάγκες της αεροπορικής και της πυρηνικής βιομηχανίας, η χρήση της μεθόδου εξαπλώθηκε σημαντικά για την επίλυση μεγάλου αριθμού προβλημάτων. Υπάρχουν πλέον πακέτα λογισμικού με τα οποία είναι δυνατή η επίλυση εξαιρετικά πολύπλοκων προβλημάτων, όπως είναι αυτά που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 3.3. Μετά τη δημιουργία του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων πραγματοποιείται η ανάλυση. Η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων συνίσταται σε τρία κύρια στάδια, το προ-υπολογιστικό, το στάδιο επίλυσης και το μετα-υπολογιστικό στάδιο.

Το **προ-υπολογιστικό στάδιο** (preprocessor stage) της ανάλυσης συνίστανται σε:

- Ορισμό του τίτλου του προβλήματος
- Επιλογή των προτιμήσεων (preferences)
- Ορισμός τύπου και της μορφής των πεπερασμένων στοιχείων (2D ή 3D)
- Καθορισμός των ιδιοτήτων του υλικού (μέτρο ελαστικότητας Young, λόγος Poisson και άλλα)
- Δημιουργία μοντέλου με κατάλληλες διαστάσεις
- Καθορισμός πυκνότητας πλέγματος (mesh density)

- Δημιουργία πλέγματος (meshing)

Στο **στάδιο της επίλυσης** (computation stage) εφαρμόζονται στο μοντέλο οι συνθήκες φόρτισης και περιορισμού (loading and boundary conditions).

Στο **μετα-υπολογιστικό στάδιο** (post-processor stage) γίνεται η ανάλυση των αποτελεσμάτων, τα οποία έχουν την μορφή πινάκων ή διαγραμμάτων.

Το κόστος της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία είναι μικρότερο από την πειραματική δοκιμή υλικών, αλλά δεν είναι και φθηνή. Το κόστος της χρήσης του ειδικού λογισμικού είναι σημαντικό, η χρήση του χρεώνεται σε ετήσια βάση, ενώ η τεχνική υποστήριξη και η εκπαίδευση είναι επίσης ακριβές. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι ένα πολύ σημαντικό εργαλείο σε όσους ασχολούνται με το βιομηχανικό και μηχανολογικό σχεδιασμό και χρησιμοποιείται σε περιοχές όπως:

1. Ο σχεδιασμός της δομικής αντοχής κατασκευών
2. Η ανάλυση του Shock
3. Η ακουστική
4. Η θερμική ανάλυση
5. Η μελέτη των δονήσεων
6. Η προσομοίωση συγκρούσεων
7. Μελέτη ηλεκτρικών φαινομένων
8. Προβλήματα λυγισμού
9. Δυναμικές αναλύσεις
10. Η μελέτη ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων

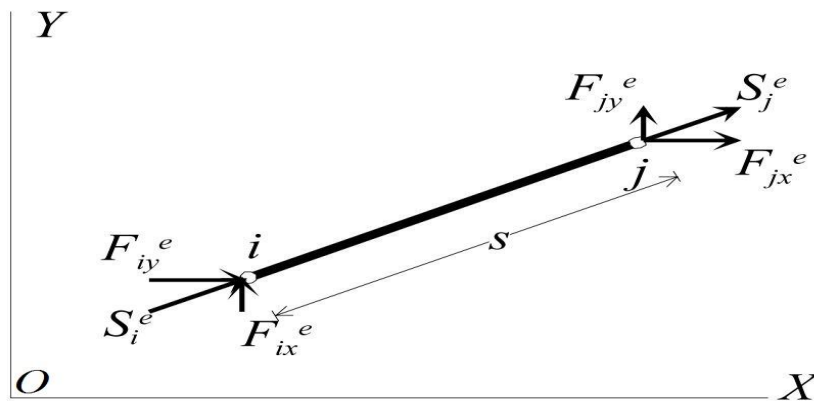
Ο σχεδιασμός ακόμα και των πιο απλών προϊόντων στηρίζεται στη χρήση των πεπερασμένων στοιχείων αφού τα σχεδιαστικά προβλήματα δεν είναι δυνατό να επιλυθούν φθηνότερα και με μεγαλύτερη ακρίβεια με άλλη διαθέσιμη μέθοδο. Η φυσική εξέταση των υλικών που για δεκαετίες ήταν ο κανόνας θεωρείται πλέον ακριβή και όπου είναι δυνατό αντικαθίσταται με φθηνότερες, αξιόπιστες μεθόδους [4].

3.5 ΔΙΚΤΥΩΤΟΙ ΦΟΡΕΙΣ – ΡΑΒΔΟΣ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Αριθμούμε τους κόμβους και τις ράβδους του δικτύωματος, στη συνέχεια απομονώνουμε την ράβδο e . Η ράβδος e είναι ένα στοιχείο, μονοδιάστατο αμφιαρθρωτό, αφόρτιστο μεταξύ των δύο άκρων του, που καταπονείται μόνον από τις αξονικές δυνάμεις S_i και S_j που δρουν στα άκρα της i, j . Συμβολίζουμε με S^e το διάνυσμα των δυνάμεων $S^e = [S_i, S_j]^T$ που δρα στους κόμβους i, j , δηλαδή:

$$S^e = \begin{Bmatrix} S_i^e \\ S_j^e \end{Bmatrix}$$

Κάθε ράβδος του δικτύωματος είναι ορισμένη από τις συντεταγμένες των άκρων της i, j ως προς ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων, Σχ. 3.5, και χαρακτηρίζεται από το μήκος της s , τη σταθερή της διατομή A και το μέτρο ελαστικότητας E του υλικού από το οποίο αποτελείται.



Σχήμα 3.5: Ράβδος δικτυώματος ij ως προς ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων XOY .

Ας πάρουμε ένα τοπικό σύστημα αξόνων με αρχή το σημείο i τέτοιο ώστε ο άξονας των x να συμπίπτει με την διεύθυνση της ράβδου με φορά από τον κόμβο i προς τον κόμβο j , Σχ. 3.5.

Οι μετατοπίσεις της ράβδου είναι πάντα κατά την έννοια της ράβδου. Ας συμβολίσουμε με $\delta(x)$ την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση της ράβδου ενός σημείου M που απέχει x από το σημείο i (χρησιμοποιείται το σύμβολο δ αντί του q επειδή αναφερόμαστε σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων). Η μετατόπισή του πρέπει να εκφραστεί σαν συνάρτηση των μετατοπίσεων δ_i και δ_j με έναν απλό παρεμβολικό τύπο. Αυτό μπορεί να γίνει κατ' ευθείαν ή με το να θεωρήσουμε ότι η μετατόπιση $\delta(x)$ δίνεται από ένα απλό πολυώνυμο:

$$\delta(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots = [1 + x + x^2 \dots] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Η Εξ. (3.1) πρέπει να ισχύει και στους κόμβους $i(x=0)$ και $j(x=s)$ όπου οι μετατοπίσεις είναι αντίστοιχα δ_i και δ_j , δηλαδή:

$$\begin{aligned} \delta(0) &= \delta_i \\ \delta(s) &= \delta_j \end{aligned} \quad (3.2)$$

Άρα μόνο δύο όρους μπορούμε να κρατήσουμε από τη Εξ. (3.2) και κρατάμε πάντα τους όρους με ανιούσα σειρά, δηλαδή:

$$\delta(x) = a_1 + a_2x = [1 \quad x] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

Ή

$$\delta(x) = M(x)a \quad (3.3)$$

Όπου

$$M(x) = [1 \quad x], \quad a = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Εφαρμόζοντας τις Εξ. (3.1, 3.2) έχουμε:

$$\begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

Ή

$$\delta^e = Aa \quad (3.5)$$

Λύνοντας ως προς a και αντικαθιστώντας στην Εξ. (3.3) έχουμε:

$$\delta(x) = \left(1 - \frac{x}{s}\right) \delta_i + \frac{x}{s} \delta_j \quad \text{ή} \quad \delta(x) = (1 - \xi) \delta_i + \xi \delta_j, \quad \xi = \frac{x}{s}$$

Οπότε:

$$\delta(x) = [1 - \xi \quad \xi] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Συμβολίζω με $N_i(x) = 1 - \xi$ και $N_j(x) = \xi$. Τα $N_i(x)$, $N_j(x)$ λέγονται **συναρτήσεις σχήματος**. Η Εξ. (3.6) γράφεται:

$$\delta(x) = [N_i(x) \quad N_j(x)] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = N \delta^e \quad (3.7)$$

Στην Εξ. (3.7) θα φτάναμε αν αντιστρέφαμε την Εξ. (3.5), οπότε:

$$a = A^{-1} \delta^e$$

Και την αντικαθιστούμε στην Εξ. (3.3) οπότε:

$$\delta(x) = M(x) A^{-1} \delta^e$$

Άρα

$$N(x) = M(x) A^{-1} \quad (3.8)$$

Οι παραμορφώσεις δίνονται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{d\delta(x)}{dx} = \frac{1}{s} [-1 \quad 1] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix}$$

Ή σε μητρική μορφή:

$$\varepsilon = B_1 \delta^e \quad (3.9)$$

Όπου:

$$B_1 = \frac{1}{s} [-1 \quad 1] \quad (3.10)$$

Ενώ οι τάσεις προκύπτουν από τη σχέση τάσεων – παραμορφώσεων:

$$\sigma = E\varepsilon = EB_1\delta^e = \frac{E}{s}[-1 \quad 1]\delta^e \quad (3.11)$$

Το επόμενο βήμα που θα κάνουμε είναι να εφαρμόσουμε την αρχή δυνατών έργων στο στοιχείο e . Οι δυνατές παραμορφώσεις δε εκφράζονται με μια σχέση ανάλογη της Εξ. (3.9) αφού το μόνο που αλλάζει είναι οι δυνατές μετατοπίσεις των κόμβων. Επομένως αν συμβολίσουμε με $\delta\delta^e$ το διάνυσμα των δυνατών κομβικών μετατοπίσεων η δυνατή παραμόρφωση είναι:

$$\delta\varepsilon = B_1\delta\delta^e = \frac{1}{s}[-1 \quad 1]\delta\delta^e$$

Η αρχή των δυνατών έργων λέει ότι το δυνατό έργο E_ξ των εξωτερικών δυνάμεων $E_\xi = [\delta\delta^e]^T S^e$ είναι ίσο με το έργο των E_σ των εσωτερικών δυνάμεων:

$$E_\sigma = \int_{V^e} \delta\varepsilon^T \sigma dV$$

δηλαδή:

$$[\delta\delta^e]^T (S^e - \int_{V^e} B_1^T E B_1 dV \delta\delta^e) = 0 \quad (3.12)$$

Ονομάζω ακαμψία \bar{k}^e του στοιχείου e στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων την ποσότητα:

$$\bar{k}^e = \int_{V^e} B_1^T E B_1 dV \quad (3.13)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα B_1 , E και η διατομή A της ράβδου είναι σταθερά προκύπτει:

$$\bar{k}^e = \frac{AE}{s} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Δεδομένου ότι το διάνυσμα $\delta\delta^e$ είναι ένα τυχαίο μη μηδενικό διάνυσμα η Εξ. (3.12) γράφεται:

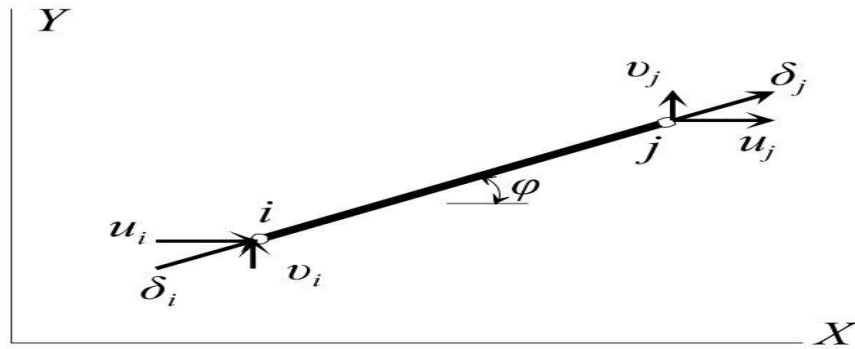
$$\bar{k}^e \delta^e = S^e \quad (3.15)$$

Θεωρούμε τώρα τις μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα XOY . Το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων q^e της ράβδου είναι:

$$q^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ v_j \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Το διάνυσμα δ^e συνδέεται με το διάνυσμα q^e Σχ. 3.6 με την σχέση:

$$\begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ v_j \\ u_j \end{Bmatrix} \quad \text{ή}$$



Σχήμα 3.6

$$\delta^e = a_1 q^e \quad (3.17)$$

Όπου l, m είναι τα συνημίτονα κατεύθυνσης της ράβδου e ως προς τους άξονες X, Y , δηλαδή:

$$l = \frac{X_j - X_i}{s} = \cos \varphi \quad m = \frac{Y_j - Y_i}{s} = \sin \varphi \quad (3.18)$$

Και $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j)$ οι συντεταγμένες των κόμβων i, j αντίστοιχα.

Έστω (F_{ix}^e, F_{iy}^e) και (F_{jx}^e, F_{jy}^e) οι συνιστώσες των S_i^e και S_j^e αντίστοιχα στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Από το Σχ. 3.6 προκύπτει:

$$\begin{Bmatrix} F_{ix}^e \\ F_{iy}^e \\ F_{jx}^e \\ F_{jy}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & 0 \\ m & 0 \\ 0 & l \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_i^e \\ S_j^e \end{Bmatrix} \quad \text{ή} \quad F^e = a_1^T S^e \quad (3.19)$$

Η Εξ. (3.19) συνδέει το μητρώο στήλη F^e των κομβικών δυνάμεων στο καθολικό σύστημα με το μητρώο των κομβικών δυνάμεων S^e στο τοπικό σύστημα. Αντικαθιστώντας την Εξ. (3.17) στις Εξ. (3.9) και Εξ. (3.11) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= B_1 a_1 q^e = B q^e \\ \sigma &= E B_1 a_1 q^e = E B q^e \end{aligned}$$

Εφαρμόζοντας ξανά την αρχή των δυνατών έργων μετά από μια ανάλογη διαδικασία όπως προηγουμένως βρίσκουμε:

$$k^e q^e = F^e \quad (3.20)$$

Όπου

$$k^e = \int_{V^e} B^T E B dV = \int_{V^e} a_1^T B_1^T E B_1 a_1 dV = a_1^T \left(\int_{V^e} B_1^T E B_1 dV \right) a_1$$

Δηλαδή

$$k^e = a_1^T \bar{k}^e a_1 \quad (3.21)$$

το μητρώο ακαμψίας στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Κάνοντας τις πράξεις βρίσκουμε:

$$k^e = \frac{AE}{s} \begin{bmatrix} l^2 & lm & -l^2 & -lm \\ lm & m^2 & -lm & -m^2 \\ -l^2 & -lm & l^2 & lm \\ -lm & -m^2 & lm & m^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Το μητρώο ακαμψίας \bar{k}^e και το μητρώο των κομβικών μετατοπίσεων δ^e στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων, συνδέονται με το μητρώο των κομβικών δυνάμεων $S^e = [S_i^e \ S_j^e]^T$ επίσης στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων με την Εξ. (3.2), δηλαδή πρέπει να ισχύει:

$$AE \frac{(\delta_i - \delta_j)}{s} = S_i^e \quad AE \frac{(\delta_j - \delta_i)}{s} = S_j^e \quad (3.23)$$

Που είναι ήδη γνωστά από τον εφελκυσμό των ράβδων. Δηλαδή, η Εξ. (3.15) μπορεί να προκύψει και απευθείας.

Πολλαπλασιάζοντας από αριστερά την Εξ.(3.15) με a_1^T και χρησιμοποιώντας τις Εξ. (3.17) και Εξ. (3.19) προκύπτει:

$$(a_1^T \bar{k}^e a_1) q^e = F^e \quad \leftrightarrow \quad k^e q^e = F^e$$

Που συμπίπτει με την (3.20).

Από τη στιγμή που έχει αναπτυχθεί η Εξ. (3.20) η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος ακολουθεί τα βήματα της μητρωϊκής ανάλυσης των κατασκευών. Δηλαδή εφαρμόζουμε τις εξισώσεις ισορροπίας σε κάθε κόμβο i του δικτυώματος. Στις εξισώσεις αυτές τις εσωτερικές δυνάμεις $F_{ix}^e, F_{iy}^e, F_{iz}^e$ στον κόμβο i της ράβδου e τις αντικαθιστούμε από τη Εξ. (3.20). Έτσι βρίσκουμε σχέσεις που συνδυάζουν τις ακαμψίες $k^e (e=1,2,\dots,N)$ και των N ράβδων του δικτυώματος καθώς και όλες τις μετατοπίσεις των κόμβων. Η σχέσεις αυτές έχουν ως δεύτερο μέλος τις γνωστές εξωτερικές δυνάμεις R που εφαρμόζονται στους κόμβους του δικτυώματος. Αν συμβολίσουμε με K τον συνδυασμό-σύνθεση των ακαμψιών των επί μέρους ράβδων που περιγράψαμε πιο πάνω και με r το διάνυσμα που παριστά όλες τις μετατοπίσεις των κόμβων τότε θα έχουμε:

$$Kr = R \quad (3.24)$$

Όπου

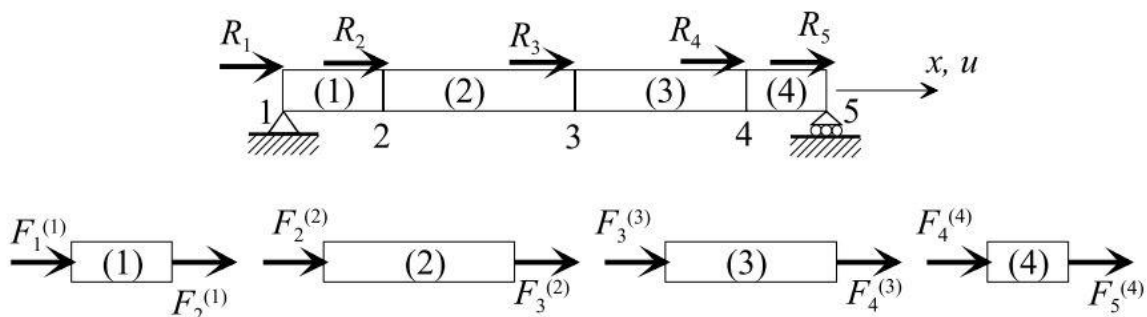
$$K = \sum_{e=1}^N k^e \quad (3.25)$$

Είναι το μητρώο ακαμψίας της ραβδωτής κατασκευής. (Προσοχή το σύμβολο Σ δεν παριστά κλασική άθροιση).

Πιο πολύ μπορεί να καταλάβει κανείς την διαδικασία μέσα από τα παραδείγματα που ακολουθούν.

Παράδειγμα 1.1

Θεωρούμε τη μονοδιάστατη αμφιέριστη δοκό σταθερής διατομής που φορτίζεται μονοαξονικά και έχει χωρισθεί σε τέσσερα πεπερασμένα στοιχεία όπως φαίνεται στο σχήμα. Δεχόμαστε ότι η δοκός δεν λυγίζει επιπλέον, θεωρούμε ότι τα μητρώα ακαμψίας και φορτίσεως των στοιχείων είναι γνωστά.



Σχήμα 3.7: Παράδειγμα 1.1.

Κάθε κόμβος i έχει μόνον ένα βαθμό ελευθερίας, την αξονική μετατόπιση $u_i=q_i$. Εφαρμόζοντας την Εξ. (3.22) για κάθε ένα στοιχείο ξεχωριστά προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{(1)} \\ F_2^{(1)} \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} \\ k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2^{(2)} \\ F_3^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (\alpha)$$

$$\begin{bmatrix} k_{33}^{(3)} & k_{34}^{(3)} \\ k_{43}^{(3)} & k_{44}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_3^{(3)} \\ F_4^{(3)} \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} k_{44}^{(4)} & k_{45}^{(4)} \\ k_{54}^{(4)} & k_{55}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_4 \\ q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_4^{(4)} \\ F_5^{(4)} \end{Bmatrix}$$

Τα στοιχεία k_{ij}^e των μητρώων k^e είναι μονοδιάστατα (1x1).

Για να σχηματισθούν οι εξισώσεις ισορροπίας όλης της δοκού θεωρείται η ισορροπία κάθε κόμβου ξεχωριστά. Οπότε,

$$\begin{aligned} R_1 = F_1^{(1)} &= k_{11}^{(1)} q_1 + k_{12}^{(1)} q_2 \\ R_2 = F_2^{(1)} + F_2^{(2)} &= k_{21}^{(1)} q_1 + [k_{22}^{(1)} k_{22}^{(2)}] q_2 + k_{23}^{(2)} q_3 \\ R_3 = F_3^{(2)} + F_3^{(3)} &= k_{32}^{(2)} q_2 + [k_{33}^{(2)} k_{33}^{(3)}] q_3 + k_{34}^{(3)} q_4 \\ R_4 = F_4^{(3)} + F_4^{(4)} &= k_{43}^{(3)} q_3 + [k_{44}^{(3)} k_{44}^{(4)}] q_4 + k_{45}^{(4)} q_5 \\ R_5 = F_5^{(4)} &= k_{54}^{(4)} q_4 + k_{55}^{(4)} q_5 \end{aligned} \quad (\beta)$$

Όπου, R_1, \dots, R_5 οι συνολικές δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους 1, ..., 5 αντίστοιχα.

Οι εξισώσεις ισορροπίας μπορούν να γραφούν σε μητρωική μορφή ως εξής:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} + k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} + k_{33}^{(3)} & k_{34}^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & k_{43}^{(3)} & k_{44}^{(3)} + k_{44}^{(4)} & k_{45}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & k_{54}^{(4)} & k_{55}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{Bmatrix} \quad (\gamma)$$

Ή

$$Kr = R \quad (\gamma')$$

Όπου, K είναι το ολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής, r το μητρώο διάνυσμα των μετατοπίσεων των κόμβων και R το μητρώο διάνυσμα των κομβικών δυνάμεων.

Το σύστημα των εξισώσεων (γ') αποτελεί το τελικό σύστημα των εξισώσεων ισορροπίας όλου του μέσου. Οποιοσδήποτε φορέας και να αντιμετωπισθεί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων το σύστημα των τελικών εξισώσεων που θα σχηματισθεί θα είναι της μορφής των εξισώσεων (γ').

Παρατηρώντας το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων (γ), βλέπουμε ότι θα μπορούσαμε να σχηματίσουμε το ολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής και απ' ευθείας. Έτσι δύναμη σε ένα κόμβο i προκαλούν οι μετακινήσεις u_j των κόμβων των στοιχείων e_1, e_2, \dots, e_N που έχουν κοινούς κόμβους τον i και j . Αυτό σημαίνει ότι το στοιχείο K_{ij} του ολικού μητρώου ακαμψίας θα είναι:

$$K_{ij} = k_{ij}^{e_1} + k_{ij}^{e_2} + \dots + k_{ij}^{e_N} \quad (\delta)$$

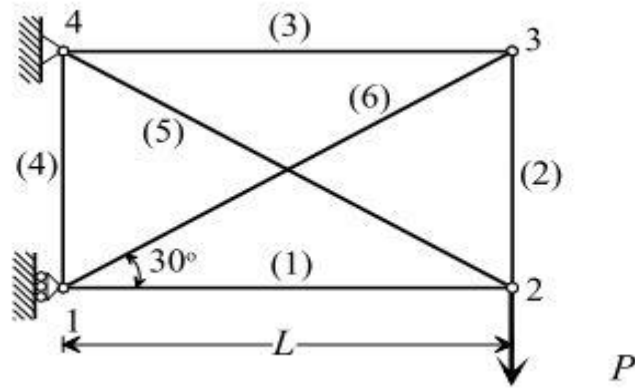
Όπου $k_{ij}^{e_1}, k_{ij}^{e_2}, \dots, k_{ij}^{e_N}$ είναι τα επιμέρους στοιχεία των μητρώων ακαμψίας των στοιχείων e_1, e_2, \dots, e_N .

Αξίζει να τονίσουμε ότι αν ο κόμβος j ανήκει μόνο στα στοιχεία e_1 και e_2 τότε η Εξ. (δ) περιλαμβάνει μόνο τους δύο πρώτους όρους αφού οι υπόλοιποι όροι είναι μηδενικοί.

Το πρόβλημα περιπλέκεται ελαφρώς αν ο αριθμός των κομβικών παραμέτρων είναι μεγαλύτερος του 1. Έτσι για παράδειγμα στον κόμβο j υπάρχουν οι μετατοπίσεις u_j, v_j οπότε και οι δυνάμεις θα είναι R_{xj}, R_{yj} θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι η δύναμη R_{xj} προκαλείται από τις μετατοπίσεις u_j, v_j που πολλαπλασιάζουν τα στοιχεία της $(2j-1)$ γραμμής του μητρώου ακαμψίας κοκ. Στο παράδειγμα που ακολουθεί αποφύγαμε, για λόγους ευκολότερης κατανόησης αυτή την περιπλοκή παίρνοντας τις μετατοπίσεις u_j, v_j με τη μορφή ενός διανύσματος q_j οπότε και τα στοιχεία K_{ij} του μητρώου ακαμψίας είναι μητρώα (2×2) .

Παράδειγμα 1.2

Υπολογίζουμε τις τάσεις των ράβδων του δικτυώματος του Σχ. 3.8 που έχουν κοινό μέτρο ελαστικότητας E και κοινό εμβαδό διατομής A . Από την Εξ. (3.22) προκύπτουν τα μητρώα ακαμψίας των ράβδων 1,2,3,4,5 αφού τα συνημίτονα κατεύθυνσης της κάθε ράβδου είναι:



Σχήμα 3.8: Παράδειγμα 1.2.

Ράβδος (1): $(l, m) = (1, 0)$

Ράβδος (2): $(l, m) = (0, 1)$

Ράβδος (3): $(l, m) = (-1, 0)$

Ράβδος (4): $(l, m) = (0, -1)$

Ράβδος (5): $(l, m) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Ράβδος (6): $(l, m) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$k^1 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k^2 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$k^3 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k^4 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$k^5 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} \end{bmatrix}, \quad k^6 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} \end{bmatrix}$$

Επομένως η σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις των κόμβων με τα επικόμβια εξωτερικά φορτία και τις αντιδράσεις R_{1x} , R_{4x} , R_{4y} στους κόμβους 1, 4 είναι:

$$\begin{Bmatrix} R_{1x} \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \\ R_{4x} \\ R_{4y} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -1 & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & 0 & 0 \\ \frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & -\sqrt{3} \\ -1 & 0 & 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & -\sqrt{3} & \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -1 & 0 \\ -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & -\sqrt{3} & \frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -1 & 0 & 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -\sqrt{3} & \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Η λύση του συστήματος δίνει:

$$u_1 = -0.12847 \frac{PL}{EA}, \quad u_2 = -0.26340 \frac{PL}{EA}, \quad u_3 = -1.15864 \frac{PL}{EA},$$

$$u_3 = 0.38541 \frac{PL}{EA}, \quad u_3 = -1.82379 \frac{PL}{EA}$$

Οπότε η ισορροπία μας δίνει τις αντιδράσεις στους κόμβους 1, 4

$$R_{4x} = P, \quad F_{4y} = -P\sqrt{3}, \quad F_{1x} = P\sqrt{3}$$

Τέλος, αντικαθιστώντας τις μετατοπίσεις στις Εξ. (3.17) και Εξ. (3.15) προσδιορίζουμε τις τάσεις των ράβδων.

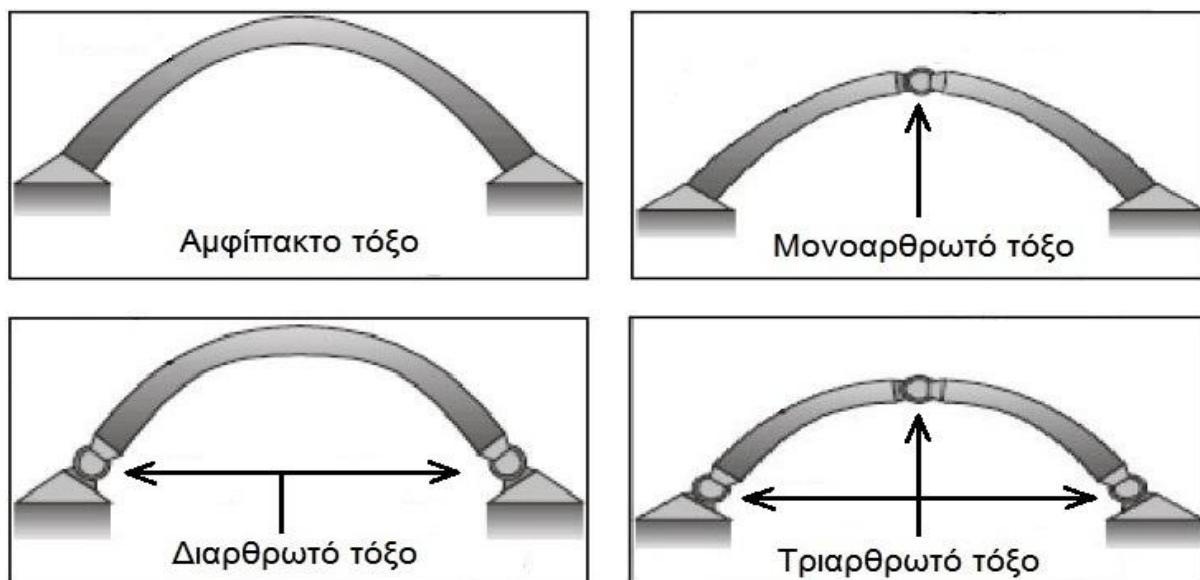
4. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

4.1 ΤΟΞΩΤΕΣ ΚΑΙ ΚΡΕΜΑΣΤΕΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΓΕΦΥΡΕΣ

Οι τοξωτές γέφυρες είναι κατασκευές στις οποίες σε κάθε άνοιγμα διαμορφώνεται από ένα τόξο. Τα ανοίγματα κυμαίνονται περίπου μέχρι 520 μέτρα. Η τοξωτή γέφυρα είναι ένας από τους παλαιότερους τύπους γεφυρών. Οι πρώιμες τοξωτές γέφυρες κατασκευάστηκαν από μεγάλους, λαξευμένους ογκόλιθους που σφηνώθηκαν μαζί για να διαμορφώσουν ένα ολόσωμο τόξο. Σήμερα, η πλειοψηφία των τοξωτών γεφυρών μικρών ανοιγμάτων κατασκευάζεται από σκυρόδεμα, παλαιότερα από ξύλο. τοξωτές γέφυρες μεγαλύτερων ανοιγμάτων χρησιμοποιούν σαν υλικά κατασκευής το σκυρόδεμα ή το μέταλλο. Τα δικτυώματα είναι συνήθως δευτερεύοντα Στοιχεία σε μια τέτοια γέφυρα, αν και δεν είναι σπάνια τα τόξα που αξιοποιούν και κατασκευάζονται από δικτυώματα.

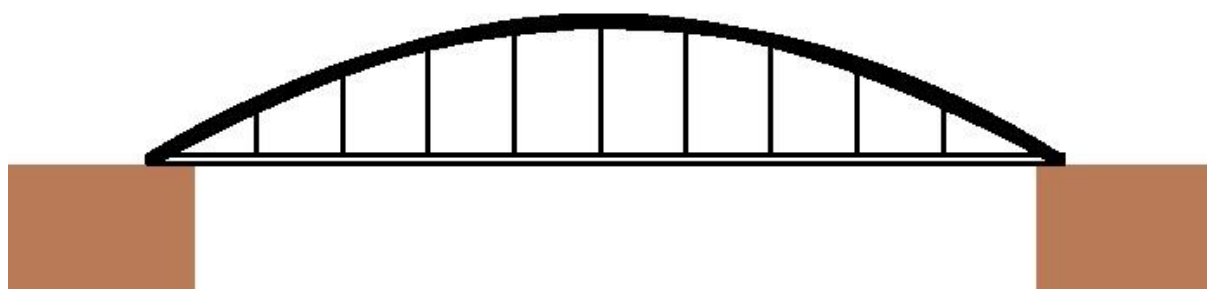
Οι Μηχανικοί πρέπει να σχεδιάζουν τις τοξωτές γέφυρες έτσι ώστε οι εδράσεις του τόξου να μην ολισθαίνουν όταν δέχονται φορτία, καθώς αυτό μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευση της γέφυρας. Το οδόστρωμα μερικών γεφυρών βρίσκεται πάνω από την αψίδα και υποστηρίζεται από τα μεσόβαθρα (spandrel columns) αυτά μεταφέρουν το φορτίο του οδοστρώματος στην αψίδα, η οποία φέρει και το ίδιο το βάρος της γέφυρας. Το οδόστρωμα μιας αμφίπακτης τοξωτής γέφυρας (tied arch bridge) είναι κάτω από την καμπύλη του τόξου. Το οδόστρωμα υποστηρίζεται από ενισχυμένες δοκούς ή άλλους τύπους δοκαριών που αναρτώνται από το τόξο. Οι δοκοί συνδέονται επίσης με τις εδράσεις του τόξου έτσι ώστε να αποτραπεί μία τυχούσα παρέκκλισή τους από την αρχική θεωρητική τους θέση. Οι στηρίξεις φέρουν το βάρος της γέφυρας.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να ταξινομηθούν οι τοξωτές γέφυρες. Η τοποθέτηση της γέφυρας σε σχέση με το επικοινωνημένο παρέχει τους περιγραφικούς όρους που χρησιμοποιούνται σε όλες τις γέφυρες: deck, pony, και through. Επίσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο τύπος συνδέσεων που χρησιμοποιούνται στις στηρίξεις και στο μέσον του τόξου, μετρώντας τον αριθμό αρθρώσεων οι οποίες ορίζουν την συμπεριφορά της κατασκευής σε διάφορες φορτίσεις και δυνάμεις. Παρουσιάζεται αψίδα διάταξης through, αλλά αυτό ισχύει για όλους τους τύπους αψίδων, Εικ. 4.1.



Εικόνα 4.1: Παραδείγματα άρθρωσης τόξου.

Μια άλλη μέθοδος ταξινόμησης βασίζεται στη διαμόρφωση ενός τόξου. Για παράδειγμα, οι μορφές των στέρεων ελκυστήρων σε αμφίπακτο τόξο, του ενισχυμένου με ελκυστήρες τοξωτού δικτυώματος και ενισχυμένα τόξα με τύμπανα ανοικτού τύπου. Ένα τόξο με ελκυστήρες, κατασκευάζεται συνήθως χρησιμοποιώντας καμπύλα τμήματα δοκών, Εικ. 4.2.



Εικόνα 4.2: Αμφίπακτη τοξωτή γέφυρα ελκυστήρων.

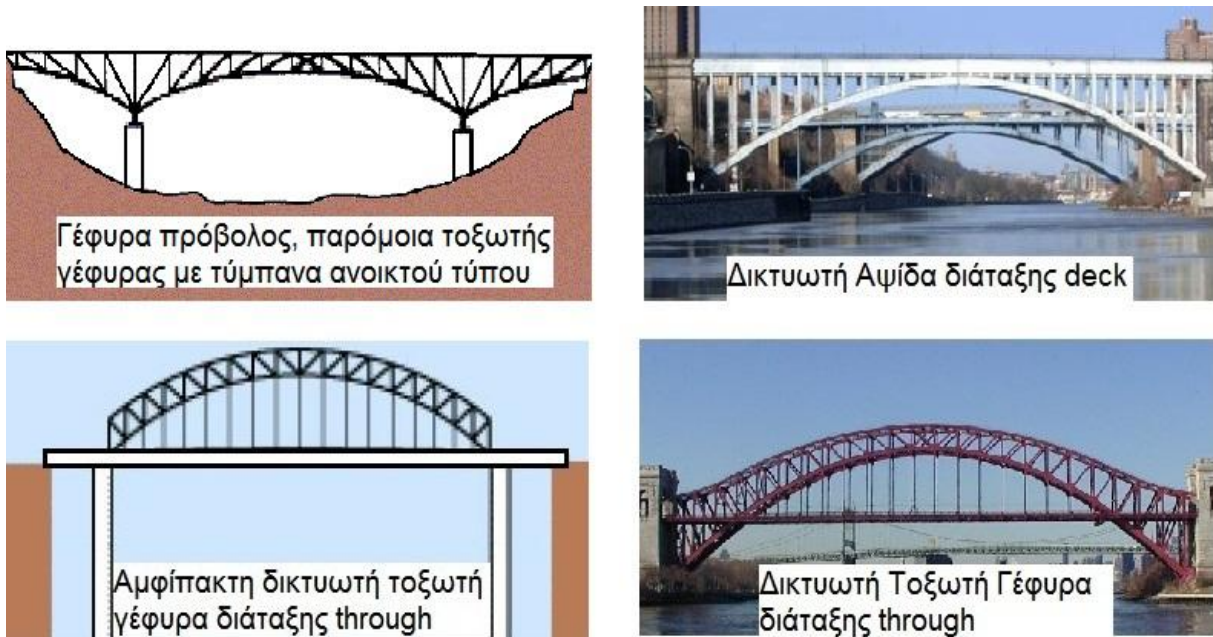
Ένα ενισχυμένο τόξο ελκυστήρων έχει ένα καμπύλο δικτύωμα διάταξης through, με το κατάστρωμα της γέφυρας να βρίσκεται στο κάτω πέλμα του δικτυώματος. Σε μια αψίδα με τύμπανα ανοικτού τύπου το κατάστρωμα βρίσκεται στο άνω πέλμα του δικτυώματος, το οποίο το στηρίζει.

Μερικές μεταλλικές γέφυρες που εκ πρώτης όψεως φαίνονται να είναι τόξα με τύμπανα ανοικτού τύπου, είναι στην πραγματικότητα γέφυρες πρόβολοι. Αυτές στηρίζονται στη διαγώνια ενίσχυση (diagonal bracing), ενώ μια τοξωτή γέφυρα μεταδίδει το φορτίο που φέρει η αψίδα βασιζόμενη στα κατακόρυφα στοιχεία.

Η Αμφίπακτη Αψίδα τύπου “χορδή τόξου” (bowstring) χρησιμοποιείται συνήθως για κρεμαστές γέφυρες. Το τόξο μπορεί να είναι δικτυωτό ή ολόσωμο.

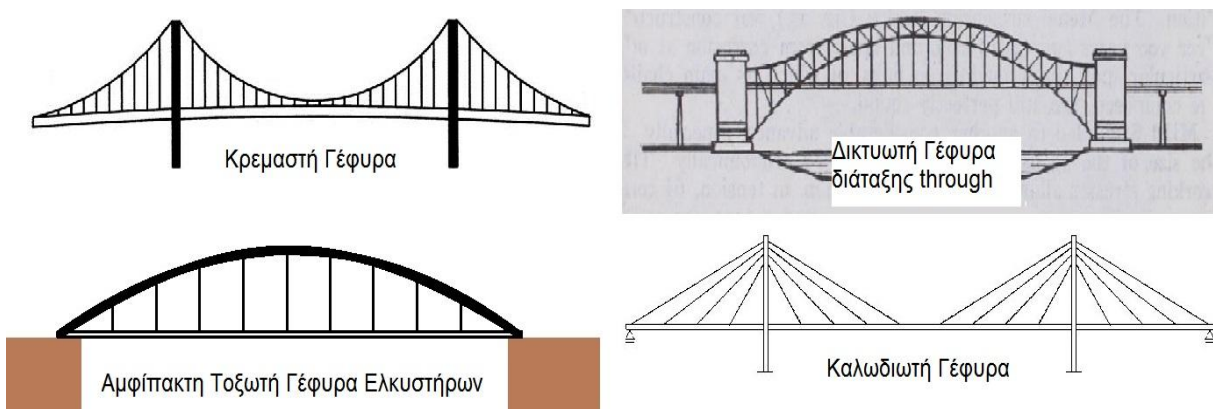
Τα δικτυώματα που αποτελούν την αψίδα ποικίλουν στη διαμόρφωση, αλλά συνηθίζεται η χρήση των μορφών Pratt ή Warren. Ενώ μια τυπική τοξωτή γέφυρα μεταφέρει το φορτίο της στα θεμέλια μέσω των βάθρων της, η μορφή αμφίπακτου

τόξου αποτρέπει την ολίσθηση των βάθρων της, με τη χρήση του καταστρώματος της γέφυρας ως δεσμικό στοιχείο. Παραδείγματα των παραπάνω μορφών στην Εικ. 4.3.



Εικόνα 4.3: Μερικές μορφές τοξωτών γεφυρών.

Οι μακρύτερες γέφυρες στον κόσμο είναι οι κρεμαστές γέφυρες. Το κατάστρωμα αναρτάται με νεύρα (συρματόσχοινα, ράβδους εφελκυσμού, καλώδια, αλυσίδες, και άλλα), σε δικτυώματα, καλώδια που ενώνουν πυλώνες ή και στους ίδιους τους πυλώνες. Τα υλικά για τα άλλα στοιχεία ποικίλλουν επίσης: οι πυλώνες μπορούν να είναι χαλύβδινοι ή από σκυρόδεμα, το κατάστρωμα να είναι δικτύωμα ή ενισχυμένες δοκοί, Εικ. 4.4 [6].



Εικόνα 4.4: Μορφές κρεμαστών γεφυρών.

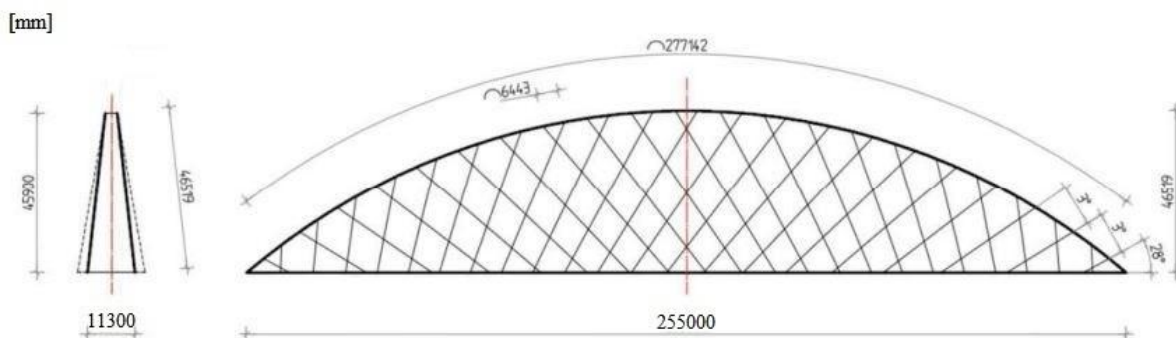
4.2 Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΓΕΦΥΡΑΣ

Το σχέδιο της συγκεκριμένης γέφυρας βασίζεται σε ένα αρχικό σχέδιο που προτάθηκε σε έναν διαγωνισμό για μια σιδηροδρομική τοξωτή γέφυρα. Σκοπός του έργου είναι η βελτίωση της κυκλοφοριακής υποδομής ανάμεσα στο Almere, το Amsterdam και το αεροδρόμιο του Schiphol. Η γέφυρα θα διασχίζει δέκα γραμμές κυκλοφορίας και θα έχει άνοιγμα 255 m. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για το τόξο, τα κρέμαστρα, την κύρια δοκό και το κατάστρωμα είναι χάλυβας S460, με μέτρο ελαστικότητας $E = 205$ [GPa], όριο διαρροής στα 460 [MPa] και λόγο Poisson 0.3. Η γέφυρα μπορεί να διακριθεί στα εξής κύρια μέρη:

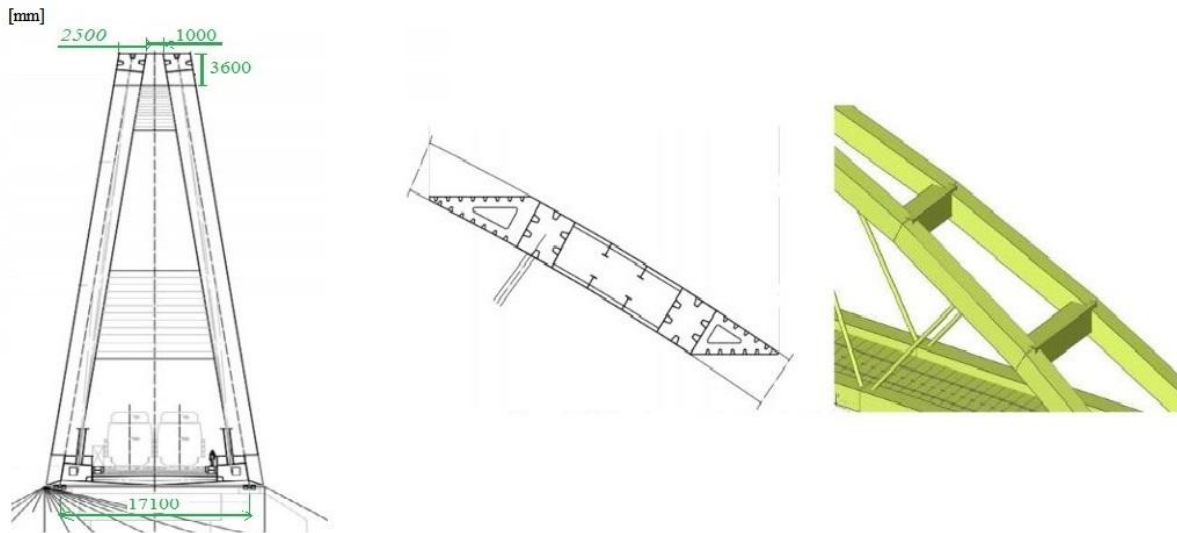
- Τόξο
- Κρέμαστρα
- Κύρια δοκός
- Κατάστρωμα

4.2.1 Τόξο

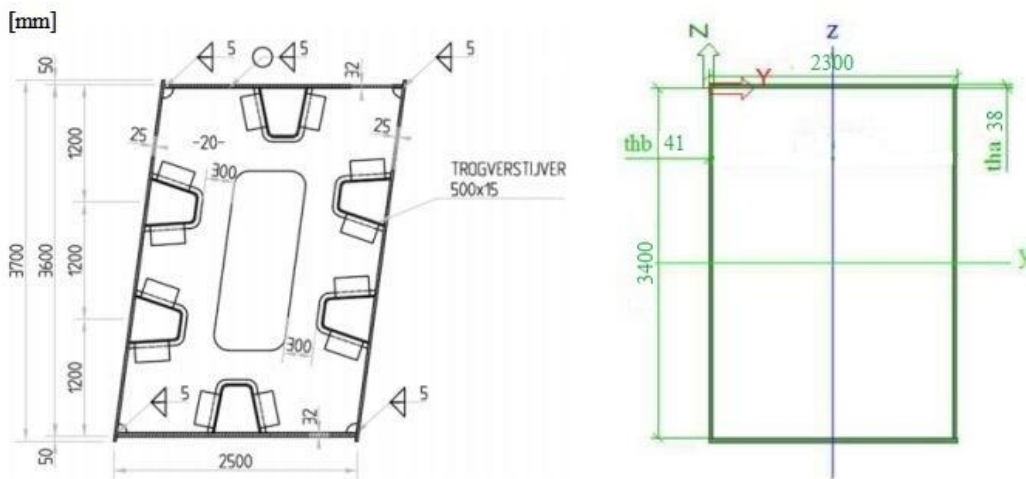
Οι δυνάμεις που επιβάλλονται στη γέφυρα και το ίδιο το βάρος της γέφυρας μεταφέρονται από το τόξο στο έδαφος. Η δομή της τοξωτής γέφυρας αποτελείται από δύο τόξα που συνδέονται μεταξύ τους με πλευρικές στηρίξεις για οριζόντια σταθερότητα. Το υλικό του τόξου είναι χάλυβας S460. Η οριζόντια στήριξη ανάμεσα στα δύο τόξα φτιάχτηκε χρησιμοποιώντας μεγάλους συνδέσμους που θα παρέχουν επαρκή σταθερότητα. Για λόγους απλότητας, η οριζόντια στήριξη έχει μοντελοποιηθεί όπως το τόξο. Το ύψος του τόξου συνήθως κυμαίνεται από 1/5 έως 1/7 του ανοίγματος της γέφυρας. Η μοντελοποίηση έγινε με ευθείες γραμμές για ευκολία, και η κάθετη διατομή φτιάχτηκε σαν ορθογώνιο τμήμα. Στην πραγματικότητα η διατομή είναι εφοδιασμένη με ενισχυτικά ελάσματα και διαφράγματα για να εξασφαλιστεί η επαρκής τοπική σταθερότητα του στοιχείου. Η συνεισφορά των ενισχυτικών λαμβάνεται υπόψη με την προσθήκη εμβαδού διατομής τους στο συνολικό πάχος της διατομής. Για να δημιουργηθεί επαρκής απόσταση μεταξύ των αμαξοστοιχιών και των τόξων, τα τόξα απέχουν ελάχιστα έξω από την ευθυγράμμιση της κύριας δοκού. Η σύνδεση τόξων και κύριας δοκού έχει γίνει με συγκόλληση. Στις παρακάτω εικόνες δίνεται μια άποψη του τόξου και παίρνουμε επιπλέον πληροφορίες για τις διαστάσεις.



Εικόνα 4.5: Το τόξο της γέφυρας.



Εικόνα 4.6: Μπροστινή όψη τόξου (αριστερά), πλευρικές στηρίξεις σε σχέδιο και μοντέλο (δεξιά).



Εικόνα 4.7: Διατομή τόξου, σχέδιο (αριστερά) και μοντέλο (δεξιά).

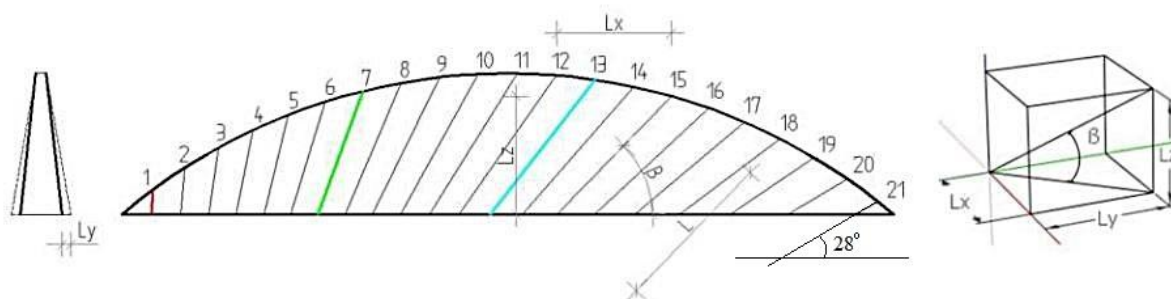
4.2.2 Κρέμαστρα

Τα κρέμαστρα συνδέονται στα τόξα πάνω και στην κύρια δοκό κάτω, έχουν κατασκευαστεί από χάλυβα S460. Μεταφέρουν τις δυνάμεις από την κύρια δοκό στο τόξο. Για την σχεδίαση των κρέμαστρων θα πρέπει να εξεταστούν δύο στοιχεία, είδος κρέμαστρων και διάταξη κρέμαστρων. Αυτές οι δύο παράμετροι έχουν μεγάλη επίδραση στην δομική συμπεριφορά καθώς και στο κόστος και την αισθητική της γέφυρας. Τα κρέμαστρα διατάσσονται με δικτυωτή μορφή, είναι 42 σε αριθμό σε κάθε τόξο. Ουσιαστικά είναι 21 κρέμαστρα που έχουν μια φορά και άλλα 21 συμμετρικά τους με αντίθετη φορά σε κάθε τόξο, σχηματίζοντας δικτυωτή μορφή. Το εξωτερικό κρέμαστρο, αριθμός 21, είναι τοποθετημένο σε γωνία 28° και τα υπόλοιπα κρέμαστρα που ακολουθούν έχουν μια αύξηση στην γωνία κατά 3° για κάθε κρέμαστρο. Τα κρέμαστρα με αριθμό 1, 2, 4 έως 16 έχουν διατομή $\phi 150$ [mm], αυτά

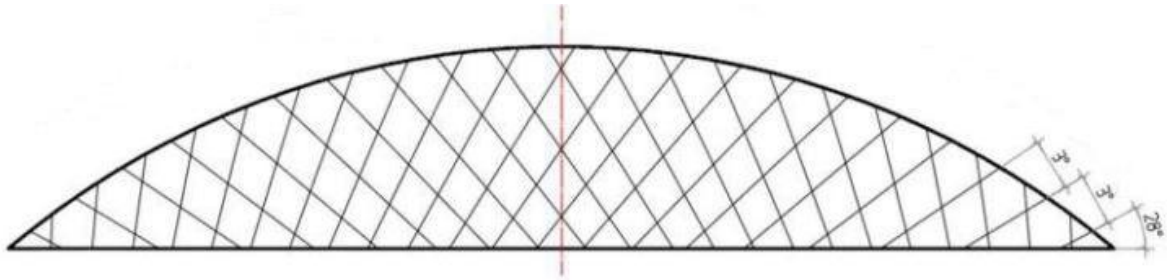
με αριθμό 3, 17 έως 21 έχουν διατομή $\phi 200$ [mm] και το κρέμαστρο νούμερο 20 έχει διατομή $\phi 220$ [mm]. Ο καλύτερος τύπος κρέμαστρου για την συγκεκριμένη κατασκευή είναι ράβδοι χάλυβα με συγκολλημένες συνδέσεις. Η συγκόλληση γίνεται μέσω μιας πλάκας σύνδεσης στο διάφραγμα του τόξου και της κύριας δοκού της γέφυρας. Παρακάτω ακολουθούν εικόνες και ένας πίνακας με τις συντεταγμένες των κρέμαστρων.

Πίνακας 4.1: Συντεταγμένες και μήκη κρέμαστρων.

Κρέμαστρο α/α	Σημείο Τόξου			Γωνία β [°]	Σημείο κύριας δοκού			Μήκος [m]
	x [m]	y [m]	z [m]		x [m]	y [m]	z [m]	
1	10.115	1.387	7.865	88	8.628	2.900	0	8.146
2	20.730	2.656	15.064	85	19.435	2.900	0	15.122
3	31.797	3.803	21.567	82	28.901	2.900	0	21.779
4	43.272	4.822	27.346	79	38.302	2.900	0	27.860
5	55.105	5.709	32.377	76	47.505	2.900	0	33.376
6	67.425	6.460	36.637	73	56.749	2.900	0	38.326
7	79.641	7.072	40.109	70	65.569	2.900	0	42.710
8	92.242	7.543	42.779	67	74.577	2.900	0	46.515
9	104.991	7.870	44.634	64	83.658	2.900	0	49.719
10	117.836	8.052	45.667	61	92.888	2.900	0	52.292
11	130.723	8.088	45.874	58	102.345	2.900	0	54.191
12	143.595	7.979	45.254	55	112.116	2.900	0	55.359
13	156.399	7.724	43.809	52	122.304	2.900	0	55.722
14	169.081	7.325	41.545	49	133.033	2.900	0	55.182
15	181.586	6.783	38.472	46	144.448	2.900	0	53.614
16	193.860	6.101	34.604	43	156.731	2.900	0	50.855
17	205.854	5.282	29.956	40	170.120	2.900	0	46.690
18	217.513	4.328	24.549	37	184.912	2.900	0	40.836
19	228.790	3.245	18.405	34	201.501	2.900	0	32.917
20	239.638	2.036	11.550	31	220.381	2.900	0	22.472
21	250.008	0.708	4.014	28	241.690	2.900	0	9.492



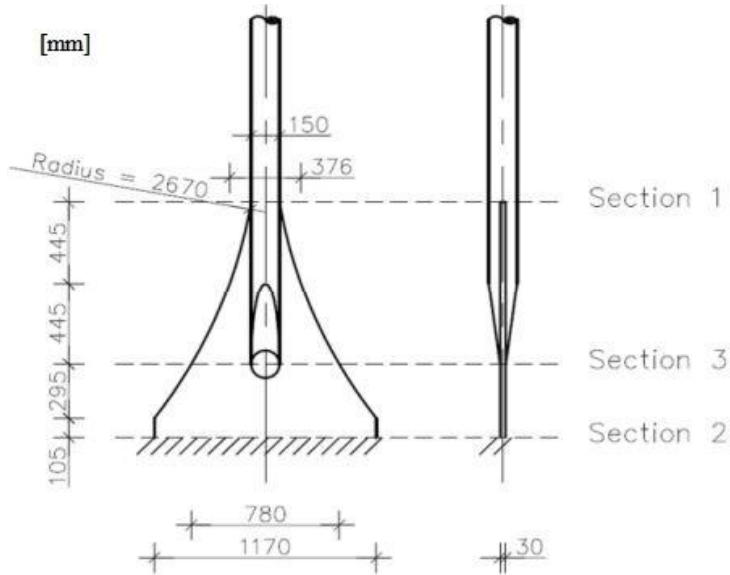
Εικόνα 4.8: Διάταξη των 21 κρέμαστρων.



Εικόνα 4.9: Διάταξη των 42 κρέμαστρων.



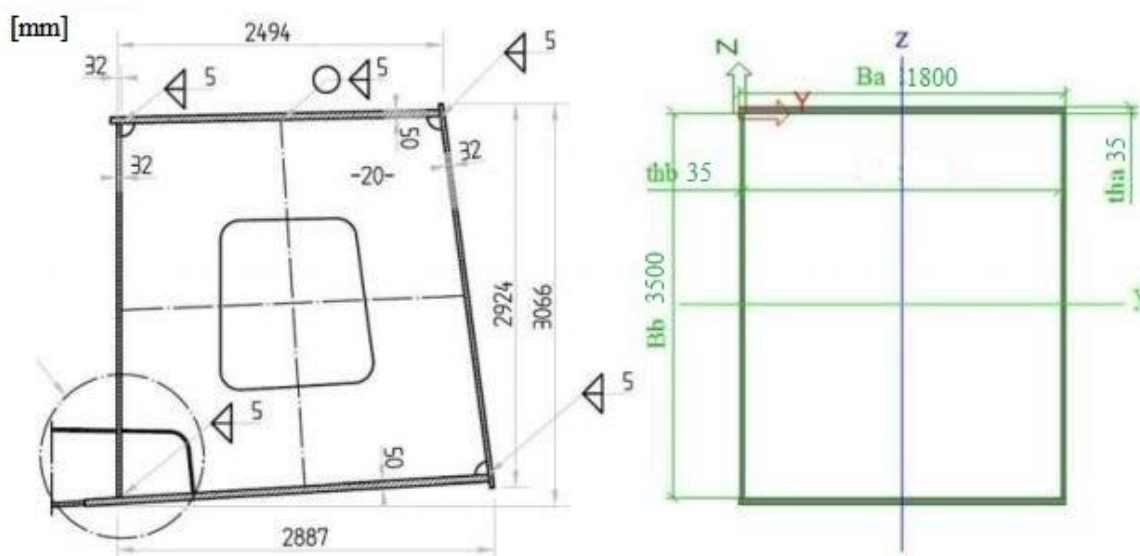
Εικόνα 4.10: Αριστερά σύνδεση κρέμαστρου απευθείας συγκολλημένο, δεξιά όψη κρέμαστρου.



Εικόνα 4.11: Διαστάσεις συνδέσεων κρέμαστρων $\phi 150$.

4.2.3 Κύρια δοκός

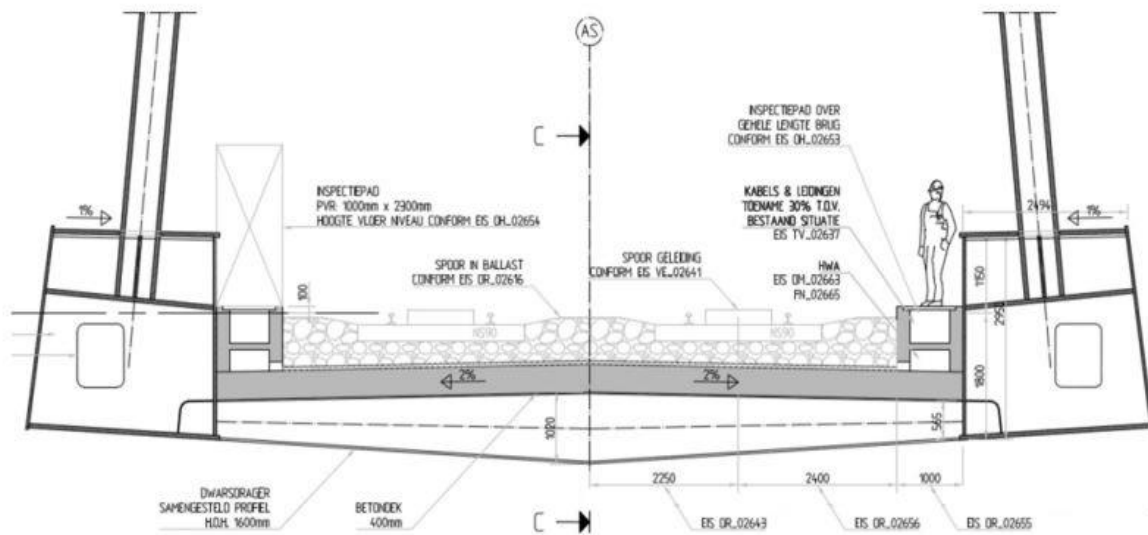
Η κύρια δοκός μεταφέρει τα φορτία από το κατάστρωμα στα κρέμαστρα και εξουδετερώνει την οριζόντια ώθηση που δημιουργείται από τα τόξα. Εκτείνεται κατά μήκος της γέφυρας δεξιά και αριστερά αυτής. Το υλικό από το οποίο αποτελείται είναι το ίδιο με τα προηγούμενα, χάλυβας S460. Η κύρια δοκός συνδέεται με την πλάκα σκυροδέματος με πείρους. Για λόγους απλότητας η γεωμετρία της διατομής της έχει μοντελοποιηθεί σαν ορθογώνιο τμήμα, Εικ. 4.12.



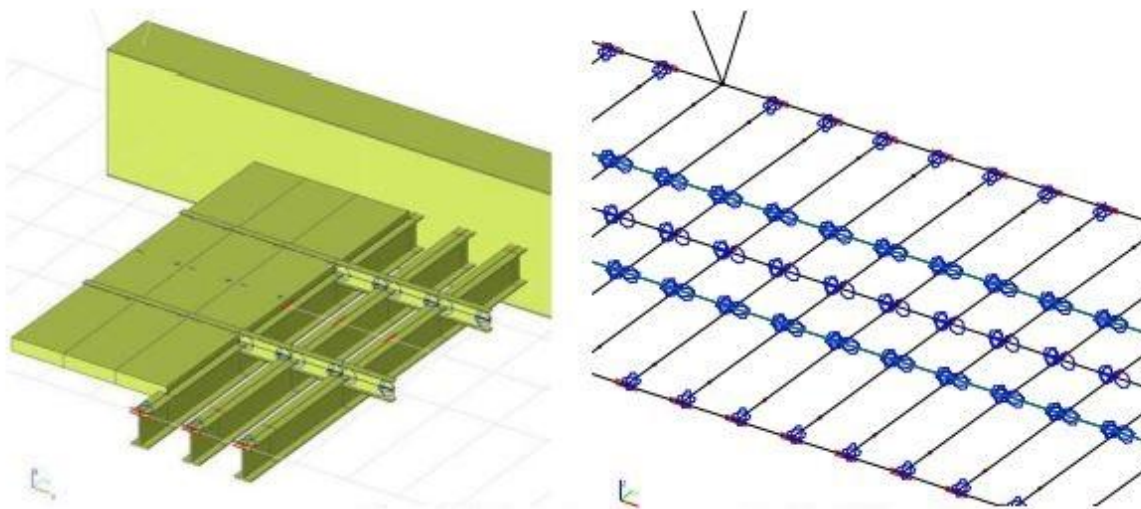
Εικόνα 4.12: Διατομή κύριας δοκού αριστερά, μοντέλο δεξιά.

4.2.4 Κατάστρωμα

Το κατάστρωμα φέρει όλα τα φορτία που περνάνε από την γέφυρα, τράινα, άνθρωποι. Το κατάστρωμα αποτελείται από εγκάρσιες δοκούς και πλάκα σκυροδέματος που υποστηρίζει το έρμα και τα υπόλοιπα στοιχεία των σιδηρογραμμών. Στο κατάστρωμα έχουν τοποθετηθεί τρεις IPE600 δοκοί κατά μήκος της γέφυρας για να προσομοιώσει τις σιδηροδρομικές γραμμές. Όλα τα φορτία τοποθετούνται στις γραμμές. Οι εγκάρσιες δοκοί έχουν τοποθετηθεί ανά 1.604 [m] και συνδέονται με την πλάκα σκυροδέματος με διατμητικούς συνδέσμους. Στο μαθηματικό μοντέλο οι εγκάρσιες δοκοί έχουν απλοποιηθεί ως δοκοί HEB900. Αυτό εξασφαλίζει συμπεριφορά σύνθετης δοκού, κάτι το οποίο αυξάνει σημαντικά την αντοχή και την δυσκαμψία. Παρακάτω παρατίθενται εικόνες.

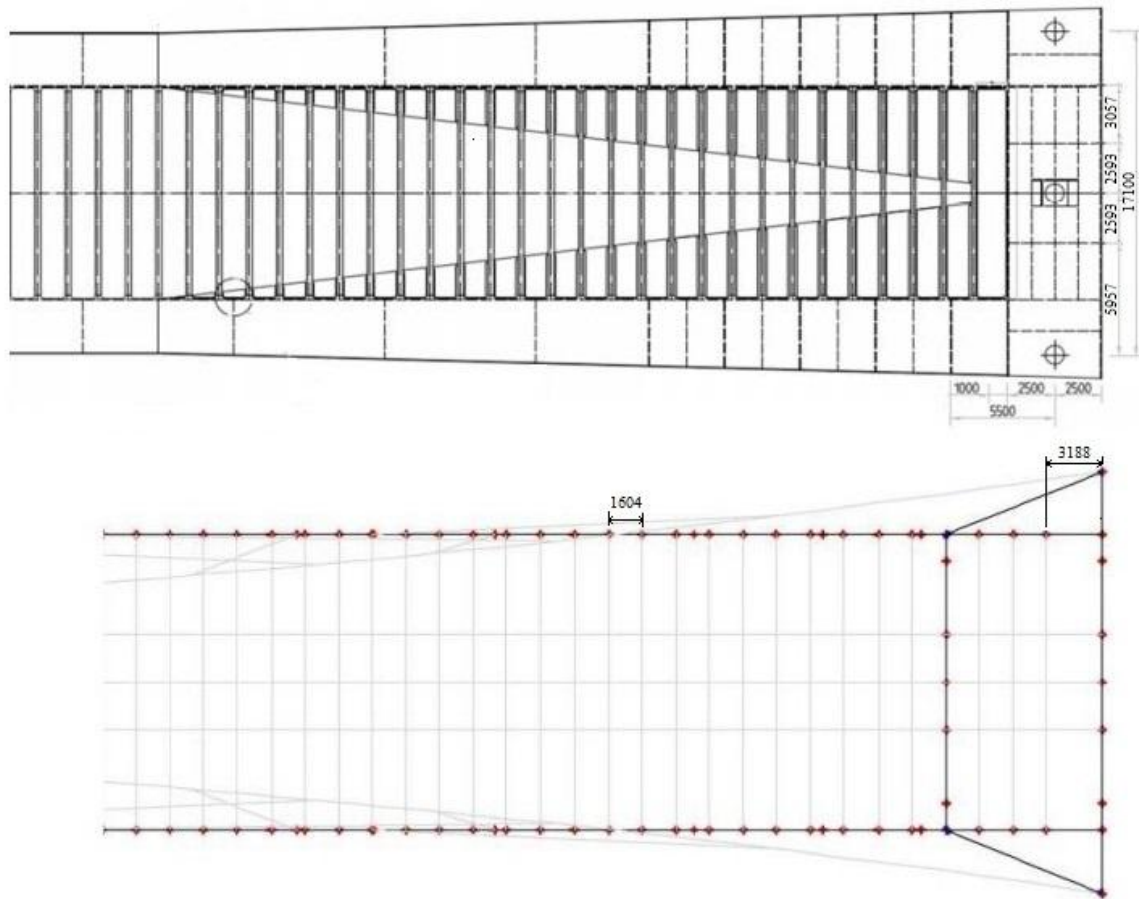


Εικόνα 4.13: Τομή καταστρώματος και κύριων δοκών.

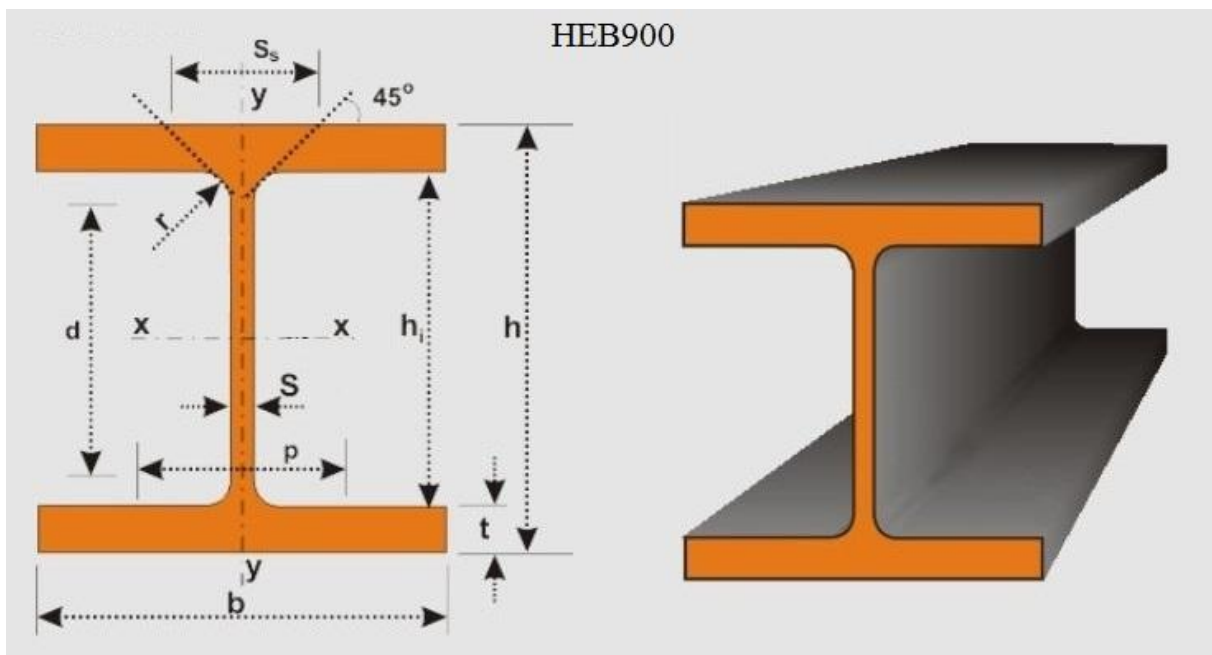


Εικόνα 4.14: Μοντέλο δομής καταστρώματος.

[mm]



Εικόνα 4.15: Κύρια δοκός και κατάστρωμα, σχέδιο πάνω και μοντέλο κάτω.

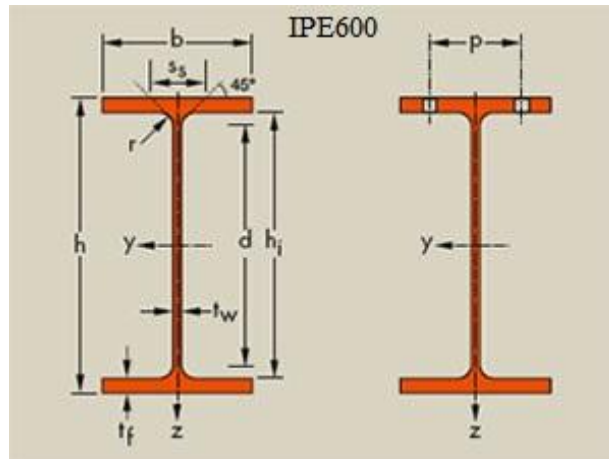


Εικόνα 4.16: Διατομή δοκού HEB900.

HEB900

Identification	Nominal weight 1m	Nominal dimensions					Cross-section	Dimensions for detailing			
		b	h	s	t	r		A	h ₁	d	p
	kg/m	mm					cm ²	mm	mm	mm	mm
HEB 900	291	300	900	18,5	35	30	371,3	830	770	134	123,6

Εικόνα 4.17: Διαστάσεις δοκού HEB900.



Εικόνα 4.18: Διατομή δοκού IPE600.

IPE600

Designation	G	h	b	t _w	t _f	r	A	h _i	d
	kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	cm ²	mm	mm
IPE 600	122	600	220	12.0	19.0	24	156	562.0	514.0

Εικόνα 4.19: Διαστάσεις δοκού IPE600.

5. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

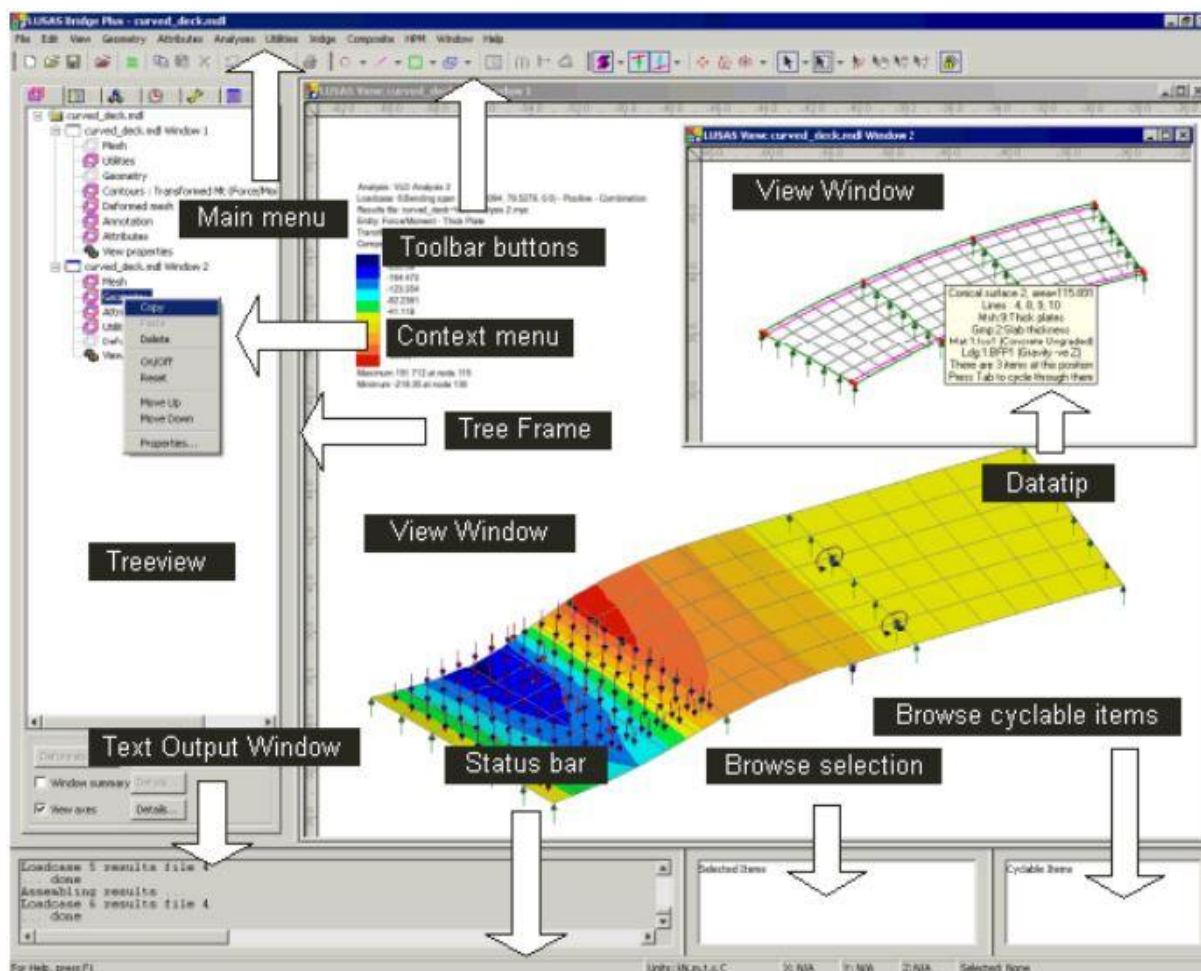
5.1 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ LUSAS

Η LUSAS είναι μια εταιρεία προγραμματισμού με έδρα το Ηνωμένο Βασίλειο, είναι η προμηθεύτρια των λογισμικών ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων που φέρουν το ίδιο όνομα (LUSAS). Η εταιρία έχει τις ρίζες της πίσω στο 1970 όταν μια ομάδα ερευνητών στο πανεπιστήμιο του Λονδίνου άρχισαν να εργάζονται στο London University Stress Analysis System, "LUSAS". Η ομάδα οδηγήθηκε από τον Dr. Paul Lyons, ο οποίος το 1982 έστησε μια ανεξάρτητη εταιρεία, Finite Element Analysis Ltd., για την περαιτέρω ανάπτυξη και στην συνέχεια την εμπορευματοποίηση του λογισμικού σαν ένα γενικής χρήσης δομικής ανάλυσης σύστημα. Το 1997, μετά την εισαγωγή μια σειράς ειδικών πακέτων λογισμικού, η εταιρεία το διέθεσε στο εμπόριο με το όνομα LUSAS.

Το σύστημα LUSAS χρησιμοποιεί τεχνικές ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για να παρέχει ακριβείς λύσεις για όλα τα είδη προβλημάτων γραμμικών και μη γραμμικών τάσεων, δυναμικής και θερμότητας. Οι δύο κύριες συνιστώσες του συστήματος είναι:

- LUSAS Modeller, ένα πλήρες διαδραστικό γραφικό περιβάλλον χρήστη για μοντελοποίηση κτηρίων και προβολής των αποτελεσμάτων από την ανάλυση.
- LUSAS Solver, μια πανίσχυρη μηχανή ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων η οποία κάνει την ανάλυση του προβλήματος που ορίζεται στο LUSAS Modeller.

Το παράθυρο του προγράμματος και τα κύρια στοιχεία από τα οποία αποτελείται, Εικ. 5.1.



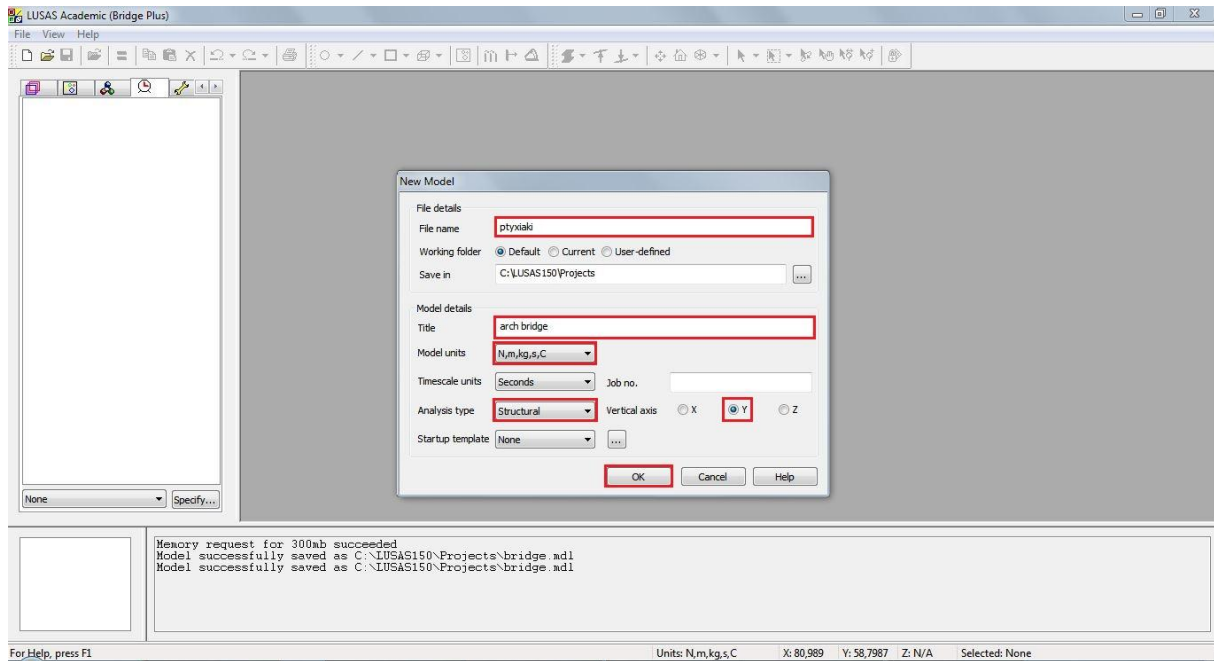
Εικόνα 5.1: Το παράθυρο του προγράμματος LUSAS.

5.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Αφού ξέρουμε όλες τις διαστάσεις της γεωμετρίας προχωράμε στην μοντελοποίησή της στο πρόγραμμα LUSAS. Για να μην προκληθεί σύγχυση από τα διαφορετικά στοιχεία, θα χωρίσουμε την γεωμετρία της γέφυρας σε τόξο και πλευρικές αντιστηρίξεις, κρέμαστρα με τρεις διαφορετικές διατομές, κύρια δοκός και κατάστρωμα το οποίο αποτελείται από τις δοκούς HEB900 και IPE600.

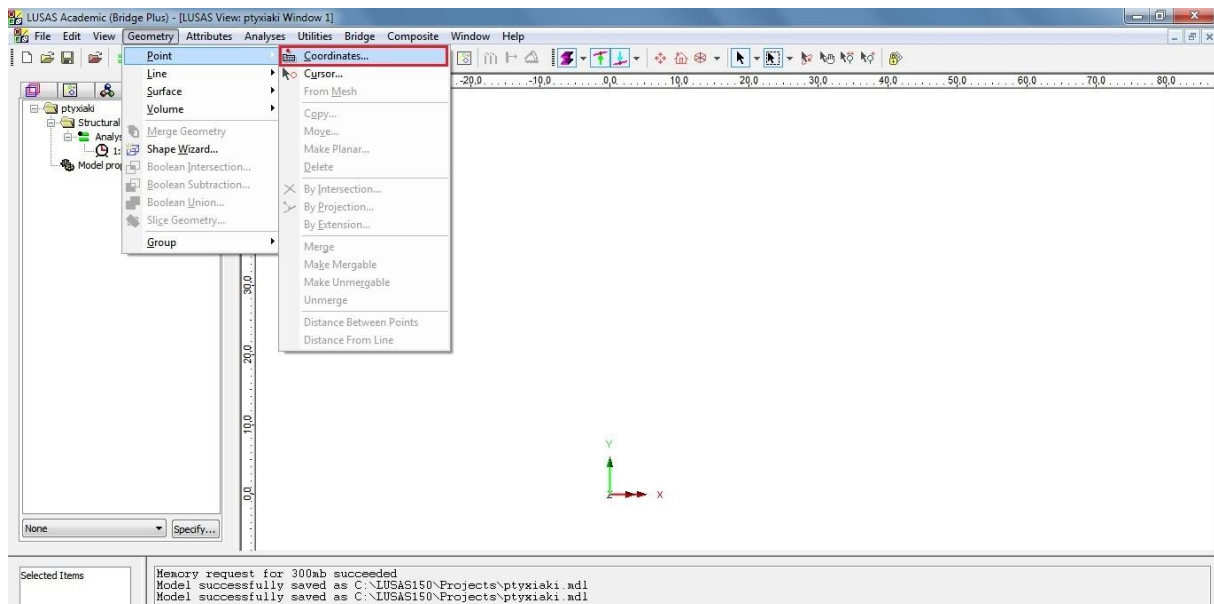
Θα αρχίσουμε με την μοντελοποίηση των κρέμαστρων ανά ομάδες ανάλογα με την διατομή τους. Για τα κρέμαστρα έχουμε τρεις διαφορετικές διατομές όπως φαίνεται και στο κεφάλαιο 4.2.2, για αυτό και η σχεδιάσή τους θα γίνει σε τρία μέρη. Για το καθένα μέρος θα σχεδιαστούν πρώτα τα σημεία, ύστερα οι γραμμές και μετά θα αποδοθούν τα απαραίτητα στοιχεία όπως διατομή, υλικό και άλλα.

Βήμα 1: Άνοιγμα προγράμματος και ρύθμιση βασικών χαρακτηριστικών. Ανοίγουμε το πρόγραμμα και φτιάχνουμε ένα νέο μοντέλο. Γράφουμε το όνομα του νέου αρχείου και τον τίτλο του μοντέλου, επιλέγουμε τις μονάδες μέτρησης σε N, m, kg, s, τον τύπο ανάλυσης σε structural και τον κατακόρυφο άξονα σε Y, Εικ. 5.2. Προσέχουμε πάντα να καταχωρούμε τις ίδιες μονάδες μέτρησης.



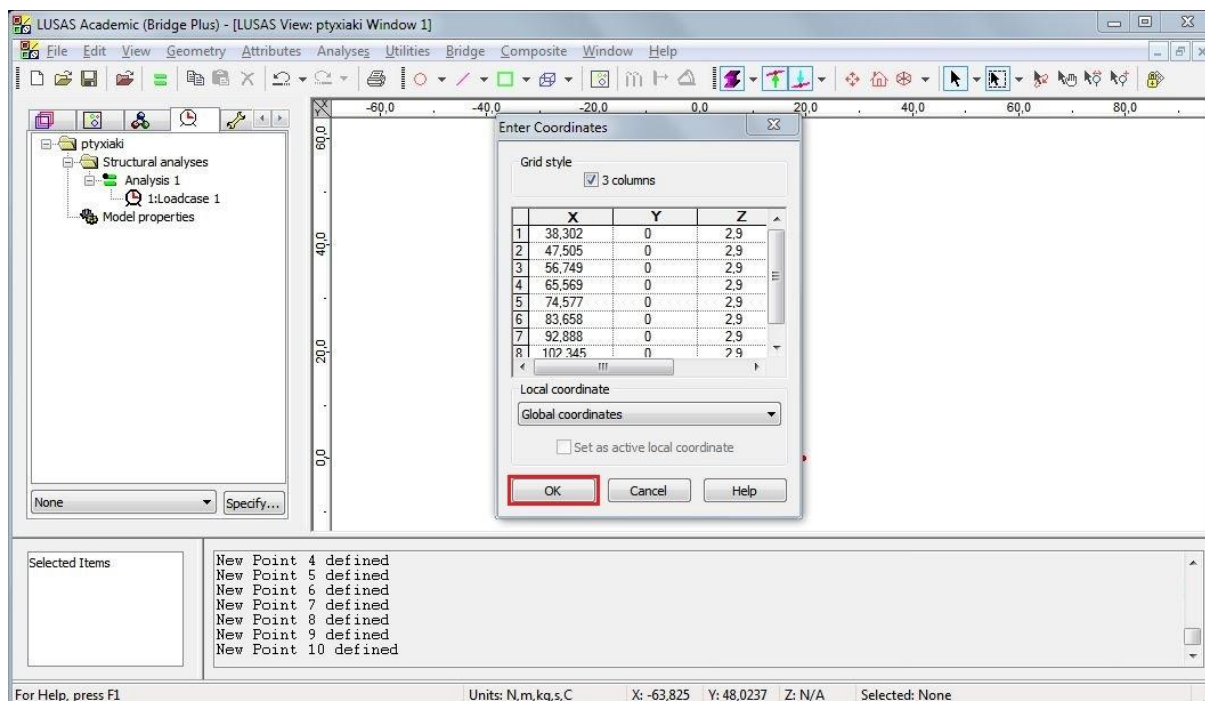
Εικόνα 5.2: LUSAS, δημιουργία νέου αρχείου.

Βήμα 2: Δημιουργία σημείων. Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 4.2.1, το τόξο θα μοντελοποιηθεί με ευθείες γραμμές. Αφού σχεδιαστούν και τα τριών διαφορετικών διατομών κρέμαστρα, μπορούμε να ενώσουμε τις κορυφές των με ευθείες και να πάρουμε την μορφή του τόξου. Για την δημιουργία των σημείων μέσω συντεταγμένων, επιλέγουμε διαδοχικά από το Main menu, Geometry, Point, Coordinates, Εικ. 5.3.

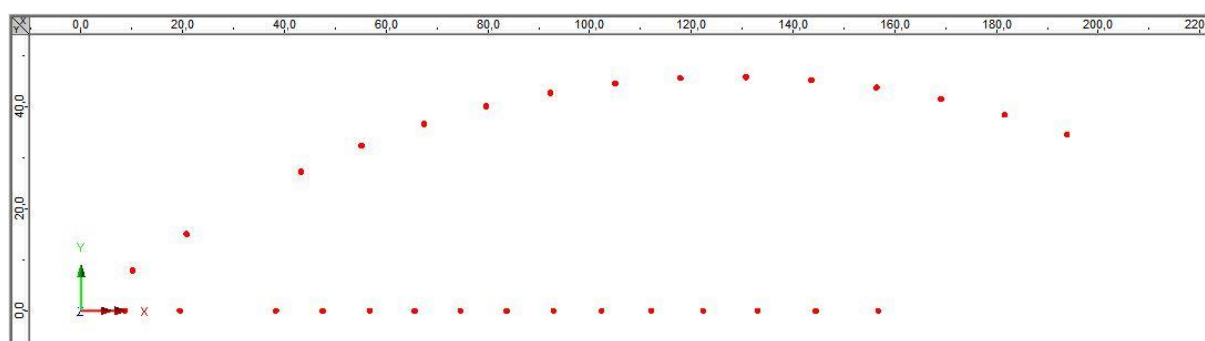


Εικόνα 5.3: Δημιουργία σημείων μέσω συντεταγμένων.

Στο παράθυρο που ανοίγει εισάγουμε τις συντεταγμένες (x, y, z) του κάθε σημείου, ή μπορούμε να πατήσουμε το πλήκτρο Tab και να καταχωρήσουμε περισσότερα του ενός σημεία ταυτόχρονα Εικ. 5.4. Θα αρχίσουμε με τα σημεία στην κύρια δοκό των πίσω κρέμαστρων με αριθμό 1, 2, 4 έως 16, διατομή φ150 [mm], με την φορά όπως φαίνεται στην Εικ. 4.8 στη σελίδα 60. Τα σημεία που δημιουργήθηκαν φαίνονται στην Εικ. 5.5.

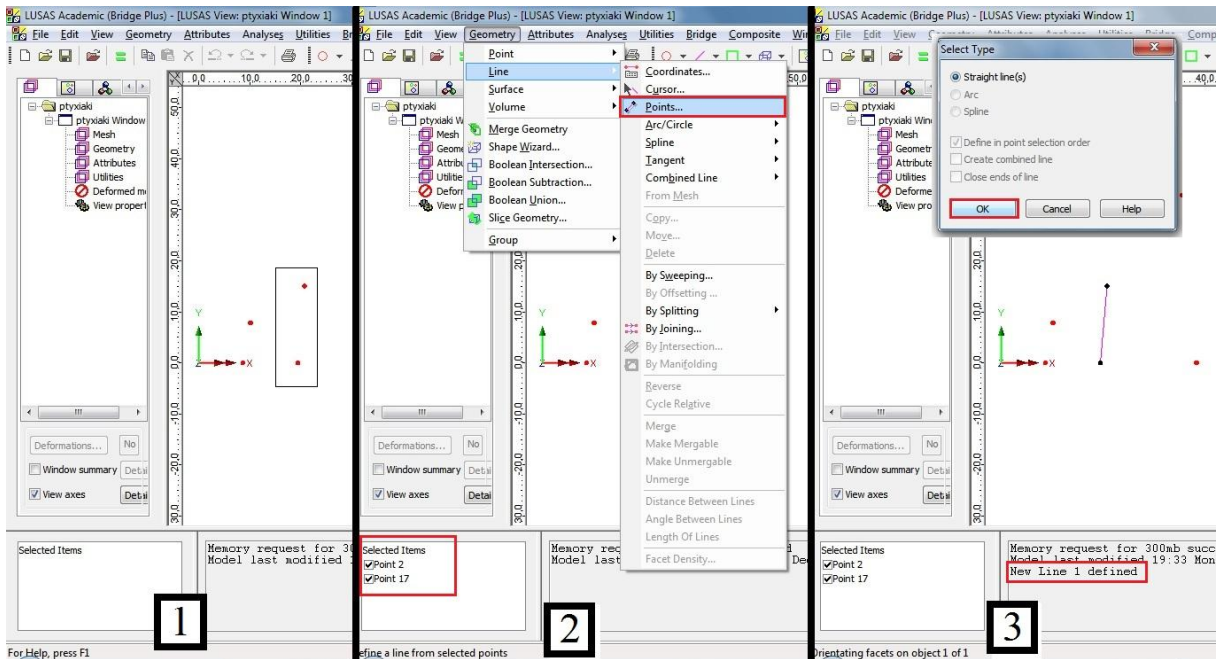


Εικόνα 5.4: Εισαγωγή των συντεταγμένων των σημείων.

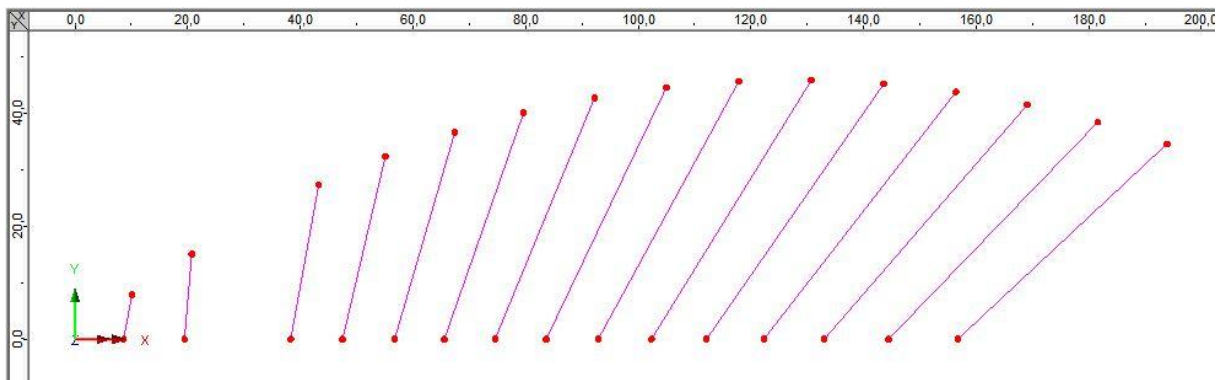


Εικόνα 5.5: Τα σημεία των πίσω κρέμαστρων με αριθμό 1, 2, 4 έως 16, με διατομή φ150 [mm].

Βήμα 3: Δημιουργία γραμμών. Ύστερα θα σχεδιάσουμε τις γραμμές αυτών των κρέμαστρων. Για την δημιουργία γραμμής χρειάζονται δύο σημεία, οπότε επιλέγουμε τα δύο σημεία, ενός κρέμαστρου σε αυτήν την περίπτωση, και από το Main menu επιλέγουμε, Geometry, Line, Points. Στο παράθυρο που εμφανίζεται αφήνουμε την επιλογή “Straight line” και πατάμε OK. Στις Εικ. 5.6 και 5.7 φαίνονται τα πίσω κρέμαστρα με αριθμό 1, 2, 4 έως 16 και διατομή φ150 [mm].

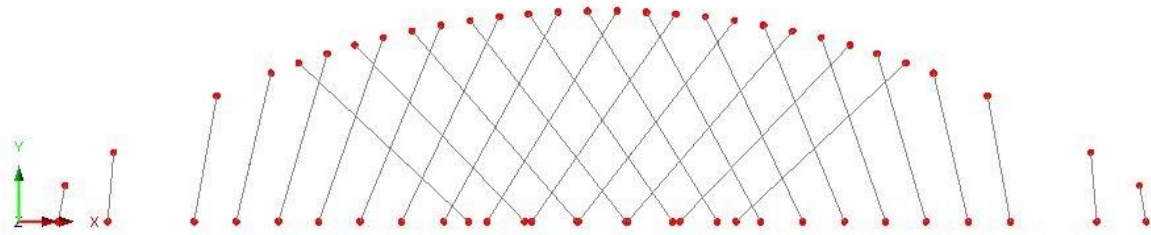


Εικόνα 5.6: Αριστερά επιλέγουμε τα δύο σημεία, στη μέση επιλέγουμε την γραμμή, δεξιά δημιουργούμε την γραμμή.



Εικόνα 5.7: Τα πίσω κρέμαστρα με αριθμό 1, 2, 4 έως 16, με διατομή $\phi 150$ [mm].

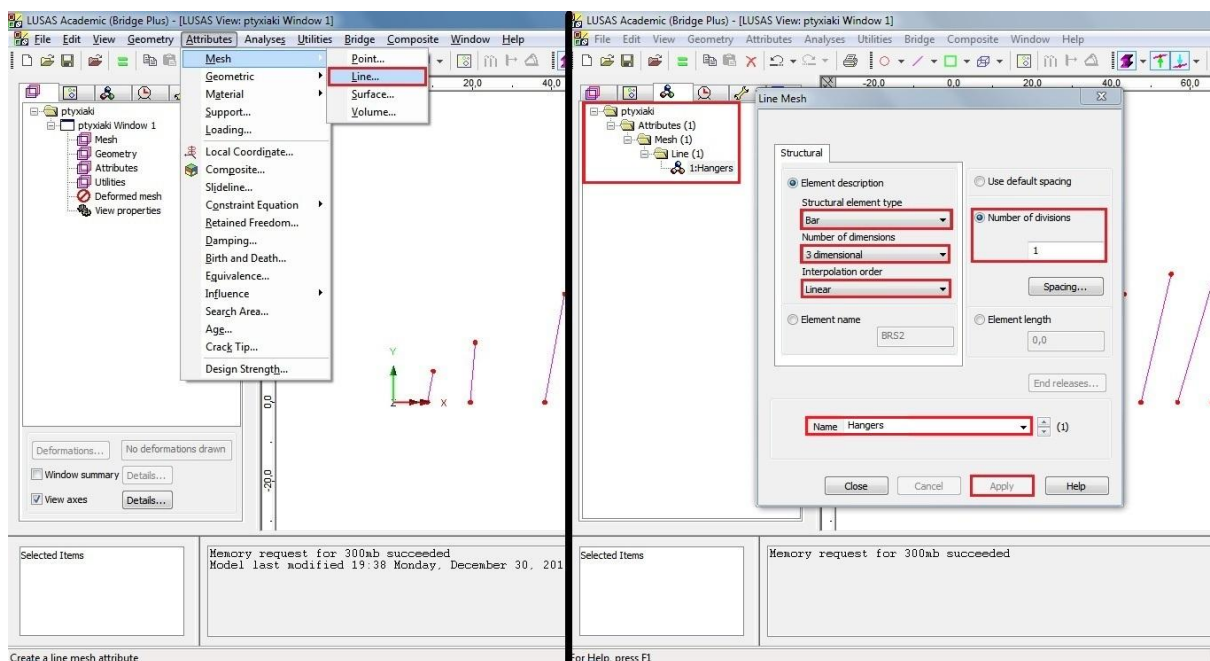
Συνεχίζουμε με την σχεδίαση των ίδιων αριθμών κρέμαστρων αλλά με την αντίθετη φορά, στην Εικ. 5.8 έχουμε τα κρέμαστρα με αριθμό 1, 2, 4 έως 16 και με τις δύο φορές, δεξιά και αριστερή.



Εικόνα 5.8: Όλα τα πίσω κρέμαστρα με αριθμό 1, 2, 4 έως 16, με διατομή $\phi 150$ [mm].

Βήμα 4: Προσδιορισμός δομικού στοιχείου. Μετά, από το Main menu επιλέγουμε Attributes, Mesh, Line για να περιγράψουμε τον τύπο του δομικού στοιχείου για τα κρέμαστρα και την διακριτοποίηση του μοντέλου. Ένας προσδιορισμός θα καταχωρηθεί και για τα τριών διαφορετικών διατομών κρέμαστρα, αφού είναι ένα στοιχείο με διαφορετική διατομή. Στο παράθυρο Line Mesh που εμφανίζεται στην Εικ. 5.9, επιλέγουμε:

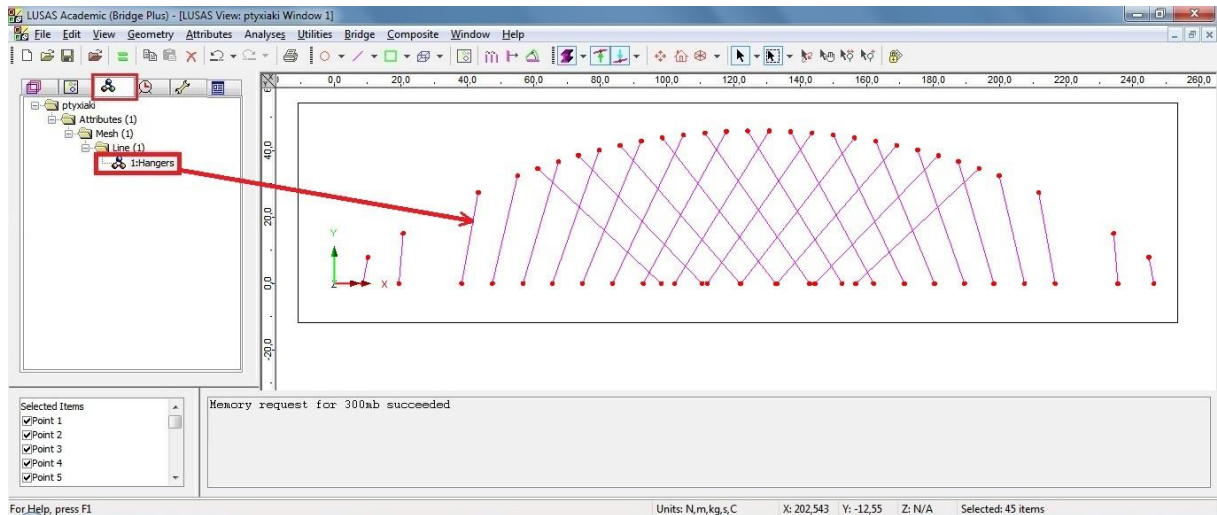
- Structural element type: Bar
- Number of dimensions: 3 dimensional
- Interpolation order: Linear
- Number of divisions: 1
- Name: Hangers



Εικόνα 5.9: Ιδιότητες στοιχείου.

Για να καταχωρήσουμε ιδιότητες σε κάποια στοιχεία, από το “tree frame” toolbar (στα αριστερά του κυρίως παραθύρου) επιλέγουμε το τρίτο κουτάκι από τα αριστερά με όνομα Attributes. Εδώ υπάρχει μια λίστα σε μορφή δέντρου (tree view), με όλα τα χαρακτηριστικά που δημιουργούμε. Θα επιλέξουμε τα στοιχεία που θέλουμε να τους αποδώσουμε ιδιότητες από το σχέδιο, μετά επιλέγουμε με το ποντίκι και σέρνουμε το επιθυμητό χαρακτηριστικό από το Tree Frame και το αφήνουμε πάνω στα επιλεγμένα στοιχεία (drag and drop).

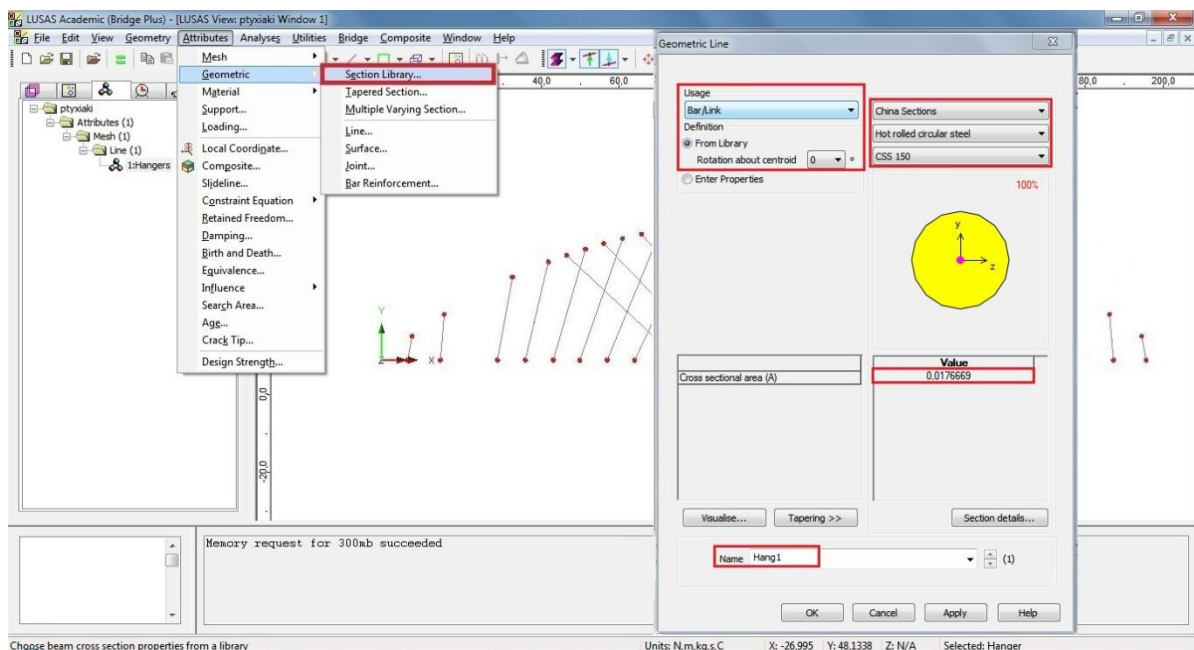
Για να δώσουμε λοιπόν τις ιδιότητες mesh στα κρέμαστρα, επιλέγουμε τα κρέμαστρα, παίρνουμε την επιλογή “1:Hangers” από το “Attributes / Mesh / Line” Tree Frame και την αφήνουμε πάνω στα επιλεγμένα στοιχεία, Εικ.5.10.



Εικόνα 5.10: Καταχώρηση ιδιοτήτων mesh στα κρέμαστρα.

Βήμα 5: Προσδιορισμός διατομών. Στη συνέχεια θα καθοριστεί η διατομή των κρέμαστρων, για τα συγκεκριμένα κρέμαστρα η διατομή είναι $\phi 150$ [mm], 0.0177 [m²]. Από το Main menu επιλέγουμε Attributes, Geometric, Section Library. Στο παράθυρο Geometric Line που αναδύεται επιλέγουμε, Εικ. 5.11:

- Usage: Bar/Link
- Definition: From Library και δεξιά επιλέγουμε
 - China Sections
 - Hot rolled circular steel
 - CSS 150
- Name: Hang1



Εικόνα 5.11: Ιδιότητες της διατομής για τα κρέμαστρα.

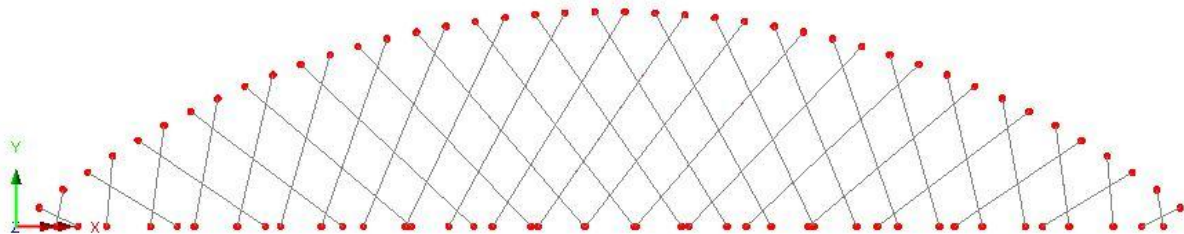
Για να καταχωρήσουμε τις ιδιότητες της διατομής στα στοιχεία, ακολουθούμε την ίδια διαδικασία drag and drop. Επιλέγουμε τα κρέμαστρα, παίρνουμε το χαρακτηριστικό “1:Hang1” από το “Attributes / Mesh / Geometric / Line” και το αφήνουμε στα επιλεγμένα στοιχεία.

Με την ίδια διαδικασία σχεδιάζουμε όλα τα υπόλοιπα κρέμαστρα και καταχωρούμε τις αντίστοιχες ιδιότητες προσεκτικά στη κάθε ομάδα ξεχωριστά. Οι μόνες αλλαγές θα γίνουν στο βήμα 5, με την καταχώρηση της διατομής και ένα νέο όνομα για την κάθε ομάδα. Στην Εικ. 5.12 φαίνεται η δικτυωτή μορφή όλων των πίσω κρέμαστρων. Για τα κρέμαστρα με αριθμό 3, 17 έως 21, $\varnothing 200$ [mm]:

- Definition: From Library και δεξιά επιλέγουμε
 - China Sections
 - Hot rolled circular steel
 - CSS 200
- Name: Hang2

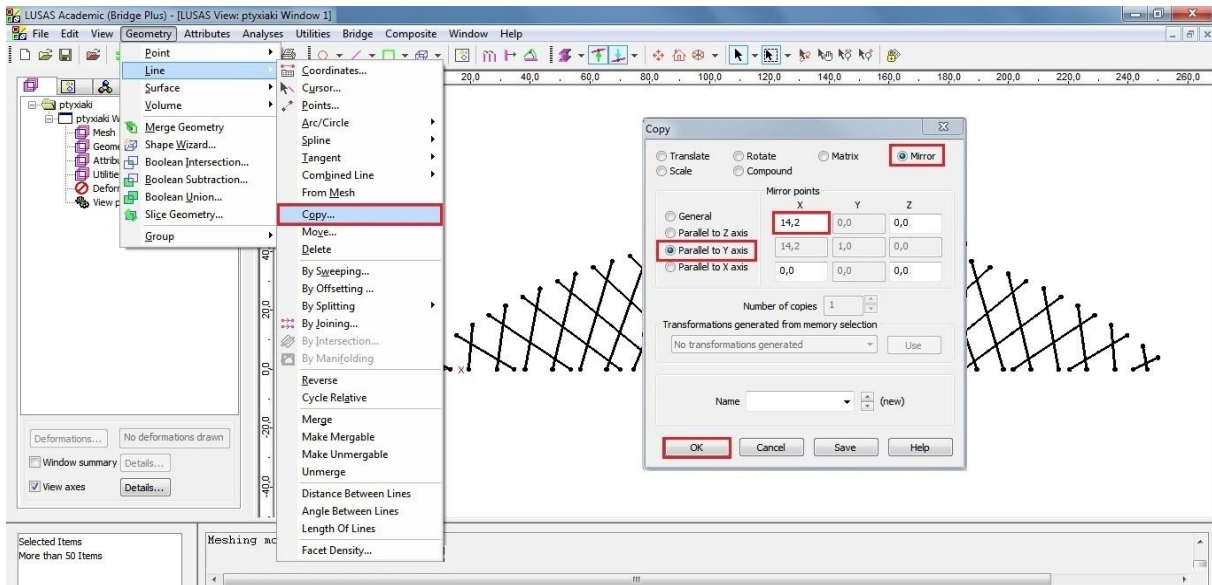
Για το κρέμαστρο με αριθμό 20, $\varnothing 220$ [mm]:

- Definition: From Library και δεξιά επιλέγουμε
 - China Sections
 - Hot rolled circular steel
 - CSS 220
- Name: Hang3



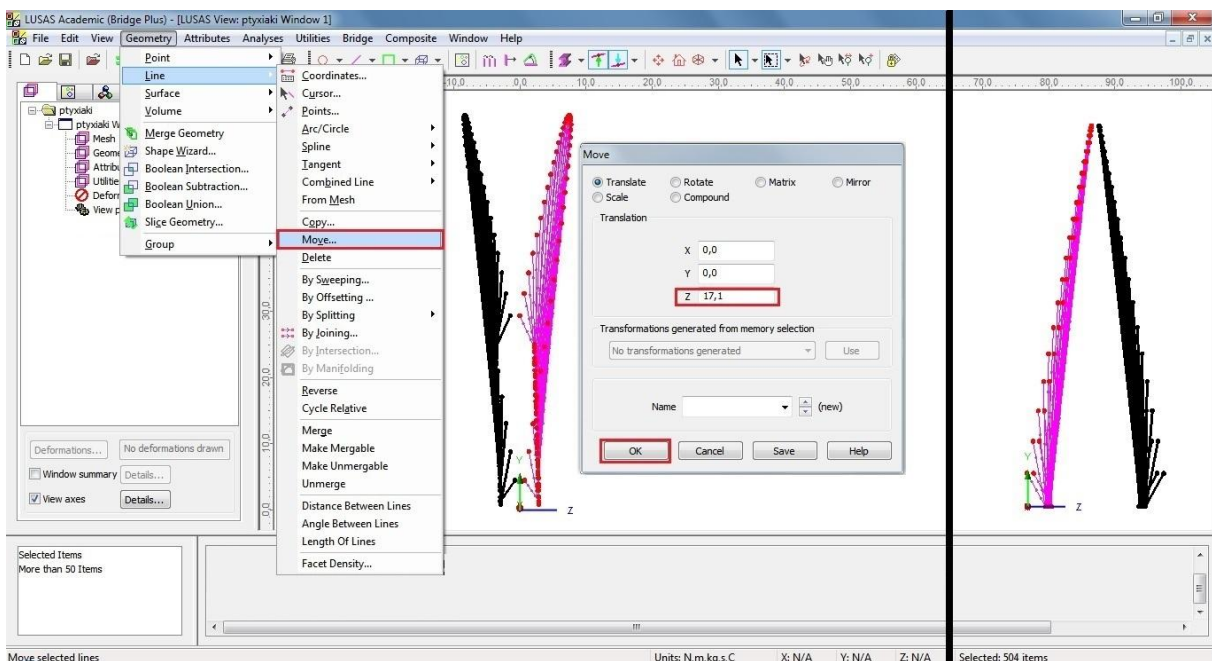
Εικόνα 5.12: Όλα τα πίσω κρέμαστρα.

Μετά επιλέγουμε όλα τα κρέμαστρα και τα κάνουμε Mirror για να φτιάξουμε τα κρέμαστρα της μπροστινής μεριάς. Αφού επιλέξουμε λοιπόν τα κρέμαστρα πάμε στο Main menu, Geometry, Line, Copy. Στο αναδυόμενο παράθυρο επιλέγουμε Mirror, Στο Mirror points επιλέγουμε Parallel to Y axis και βάζουμε στο πρώτο κουτάκι του X 14.2 [m], όση και η απόσταση των δύο μεριών των κρέμαστρων, Εικ. 5.13.



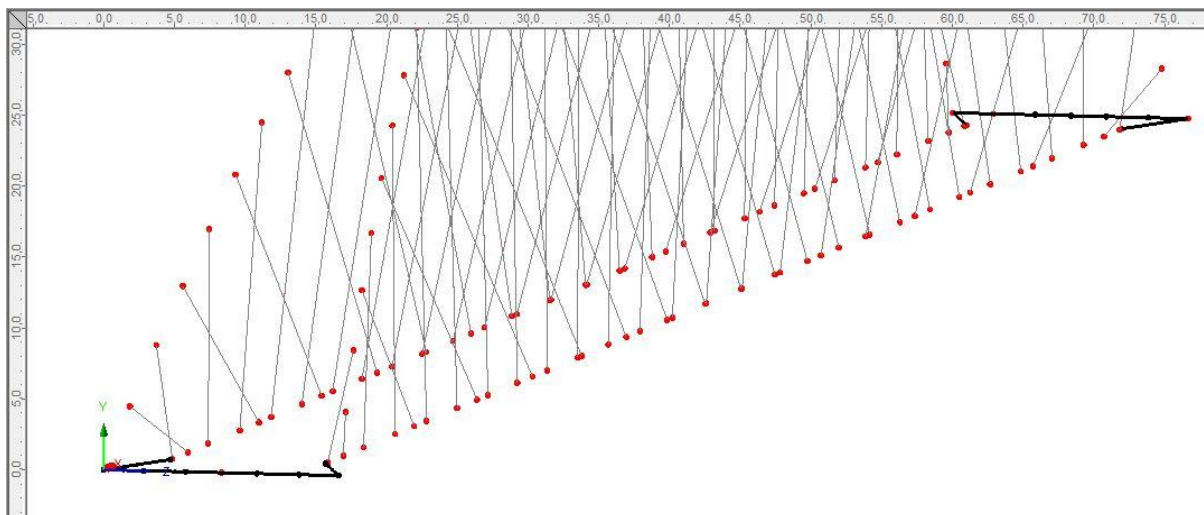
Εικόνα 5.13: Mirror των πίσω κρέμαστρων.

Ύστερα θα πρέπει να μετακινήσουμε τα νέα κρέμαστρα που δημιουργήθηκαν στη σωστή θέση. Με το Mirror που κάναμε παραπάνω, αντιγράψαμε τη γεωμετρία μαζί με τις ιδιότητες που είχαν δοθεί. Επιλέγουμε τα νέα κρέμαστρα και από το Main menu επιλέγουμε Geometry, Line, Move. Στο παράθυρο βάζουμε στο Z = 17.1 [m], (14.2+2.9) η απόσταση των δύο σειρών κρέμαστρων συν την απόσταση που φτιάχτηκαν τα νέα κρέμαστρα από την αρχή τον αξόνων, Εικ. 5.14.



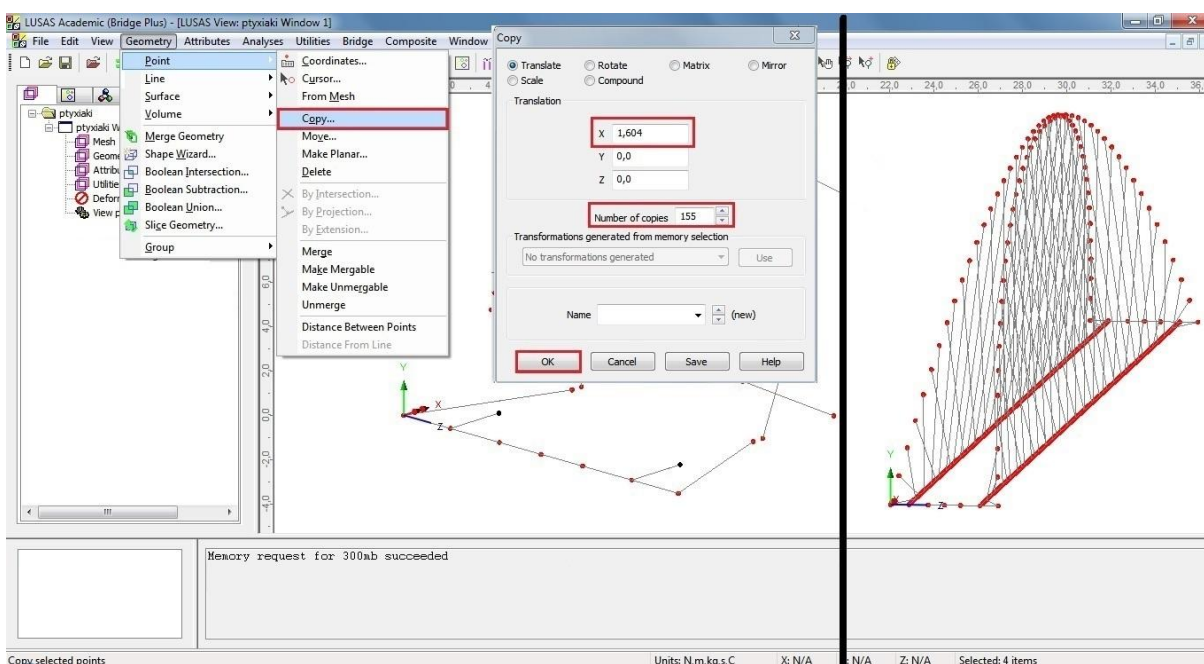
Εικόνα 5.14: Μετακίνηση νέων κρέμαστρων αριστερά, όλα τα τόξα δεξιά.

Αφού τελειώσαμε με τα κρέμαστρα, συνεχίζουμε με την σχεδίαση της κύριας δοκού ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα, φτιάχνουμε τα σημεία και μετά τις γραμμές. Αρχικά φτιάχνουμε τα δύο ακριανά τμήματά της, τα σκιασμένα στοιχεία στην Εικ. 5.15.



Εικόνα 5.15: Άκρα της κύριας δοκού.

Ύστερα δημιουργούμε δύο σημεία στη μια άκρη της κύριας δοκού, με συντεταγμένες (3.188 , 0.0 , 2.900) και (3.188 , 0.0 , 14.200). Αυτά τα δύο σημεία θα τα αντιγράψουμε ανά 1.604 [m], 155 φορές κατά μήκος του άξονα x για να δημιουργήσουμε τα σημεία της κύριας δοκού. Τα νέα σημεία που δημιουργήθηκαν θα είναι και τα σημεία στα οποία θα είναι οι εγκάρσιες δοκοί του καταστρώματος. Επιλέγουμε τα δύο αυτά σημεία και από το Main menu επιλέγουμε Geometry, Point, Copy. Στο παράθυρο γράφουμε στο x = 1.604 και Number of copies = 155. Τέλος δημιουργούμε τις γραμμές της κύριας δοκού από τα νέα σημεία, Εικ. 5.16.



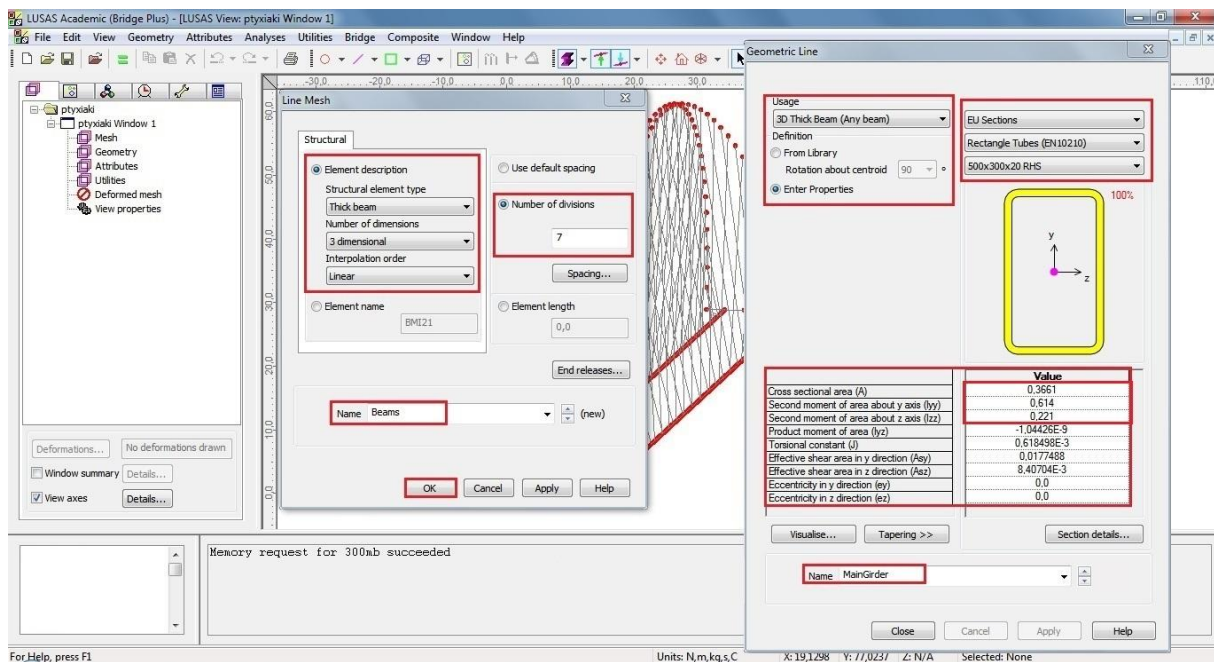
Εικόνα 5.16: Δημιουργία κύριας δοκού αριστερά, η κύρια δοκός δεξιά.

Εν συνεχεία προσδιορίζουμε το δομικό στοιχείο και την διατομή (βήμα 4 και 5) για την κύρια δοκό Εικ. 5.17, και τέλος προσδίδουμε τα χαρακτηριστικά στη κύρια δοκό (drag and drop). Για το δομικό στοιχείο (Line Mesh) επιλέγουμε:

- Structural element type: Thick beam
- Number of dimensions: 3 dimensional
- Interpolation order: Linear
- Number of divisions: 7
- Name: Beams

Για την διατομή (Geometric Line) επιλέγουμε:

- Usage: 3D Thick Beam (Any beam)
- Definition: Επιλέγουμε From Library και δεξιά EU Sections, Rectangle Tubes (EN10210), 500x300x20 RHS. Ύστερα επιλέγουμε Enter properties και αλλάζουμε τα τρία πρώτα στοιχεία της λίστας (Value).
 - Cross sectional Area (A) = 0.3661 [m²]
 - Iyy = 0.614 [m⁴]
 - Izz = 0.221 [m⁴]
- Name: MainGirder

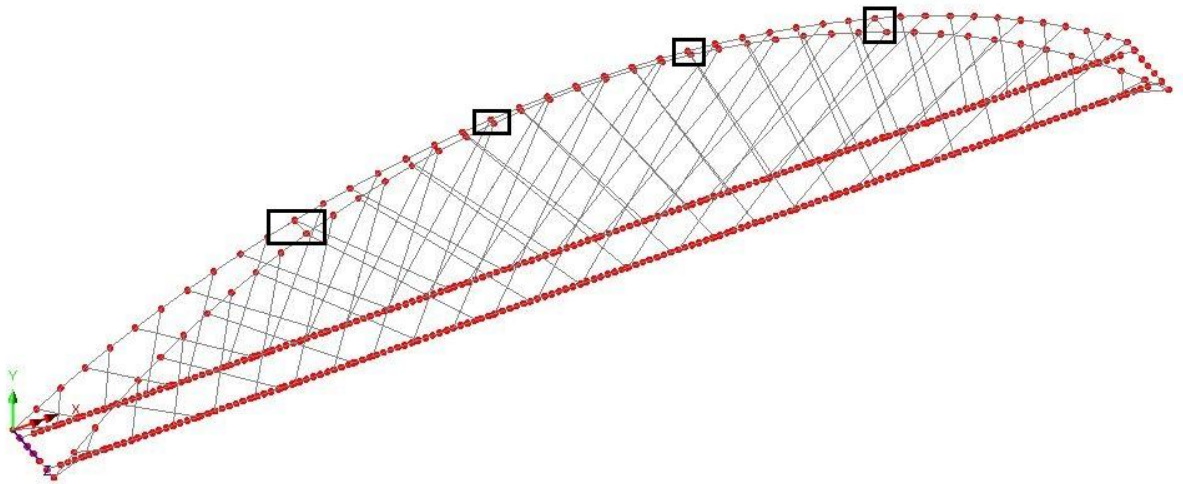


Εικόνα 5.17: Χαρακτηριστικά κύριας δοκού.

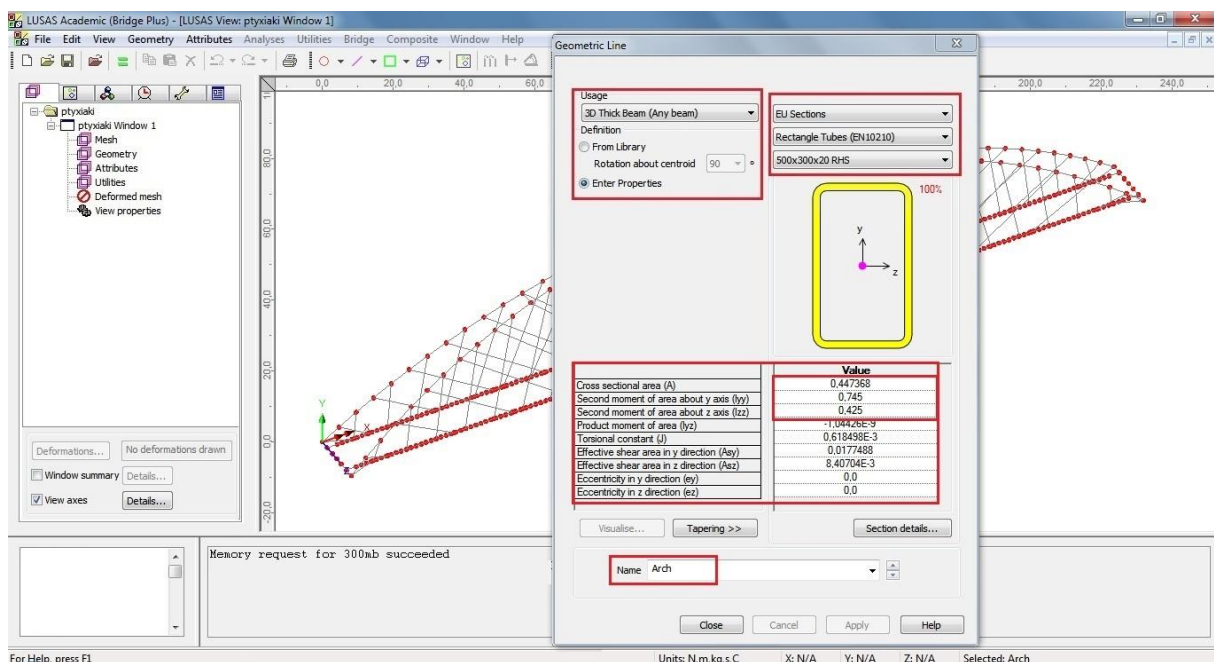
Έχοντας τα κρέμαστρα και την κύρια δοκό, μπορούμε να φτιάξουμε εύκολα και το τόξο. Ενώνοντας όλα τα πάνω σημεία των κρέμαστρων και τα τέσσερα εξωτερικά σημεία της κύριας δοκού με γραμμές, δημιουργείται το τόξο. Για τις πλευρικές στηρίξεις των τόξων, κοιτάμε το προφίλ της γέφυρας από τα αριστερά με βάση την αρχή των αξόνων. Πάμε στο πάνω άκρο, στο 11^ο κρέμαστρο και φτιάχνουμε μια γραμμή με το παράλληλό του κρέμαστρο. Το ίδιο κάνουμε και στο 18^ο κρέμαστρο. Κάνουμε αντίστοιχα και συμμετρικά και από τα δεξιά για τις άλλες δύο πλευρικές αντιστηρίξεις, Εικ. 5.18. Ύστερα θα προσδιορίσουμε το δομικό στοιχείο και την διατομή του τόξου και των πλευρικών στηρίξεων και επιλέγοντάς το θα του δώσουμε τα επιθυμητά χαρακτηριστικά (drag and drop), Εικ. 5.19. Τα χαρακτηριστικά για το δομικό στοιχείο (Line Mesh) είναι ίδια για το τόξο, την κύρια δοκό και το κατάστρωμα,

οπότε απλά τα προσδίδουμε στο τόξο (drag and drop). Τα χαρακτηριστικά για την διατομή (Geometric Line) είναι αυτά που αλλάζουν μερικώς, έτσι επιλέγουμε:

- Usage: 3D Thick Beam (Any beam)
- Definition: Επιλέγουμε From Library και δεξιά EU Sections, Rectangle Tubes (EN10210), 500x300x20 RHS. Ύστερα επιλέγουμε Enter properties και αλλάζουμε τα τρία πρώτα στοιχεία της λίστας (Value).
 - Cross sectional Area (A) = 0.447368 [m²]
 - I_{yy} = 0.745 [m⁴]
 - I_{zz} = 0.425 [m⁴]
- Name: Arch



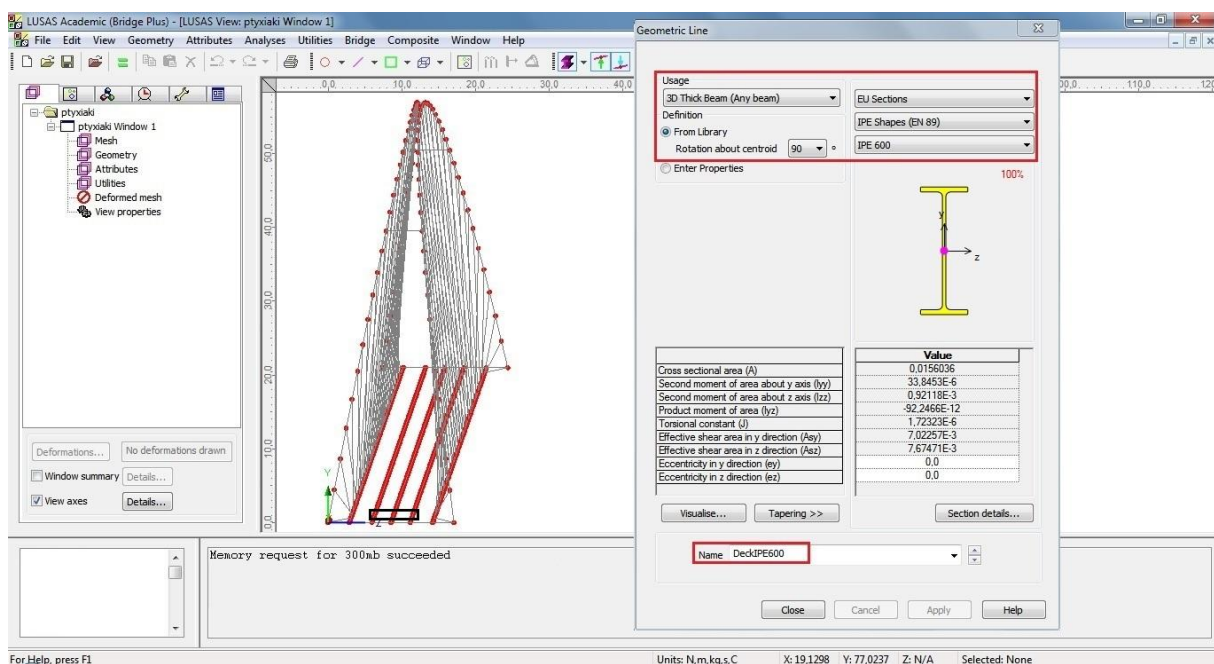
Εικόνα 5.18: Το τόξο της γέφυρας και οι πλευρικές στηρίξεις.



Εικόνα 5.19: Χαρακτηριστικά του τόξου.

Για το κατάστρωμα θα αρχίσουμε με τις τρεις IPE600 δοκούς κατά μήκος της γέφυρας. Πρώτα θα φτιάξουμε τρία σημεία με συντεταγμένες (3.188 , 0 , 5.957), (3.188 , 0 , 8.550), (3.188 , 0 , 11.143). Ύστερα θα τα αντιγράψουμε ανά 1.604 [m], 155 φορές κατά μήκος του άξονα x και φτιάχνουμε τις γραμμές. Επόμενο, να προσδιορίσουμε και να δώσουμε τα χαρακτηριστικά για το δομικό στοιχείο και την διατομή των δοκών, Εικ. 5.20. Τα χαρακτηριστικά για την διατομή (Geometric Line):

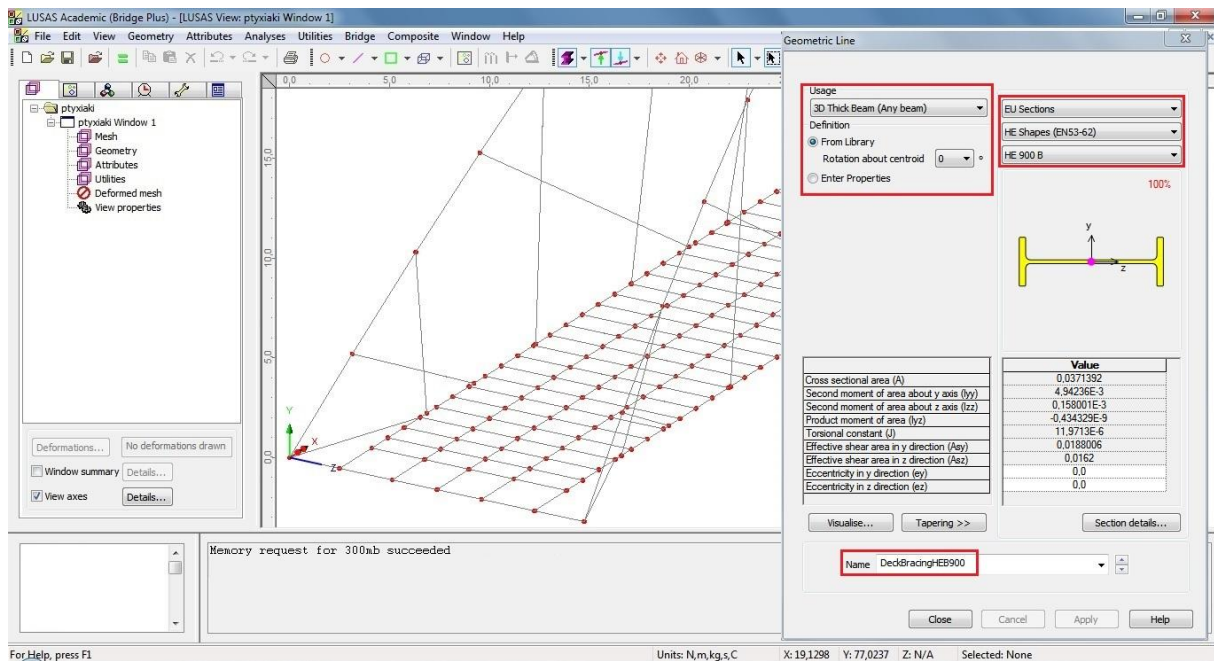
- Usage: 3D Thick Beam (Any beam)
- Definition: Επιλέγουμε From Library και δεξιά
 - EU Sections
 - IPE Shapes (EN89)
 - IPE 600
- Name: DeckIPE600



Εικόνα 5.20: Δοκοί IPE600 του καταστρώματος και τα χαρακτηριστικά τους.

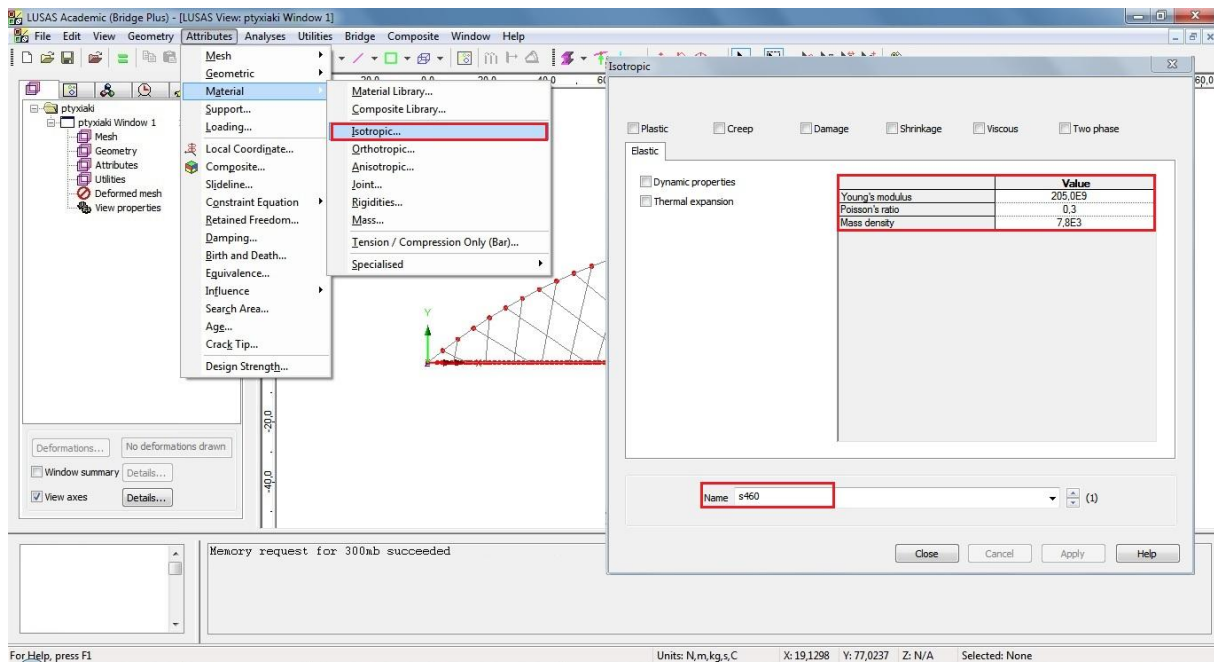
Συνεχίζουμε με τον σχεδιασμό των HEB900 δοκών. Σε αυτήν την περίπτωση όμως έχουμε έτοιμα τα σημεία τους, δημιουργήθηκαν στο στάδιο σχεδίασης της κύριας δοκού και των IPE600 δοκών. Επομένως θα φτιάξουμε τις κάθετες γραμμές από την μία μεριά της κύριας δοκού στην κάθε IPE600 δοκό μέχρι την παράλληλη άλλη μεριά της κύριας δοκού. Και θα αποδώσουμε τα χαρακτηριστικά τους, διατομή (Geometric Line), Εικ. 5.21:

- Usage: 3D Thick Beam (Any beam)
- Definition: Επιλέγουμε From Library και δεξιά
 - EU Sections
 - HE Shapes (EN53-62)
 - HE 900 B
- Name: DeckBracingHEB900



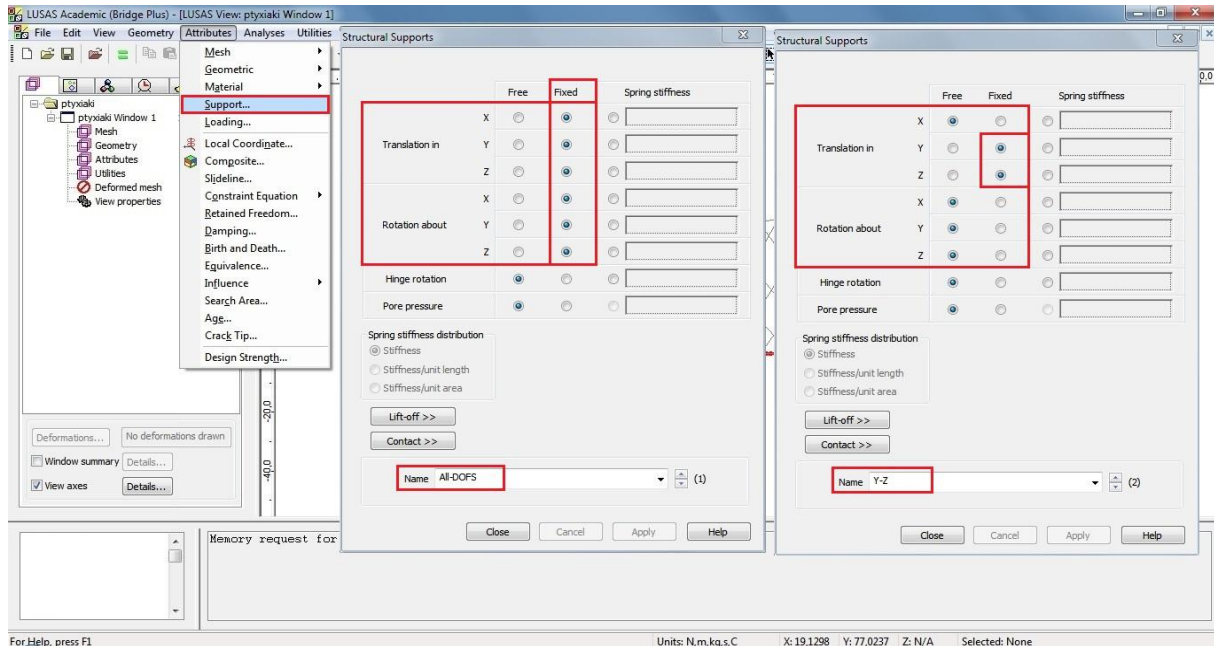
Εικόνα 5.21: Δοκοί HE900 του καταστρώματος και τα χαρακτηριστικά τους.

Βήμα 6: Προσδιορισμός ιδιοτήτων υλικού. Μέσω του Main menu επιλέγουμε Attributes, Material, Isotropic. Στο αναδυόμενο παράθυρο καταχωρούμε τις τιμές του μέτρου ελαστικότητας $E=205.0E9$ [N/m²], το λόγο Poisson = 0.3, την πυκνότητα του υλικού = $7.8E3$ [kg/m³] και βάζουμε name = s460. Ύστερα επιλέγουμε όλη τη γεωμετρία και μέσω drag and drop της προσδίδουμε τις ιδιότητες του υλικού που φτιάξαμε, Εικ. 5.22.



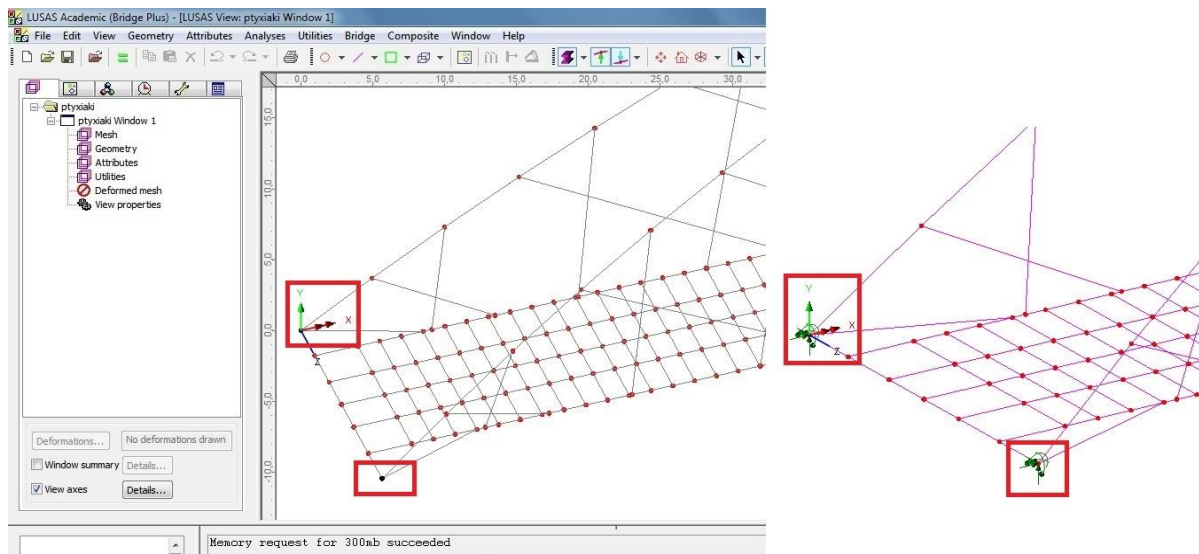
Εικόνα 5.22: Προσδιορισμός ιδιοτήτων υλικού.

Βήμα 7: Προσδιορισμός των στηρίξεων. Από το Main menu επιλέγουμε Attributes, Support. Στο παράθυρο Structural Supports επιλέγουμε στο “Translation in” και “Rotation about”, για όλους τους άξονες “Fixed”, τα άλλα ως έχουν και βάζουμε για όνομα All-DOFS. Ξανακάνουμε την ίδια διαδικασία για την στήριξη στην άλλη μεριά της γέφυρας, με επιλογές “Fixed” μόνο στο “Translation in” στους άξονες Y, Z, τα άλλα ως έχουν και όνομα Y-Z, Εικ. 5.23.

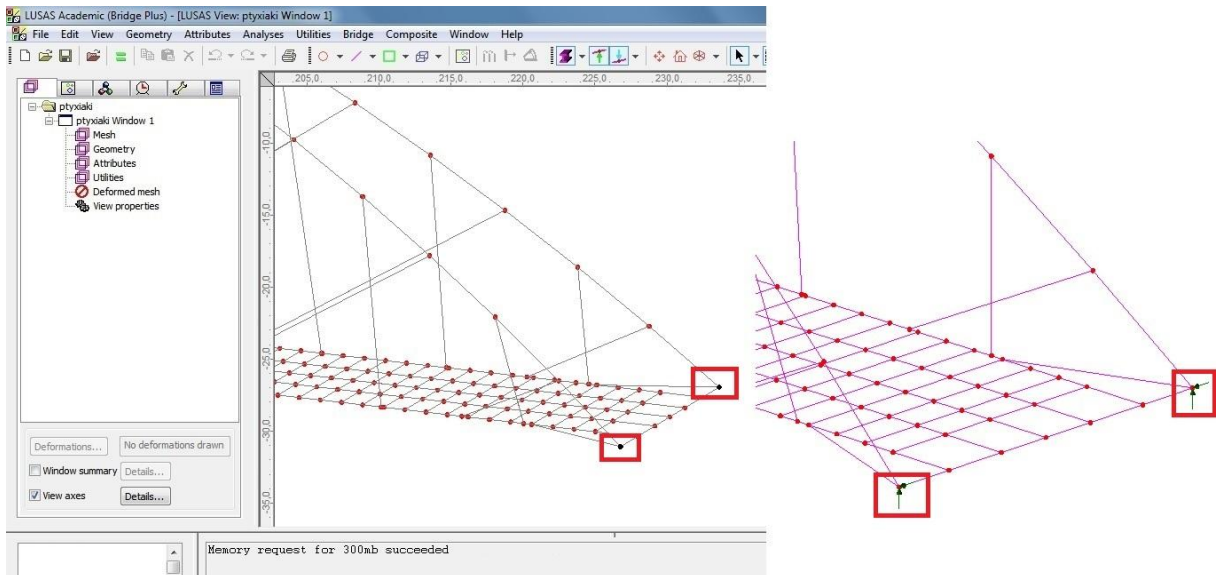


Εικόνα 5.23: Στηρίξεις στην γέφυρα.

Για να αποδώσουμε τις στηρίξεις στα άκρα της γέφυρας, επιλέγουμε τα δύο άκρα της γέφυρας από την μεριά της αρχής των αξόνων και με την διαδικασία drag and drop αφήνουμε τη στήριξη All-DOFS, αυτή η μεριά θα είναι πακτωμένη, Εικ. 5.24. Από την Άλλη μεριά της γέφυρας θα έχουμε ελευθερία στον άξονα X. Οπότε επιλέγουμε τα άλλα δύο άκρα και τους προσδίδουμε τη στήριξη Y-Z, Εικ. 5.25.

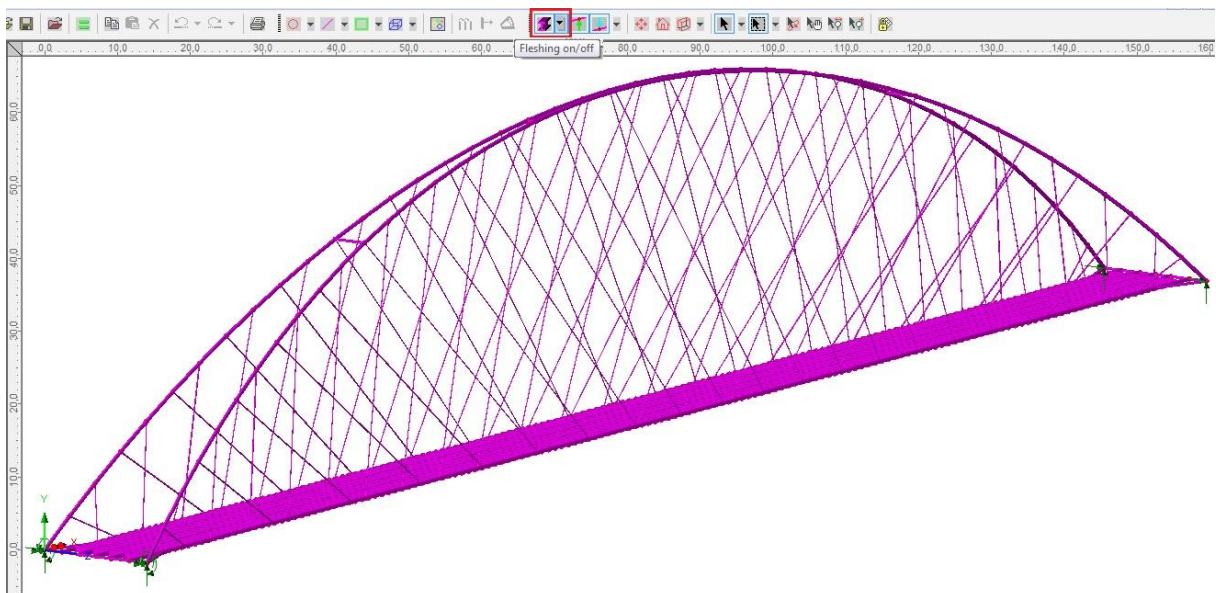


Εικόνα 5.24: Επιλογή σημείων και εφαρμογή στηρίξεων, πάκτωση.

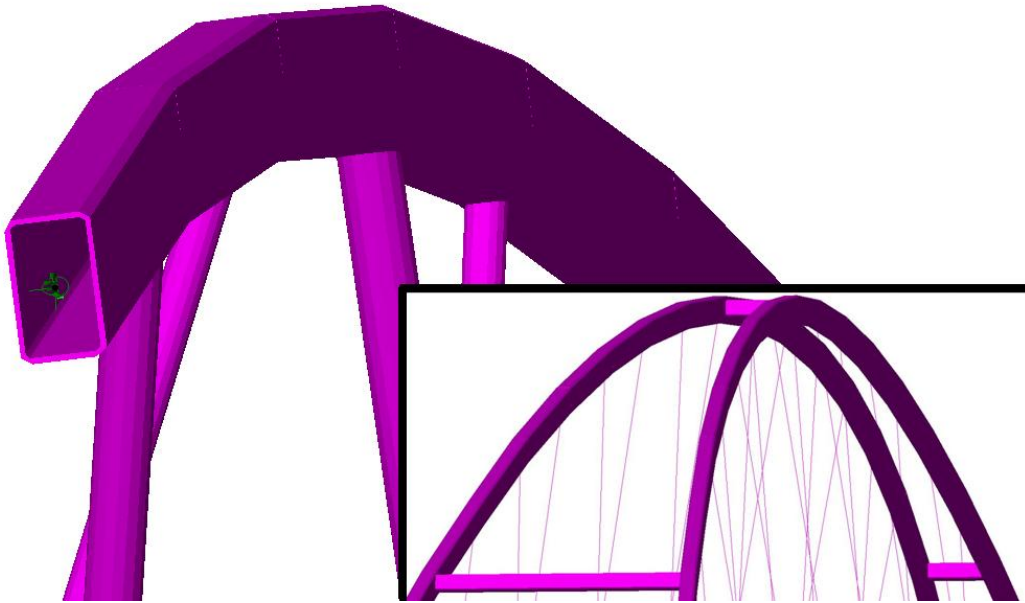


Εικόνα 5.25: Επιλογή σημείων και εφαρμογή στηρίξεων στους άξονες Y, Z.

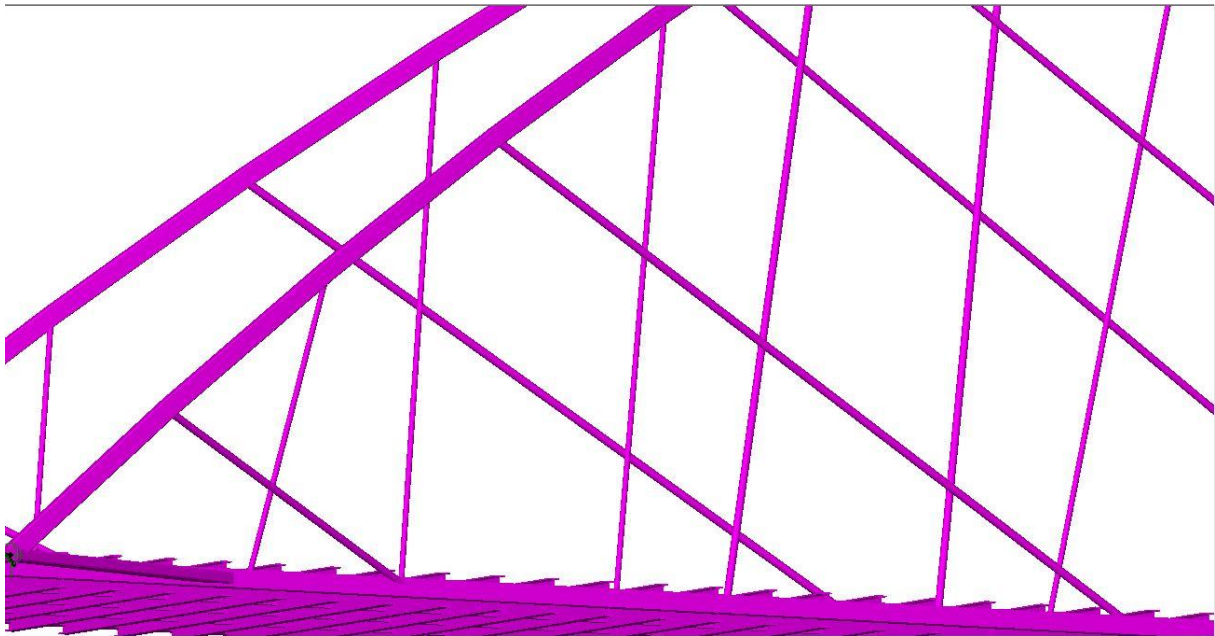
Για να δούμε το μοντέλο της γέφυρας σε 3D απεικόνιση με τις διατομές της γεωμετρίας, επιλέγουμε από το Toolbar buttons το κουμπί “Fleshing on/off”, Εικ. 5.26. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται τα στοιχεία που αποτελούν την γέφυρα σε 3D.



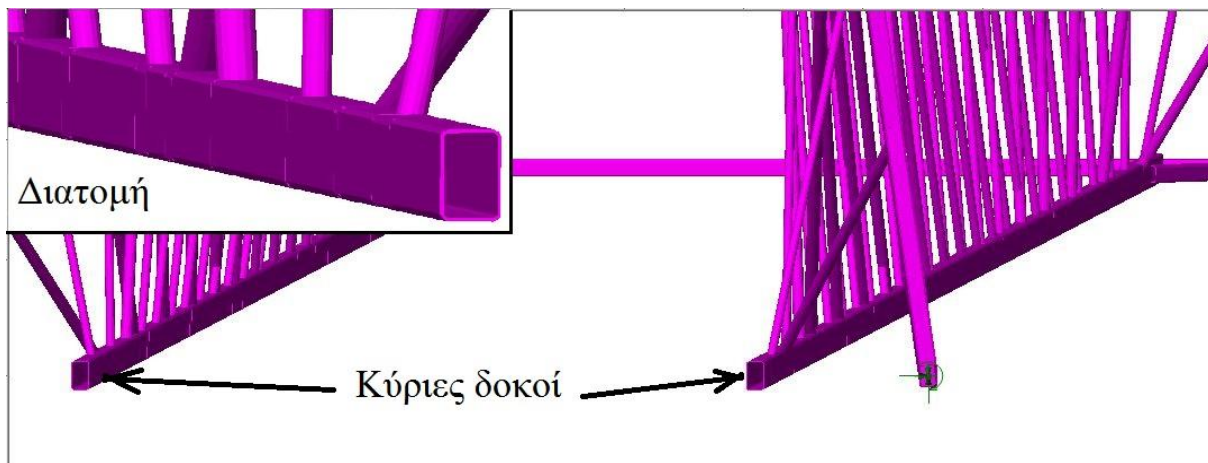
Εικόνα 5.26: 3D μοντέλο της γέφυρας.



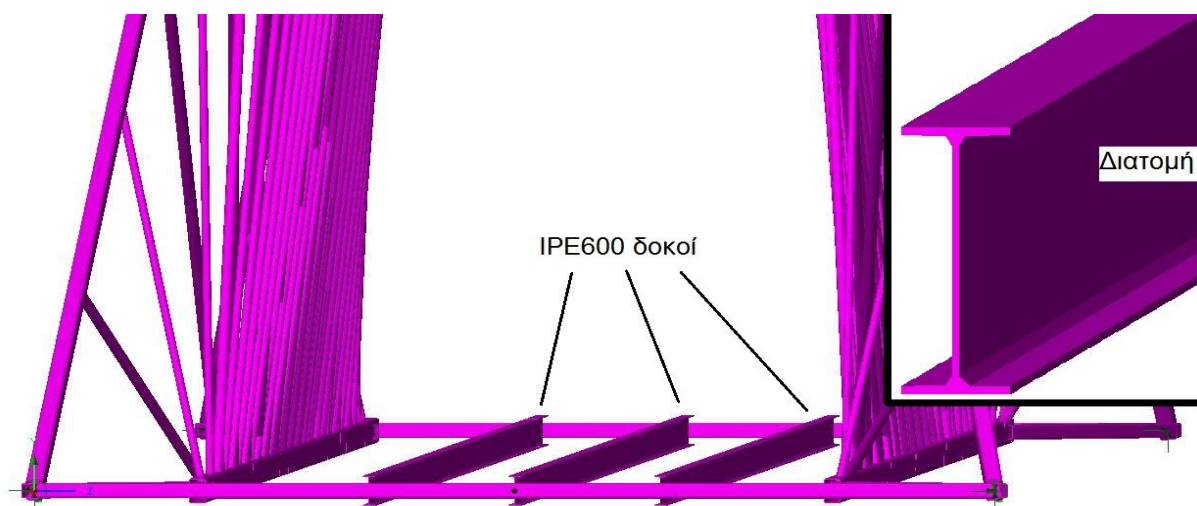
Εικόνα 5.27: Η ορθογωνική διατομή των τόξων και των πλευρικών στηρίξεων.



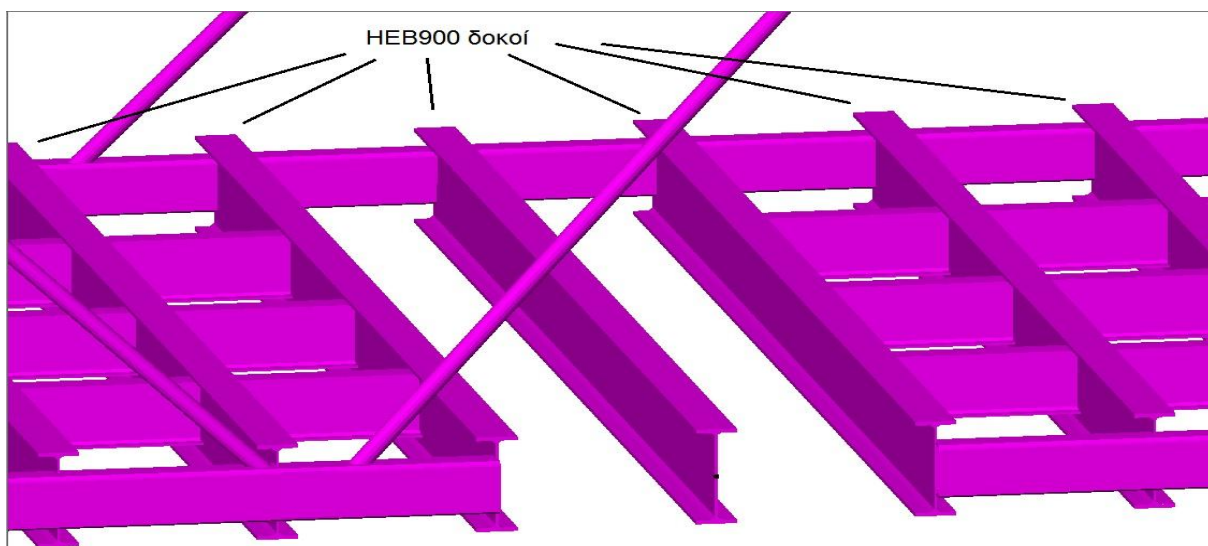
Εικόνα 5.28: Η κυλινδρική διατομή των κρέμαστων.



Εικόνα 5.29: Διατομή κύριας δοκού.



Εικόνα 5.30: Διατομές των οριζόντιων IPE600 δοκών του καταστρώματος.



Εικόνα 5.31: Διατομές των κάθετων HEB900 δοκών του καταστρώματος.

6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

6.1 ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η στατική ανάλυση θα γίνει για δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση τα φορτία που βάζουμε στην γέφυρα είναι το ίδιο το βάρος της γέφυρας 6400 [ton] και το βάρος δύο τραινών, Thalys, στη μέση της γέφυρας. Το τρένο έχει συνολικό μήκος 200 [m] και βάρος 385 [ton]. Το βάρος της κατασκευής το αποδίδουμε ομοιόμορφα στην κύρια δοκό και το κατάστρωμα (IPE600, HEB900). Ενώ το βάρος των δύο τραινών το αποδίδουμε στις δοκούς IPE600 αλλά σε μήκος 200 [m], όση και η απόσταση του ενός τρένου, στο κέντρο της γέφυρας, όπου είναι και η δυσμενέστερη περίπτωση. Στην δεύτερη περίπτωση, συμβαίνει ένα ατύχημα που θα επιφέρει την δίπλωση των δύο τραινών, θα γίνει η συγκέντρωση του βάρους στα 100 [m] στο κέντρο της γέφυρας συν το ίδιο το βάρος της γέφυρας. Τα φορτία θα αποδοθούν πάλι στα ίδια σημεία, με την διαφορά ότι τα φορτία από τα τρένα θα εφαρμόζονται στο κέντρο της γέφυρας και σε απόσταση 100 [m].

Σύμφωνα με τα υλικά που χρησιμοποιούμε, θα πρέπει η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση στις δοκούς να είναι $\sigma_u = 400$ [MPa] και στα κρέμαστρα να είναι $\sigma_u = 240$ [MPa]. Επίσης σύμφωνα με τον κανόνα EN 1991-2 [8], η μέγιστη μετατόπιση πρέπει να είναι:

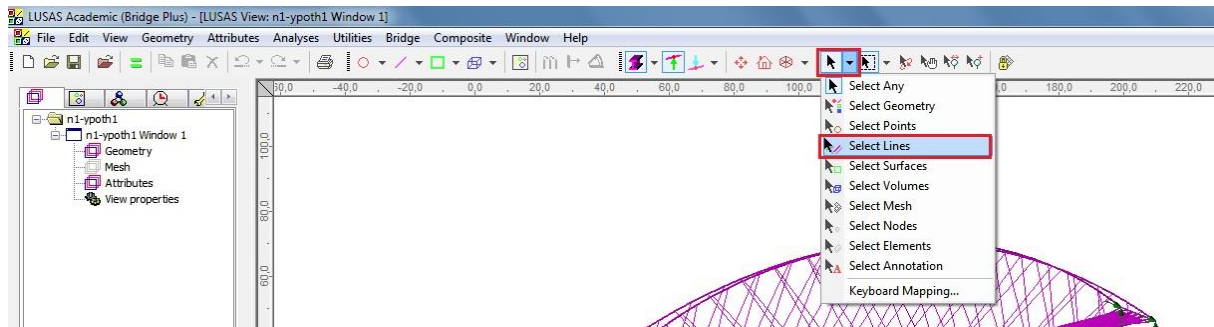
$$\delta_{max} \leq \frac{l}{15 \cdot u - 400} \quad \leftrightarrow \quad \delta_{max} \leq \frac{255}{15 \cdot 120 - 400} = 0.182 [m]$$

Όπου l το μήκος της γέφυρας σε [m] και u η ταχύτητα του τρένου σε [km/h].

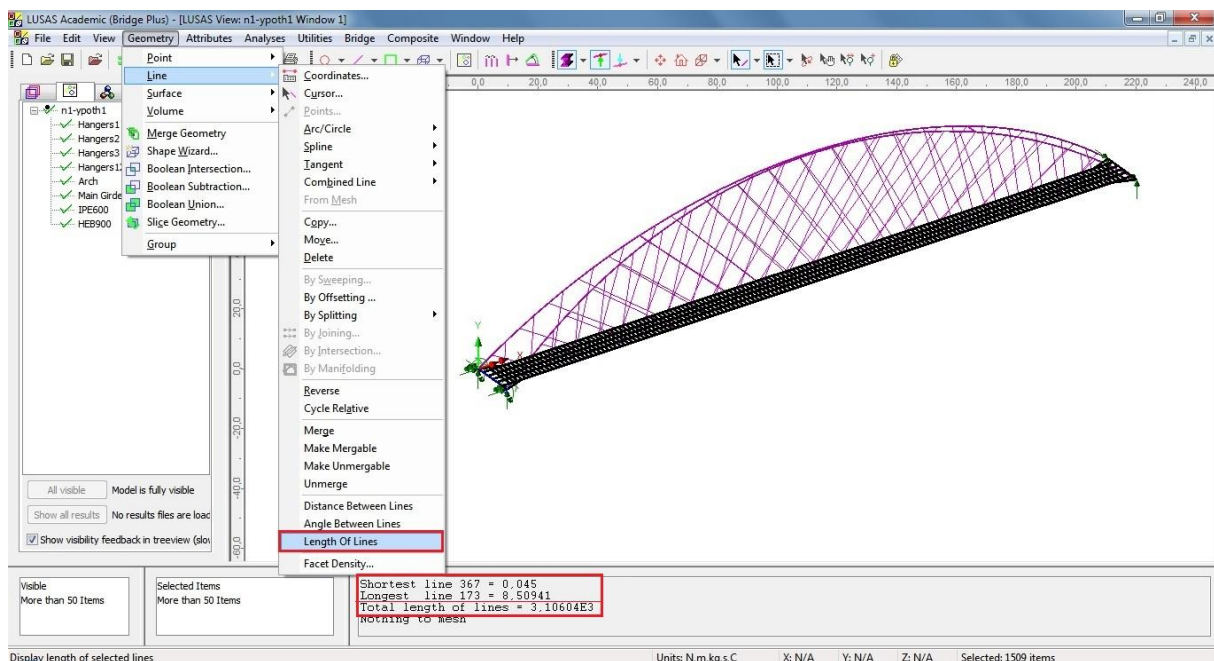
6.1.1 Περίπτωση 1: Κυκλοφορία δύο τραινών από το κέντρο της γέφυρας

Πρώτα θα πάμε να υπολογίσουμε το μήκος όλων των γραμμών στις οποίες θα εφαρμόσουμε το φορτίο του βάρους της γέφυρας. Οπότε επιλέγουμε από το Toolbar buttons, το κουμπί με το μαύρο κέρσورا και επιλέγουμε Select Lines για να επιλέξουμε μόνο γραμμές, Εικ. 6.1. Ύστερα θα επιλέξουμε τις γραμμές της κύριας δοκού, και από το Main menu επιλέγουμε Geometry, Group, New Group για να φτιάξουμε μια ομάδα με την συγκεκριμένη επιλογή στοιχείων, με όνομα Main Girder. Κάνουμε την ίδια διαδικασία για τις IPE600 και HEB900 δοκούς του καταστρώματος με αντίστοιχα ονόματα. Σκοπός της δημιουργίας αυτών των ομάδων είναι για την διευκόλυνση στις μελλοντικές επιλογές στοιχείων. Μετά πάμε στο "tree frame" toolbar (στα αριστερά του κυρίως παραθύρου) επιλέγουμε το δεύτερο κουτάκι από τα αριστερά με όνομα Groups. Επιλέγουμε το Group με το όνομα Main Girder και πατάμε δεξί κλικ πάνω του και επιλέγουμε Select Members. Κάνουμε το ίδιο για τα Group IPE600 και HEB900 με μόνη διαφορά στο μήνυμα που εμφανίζει κάθε φορά επιλέγουμε NO. Έτσι έχουν επιλεγεί η κύρια δοκός και το κατάστρωμα, εκεί που θα εφαρμοστεί και το φορτίο του βάρους της γέφυρας. Από το Main menu επιλέγουμε,

Geometry, Line, Length Of Lines και μας δείχνει το αποτέλεσμα στο Text Output Window, συνολικό μήκος = 3106.04 [m], Εικ. 6.2.



Εικόνα 6.1: Επιλογή μόνο γραμμών.



Εικόνα 6.2: Μέτρηση του συνολικού μήκους των επιλεγμένων στοιχείων.

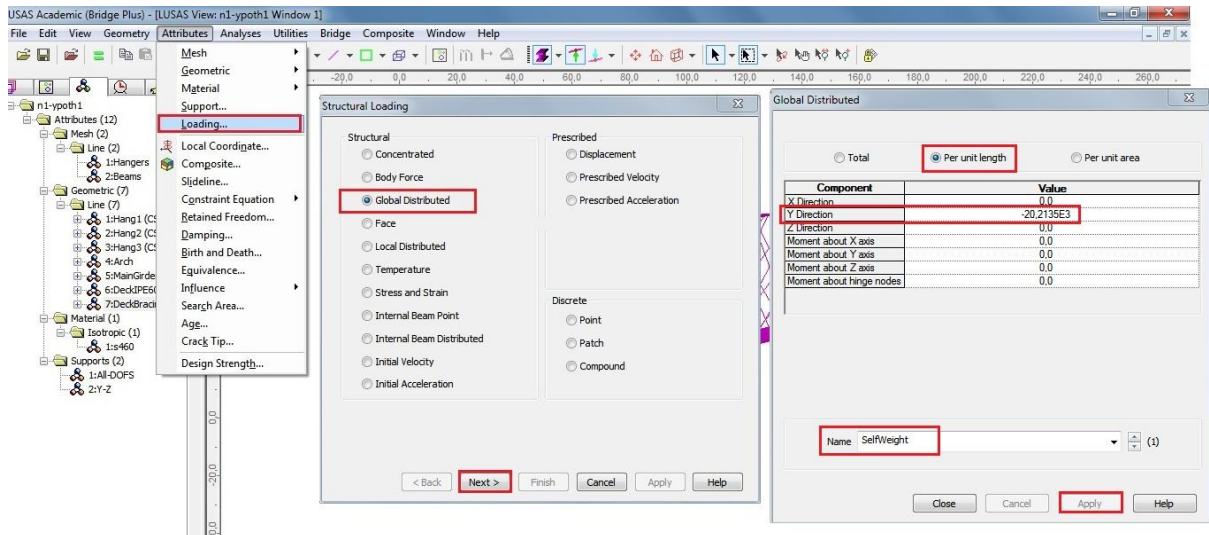
Βήμα 8: Επιβολή φορτίων. Ύστερα προχωράμε στον προσδιορισμό του φορτίου του βάρους της γέφυρας. Από το Main menu επιλέγουμε Attributes, Loading, στο παράθυρο Structural Loading επιλέγουμε, Εικ. 6.3:

- Structural: Global Distributed και πατάμε Next
- Στο επόμενο παράθυρο επιλέγουμε την επιλογή Per unit length και βάζουμε στον άξονα Y την φόρτιση, με ένα μείον μπροστά για να δείξουμε την φόρτιση προς τα κάτω, που επιφέρει το βάρος της κατασκευής. Η οποία είναι:

$$6400 \left[\frac{\text{ton}}{\text{m}} \right] * 1000 \left[\frac{\text{kg}}{\text{ton}} \right] * 9.81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 62784000 \text{ [N]}$$

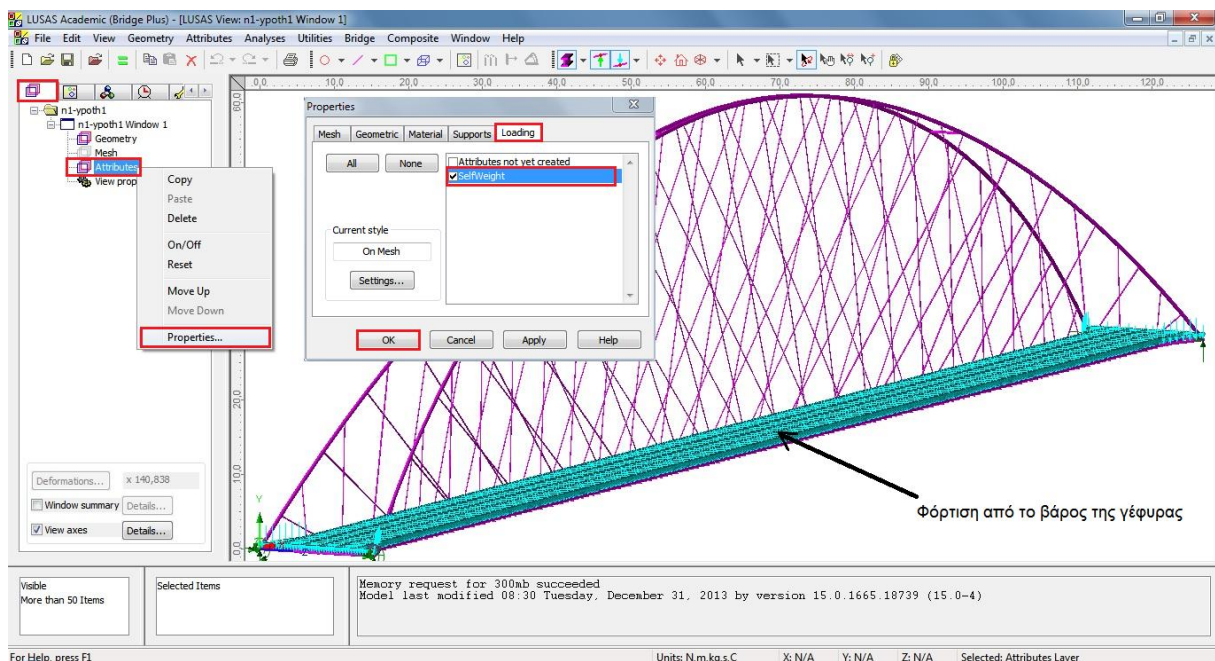
και αυτό το διαιρούμε με το συνολικό μήκος των επιλεγμένων γραμμών = 3106.04 [m] για να πάρουμε την φόρτιση ανά μονάδα μήκους = - 20213.52 [N/m].

- Βάζουμε όνομα SelfWeight.



Εικόνα 6.3: Δημιουργία του φορτίου του βάρους της κατασκευής.

Όπως είναι είδη επιλεγμένα τα στοιχεία της κύριας δοκού και του καταστρώματος, με την διαδικασία drag and drop εναποθέτουμε την φόρτιση SelfWeight από το tree frame, Attributes, Loading στα επιλεγμένα στοιχεία. Και στο παραθυράκι που εμφανίζεται πατάμε OK. Για να δούμε την φόρτιση γραφικά, πάμε στο Tree Frame και επιλέγουμε το πρώτο κουτάκι από τα αριστερά με το όνομα Layers. Πατάμε δεξί κλικ πάνω στο Attributes και επιλέγουμε Properties. Στο παραθυράκι Properties που ανοίγει, πάμε στην δεξιά καρτέλα Loading και επιλέγουμε να φαίνεται το SelfWeight, και πατάμε OK, Εικ. 6.4.

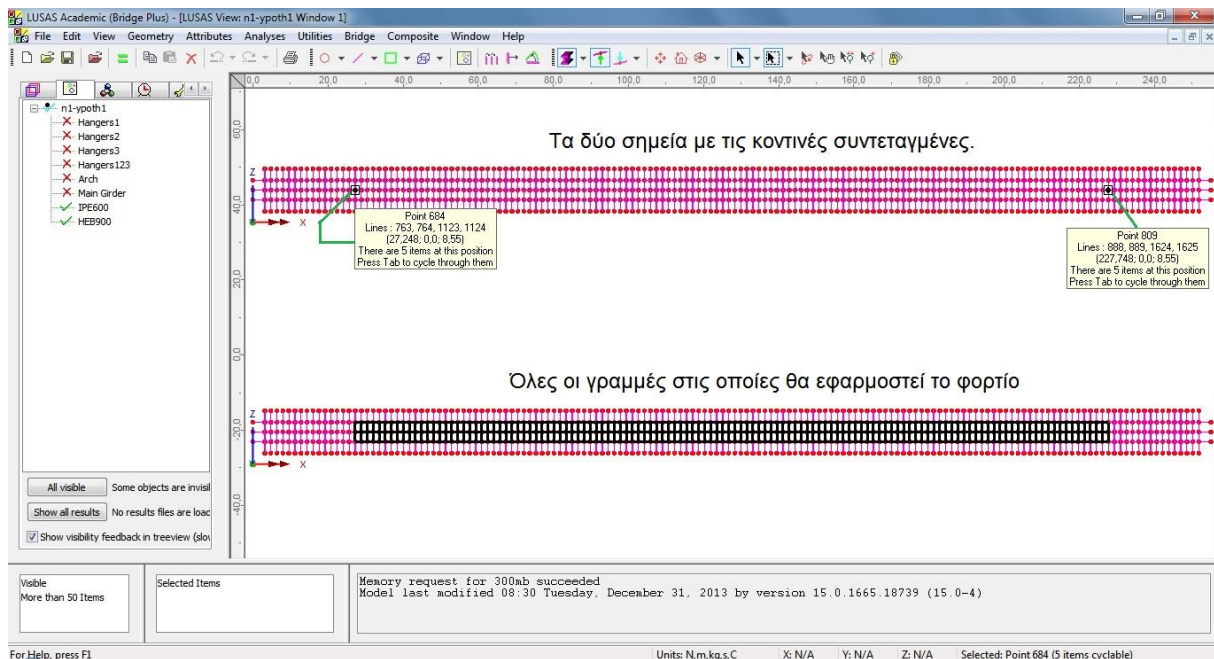


Εικόνα 6.4: Το φορτίο από το βάρος της γέφυρας.

Συνεχίζουμε με τον προσδιορισμό των γραμμών όπου θα εφαρμοστεί το φορτίου του βάρους των δύο τραίνων. Διαιρούμε το συνολικό μήκος της γέφυρας με το δύο για να βρούμε το κέντρο της. Ύστερα στο αποτέλεσμα, την μια φορά θα αφαιρέσουμε 100 για να βρούμε την αρχή όπου θα εφαρμοστεί το φορτίο, και την άλλη θα προσθέσουμε για να βρούμε το τέλος της εφαρμογής του φορτίου. Έτσι μοιράζουμε τα 200 [m] δεξιά και αριστερά από το κέντρο.

$$\frac{255}{2} = 127.5 \quad \text{αρχή} = 127.5 - 100 = 27.5 \quad \text{τέλος} = 127.5 + 100 = 227.5$$

Το φορτίο του βάρους των δύο τραίνων θα εφαρμοστεί στις IPE600 δοκούς από την αρχή μέχρι το τέλος που βρήκαμε παραπάνω. Πάμε στο πρόγραμμα, και από το tree frame, Groups επιλέγουμε με δεξί κλικ το Group IPE600 και HEB900 που δημιουργήσαμε πιο πάνω και πατάμε την επιλογή Set as only Visible. Έχοντας μια καθαρότερη εικόνα από τα άλλα στοιχεία, πάμε στο Tree Frame και επιλέγουμε το Layers, δεξί κλικ πάνω στο Attributes, επιλέγουμε Properties. Στο παραθυράκι Properties, πάμε στην καρτέλα Loading και αποεπιλέγουμε το SelfWeight για να μην φαίνεται η φόρτιση. Πάμε στην γεωμετρία, την κοιτάμε από την κάτω όψη και ψάχνουμε δύο σημεία που να έχουν κοντινές συντεταγμένες το ένα με $x = 27.5$ [m] και το άλλο με $x = 227.5$ [m]. Αφού τα εντοπίσουμε, κρατώντας πατημένο το πλήκτρο Control επιλέγουμε τα δύο αυτά σημεία. Μετά διαλέγουμε την δυνατότητα επιλογής μόνο γραμμών και επιλέγουμε όλες τις γραμμές ανάμεσα στα δύο σημεία που βρήκαμε, Εικ. 6.5. Με την επιλογή Geometry, Line, Length Of Lines, μετράμε το συνολικό μήκος αυτών των γραμμών, το οποίο είναι ίσο με 1254.94 [m]. Και τέλος με drag and drop εφαρμόζουμε το φορτίο στις γραμμές με την ίδια παραπάνω διαδικασία.



Εικόνα 6.5: Επιλογή των γραμμών για την επιβολή του φορτίου από τα τραίνα.

Από το Main menu επιλέγουμε Attributes, Loading, στο παράθυρο Structural Loading επιλέγουμε:

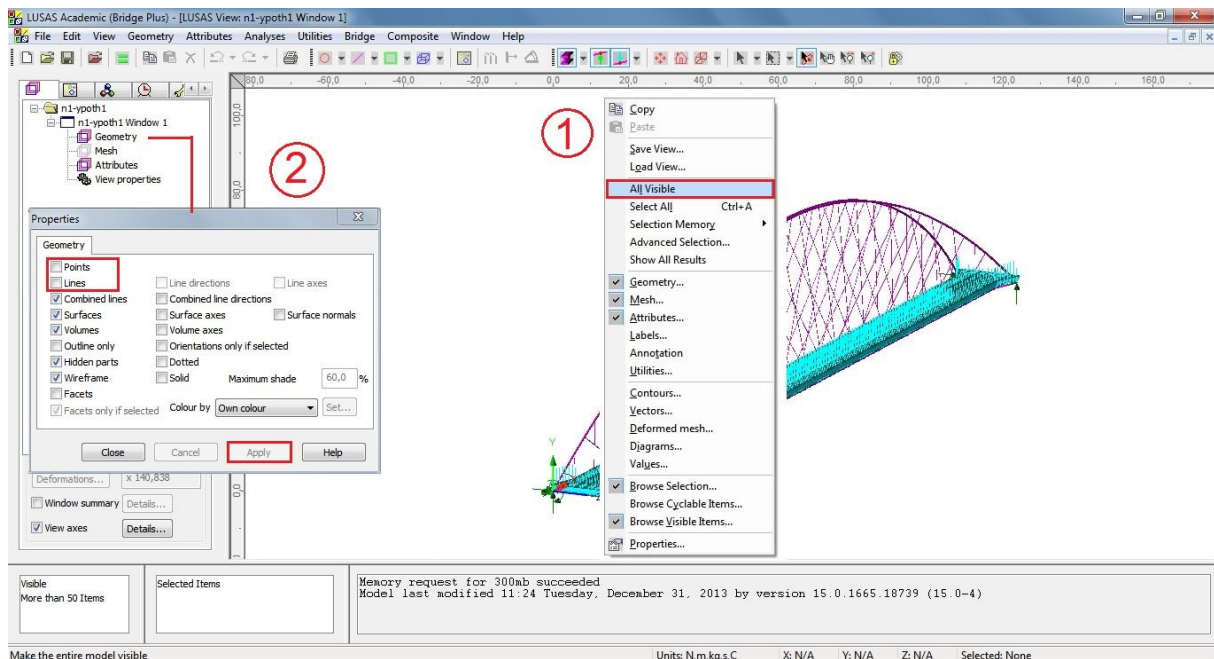
- Structural: Global Distributed και πατάμε Next
- Στο επόμενο παράθυρο επιλέγουμε την επιλογή Per unit length και βάζουμε στον άξονα Y την φόρτιση με ένα μείον μπροστά για να δείξουμε την φόρτιση προς τα κάτω.

$$2 * 385 [\cancel{\text{ton}}] * 1000 \left[\frac{\text{kg}}{\cancel{\text{ton}}} \right] * 9.81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 7553700 [\text{N}]$$

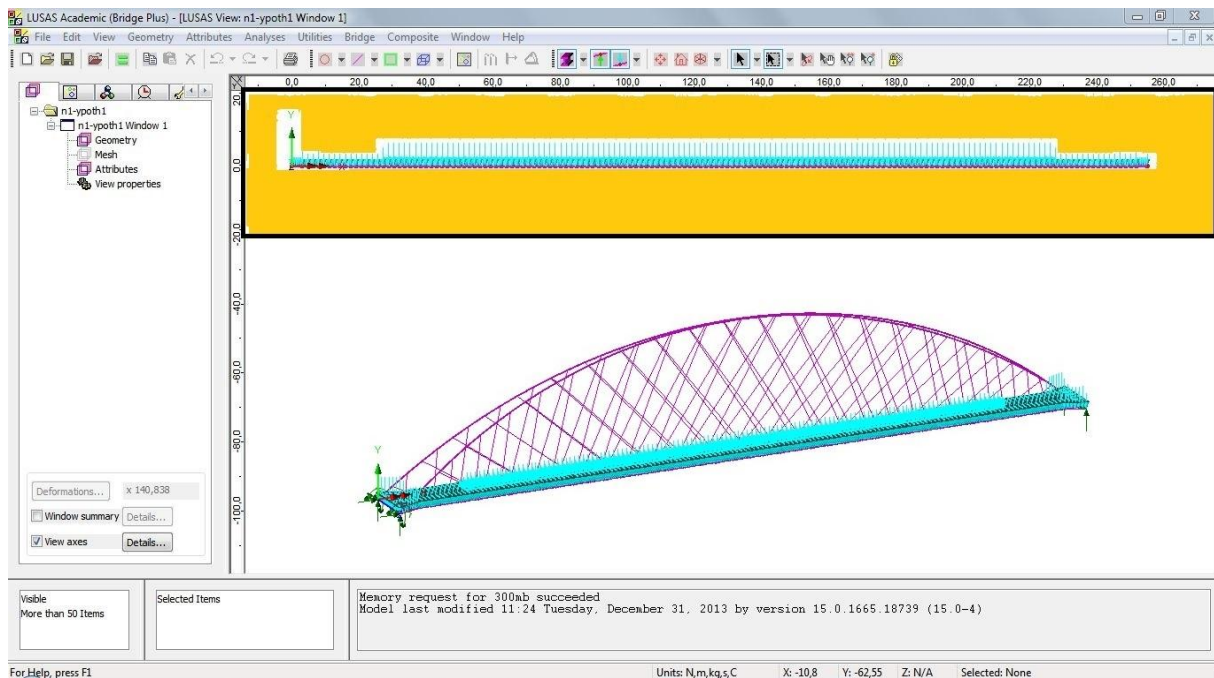
Διαιρούμε με το συνολικό μήκος των επιλεγμένων γραμμών = 1254.94 [m] και παίρνουμε την φόρτιση ανά μονάδα μήκους = -6019.17 [N/m].

- Βάζουμε όνομα TrainLoad200.

Πάμε στο treeframe, στο Layers, δεξί κλικ πάνω στο Attributes, επιλέγουμε Properties. Στο παραθυράκι Properties, πάμε στην καρτέλα Loading, επιλέγουμε το SelfWeight και το TrainLoad200 και πατάμε OK για να εμφανίσουμε και τις δύο φορτίσεις. Ύστερα πατάμε δεξί κλικ στο κενό στο παράθυρο View Window και επιλέγουμε All Visible για να εμφανιστούν όλα τα στοιχεία που έχουμε σχεδιάσει. Και από το treeframe, στο Layers, δεξί κλικ πάνω στο Geometry και επιλέγουμε το Properties. Στο παραθυράκι που αναδύεται αποεπιλέγουμε τις επιλογές για Points και Lines για να μην φαίνονται αυτά τα στοιχεία, Εικ. 6.6. Στην Εικόνα 6.7 φαίνεται η φόρτιση, από το βάρος της γέφυρας και των δύο τραίνων, για την πρώτη περίπτωση.



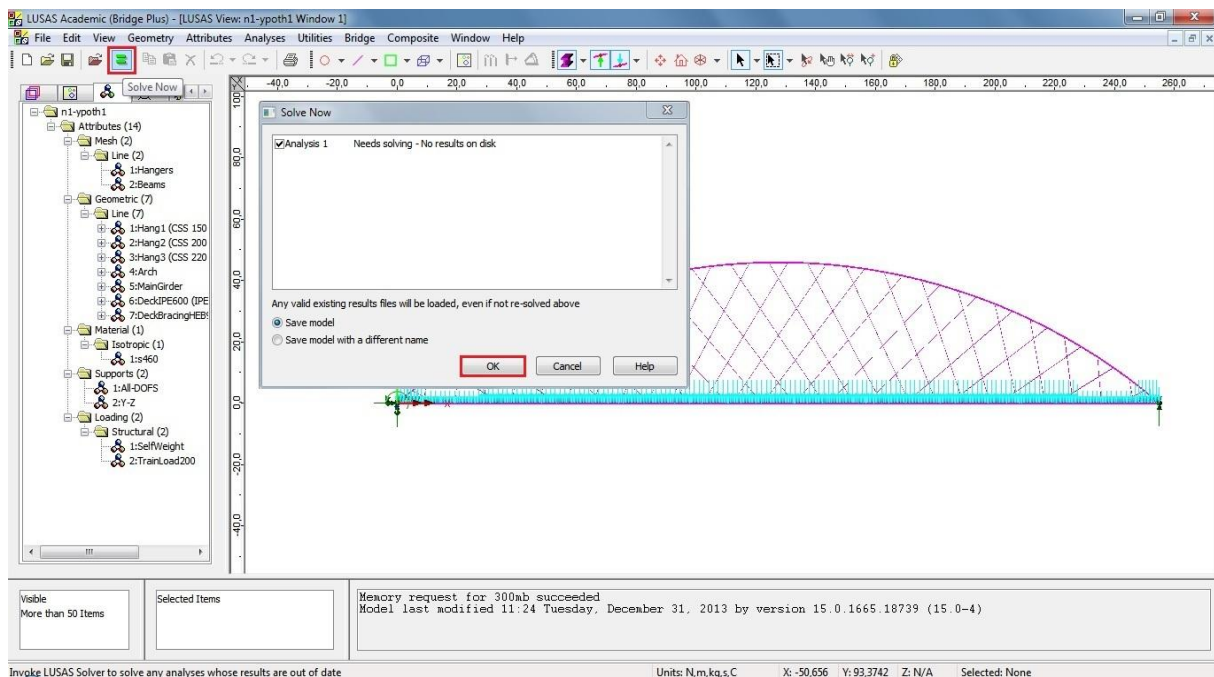
Εικόνα 6.6: Επιλογή εμφάνισης στοιχείων.



Εικόνα 6.7: Η φόρτιση για την πρώτη περίπτωση.

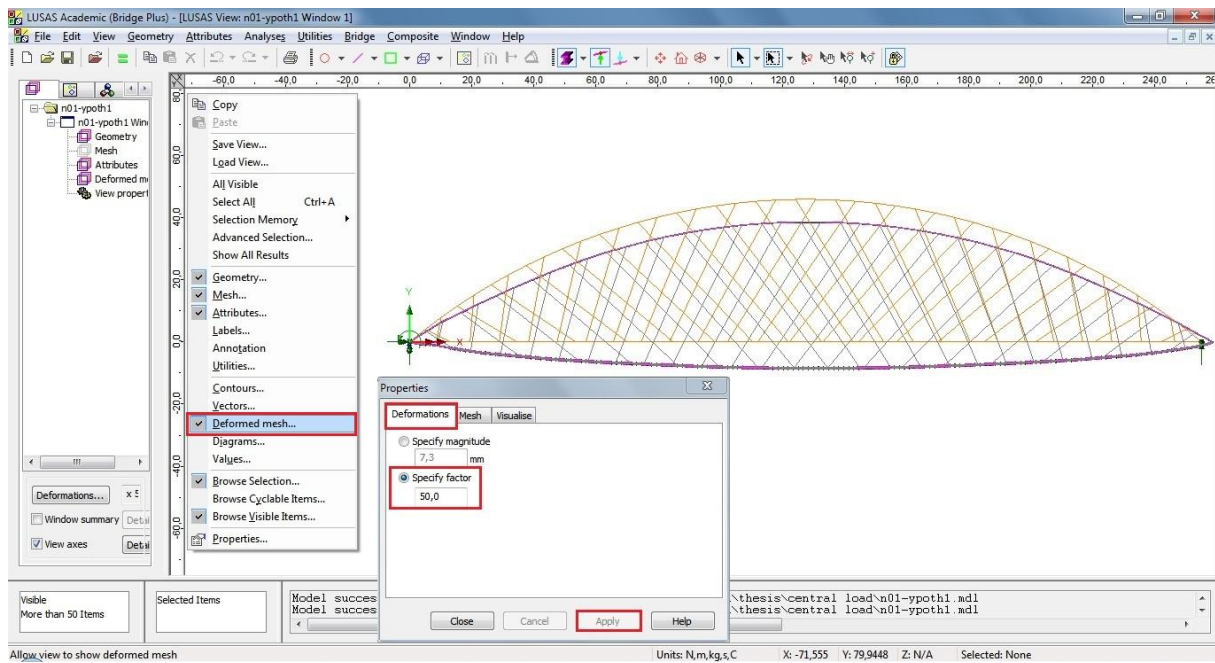
6.1.2 Επίλυση του μοντέλου της 1^{ης} περίπτωσης και Αποτελέσματα

Βήμα 9: Επίλυση του μοντέλου. Έχουμε βάλει μέχρι στιγμής την γεωμετρία, τις ιδιότητές της, τις στηρίξεις και τα φορτία, επόμενο βήμα είναι η επίλυση. Από το Toolbar buttons επιλέγουμε το πέμπτο κουμπί από τα αριστερά, Solve Now και στο παράθυρο που βγαίνει πατάμε OK, Εικ. 6.8.

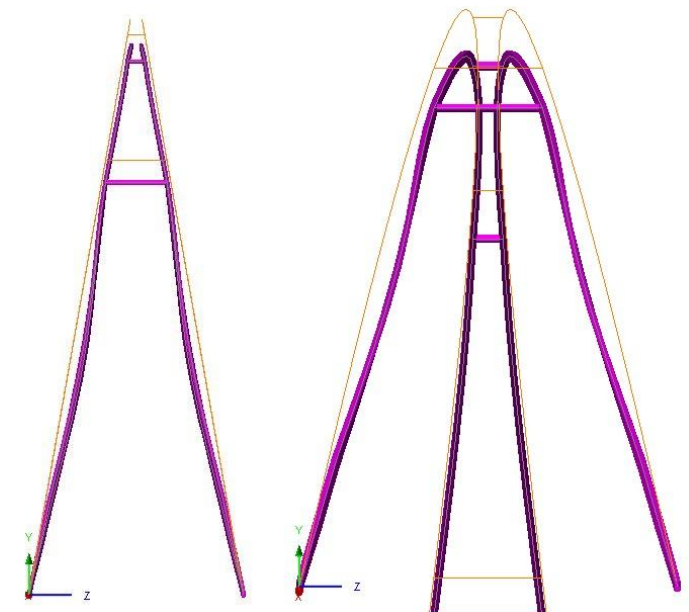


Εικόνα 6.8: Επίλυση μοντέλου.

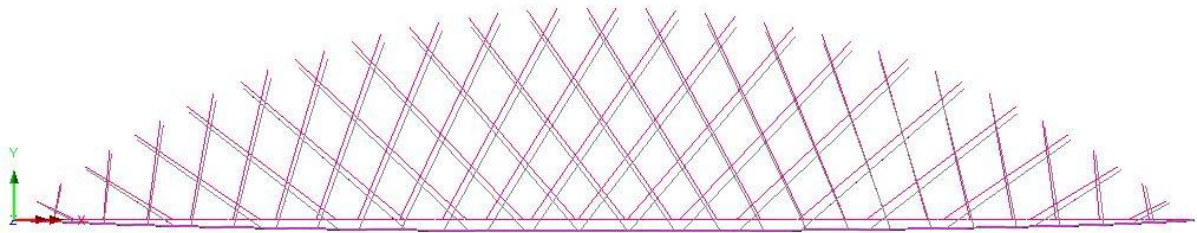
Βήμα 10: Εμφάνιση παραμορφωμένης γεωμετρίας. Μετά την επίλυση ακολουθεί το στάδιο της μετά-επεξεργασίας (post-processing). Για να εμφανίσουμε την παραμορφωμένη γεωμετρία, πατάμε δεξί κλικ στο κενό στο παράθυρο View Window και επιλέγουμε Deformed mesh. Στο παράθυρο Properties που ανοίγει, στην καρτέλα Deformations, μπορούμε να επιλέγουμε κάποιο Specify factor. Με επιλογή 50, δείχνουμε την παραμόρφωση 50 φορές μεγαλύτερη από την πραγματική, για να έχουμε μια εικόνα. Με πορτοκαλί χρώμα είναι η αρχική γεωμετρία ενώ με μωβ η παραμορφωμένη, Εικ. 6.9. Στις παρακάτω εικόνες φαίνεται η παραμόρφωση της γεωμετρίας στα βασικά στοιχεία της γεωμετρίας.



Εικόνα 6.9: Παραμορφωμένη γεωμετρία.



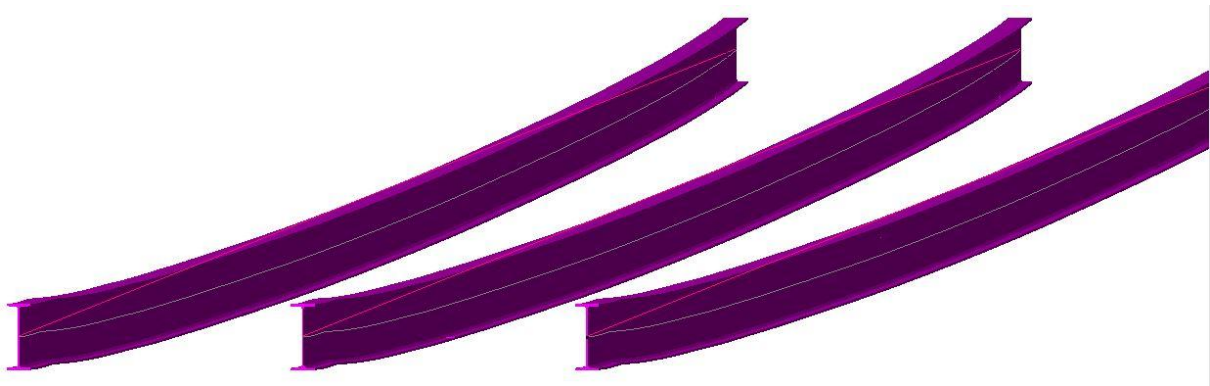
Εικόνα 6.10: Παραμόρφωση στο τόξο. Μπροστινή όψη αριστερά, κάτω μπροστινή όψη δεξιά.



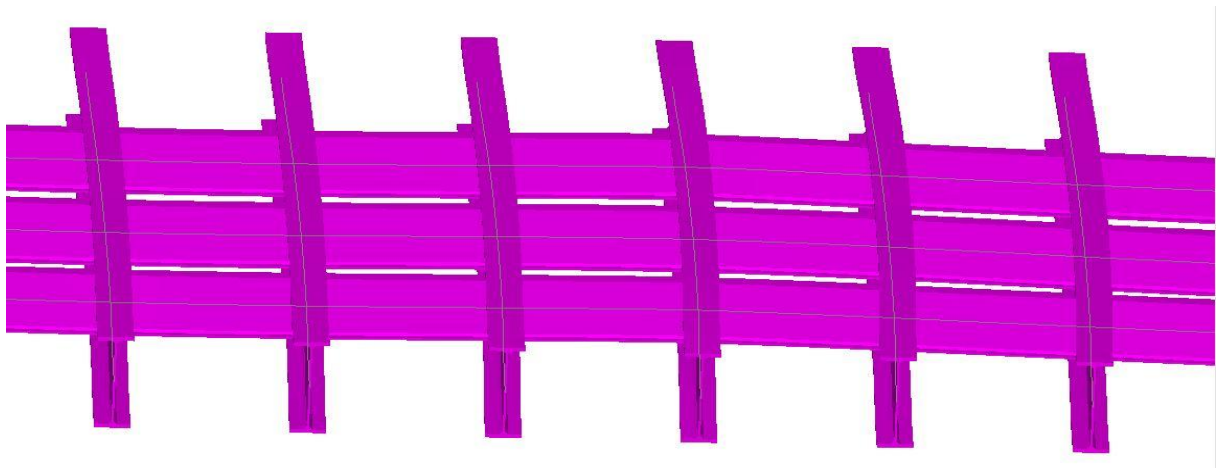
Εικόνα 6.11: Παραμόρφωση κρέμαστρων και κύριας δοκού.



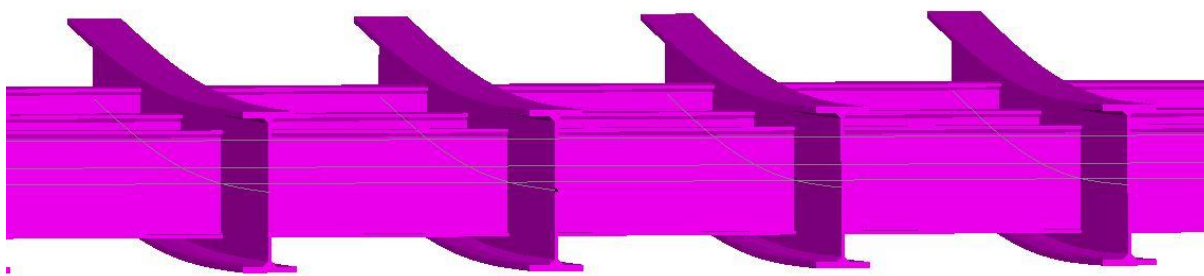
Εικόνα 6.12: Παραμόρφωση στην κύρια δοκό.



Εικόνα 6.13: Παραμόρφωση στις IPE600 δοκούς.



Εικόνα 6.14: Παραμόρφωση στις HEB900 δοκούς, όψη 1^η.



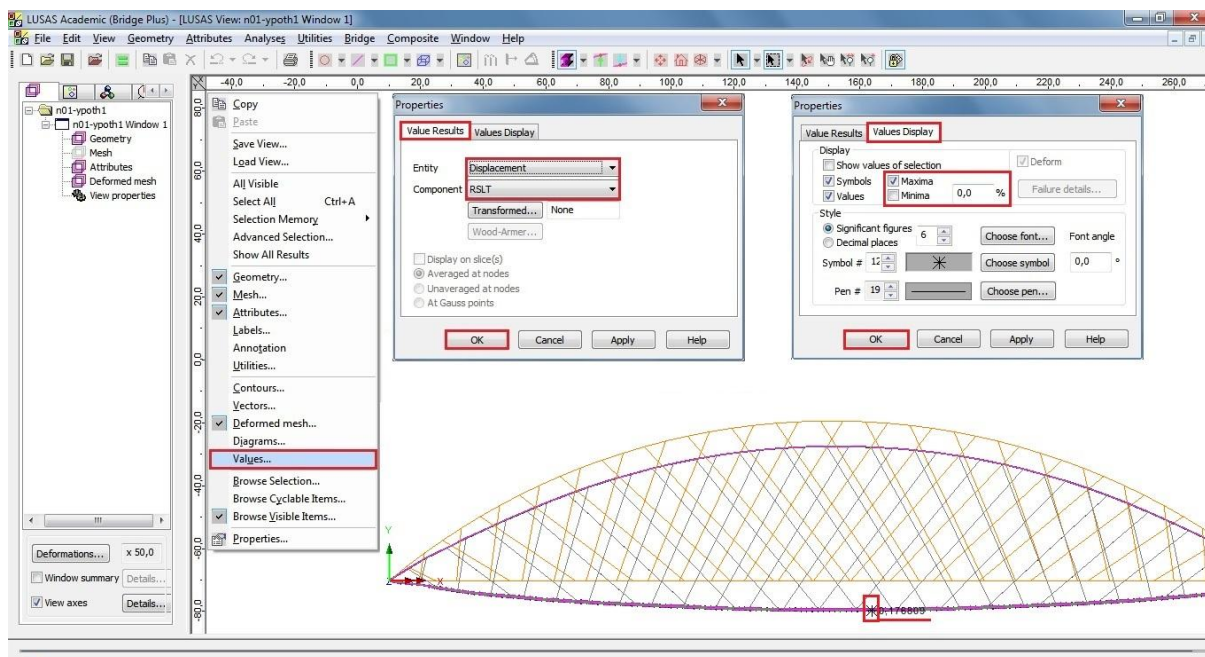
Εικόνα 6.15: Παραμόρφωση στις HEB900 δοκούς, όψη 2^η, στο κέντρο της γέφυρας.

Βήμα 11: Τιμές των μετατοπίσεων. Συνεχίζουμε με την εμφάνιση των τιμών των μετατοπίσεων. Πατάμε δεξί κλικ στο κενό στο παράθυρο View Window και επιλέγουμε Values. Στο αναδυόμενο παράθυρο επιλέγουμε, Εικ. 6.16:

- Entity: Displacement
- Component: RSLT (μέτρο της συνισταμένης μετατόπισης)
- Στην καρτέλα Values Display βάζουμε 0% για να πάρουμε την μέγιστη τιμή της μετατόπισης και την τοποθεσία της. Πατάμε OK.

Στην Εικ. 6.17 φαίνεται η τιμή της μέγιστης μετατόπισης = 0.176809 [m], το οποίο είναι μικρότερο από την επιτρεπτή μετατόπιση 0.182 [m]. Το σημείο βρίσκεται στη μεσαία από τις τρεις IPE600 δοκούς, στο Node 5321, με συντεταγμένη στον άξονα X = 137.237 [m], δέκα μέτρα μετά το κέντρο της γέφυρας.

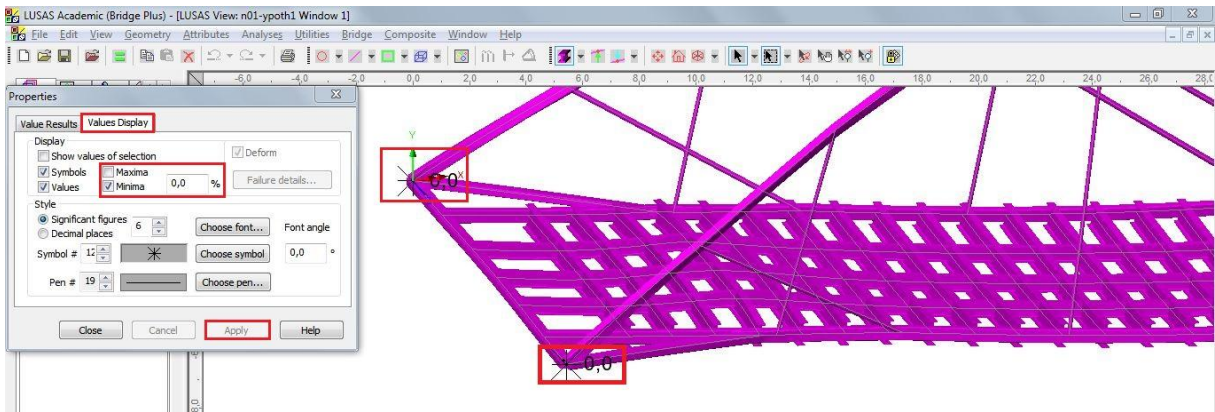
Ύστερα, από το tree frame, Layers, δεξί κλικ στο Values:RSLT(Displacement), Properties, μπορούμε να πειράξουμε την τιμή στη καρτέλα Values Display και να δούμε τις υπόλοιπες μετατοπίσεις. Όπως την ελάχιστη που βρίσκεται στα δύο πακτωμένα άκρα της γέφυρας, Εικ. 6.18, 6.19.



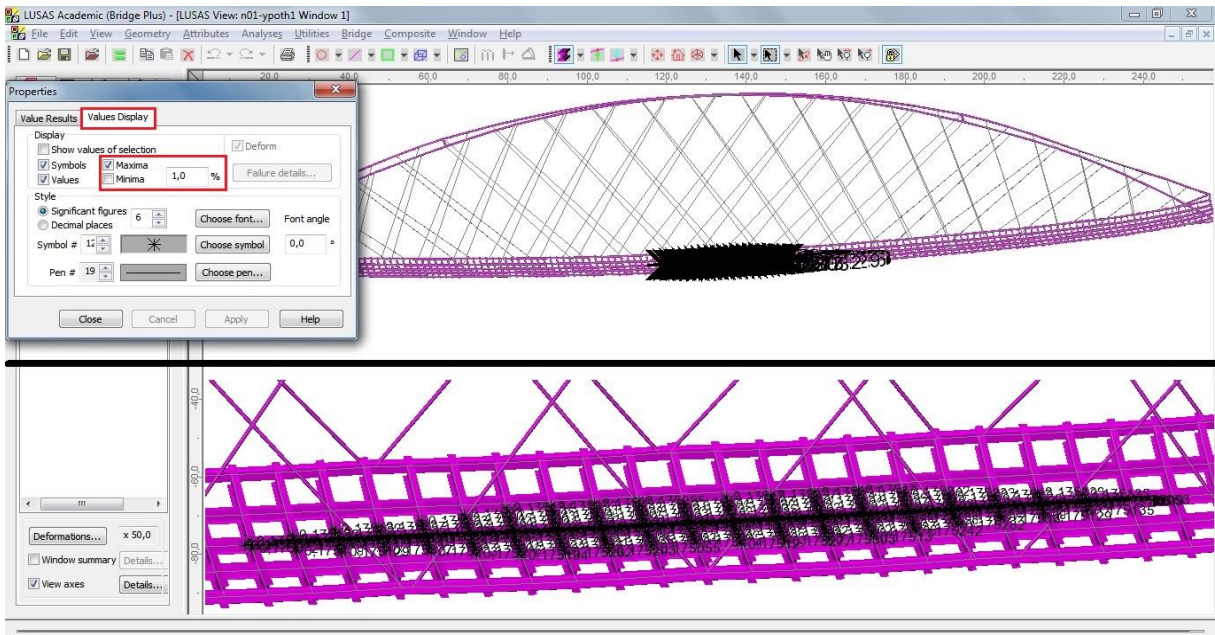
Εικόνα 6.16: Εμφάνιση της μέγιστης μετατόπισης και της τιμής της.



Εικόνα 6.17: Σημείο της μέγιστης μετατόπισης.



Εικόνα 6.18: Σημείο της ελάχιστης μετατόπισης.

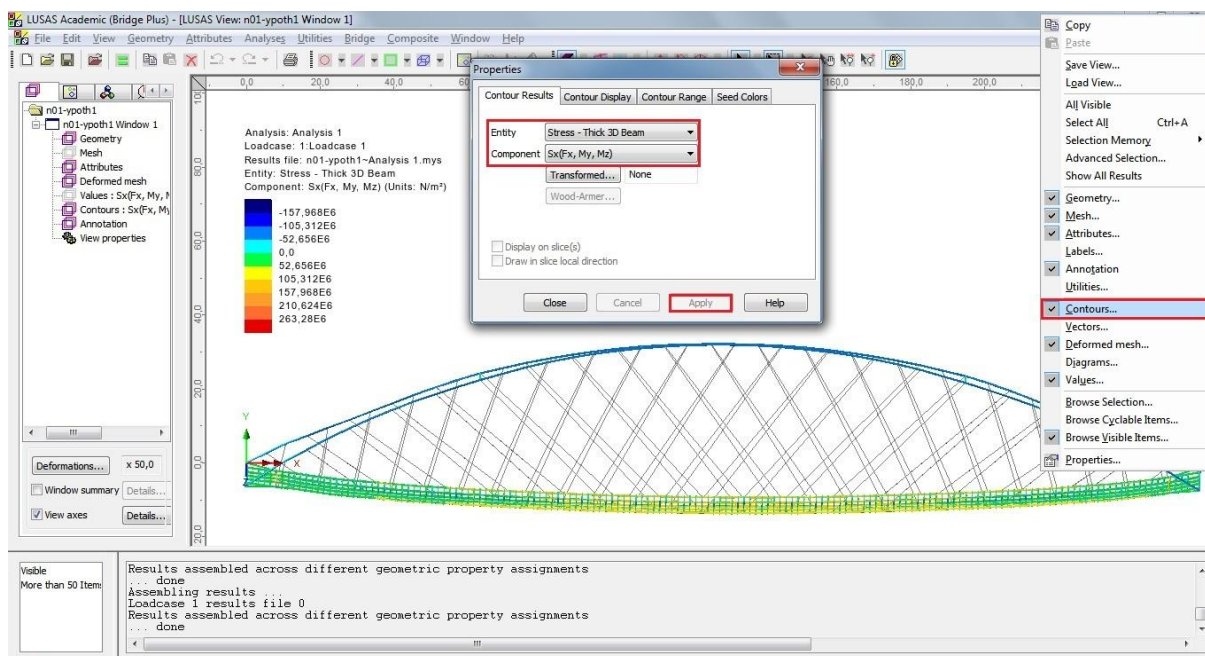


Εικόνα 6.19: Εμφάνιση 1% των μετατοπίσεων.

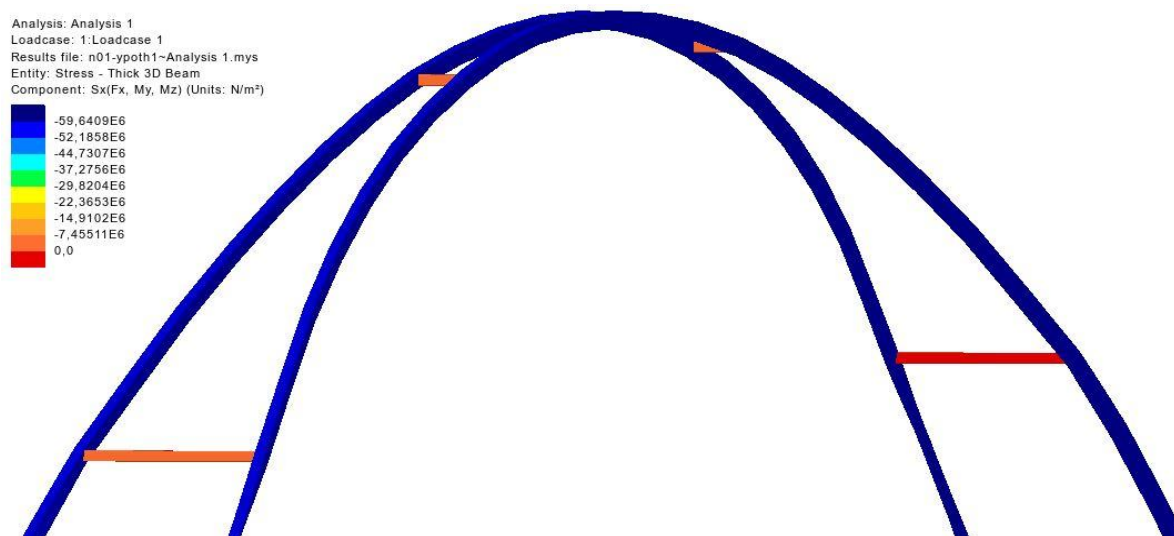
Βήμα 12: Εμφάνιση τάσεων στα στοιχεία της γέφυρας. Σε αυτό το βήμα θα κοιτάξουμε τις τάσεις που αναπτύσσονται από τη φόρτιση της πρώτης περίπτωσης, για να ξέρουμε αν η κατασκευή είναι μέσα στα όρια του σχεδιασμού. Θα εμφανίσουμε πρώτα τις τάσεις στα Beam στοιχεία της γέφυρας, τόξο, κύρια δοκός και κατάστρωμα. Πατάμε δεξί κλικ στο κενό στο παράθυρο View Window και επιλέγουμε Contours. Στο αναδυόμενο παράθυρο επιλέγουμε, Εικ. 6.20:

- Entity: Stress – Thick 3D Beam
- Component: Sx(Fx, My, Mz)

Χρησιμοποιώντας τα Groups που έχουμε δημιουργήσει, εμφανίζουμε με την σειρά ένα-ένα τα μέρη της γέφυρας και κοιτάμε τις τάσεις, ξεκινώντας από το τόξο. Στις παρακάτω εικόνες βλέπουμε τις τάσεις στα στοιχεία.

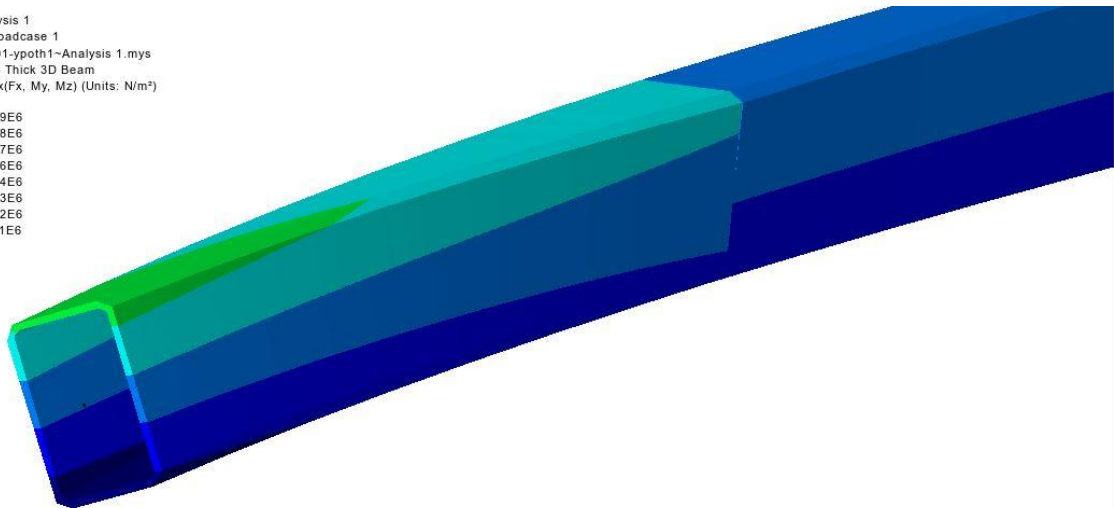
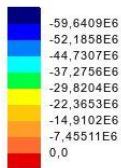


Εικόνα 6.20: Εμφάνιση των τάσεων στα Beam στοιχεία της γέφυρας.



Εικόνα 6.21: Οι καμπτικές τάσεις στο τόξο.

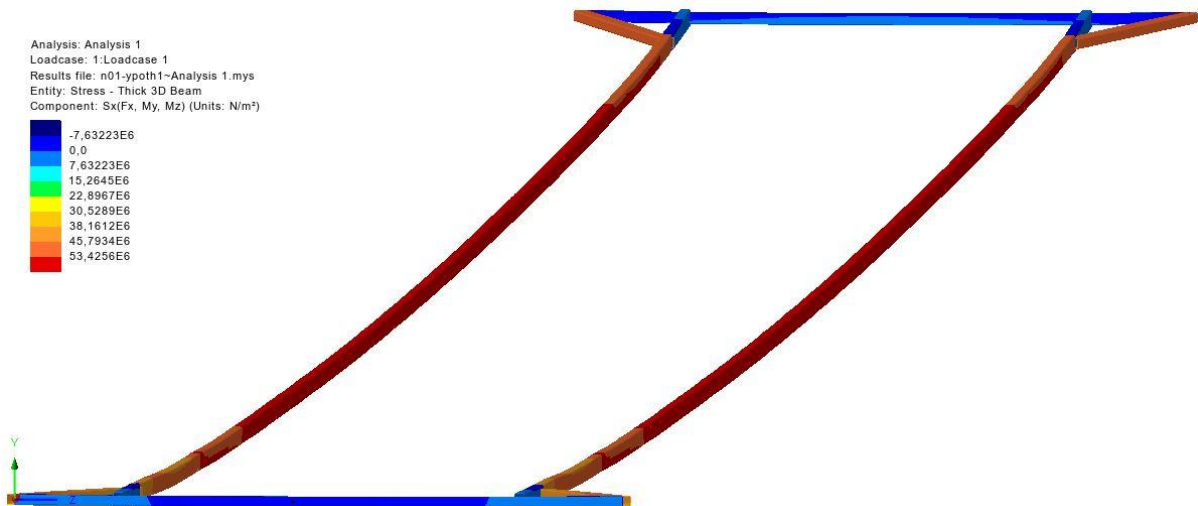
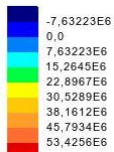
Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1:Loadcase 1
Results file: n01-yypoth1-Analysis 1.mys
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx, My, Mz) (Units: N/m²)



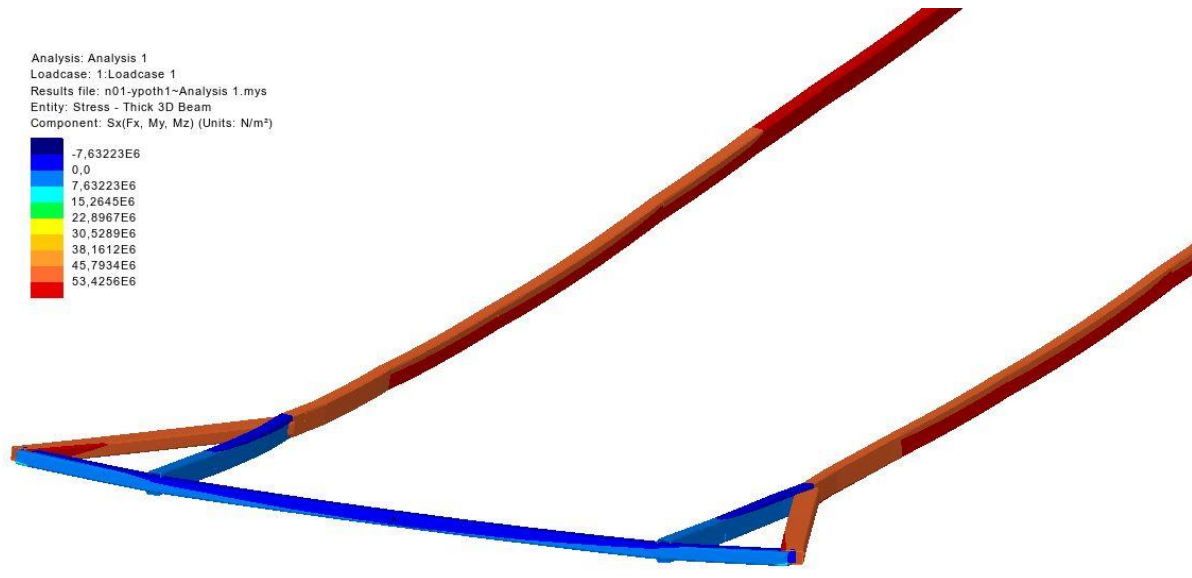
Εικόνα 6.22: Η κατανομή των τάσεων στο ένα πακτωμένο άκρο της γέφυρας.

Με αρνητικό πρόσημο έχουμε τάσεις λόγω κάμψης, ενώ με θετικό έχουμε τάσεις λόγω εφελκυσμού στα στοιχεία. Από τις απεικονίσεις πιο πάνω φαίνεται ξεκάθαρα πως το τόξο δεν έχει καθόλου πρόβλημα από τα φορτία της πρώτης περίπτωσης, αφού οι τάσεις που αναπτύσσονται πάνω του είναι λιγότερο του 100 [MPa]. Συνεχίζουμε με την κύρια δοκό, όπου φαίνεται πως στην πακτωμένη μεριά, Εικ. 6.23, μαζεύονται λιγότερες τάσεις από ότι στην άλλη μεριά, Εικ. 6.24. Και πάλι όμως οι μεγαλύτερη τάση που αναπτύσσεται είναι περί τα 55 [MPa].

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1:Loadcase 1
Results file: n01-yypoth1-Analysis 1.mys
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx, My, Mz) (Units: N/m²)

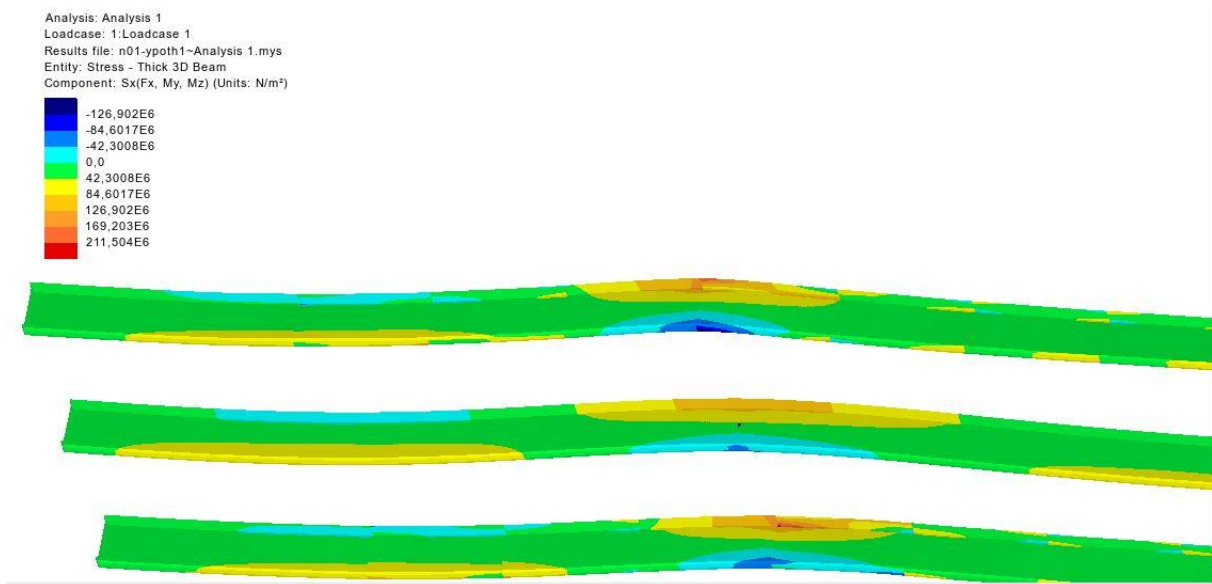


Εικόνα 6.23: Οι τάσεις στο πακτωμένο άκρο της κύριας δοκού.



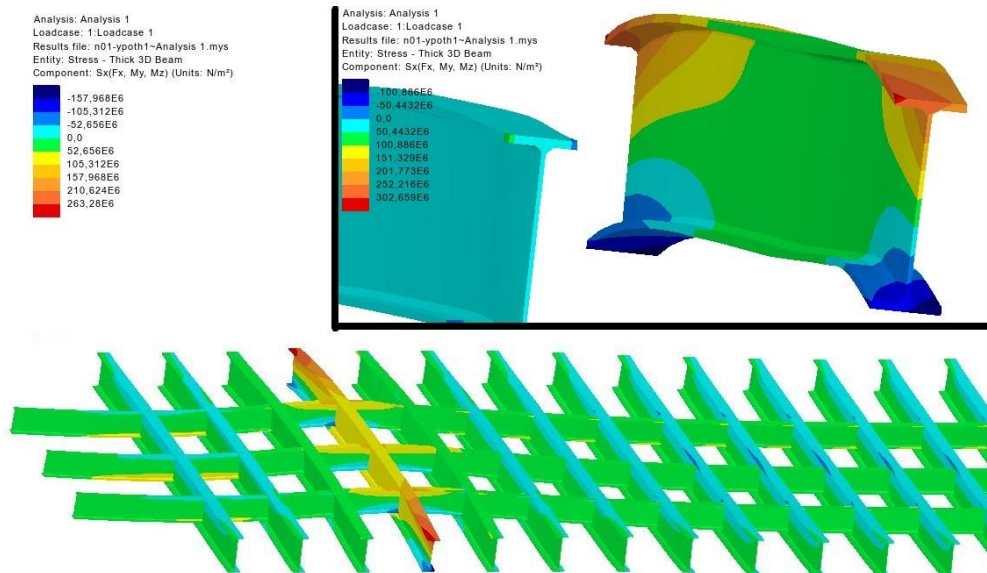
Εικόνα 6.24: Οι τάσεις στο άλλο άκρο της κύριας δοκού, ελευθερία στον X άξονα.

Στην Εικ. 6.25 φαίνονται οι μέγιστες τάσεις που εμφανίζονται στις IPE600 δοκούς. Το σημείο στο οποίο εμφανίζονται είναι μόλις τελειώνει η βάση της μιας άκρης της γέφυρας και έχει τιμές μέχρι και 212 [MPa]. Το οποίο είναι λιγότερο από την μέγιστη επιτρεπτή τάση, $\sigma_u = 400$ [MPa], άρα δεν υπάρχει πρόβλημα.

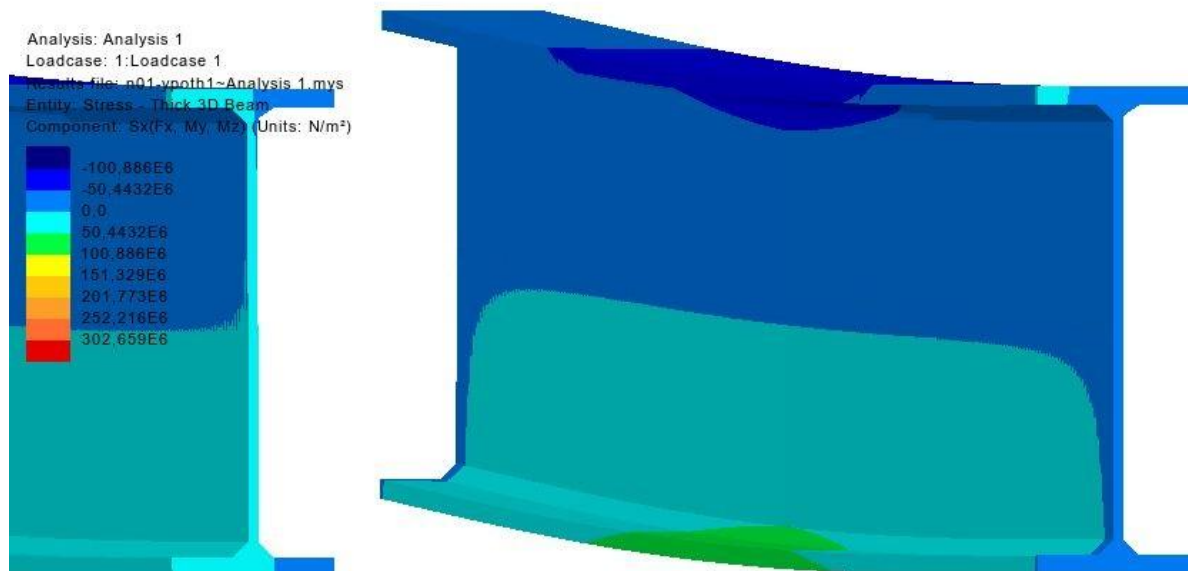


Εικόνα 6.25: Οι τάσεις στις IPE600 δοκούς κοντά στο πακτωμένο άκρο της κύριας δοκού.

Στην Εικ. 6.26, διακρίνουμε τις τάσεις στις HEB900 δοκούς να είναι κατανεμημένες όπως και στις IPE600. Μόνο στα δύο άκρα κοντά στις στηρίξεις της γέφυρας μαζεύονται οι μεγαλύτερες τάσεις της τάξης των 200 [MPa] και πάνω. Με την μέγιστη τιμή να φτάνει τα 270 [MPa] στα άκρα της 4 δοκού από τα αριστερά. Στην μέση της γέφυρας οι τάσεις είναι περίπου στα 110 [MPa].



Εικόνα 6.26: Οι τάσεις στις HEB900 δοκούς κοντά στο πακτωμένο άκρο της κύριας δοκού.

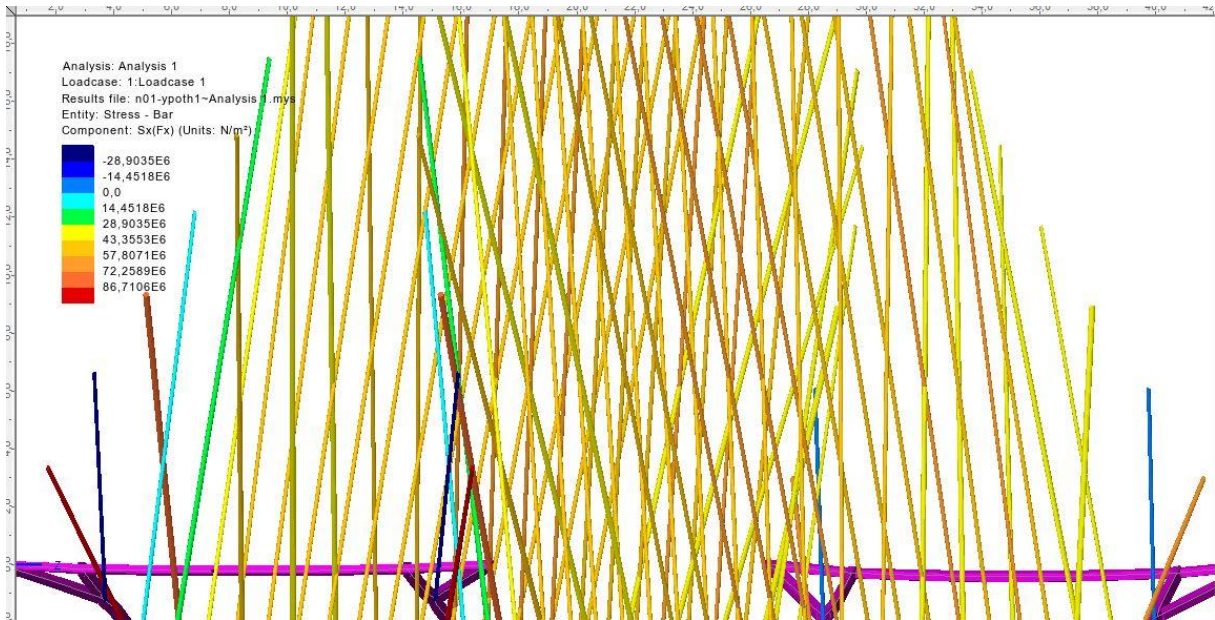


Εικόνα 6.27: Οι τάσεις στις HEB900 δοκούς, στη μέση της γέφυρας.

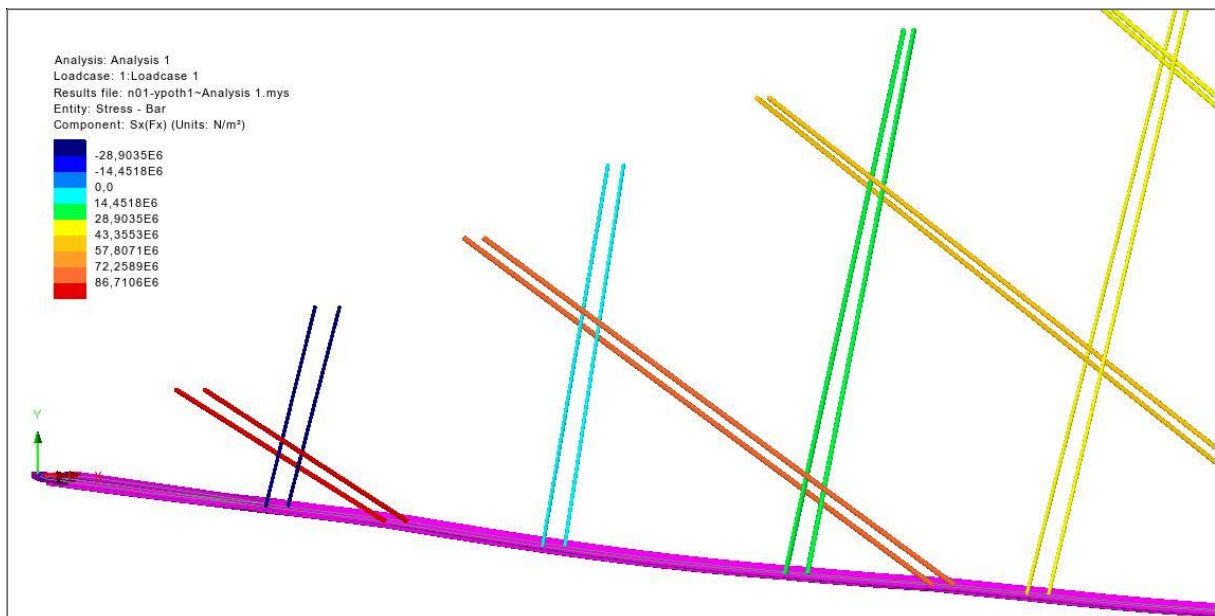
Για να δούμε τις τάσεις στα κρέμαστρα, πάμε στο tree frame, Layers, πατάμε δεξί κλικ στο Contours και επιλέγουμε:

- Entity: Stress – Bar
- Component: $S_x(F_x)$

Οι μεγαλύτερες φορτίσεις στα κρέμαστρα εμφανίζονται στα δύο άκρα της γέφυρας ενώ στο κέντρο της φτάνουν τα 70 [MPa], Εικ. 6.28. Στο πακτωμένο άκρο, στο πρώτο κρέμαστρο οι τάσεις φτάνουν 90 [MPa], Εικ. 6.29, ενώ στο άλλο άκρο τα 80 [MPa].



Εικόνα 6.28: Οι τάσεις στα κρέμαστρα.



Εικόνα 6.29: Οι τάσεις στα κρέμαστρα στο πακτωμένο άκρο της γέφυρας.

6.1.3 Περίπτωση 2: Ατύχημα δύο τρένων στο κέντρο της γέφυρας

Στην περίπτωση ατυχήματος, τα τρένα θα μαζευτούν στο κέντρο της γέφυρας, η ταχύτητά τους είναι μηδενική και δεν εξετάζουμε την μετατόπιση της γεωμετρίας. Οπότε για την δεύτερη περίπτωση θα κάνουμε έλεγχο μόνο στη τάση. Ακολουθώντας τα βήματα από την πρώτη περίπτωση θα εξετάσουμε και την δεύτερη περίπτωση, όπου η μόνη διαφορά έγκειται στο φορτίο των δύο τρένων. Εδώ θα συγκεντρώσουμε το φορτίο των τρένων στα 100 μέτρα στο κέντρο της γέφυρας, 50 μέτρα δεξιά και αριστερά από αυτό. Το κέντρο της γέφυρας είναι στα 127.5 [m], άρα 77.5 και 177.5 μέτρα αντίστοιχα. Ξέρουμε το συνολικό μήκος των γραμμών που θα

εφαρμοστεί το φορτίο από το βάρος της γέφυρας, = 3106.04 [m]. Και το φορτίο θα το βάλουμε όπως και στην πρώτη περίπτωση, βήμα 8, Εικ. 6.8.

Το φορτίο του βάρους των δύο τραίνων θα εφαρμοστεί στις IPE600 δοκούς από την αρχή μέχρι το τέλος που βρήκαμε πάνω. Πάμε στο πρόγραμμα, και από το tree frame, Groups επιλέγουμε με δεξί κλικ τα Group IPE600 και HEB900 που δημιουργήσαμε πιο πάνω και πατάμε την επιλογή Set as only Visible. Μετά πάμε στην γεωμετρία, την κοιτάμε από την κάτω όψη και ψάχνουμε δύο σημεία που να έχουν κοντινές συντεταγμένες το ένα με $x = 77.5$ [m] και το άλλο με $x = 177.5$ [m]. Αφού τα εντοπίσουμε, κρατώντας πατημένο το πλήκτρο Control επιλέγουμε τα δύο αυτά σημεία. Μετά διαλέγουμε την δυνατότητα επιλογής μόνο γραμμών και επιλέγουμε όλες τις γραμμές ανάμεσα στα δύο σημεία που βρήκαμε. Με την επιλογή Geometry, Line, Length Of Lines, μετράμε το συνολικό μήκος αυτών των γραμμών, το οποίο είναι ίσο με 635.06 [m], Εικ. 6.30.

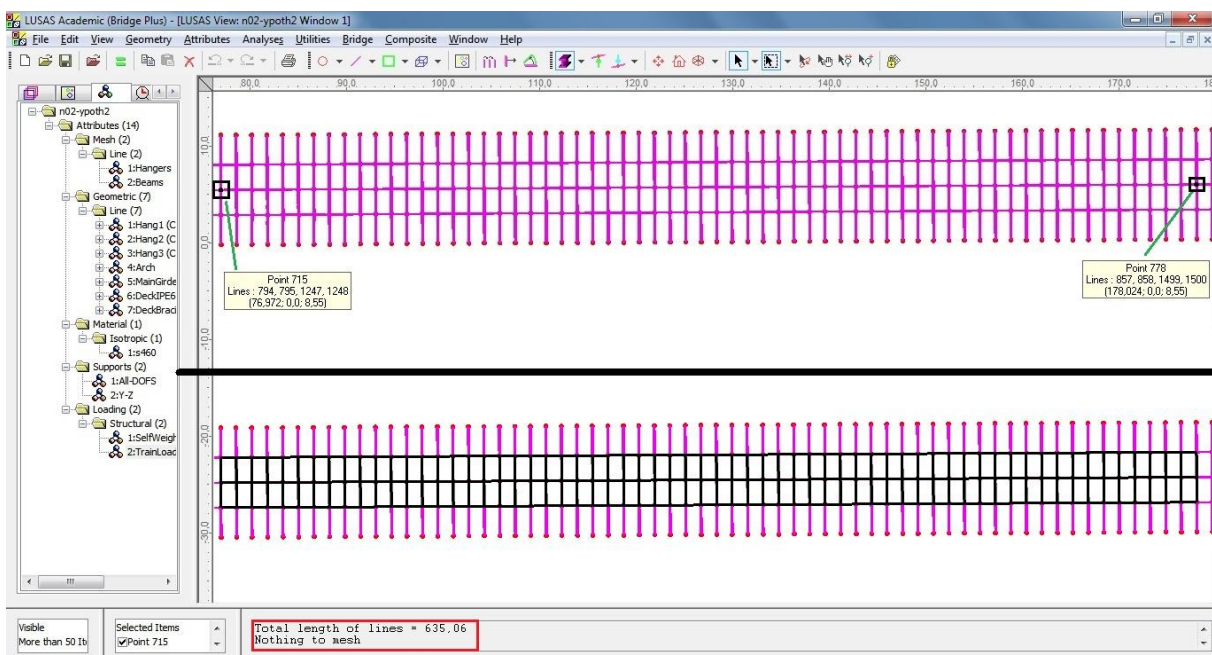
Πάμε να δημιουργήσουμε το φορτίο των δύο τραίνων στα 100 μέτρα. Από το Main menu επιλέγουμε Attributes, Loading, στο παράθυρο Structural Loading επιλέγουμε:

- Structural: Global Distributed και πατάμε Next
- Στο επόμενο παράθυρο επιλέγουμε την επιλογή Per unit length και βάζουμε στον άξονα Y την φόρτιση με ένα μείον μπροστά για να δείξουμε την φόρτιση προς τα κάτω.

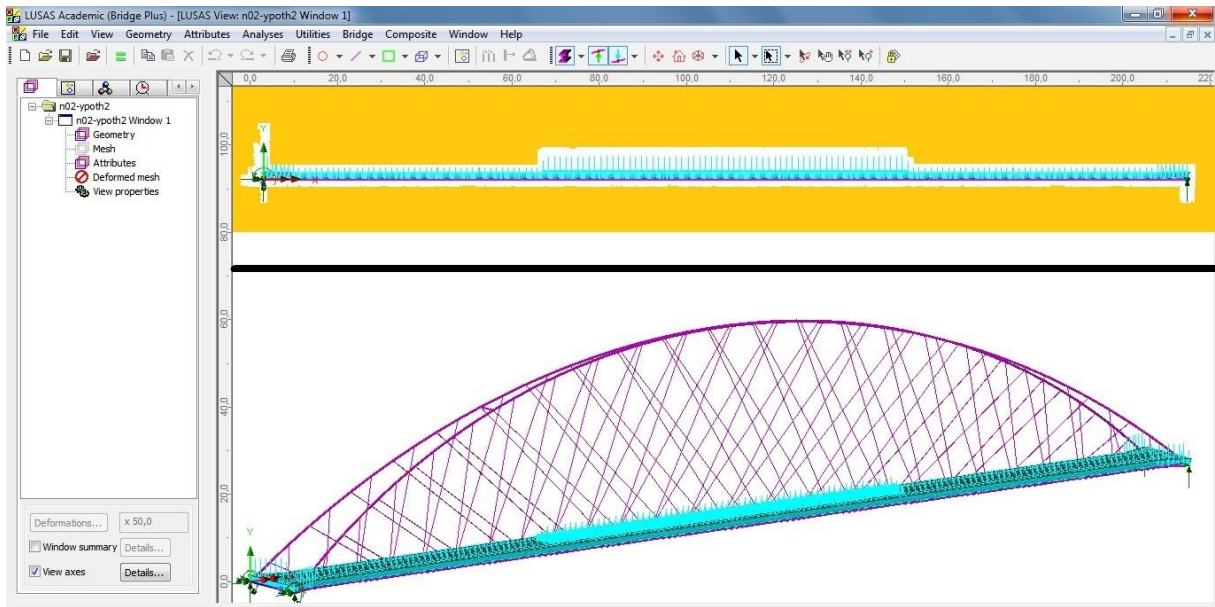
$$2 * 385 [\cancel{\text{ton}}] * 1000 \left[\frac{\text{kg}}{\cancel{\text{ton}}} \right] * 9.81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 7553700 \text{ [N]}$$

- Διαιρούμε με το συνολικό μήκος των επιλεγμένων γραμμών = 635.06 [m] και παίρνουμε την φόρτιση ανά μονάδα μήκους = -11894.47 [N/m].
- Βάζουμε όνομα TrainLoad100.

Τέλος εφαρμόζουμε τα φορτία στις γραμμές που πρέπει και τα εμφανίζουμε γραφικά, Εικ. 6.31.



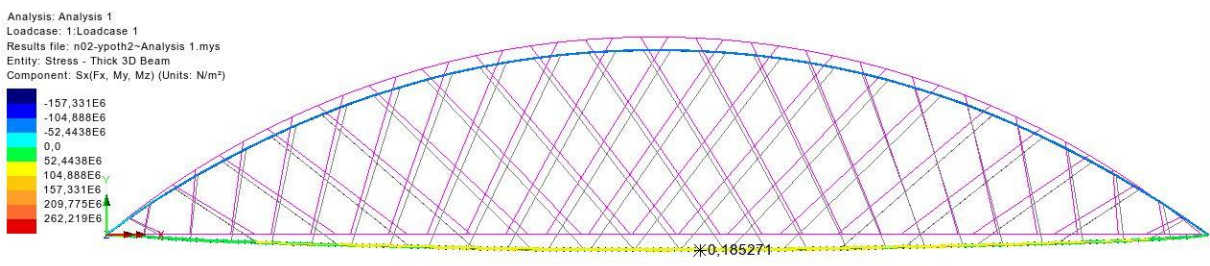
Εικόνα 6.30: Επιλογή των γραμμών για την φόρτιση από τα τρέινα, στα 100 [m].



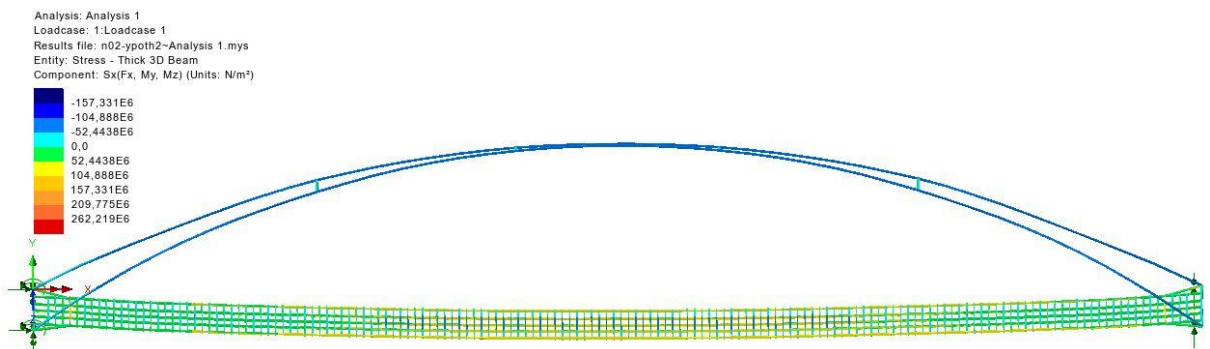
Εικόνα 6.31: Τα φορτία για την δεύτερη περίπτωση.

6.1.4 Επίλυση του μοντέλου της 2^{ης} περίπτωσης και Αποτελέσματα

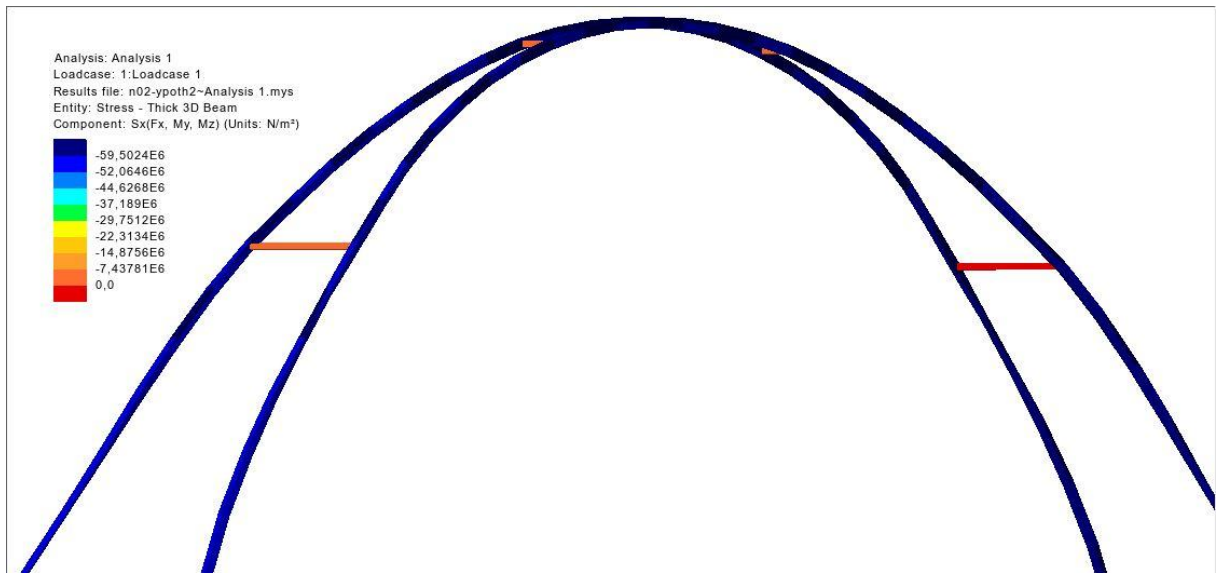
Συνεχίζουμε με την επίλυση του μοντέλου και την εξαγωγή αποτελεσμάτων από αυτό. Στην Εικ. 6.32 φαίνεται η τιμή της μέγιστης μετατόπισης = 0.185271 [m], βρίσκεται στη μεσαία από τις τρεις IPE600 δοκούς, στο Node 5322, με συντεταγμένη στον άξονα X = 137.466 [m]. Θα συνεχίσουμε με την εμφάνιση των τιμών των τάσεων που φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.



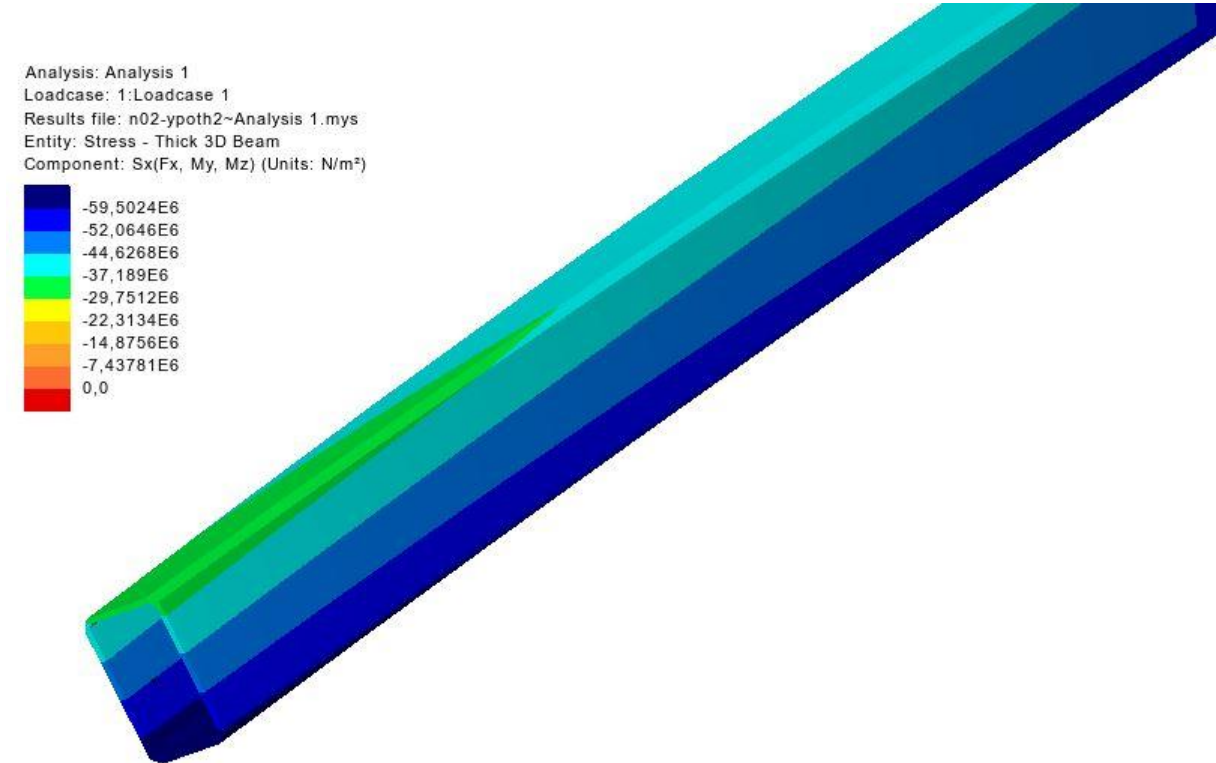
Εικόνα 6.32: Η παραμόρφωση στη γέφυρα, δεύτερη περίπτωση.



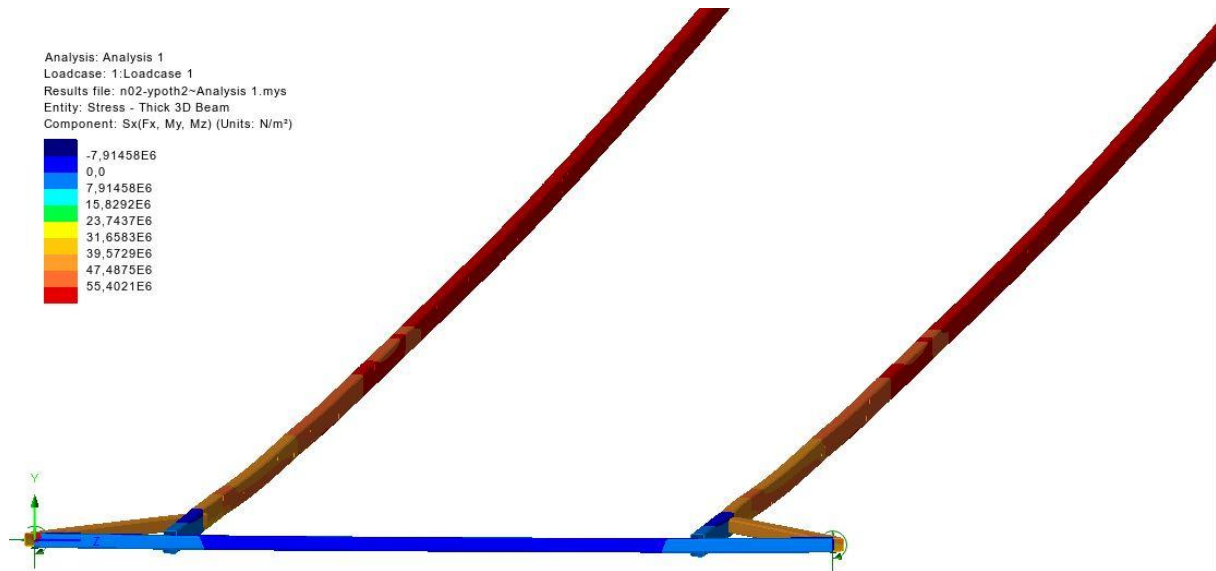
Εικόνα 6.33: Εμφάνιση των τάσεων στα Beam στοιχεία της γέφυρας.



Εικόνα 6.34: Οι τάσεις στο τόξο.



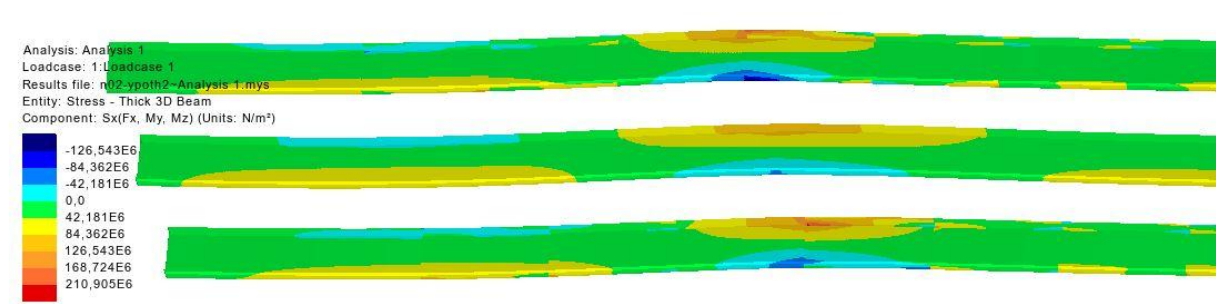
Εικόνα 6.35: Η κατανομή των τάσεων στο ένα πακτωμένο άκρο της γέφυρας.



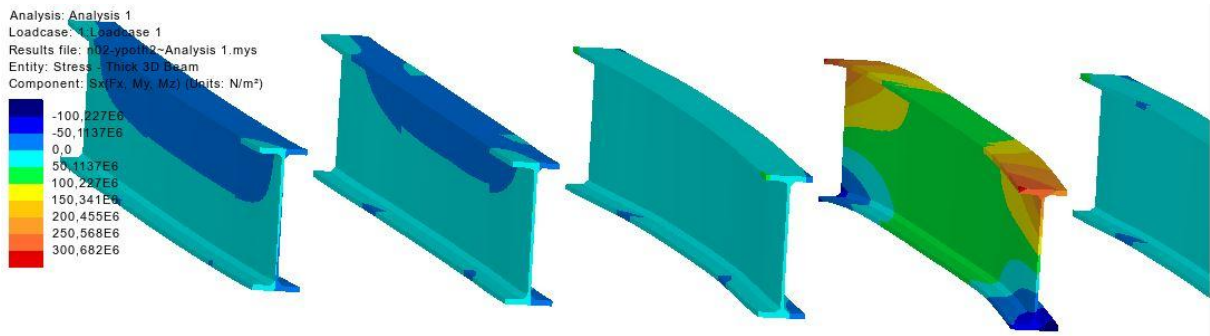
Εικόνα 6.36: Οι τάσεις στο πακτωμένο άκρο της κύριας δοκού.



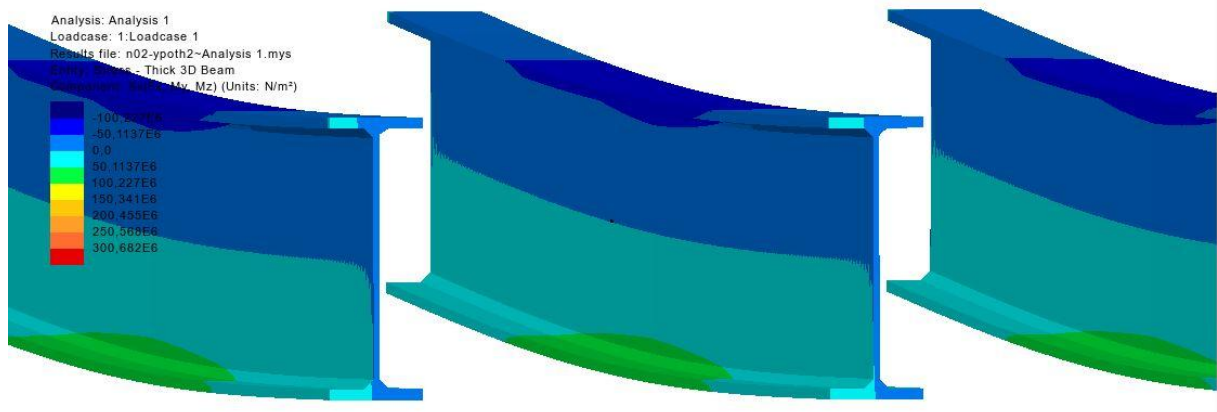
Εικόνα 6.37: Οι τάσεις στο άλλο άκρο της κύριας δοκού, ελευθερία στον X άξονα.



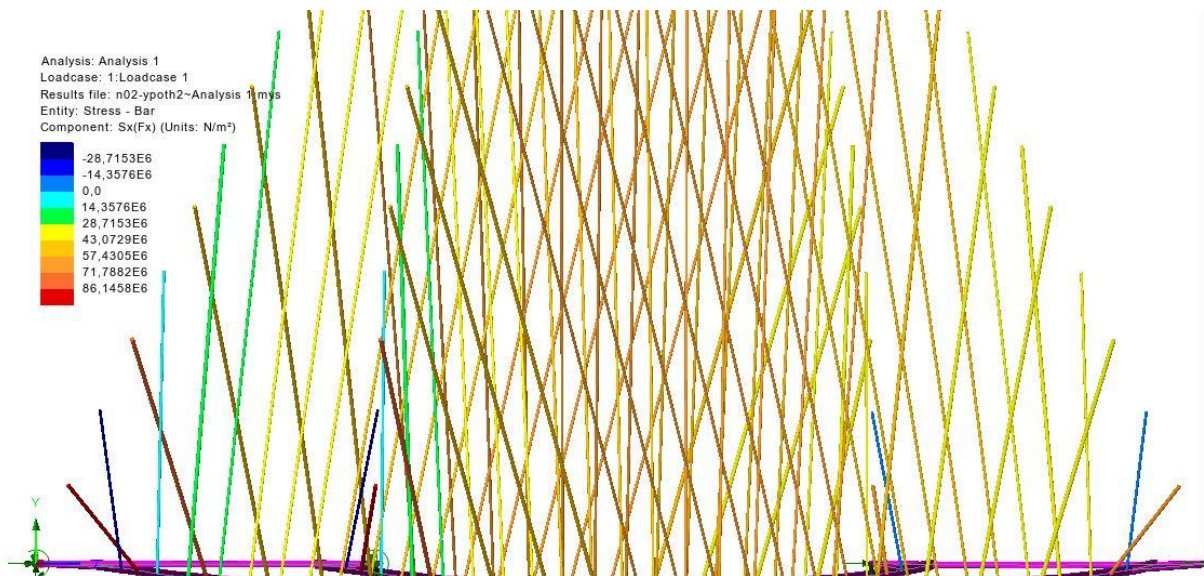
Εικόνα 6.38: Οι τάσεις στις IPE600 δοκούς κοντά στο πακτωμένο άκρο της κύριας δοκού.



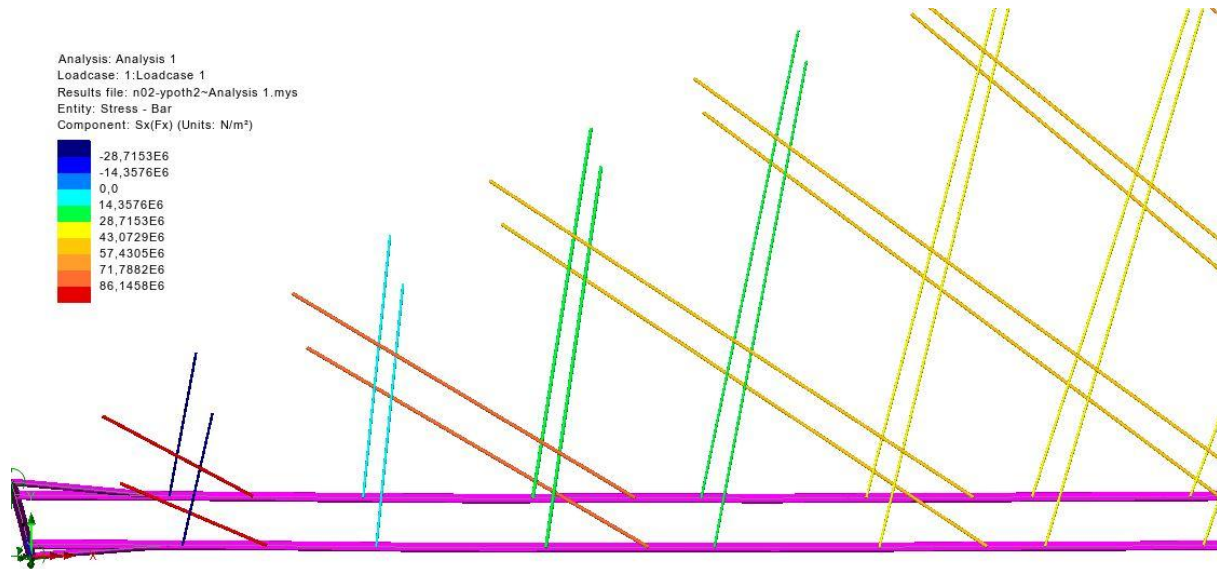
Εικόνα 6.39: Οι τάσεις στις HEB900 δοκούς κοντά στο πακτωμένο άκρο της κύριας δοκού.



Εικόνα 6.40: Οι τάσεις στις HEB900 δοκούς, στη μέση της γέφυρας.



Εικόνα 6.41: Οι τάσεις στα κρέμαστρα.



Εικόνα 6.42: Οι τάσεις στα κρέμαστρα στο πακτωμένο άκρο της γέφυρας.

Από τα παραπάνω αποτελέσματα και των δύο περιπτώσεων, παρατηρούμε ότι οι τάσεις είναι περίπου ίδιες. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι τα φορτία που εφαρμόζονται πάνω στη γέφυρα είναι τα ίδια. Η διαφορά έγκειται στο ότι στην δεύτερη περίπτωση το φορτίο των δύο τραίνων είναι συγκεντρωμένο στην μισή απόσταση από ότι στην πρώτη περίπτωση. Την διαφορά στις δύο φορτίσεις την καταλαβαίνει κανείς στην κύρια δοκό. Εκεί η μετατόπιση στην γεωμετρία είναι μεγαλύτερη για την δεύτερη περίπτωση, διότι το φορτίο είναι πιο συγκεντρωμένο.

Και για τις δύο περιπτώσεις που αναλύθηκαν, οι τάσεις στην γεωμετρία εμφανίζονται πιο έντονες στο κέντρο του καταστρώματος, εφόσον εκεί είναι εφαρμοσμένο και το περισσότερο φορτίο. Ξεχωριστά για το κάθε μέρος της γέφυρας, στο τόξο εμφανίζονται πιο μεγάλες τάσεις στην κορυφή του τόξου. Για την κύρια δοκό, το πακτωμένο μέρος της έχει μεγαλύτερες τάσεις από ότι το μέρος με κύλιση. Διότι στο δεύτερο, η γεωμετρία μετακινείται και δεν συγκεντρώνονται πολλές τάσεις. Και στο κέντρο της κύριας δοκού εμφανίζονται οι μέγιστες για αυτήν τάσεις. Για τις δοκούς IPE600 και HEB900, η μέγιστη τάση εμφανίζεται στο πακτωμένο άκρο της γέφυρας. Αυτό συμβαίνει, διότι το φορτίο είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο της γέφυρας και ενώ αυτό τείνει να κατευθύνεται προς τα κάτω, τα σημεία στο πακτωμένο άκρο αντιτίθενται. Στο σύνορο λοιπόν, ανάμεσα στα δύο μέρη της γεωμετρίας θα μαζευτούν οι μεγαλύτερες τάσεις.

6.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Το κάθε σώμα έχει μια συγκεκριμένη συχνότητα, ή συχνότητες, στο οποίο ταλαντώνεται όταν το διαταράσσουμε ξαφνικά, αυτή ονομάζεται ιδιοσυχνότητα. Συντονισμό έχουμε όταν σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή και το πλάτος της ταλάντωσης μεγιστοποιείται. Αν δεν υπάρχουν αποσβεστικές δυνάμεις τότε το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται θεωρητικά άπειρο, με αποτέλεσμα την καταστροφή του ταλαντωτή. Ένα κλασικό παράδειγμα είναι το σπάσιμο ενός γυάλινου ποτηριού από την εκπομπή ήχου σε συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ποτηριού. Η σχέση

ανάμεσα στην ιδιοτιμή και την συχνότητα είναι η παρακάτω, όπου λ = ιδιοτιμή, ω = γωνιακή ταχύτητα, f = συχνότητα.

$$\lambda = \omega^2 \leftrightarrow \lambda = (2\pi f)^2 \leftrightarrow f = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}$$

Στην περίπτωση σεισμού, τα σεισμικά κύματα φτάνουν την επιφάνεια της γης, προκαλώντας στο έδαφος και οτιδήποτε κάθετα πάνω του να δονείται σε ορισμένες συχνότητες. Έτσι κατά την διάρκεια ενός σεισμού, μία κατασκευή θα τείνει να δονείται γύρω από την συγκεκριμένη συχνότητα των σεισμικών κυμάτων. Και σε περίπτωση που η συχνότητα αυτή ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητα της κατασκευής, τότε αυτή θα καταρρεύσει. Το τυπικό εύρος συχνοτήτων των επιφανειακών σεισμών είναι ανάμεσα στα 10 [Hz] έως 80 [Hz]. Παρακάτω παρατίθενται παραδείγματα καταστροφής κατασκευών από συντονισμό και κάποιες εικόνες:

- Η γέφυρα Tacoma Narrows το 1940 από τον αέρα.
- Η κρεμαστή γέφυρα Broughton στην Αγγλία και η γέφυρα Angers στη Γαλλία από τον συντονισμένο βηματισμό στρατιωτών.
- Κεντρικός πύργος Konigs Wusterhausen από καταιγίδα.
- Η γέφυρα Millennium στην Αγγλία το 2000, σταμάτησε η λειτουργία της αφού παρατηρήθηκε ταλάντωση από περαστικούς, άνοιξε μετά από δύο χρόνια ύστερα από τροποποιήσεις.

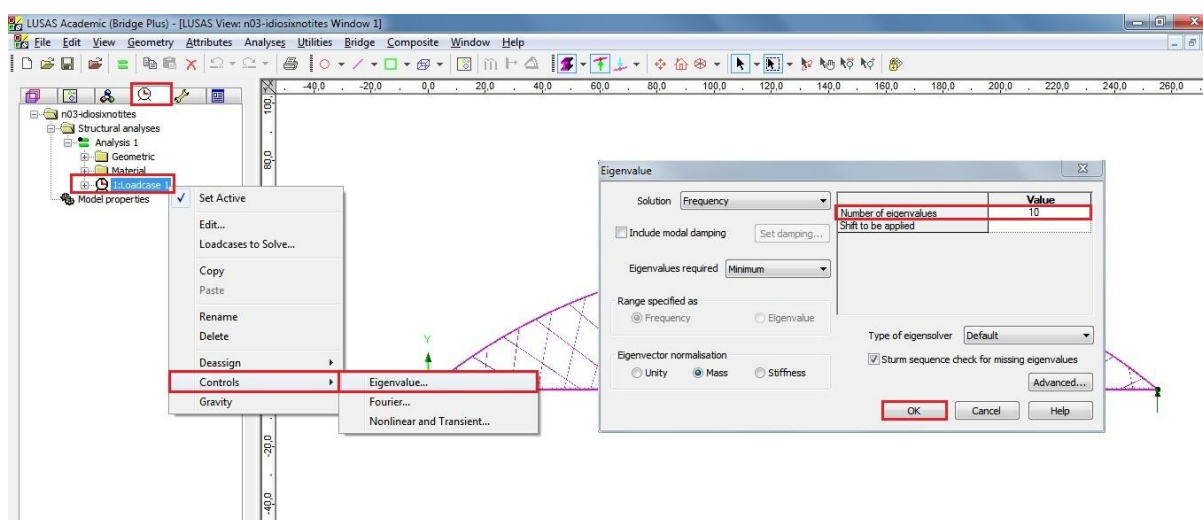


Εικόνα 7.1: Γέφυρα Tacoma Narrows.



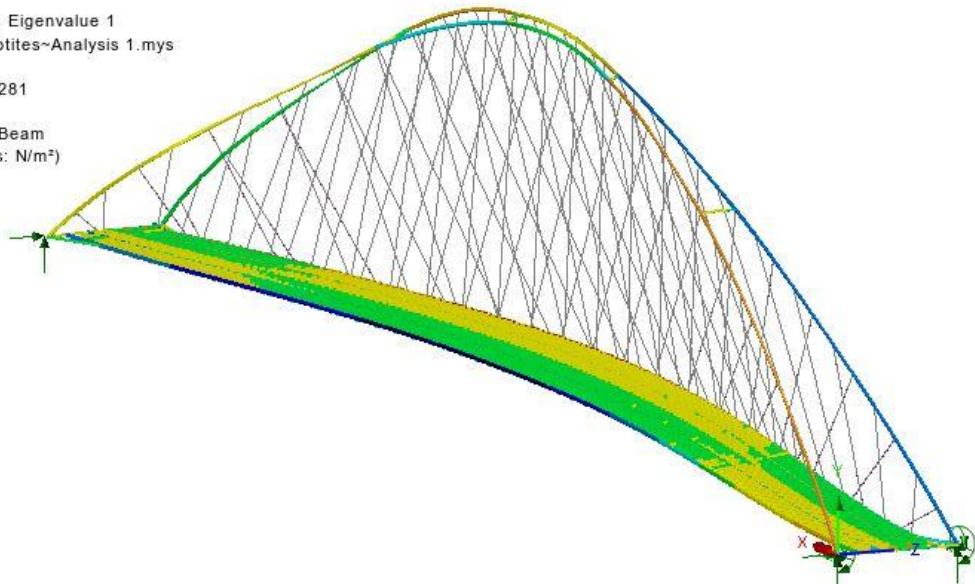
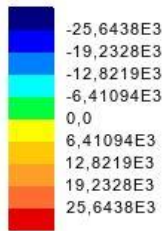
Εικόνα 7.2: Ποτήρι σε συντονισμό.

Για την λύση στο πρόγραμμα, από το Tree Frame toolbar πάμε και επιλέγουμε το τέταρτο κουτάκι με το όνομα “Analyses”. Στην λίστα που φαίνεται στο Tree View επιλέγουμε με δεξί κλικ “1:Loadcase 1”, Controls, Eigenvalue. Στο παράθυρο Eigenvalue γράφουμε την τιμή 10 στο Number of eigenvalues και πατάμε OK, Εικ. 7.1. Τέλος πατάμε Solve για να το λύσουμε. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται οι δέκα ιδιομορφές και οι αντίστοιχες συχνότητες που εμφανίζει η γεωμετρία της γέφυρας. Ύστερα από το αρχείο “.out” που δημιουργεί το LUSAS παίρνουμε τις δέκα τιμές για τις ιδιοτιμές και τις συχνότητες, Πιν. 7.1.



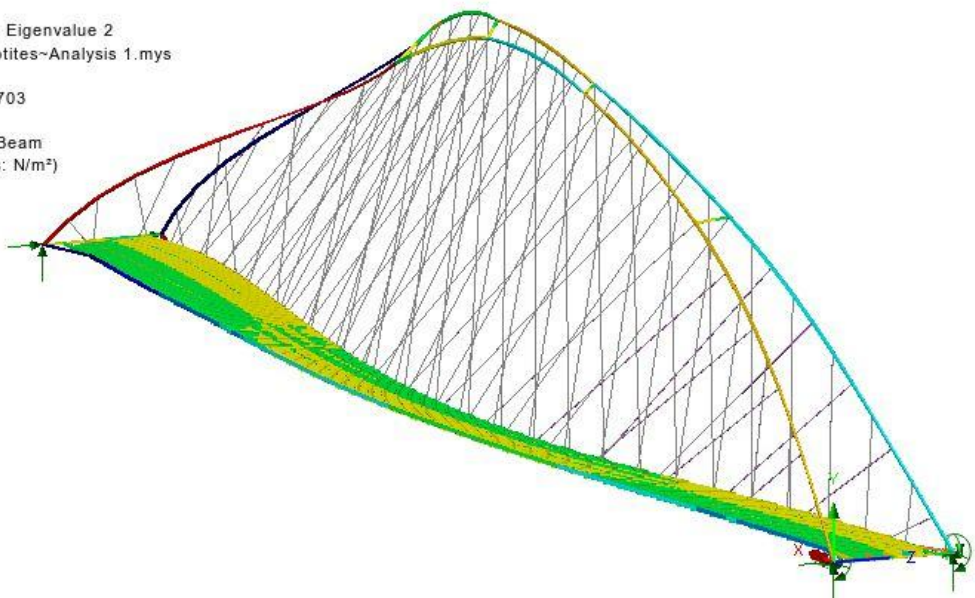
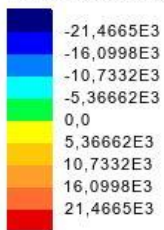
Εικόνα 7.3: Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων.

Analysis: Analysis 1
 Loadcase: 1:Loadcase 1, Eigenvalue 1
 Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
 Eigenvalue: 3,39569
 Natural frequency: 0,293281
 Error norm: 5,75657E-9
 Entity: Stress - Thick 3D Beam
 Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



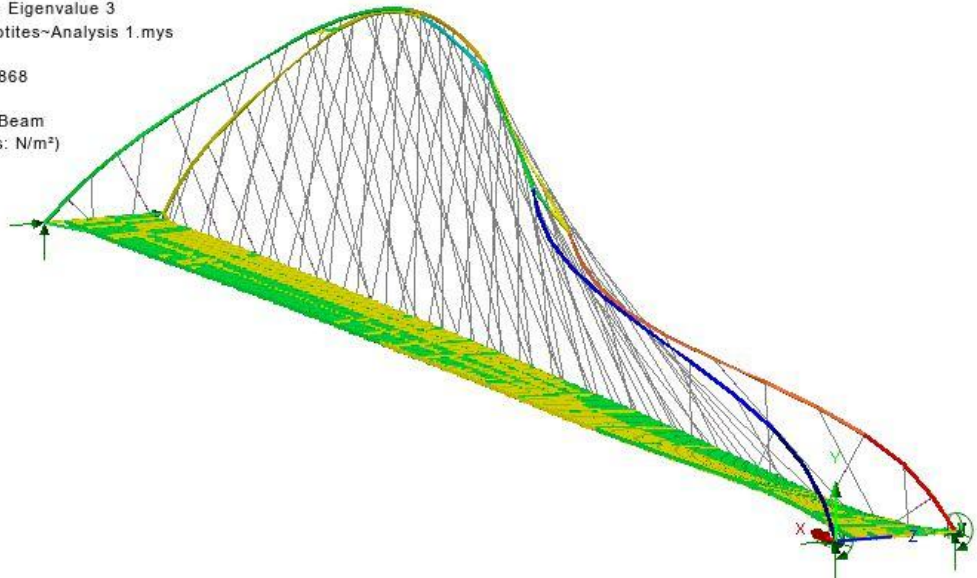
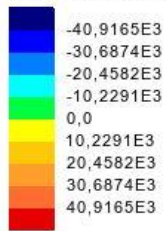
Εικόνα 7.4: Ιδιομορφή 1.

Analysis: Analysis 1
 Loadcase: 1:Loadcase 1, Eigenvalue 2
 Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
 Eigenvalue: 6,62671
 Natural frequency: 0,409703
 Error norm: 10,868E-9
 Entity: Stress - Thick 3D Beam
 Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



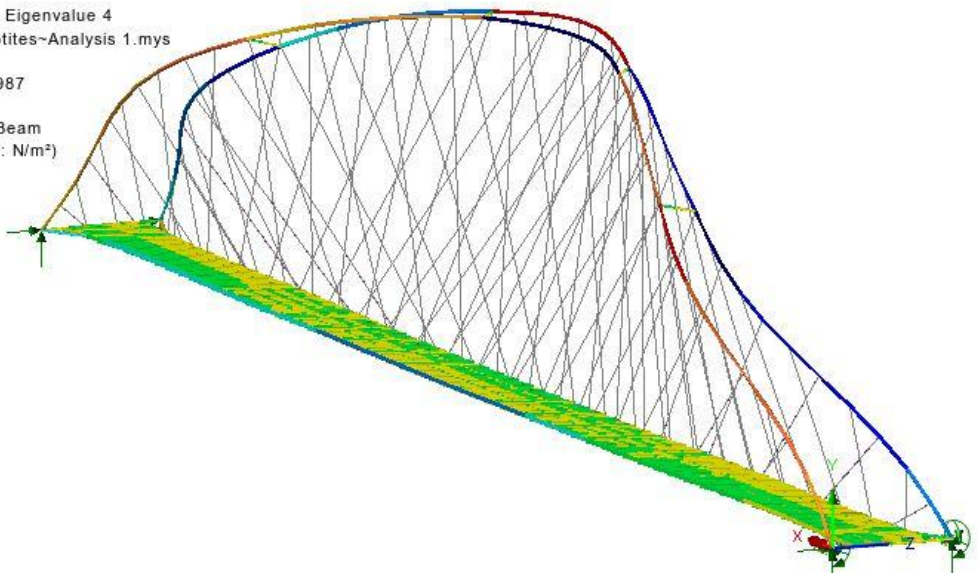
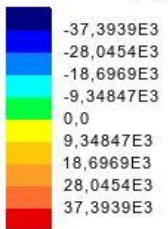
Εικόνα 7.5: Ιδιομορφή 2.

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 3
Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
Eigenvalue: 7,67321
Natural frequency: 0,440868
Error norm: 60,7487E-9
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



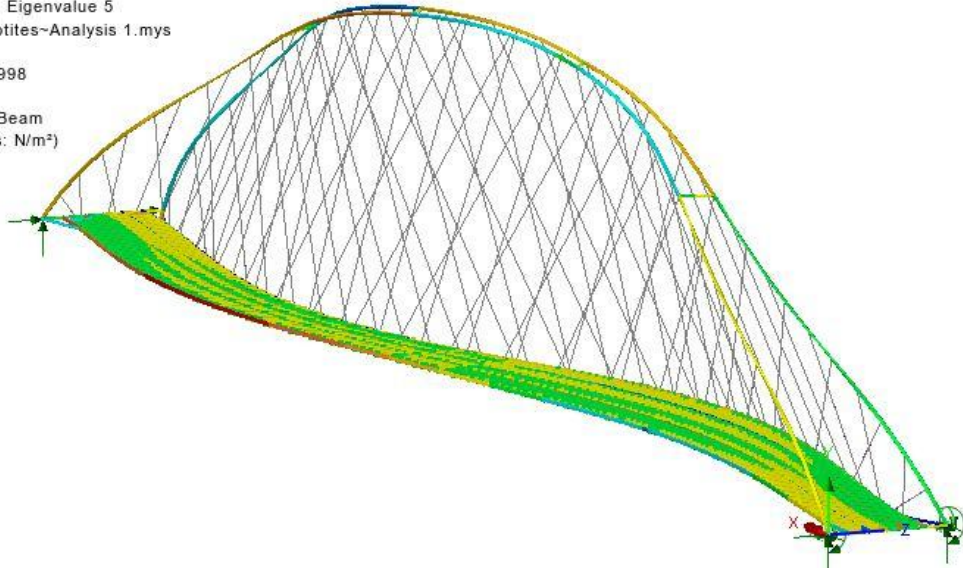
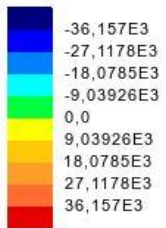
Εικόνα 7.6: Ιδιομορφή 3.

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 4
Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
Eigenvalue: 12,4685
Natural frequency: 0,561987
Error norm: 3,24206E-9
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



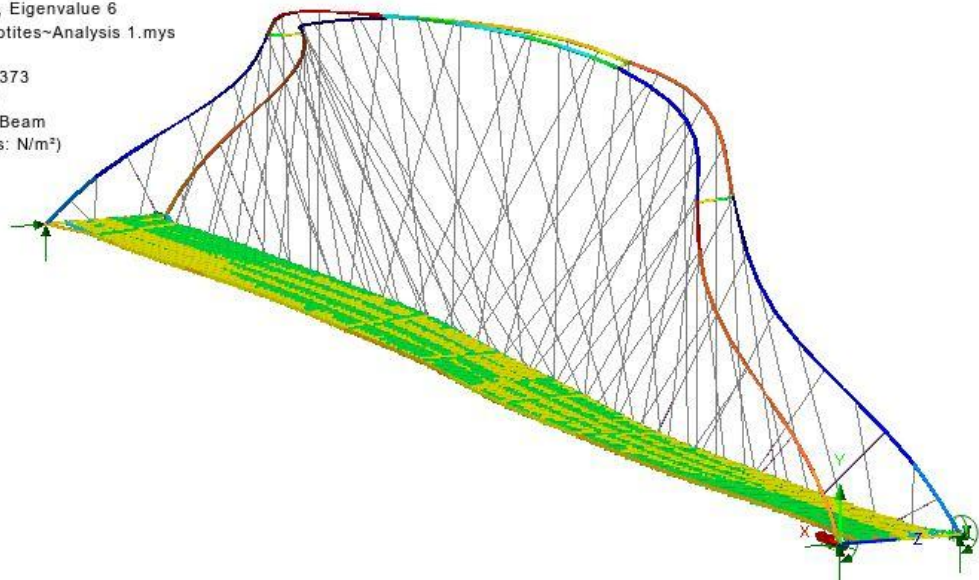
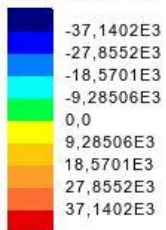
Εικόνα 7.7: Ιδιομορφή 4.

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 5
Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
Eigenvalue: 25,5194
Natural frequency: 0,803998
Error norm: 77,641E-9
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



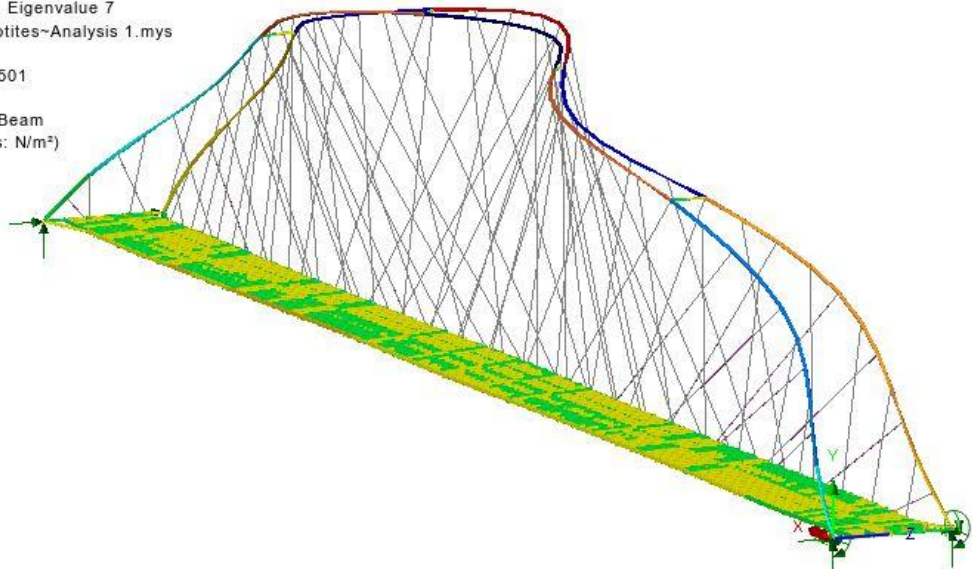
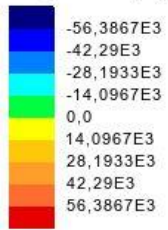
Εικόνα 7.8: Ιδιομορφή 5.

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 6
Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
Eigenvalue: 28,6826
Natural frequency: 0,852373
Error norm: 0,142056E-6
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



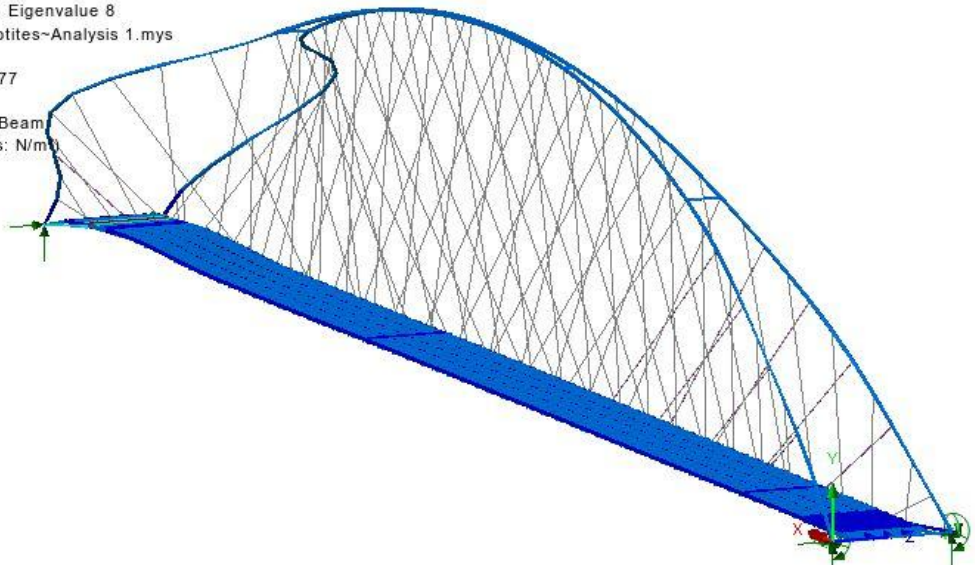
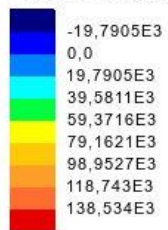
Εικόνα 7.9: Ιδιομορφή 6.

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 7
Results file: n03-idiosixnotites-Analysis 1.mys
Eigenvalue: 35,8924
Natural frequency: 0,953501
Error norm: 0,236101E-6
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



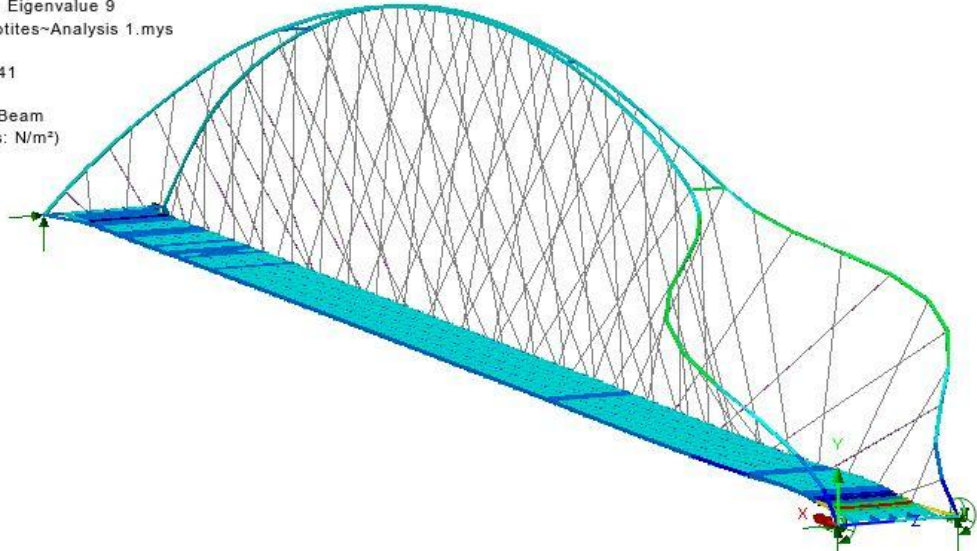
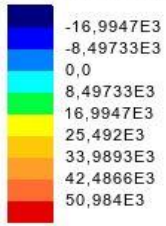
Εικόνα 7.10: Ιδιομορφή 7.

Analysis: Analysis 1
Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 8
Results file: n03-idiosixnotites-Analysis 1.mys
Eigenvalue: 58,0651
Natural frequency: 1,21277
Error norm: 2,0667E-6
Entity: Stress - Thick 3D Beam
Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



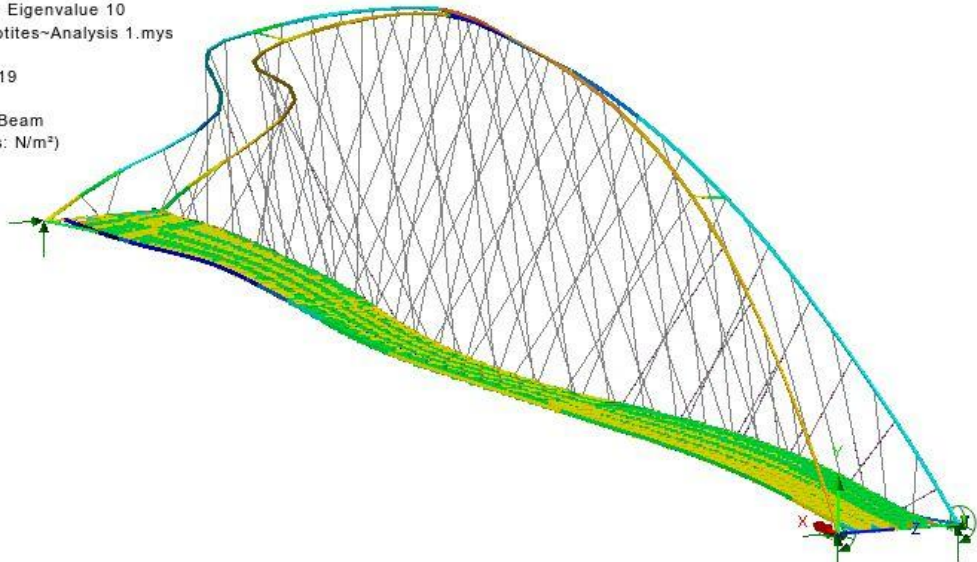
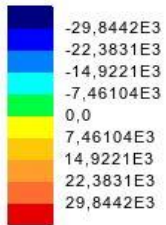
Εικόνα 7.11: Ιδιομορφή 8.

Analysis: Analysis 1
 Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 9
 Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
 Eigenvalue: 60,6443
 Natural frequency: 1,23941
 Error norm: 5,64725E-6
 Entity: Stress - Thick 3D Beam
 Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



Εικόνα 7.12: Ιδιομορφή 9.

Analysis: Analysis 1
 Loadcase: 1: Loadcase 1, Eigenvalue 10
 Results file: n03-idiosixnotites~Analysis 1.mys
 Eigenvalue: 63,4933
 Natural frequency: 1,26819
 Error norm: 3,72023E-3
 Entity: Stress - Thick 3D Beam
 Component: Sx(Fx) (Units: N/m²)



Εικόνα 7.13: Ιδιομορφή 10.

Πίνακας 7.1: Οι δέκα ιδιοτιμές και οι αντίστοιχες συχνότητες.

α/α	Ιδιοτιμή	Συχνότητα [Hz]
1	3.39569	0.293281
2	6.62671	0.409703
3	7.67321	0.440868
4	12.4685	0.561987
5	25.5194	0.803998
6	28.6826	0.852373
7	35.8924	0.953501
8	58.0651	1.21277
9	60.6443	1.23941
10	63.4933	1.26819

Από τις δύο πρώτες ιδιομορφές που βγάλανε τα αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι η ιδιοσυχνότητες της κατασκευής είναι μικρότερες σε σχέση με το εύρος συχνοτήτων που εμφανίζει ένας σεισμός. Αυτό σημαίνει ότι η γέφυρα έχει σεισμική επάρκεια και δεν θα έχει πρόβλημα συντονισμού λόγω σεισμικής διέγερσης.

Από τις ιδιομορφές φαίνεται ότι υπάρχει τάση στρέβλωσης των τόξων της γέφυρας. Δύο τρόποι βελτιστοποίησης της γεωμετρίας είναι η ενίσχυση με περισσότερα στηρίγματα ανάμεσα στα δύο τόξα, ή με την χρήση δοκών αντί για καλωδίων στα κρέμαστρα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Κεκές Δημήτριος, Μεταλλικές Δικτυωτές Γέφυρες, 2009.
- [2] Β. Κουμούσης, Ανάλυση φορέων με πεπερασμένα στοιχεία, 1998.
- [3] Γκότσης Πασχάλης, Πεπερασμένα στοιχεία, εκδόσεις ΖΗΤΗ, 2004.
- [4] Χ.Κ. Γιαννακόπουλος, Η εφαρμογή της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Method) στην εμβιομηχανική της Σπονδυλικής Στήλης.
- [5] LUSAS user's manual, FEA Ltd, Forge House, 66 High Street, Kingston upon Thames, Surrey KT1 1HN, UK, 1999.
- [6] T.J.M. Smit, Design and construction of a railway arch bridge with a network hanger arrangement, 2013.
- [7] Gulvanessian H. (2010) Designers guide to Eurocode 1 EN 1991-2.
- [8] Mougnot Denis, Pushing toward the low frequencies, Sercel, 2005.

Ιστοσελίδες:

https://en.wikipedia.org/wiki/Structural_engineering

http://portal.tee.gr/portal/page/portal/SCIENTIFIC_WORK/scient_typopoiisi/organismoi

<https://en.wikipedia.org/wiki/Bridge>