

Τ.Ε.Ι. ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΜΕΓΑΛΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥ 1, 263 34, ΚΟΥΚΟΥΛΙ, ΠΑΤΡΑ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΑ: ΓΕΩΡΓΙΑ ΣΓΟΥΡΔΟΥ Α.Μ. 5486

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΔΡ. Π. ΚΑΚΑΒΑΣ



ΠΑΤΡΑ 2015

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου, κ. Κακαβά Παναγιώτη για την πολύτιμη βοήθειά του. Τον ευχαριστώ πολύ για την ανάθεση της εργασίας, για την καθοδήγηση που μου παρείχε, καθώς και για το ευχάριστο και φιλικό κλίμα που δημιούργησε κατά τη διάρκεια της συνεργασίας μας. Η πάντα καλή διάθεσή του και ο τρόπος σκέψης του με βοήθησαν καθοριστικά στην ολοκλήρωση της πτυχιακής μου εργασίας.

Επίσης, ευχαριστώ την οικογένειά μου για την πολύτιμη στήριξη και βοήθεια που μου πρόσφερε κατά τη διάρκεια των σπουδών μου..

Πρόλογος

Η παρούσα πτυχιακή εργασία πραγματεύεται τις μεθόδους υπολογισμού του συντελεστή τριβών f σε κλειστούς αγωγούς υπό το καθεστώς της τυρβώδους ροής. Η μελέτη της τυρβώδους ροής κατέχει πολύ σημαντική θέση στη μελέτη των προβλημάτων της Υδραυλικής Μηχανικής και της Ρευστομηχανικής, καθώς η πλειονότητα των ροών στη φύση αλλά και στις εφαρμογές της επιστήμης και της τεχνικής είναι τυρβώδεις.

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφονται εκτενώς οι κατηγορίες της ροής με κριτήριο τον αριθμό Reynolds, ο οποίος καθορίζει το είδος της εκάστοτε ροής που μελετάμε, ανάλογα με τις τιμές που λαμβάνει. Έτσι, μπορούμε να μιλάμε για τη στρωτή ροή, τη μεταβατική ροή και την τυρβώδη ροή. Ο Osborne Reynolds εισήγαγε την καθοριστική για την περιγραφή του φαινομένου της τυρβώδους ροής θεωρία για την παράσταση όλων των χαρακτηριστικών της ροής με στατιστικές μεθόδους, ενώ με το περίφημο για την Υδραυλική πείραμα «Reynolds» έβαλε τις βάσεις της στατιστικής περιγραφής του τυρβώδους. Επίσης, στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι εξισώσεις του Reynolds με βάση τις εξισώσεις Navier – Stokes, οι οποίες είναι σημαντικές για την ανάλυση της τυρβώδους ροής και στις τρεις διαστάσεις. Ακολουθεί η εφαρμογή τους σε τυρβώδη ροή αγωγού κυκλικής διατομής σε κυλινδρικές συντεταγμένες μαζί με μια περαιτέρω ανάλυση της ροής αυτής, από την οποία καταδεικνύεται η σημασία του συντελεστή τριβών f στους κλειστούς αγωγούς.

Κατόπιν αυτού θεωρήθηκε σκόπιμο να παρουσιαστούν εκτενώς οι εξισώσεις που καθορίζουν την κατανομή της ταχύτητας στη διατομή του αγωγού σε συνδυασμό με τον υπολογισμό του συντελεστή τριβών f , τόσο σε λείους όσο και σε τραχείς αγωγούς. Περιγράφεται, ακόμη, το πείραμα του γνωστού μηχανικού Nikuradse μαζί με τα διαγράμματα που το συνοδεύουν, για τις τρεις διαφορετικές περιοχές της ροής: υδραυλικώς λεία, μεταβατική και τραχεία περιοχή, για να καταλήξουμε στο διάγραμμα κατά Moody, το οποίο έχει ευρεία εφαρμογή μέχρι και σήμερα στην εύρεση του συντελεστή τριβών f . Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται, εκτός των άλλων, μια ουσιαστική σύνοψη όλων των εξισώσεων που έχουν εξαχθεί από πειραματικές μελέτες και συνδέουν τον συντελεστή τριβών f με τον αριθμό Reynolds και την τραχύτητα του αγωγού.

Στο δεύτερο κεφάλαιο έχουμε την εφαρμογή ορισμένων εξισώσεων υπολογισμού του συντελεστή τριβών f για δεκατέσσερα διαφορετικά υλικά κατασκευής κλειστών αγωγών πίεσης και για διαφορετικές γεωμετρίες. Στο κεφάλαιο αυτό μελετώνται τρεις περιπτώσεις

υπολογισμού του f . Στο πρώτο πρόβλημα το f είναι απλή συνάρτηση του ύψους τραχύτητας κάθε υλικού, στο δεύτερο πρόβλημα εξετάστηκε η σχέση που δίνει το f συναρτήσει του ύψους τραχύτητας για κάθε υλικό, αλλά και του αριθμού Reynolds της ροής και κατ' επέκτασιν συναρτήσει της ταχύτητας της ροής. Ταυτόχρονα έγινε και διαφοροποίηση των υπολογισμών για τρεις διαφορετικές τιμές διαμέτρους. Στο τρίτο πρόβλημα αναλύσαμε τη σχέση που υπολογίζει την παροχή που μεταφέρει ένας αγωγός κυκλικής διατομής συγκεκριμένων γεωμετρικών χαρακτηριστικών συναρτήσει του συντελεστή τριβών f , ο οποίος ενώνει δύο δεξαμενές με υψομετρική διαφορά. Η σχέση αυτή διερευνήθηκε ως προς τον ιδανικότερο αγωγό με κριτήριο τη μέγιστη τιμή παροχής του και επιλέχθηκε το καταλληλότερο υλικό.

Τέλος, στο τρίτο κεφάλαιο επιλύονται δύο θεμελιώδη προβλήματα της ροής σε κλειστούς αγωγούς. Το πρώτο αφορά στον προσδιορισμό της παροχής με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού και το δεύτερο στον προσδιορισμό της διαμέτρου του αγωγού με βάση την παροχή που αυτός μεταφέρει. Πραγματοποιήθηκε αναλυτική επίλυση με τη χρήση των κατάλληλων εξισώσεων και κατόπιν αριθμητική επίλυση με τη βοήθεια ενός πρότυπου κώδικα σε γλώσσα προγραμματισμού «Fortran» από το βιβλίο των Jack B. Evett και Cheng Liu: «2500 Λυμένα προβλήματα στη Μηχανική των Ρευστών και την Υδραυλική». Καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι τα αποτελέσματα που εξήχθησαν και από τις δύο διαδικασίες συγκλίνουν με ακρίβεια.

Υπεύθυνη Δήλωση Σπουδαστή: Η κάτωθι υπογεγραμμένη σπουδάστρια έχω επίγνωση των συνεπειών του Νόμου περί λογοκλοπής και δηλώνω υπεύθυνα ότι είμαι η συγγραφέας αυτής της Πτυχιακής Εργασίας, αναλαμβάνοντας την ευθύνη επί ολόκληρου του κειμένου, έχω δε αναφέρει στην Βιβλιογραφία μου όλες τις πηγές τις οποίες χρησιμοποίησα και έλαβα ιδέες ή δεδομένα. Δηλώνω επίσης ότι, οποιοδήποτε στοιχείο ή κείμενο το οποίο έχω ενσωματώσει στην εργασία μου προερχόμενο από Βιβλία ή άλλες εργασίες ή το διαδίκτυο, γραμμένο ακριβώς ή παραφρασμένο, το έχω πλήρως αναγνωρίσει ως πνευματικό έργο άλλου συγγραφέα και έχω αναφέρει ανελλιπώς το όνομά του και την πηγή προέλευσης.

Η σπουδάστρια

Γεωργία Σγούρδου

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	2
Πρόλογος.....	3
Περιεχόμενα.....	5
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	6
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	8
1 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΠΙΕΣΗΣ (ΚΛΕΙΣΤΟΙ ΑΓΩΓΟΙ)	10
1.1 ΤΑ ΕΙΔΗ ΤΩΝ ΡΟΩΝ – ΣΤΡΩΤΗ ΚΑΙ ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ.....	10
1.2 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΕΝΤΟΣ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ REYNOLDS.....	14
1.3 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΕΝΤΟΣ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ	18
1.4 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΑΠΤΥΓΜΕΝΗ ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ. ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΙΕΠΟΥΝ ΤΗ ΡΟΗ. Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f.....	20
2 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ f ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΑΓΩΓΟΥ.	32
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	32
2.2 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f. ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1^H.....	33
2.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f. ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2^H.....	35
2.4 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f. ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3^H.....	61
3 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ ΜΕ FORTRAN.....	65
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	65
3.2 ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1^ο.....	65
3.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2^ο.....	72

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

<i>Σχήμα 1.1</i> Στρωτή ροή μεταξύ δύο παραλλήλων πλακών	11
<i>Σχήμα 1.2</i> Κατανομή της ταχύτητας κατά τη στρωτή ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής.....	11
<i>Σχήμα 1.3</i> Μεταβολή της ταχύτητας u στην τυρβώδη ροή	13
<i>Σχήμα 1.4</i> Σκαρίφημα της πειραματικής διάταξης του Reynolds	15
<i>Σχήμα 1.5</i> Ταχύτητα, μέση τιμή αυτής και διακύμανση	16
<i>Σχήμα 1.6</i> Ανάπτυξη οριακού στρώματος επί επιπέδου τοιχώματος.....	19
<i>Σχήμα 1.7</i> Στρωτή, μεταβατική και τυρβώδης ροή εντός οριακού υποστρώματος	19
<i>Σχήμα 1.8</i> Κατανομή ταχυτήτων για την τυρβώδη ροή και για λείο τοίχωμα αγωγού, όπου δ' πάχος οριακού υποστρώματος και y η απόσταση από το τοίχωμα	20
<i>Σχήμα 1.9</i> Τοιχώματα (a) λείων και (b) τραχέων σωλήνων.....	23
<i>Σχήμα 1.10</i> Κατανομή των ταχυτήτων σε λείους σωλήνες - εσωτερική περιοχή (Schlichting, 1979).....	24
<i>Σχήμα 1.11</i> Επίδραση της τραχύτητας στην τιμή του συντελεστή f για τυρβώδη ροή.....	26
<i>Σχήμα 1.12</i> Μεταβολή του συντελεστή B ως συνάρτηση του $u_* k_s / \nu$ (Schlichting, 1979)	28
<i>Σχήμα 1.13</i> Διάγραμμα κατά Moody.....	31
<i>Σχήμα 2.1</i>	39
<i>Σχήμα 2.2</i>	40
<i>Σχήμα 2.3</i>	41
<i>Σχήμα 2.4</i>	42
<i>Σχήμα 2.5</i>	43
<i>Σχήμα 2.6</i>	44
<i>Σχήμα 2.7</i>	45
<i>Σχήμα 2.8</i>	46
<i>Σχήμα 2.9</i>	47

<i>Σχήμα 2.10</i>	48
<i>Σχήμα 2.11</i>	49
<i>Σχήμα 2.12</i>	50
<i>Σχήμα 2.13</i>	51
<i>Σχήμα 2.14</i>	52
<i>Σχήμα 2.15</i>	53
<i>Σχήμα 2.16</i>	53
<i>Σχήμα 2.17</i>	54
<i>Σχήμα 2.18</i>	54
<i>Σχήμα 2.19</i>	55
<i>Σχήμα 2.20</i>	55
<i>Σχήμα 2.21</i>	56
<i>Σχήμα 2.22</i>	56
<i>Σχήμα 2.23</i>	57
<i>Σχήμα 2.24</i>	57
<i>Σχήμα 2.25</i>	58
<i>Σχήμα 2.26</i>	58
<i>Σχήμα 2.27</i>	59
<i>Σχήμα 2.28</i>	59
<i>Σχήμα 2.29</i> Καμπύλη μεταβολής της παροχής Q συναρτήσει του συντελεστή τριβών f	63
<i>Σχήμα 2.30</i>	63
<i>Σχήμα 3.1</i> Σχέδιο Προβλήματος 1 ^ο	67
<i>Σχήμα 3.2</i> Ροή σε κλειστό αγωγό, Πρόβλημα 2 ^ο	73

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

<i>Πίνακας 1-1</i>	29
<i>Πίνακας 2-1</i>	33
<i>Πίνακας 2-2</i>	34
<i>Πίνακας 2-3</i>	36
<i>Πίνακας 2-4</i>	36
<i>Πίνακας 2-5</i>	37
<i>Πίνακας 2-6</i>	37
<i>Πίνακας 2-7</i>	38
<i>Πίνακας 2-8</i>	38
<i>Πίνακας 2-9</i>	39
<i>Πίνακας 2-10</i>	40
<i>Πίνακας 2-11</i>	41
<i>Πίνακας 2-12</i>	42
<i>Πίνακας 2-13</i>	43
<i>Πίνακας 2-14</i>	44
<i>Πίνακας 2-15</i>	45
<i>Πίνακας 2-16</i>	46
<i>Πίνακας 2-17</i>	47
<i>Πίνακας 2-18</i>	48
<i>Πίνακας 2-19</i>	49
<i>Πίνακας 2-20</i>	50
<i>Πίνακας 2-21</i>	51
<i>Πίνακας 2-22</i>	52
<i>Πίνακας 2-23</i>	62

<i>Πίνακας αποτελεσμάτων 3-1</i>	71
<i>Πίνακας αποτελεσμάτων 3-2</i>	75

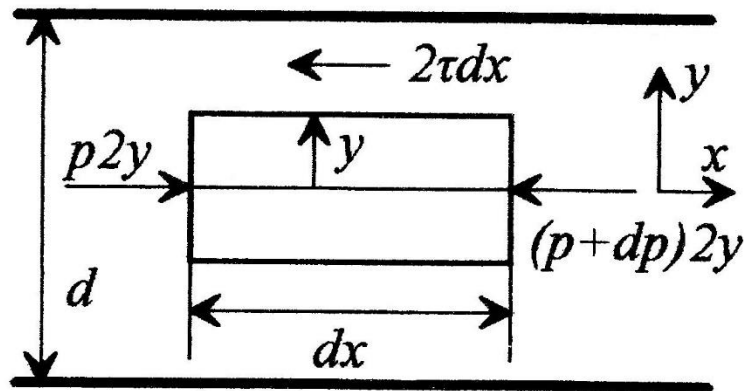
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΠΙΕΣΗΣ (ΚΛΕΙΣΤΟΙ ΑΓΩΓΟΙ)

1.1 ΤΑ ΕΙΔΗ ΤΩΝ ΡΟΩΝ – ΣΤΡΩΤΗ ΚΑΙ ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ

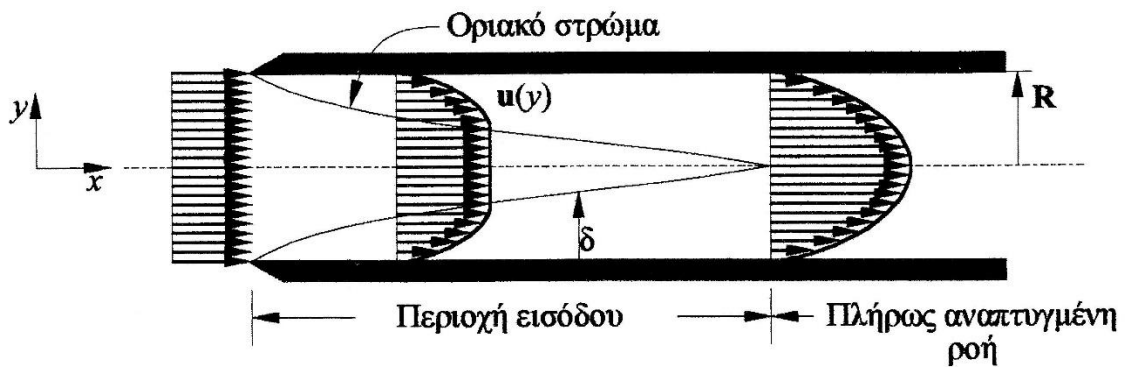
Ως γνωστόν η ροή του ύδατος δύναται να είναι είτε στρωτή, είτε τυρβώδης. Η μεγάλη όμως πλειονότητα των ροών που συναντιούνται στη φύση είναι τυρβώδεις ενώ οι στρωτές ροές που μελετώνται κυρίως στη μηχανική των ρευστών αποτελούν σπάνιες περιπτώσεις. Η στρωτή ροή συμβαίνει σε χαμηλές ταχύτητες (ακριβέστερα για χαμηλούς αριθμούς Reynolds) και χαρακτηρίζεται από ομαλή κίνηση της ροής κατά στρώσεις. Τα σωματίδια του ρευστού κινούνται με σταθερή ταχύτητα κατά στρώματα. Αυτό σημαίνει ότι όλα τα σωματίδια του ρευστού που βρίσκονται στο ίδιο στρώμα κινούνται με την ίδια ταχύτητα κατά τη διεύθυνση της ροής και μόνο, ανεξάρτητα από τη θέση τους. Συνεπώς, στην στρωτή ροή δεν έχουμε μακροσκοπική ανάμιξη των στρωμάτων του ρευστού.

Ως χαρακτηριστικό παράδειγμα στρωτής ροής έχουμε την μόνιμη, πλήρως αναπτυγμένη ροή η οποία οφείλεται σε βαθμίδα (κλίση) πίεσης dp/dx μεταξύ δύο παράλληλων πλακών μεγάλου μήκους οι οποίες απέχουν ορισμένη απόσταση d , όταν ο αριθμός του Reynolds, που είναι ο λόγος των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας, είναι κατάλληλα μικρός. Το παράδειγμα αυτό μπορούμε να το δούμε στο Σχήμα 1.1 του παρόντος Κεφαλαίου. Στην περίπτωση αυτή έχουμε παραβολοειδή μεταβολή της ταχύτητας σε συνάρτηση με την απόσταση και κατά μήκος της διεύθυνσής της το προφίλ της δεν μεταβάλλεται, όταν η ροή καταστεί πλήρως αναπτυγμένη¹. Παρόμοιο παράδειγμα είναι η μόνιμη, στρωτή ροή σε οριζόντιο κυκλικό αγωγό. Στην περίπτωση αυτή οι δυνάμεις που ασκούνται είναι οι δυνάμεις λόγω πίεσης στα άκρα του αγωγού και οι δυνάμεις λόγω της διατμητικής τάσης τ , των οποίων η συνισταμένη είναι μηδέν. Η εξίσωση η οποία υπολογίζει τη μέση ταχύτητα της στρωτής ροής σε κυλινδρικό αγωγό είναι γνωστή ως εξίσωση Hagen – Poiseuille (σχετικό είναι το Σχήμα 1.2). Στη στρωτή ροή κάθε τάση του ρευστού προς αστάθεια και δημιουργία στροβίλων, εξισορροπείται από ιξώδεις διατμητικές τάσεις.

¹ Αυλωνίτης Α. Σταμάτης, Αυλωνίτης Α. Δημήτρης, «Μηχανική των Ρευστών», Εκδόσεις Ίων, Αθήνα, 2000



Σχήμα 1.1 Στρωτή ροή μεταξύ δύο παραλλήλων πλακών



Σχήμα 1.2 Κατανομή της ταχύτητας κατά τη στρωτή ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής

Η μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη δεν πραγματοποιείται απότομα σε ένα σημείο, αλλά μεσολαβεί κάποιο ενδιάμεσο τμήμα ροής όπου η ροή ονομάζεται μεταβατική ροή. Το πρόβλημα προσδιορισμού του είδους της ροής ως στρωτής ή τυρβώδους μελετήθηκε διεξοδικά για πρώτη φορά από τον Reynolds (1883), χρησιμοποιώντας τη γνωστή πειραματική διάταξη. Πειράματα έχουν δείξει ότι η ροή σε κλειστούς αγωγούς παραμένει στρωτή για αριθμούς $Re \leq 2000$, ενώ για μεγαλύτερες τιμές αρχικά αναπτύσσει αστάθεια και στη συνέχεια γίνεται τυρβώδης². Η τιμή Re_c ονομάζεται κρίσιμος αριθμός Reynolds και για ροή σε κλειστό

² Δημητρακόπουλος Κ. Αλέξανδρος, Χρήστος Χατζηθεοδώρου, «Στοιχεία Υδραυλικής», Εκδόσεις Παν/μίου Πατρών, Πάτρα 2002

αγωγό κυκλικής διατομής υπό πίεση λαμβάνει τιμές στο διάστημα: $2000 - 2300^3$. Για $2300 \leq Re \leq 4000$ η ροή είναι μεταβατική τυρβώδης. Όταν $Re \geq 4000$ η ροή είναι τυρβώδης.

Τυρβώδης ονομάζεται η ροή για την οποία ο Re υπερβαίνει κάποια κρίσιμη τιμή Re_c . Στην πράξη, τα προβλήματα που αντιμετωπίζει ο Πολιτικός Μηχανικός σε σωλήνες αφορούν τυρβώδη ροή. Οι αγωγοί μεταφοράς νερού από την «πηγή» στη δεξαμενή ενός οικισμού, καθώς επίσης και οι αγωγοί του δικτύου ύδρευσης του οικισμού έχουν εσωτερική διάμετρο τουλάχιστον 90 mm., η παροχή που μεταφέρουν είναι της τάξης μερικών lt/sec. και η τιμή του αριθμού Reynolds μπορεί να κυμαίνεται από 100000 έως και μερικά εκατομμύρια⁴. Ακόμα, όλες οι ροές που εκτυλίσσονται σε μεγάλη κλίμακα και επομένως οι ροές στο φυσικό περιβάλλον είναι τυρβώδεις, δηλαδή οι μεταβλητές του πεδίου ροής ενός ρευστού, όπως η πίεση και η ταχύτητα μεταβάλλονται απότομα και τυχαία για κάθε σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το πεδίο ροής και κατά τη χρονική εξέλιξη του φαινομένου.

Η τυρβώδης ροή προκαλεί μία ακατάστατη, χαοτική και τρισδιάστατη κυκλοφορία με διατμητικό προφίλ ροής, όπως περιγράφεται παρακάτω και χαρακτηρίζεται από τη δημιουργία δινών και στροβιλισμών πολύ μικρής κλίμακας. Τύρβη δύναται να εμφανιστεί και σε ροή η οποία εμφανίζεται να είναι ομαλή και στην οποία φαινομενικά δεν υπάρχουν κάποιες πηγές διαταραχών. Η κατανομή της ταχύτητας κάθε χρονική στιγμή (δηλαδή το στιγμιαίο προφίλ της ταχύτητας) καθώς και τα άλλα μεγέθη της ροής παρουσιάζουν έντονες διακυμάνσεις, σχετικό είναι το Σχήμα 1.3. Συνεπώς, έχουμε μια ακανόνιστη και τυχαία μεταφορά ορμής μεταξύ των σωματιδίων του ρευστού. Η πολύπλοκη αυτή μορφή των τυρβωδών ροών επηρεάζει πολλές από τις ιδιότητες του ρευστού και έχουν την ικανότητα να μεταφέρουν πολύ μεγαλύτερη ποσότητα κινήσεως και επομένως σε πολλές περιπτώσεις ασκούν πολύ μεγαλύτερες δυνάμεις στα στερεά σώματα τα οποία βρίσκονται σε επαφή με το ρευστό. Επιπλέον, οι τυρβώδεις ροές προκαλούν σε μεγαλύτερο βαθμό μεταφορά θερμότητας καθώς και ευδιάλυτα ή αδιάλυτα στο ρευστό συστατικά, σε σχέση με τις στρωτές ροές.

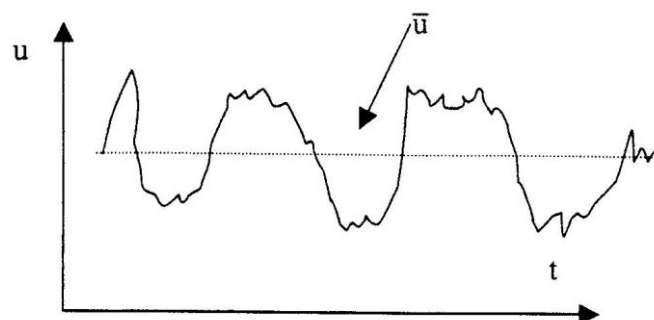
Οι παραπάνω περιγραφόμενες ιδιότητες των τυρβωδών ροών μαζί με το γεγονός ότι παρουσιάζουν και μεγάλο ενδιαφέρον από καθαρά θεωρητική πλευρά είχαν ως απόρροια να απασχολήσουν μεγάλο αριθμό επιστημόνων από τις αρχές του προηγούμενου αιώνα. Είναι

³ Παπανικολάου Ν. Παναγιώτης, «Στοιχεία μόνιμης ροής σε αγωγούς υπό πίεση και αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια», Διδακτικές Σημειώσεις, Ε.Μ.Π., 2012

⁴ Παπανικολάου Ν. Παναγιώτης, «Στοιχεία μόνιμης ροής σε αγωγούς υπό πίεση και αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια», Διδακτικές Σημειώσεις, Ε.Μ.Π., 2012

εύλογο, λοιπόν, ότι το φαινόμενο των τυρβωδών ροών είναι μεγάλης πρακτικής και τεχνολογικής σημασίας, καθώς οι ιδιότητες μεταφοράς θερμότητας αλλάζουν δραστικά κατά τη μετάβαση από γραμμική σε τυρβώδη ροή. Η ανάλυση και μελέτη, λοιπόν, της τυρβώδους ροής έχει πολλές εφαρμογές τεχνολογικά όπως για παράδειγμα στο σχεδιασμό βιομηχανικών συστημάτων μεταφοράς θερμότητας, όπως είναι οι εναλλάκτες θερμότητας στη χημική βιομηχανία, στο σχεδιασμό αεροτομών των πτερυγίων των αεροσκαφών, κ.τ.λ., αλλά και στη διερεύνηση φυσικών φαινομένων, όπως είναι η μεταφορά και διάχυση ρύπων σε φυσικά κανάλια, κόλπους και θαλάσσιες περιοχές γενικότερα.

Όσον αφορά τον υπολογισμό των τυρβωδών ροών, αυτός είναι δυνατός να αντιμετωπιστεί μόνο με στατιστικές μεθόδους, διότι η περιγραφή των χαρακτηριστικών της ροής (ταχύτητας, πίεσεως, θερμοκρασίας, κ. λ. π.) με μια ορισμένη τιμή είναι στην πραγματικότητα αδύνατη. Σε μία μόνιμη τυρβώδη ροή οι τιμές των μεγεθών που παραμένουν σταθερές με το χρόνο είναι οι μέσες τιμές⁵. Οι εξισώσεις Navier – Stokes ισχύουν και στη τυρβώδη ροή, αλλά είναι εντελώς αδύνατο να βρεθούν αναλυτικές λύσεις στην περίπτωση αυτή. Πρόσφατα, και με τη χρήση των ισχυρότερων υπέρ – υπολογιστών έγινε εφικτός ο υπολογισμός αριθμητικών λύσεων για τυρβώδεις ροές – σε πολύ μικρή κλίμακα όμως, δηλαδή ούτε καν σε κλίμακα εργαστηριακού πειράματος υδραυλικής. Ακόμη και αν ήταν δυνατός ο αριθμητικός υπολογισμός όλων των λεπτομερειών της τύρβης, η πρακτική αξία τέτοιων λύσεων θα ήταν, κυρίως, ότι από αυτές θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τις μέσες (χρονικά) τιμές των σημαντικών παραμέτρων μιας ροής, καθώς και άλλων στατιστικών χαρακτηριστικών τους. Για παράδειγμα, στο επόμενο διάγραμμα αποτυπώνεται η τιμή της ταχύτητας σε ένα σταθερό σημείο της ροής που είναι τυρβώδης και στην οποία οι οριακές συνθήκες που παράγουν τη ροή αυτή δεν μεταβάλλονται με το χρόνο, είναι δηλαδή μόνιμες.



Σχήμα 1.3 Μεταβολή της ταχύτητας u στην τυρβώδη ροή

⁵ Αυλωνίτης Α. Σταμάτης, Αυλωνίτης Α. Δημήτρης, «Μηχανική των Ρευστών», Εκδόσεις Ίων, Αθήνα, 2000

Παρατηρούμε ότι παρόλο που υπάρχει ζωηρή χρονική διακύμανση της στιγμιαίας τιμής της ταχύτητας ροής u , η μέση χρονικά τιμή της ταχύτητας \bar{u} παραμένει σταθερή. Τέτοιες μέσες τιμές είναι εκείνες οι οποίες καταρχήν απαιτούνται σε πρακτικές εφαρμογές. Για το λόγο αυτό, αλλά κυρίως επειδή η αριθμητική ολοκλήρωση των εξισώσεων Navier – Stokes είναι, για πρακτικά σημαντικές ροές, εντελώς αδύνατη, η μόνη αποτελεσματική μέθοδος την οποία έχουμε στη διάθεσή μας προκειμένου να υπολογίσουμε τυρβώδεις ροές είναι αυτή που βασίζεται στη χρήση ομοιωμάτων της τύρβης.

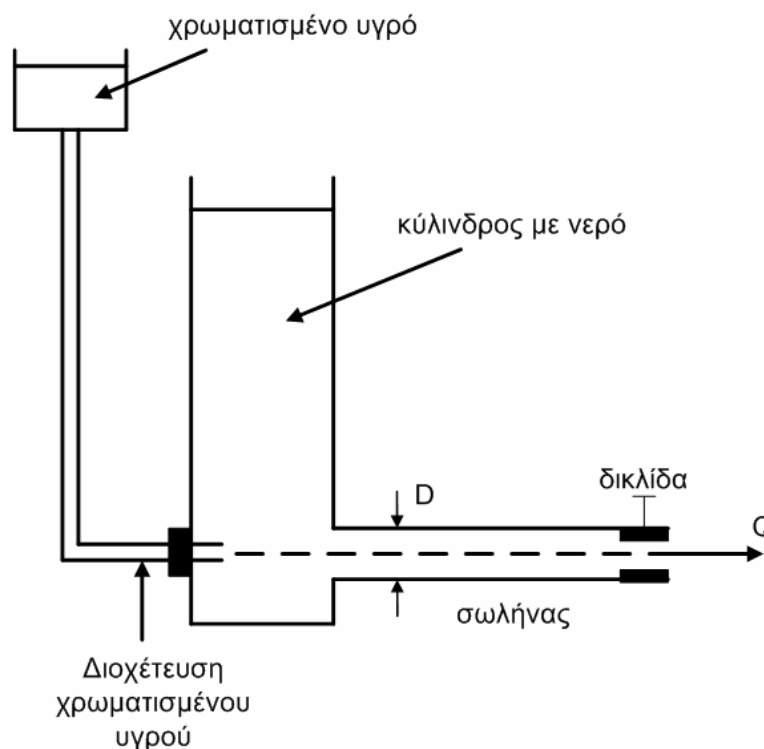
1.2 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΕΝΤΟΣ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ – ΕΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ REYNOLDS

Η ανάπτυξη ομοιωμάτων της τύρβης είναι ένα κλάδος της μηχανικής των ρευστών που βρίσκεται σε έντονη εξέλιξη. Από τα αποτελέσματα της θεωρίας αυτής χρησιμοποιούνται στις μέρες μας κυρίως εκείνα που βασίζονται στις εξισώσεις του Reynolds. Ο Osborne Reynolds (1842 – 1912), Βρετανός μηχανολόγος μηχανικός, ο οποίος υπήρξε ο πρώτος καθηγητής στο Πανεπιστήμιο του Manchester, ήταν ο επιστήμονας που έβαλε τις βάσεις της στατιστικής περιγραφής του τυρβώδους. Μάλιστα η ύπαρξη των διαφορετικών ειδών της ροής διαπιστώθηκε πειραματικά από τον Reynolds το 1883 χρησιμοποιώντας τη γνωστή πειραματική διάταξη (βλ. Σχήμα 1.4).

Η διάταξη αυτή περιλαμβάνει διάφανη δεξαμενή με καθαρό νερό στην οποία προσαρμόζεται ένας μικρός οριζόντιος σωλήνας με εσωτερική διάμετρο ίση με D , από όπου εκρέει νερό παροχής Q . Η παροχή μπορεί να ρυθμίζεται με μία δικλίδα που βρίσκεται στο κατάντη άκρο του σωλήνα. Από ένα σωλήνα πολύ μικρής διαμέτρου ($< 1\text{mm}$) διοχετεύεται χρωματισμένο υγρό, όπως π.χ. υπερμαγγανικό κάλιο. Στην αρχή του πειράματος έχουμε λίγο ανοικτή τη δικλίδα, οπότε η παροχή και η ταχύτητα της ροής είναι μικρή και η ροή είναι στρωτή. Ανοίγουμε λίγο παραπάνω τη δικλίδα, οπότε η παροχή αυξάνεται και παρατηρούμε τις πρώτες ασυνέχειες στις γραμμές ροής, δηλαδή «σπάνε» οι λείες γραμμές ροής και δημιουργούνται οι πρώτοι στρόβιλοι. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται μεταβατική. Το τρίτο είδος της ροής, η τυρβώδης ροή, εμφανίζεται με την περαιτέρω αύξηση της παροχής του ρευστού στον αγωγό, κατά την οποία όπως φαίνεται από τον δείκτη του πειράματος (χρωματισμένο υγρό) οι στρόβιλοι είναι ασταθείς και αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους.

Κατά τη τυρβώδη ροή μέσα σε σωληνοειδούς μορφής κλειστούς αγωγούς, μόνο η μέση κίνηση του ρευστού είναι παράλληλη προς τον άξονα του αγωγού. Στην πράξη, σε όλα σχεδόν

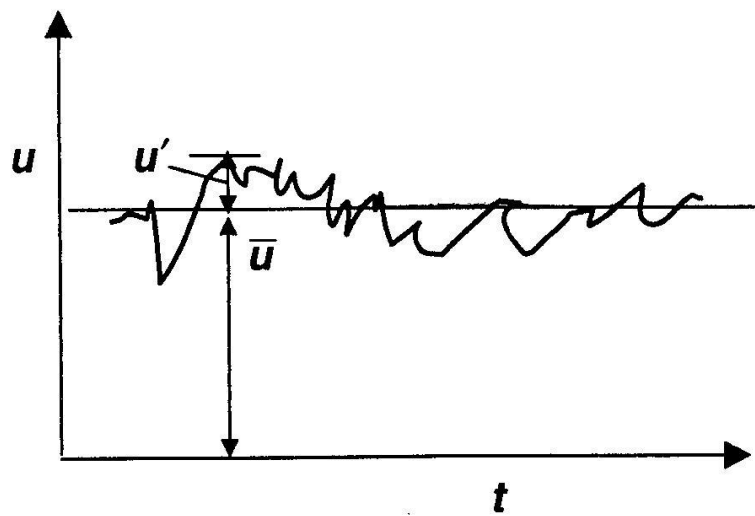
τα προβλήματα αγωγών καθώς και στις εφαρμογές των τεχνικών έργων η ροή μελετάται αποκλειστικά σχεδόν ως τυρβώδης. Στην περίπτωση της τυρβώδους ροής σε κλειστούς αγωγούς έχουμε αρχικά, στην είσοδο του αγωγού την ανάπτυξη οριακής στιβάδας. Ο Osborne Reynolds το 1883 εισήγαγε τον αριθμό Reynolds για σωλήνες, ο οποίος είναι ίσος με: $\frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu}$ και παρατήρησε ότι αυτός χαρακτηρίζει το είδος της ροής. Όταν $Re > 4000$ η ροή είναι τυρβώδης, όταν $Re < 2300$ η ροή είναι στρωτή και όταν $2300 < Re < 4000$ η ροή είναι μεταβατικά τυρβώδης.



Σχήμα 1.4 Σκαρίφημα της πειραματικής διάταξης του Reynolds

Ο Osborne Reynolds πρότεινε την παράσταση όλων των χαρακτηριστικών της ροής ως το άθροισμα μιας μέσης τιμής και μιας διακύμανσης γύρω από αυτήν την τιμή. Έτσι, αν u, v, w είναι οι συνιστώσες της σημειακής ταχύτητας κατά τις τρεις διευθύνσεις x, y, z , τότε έχουμε: $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$ και $w = \bar{w} + w'$, όπου $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ είναι οι μέσες τιμές και u', v' και w' είναι οι διακυμάνσεις γύρω από τις μέσες τιμές. Κατά τον ίδιο τρόπο, η ένταση πίεσης, η θερμοκρασία, κ. λ. π. παριστάνονται ως: $p = \bar{p} + p'$ και $T = \bar{T} + T'$. Για τον προσδιορισμό των τιμών $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}, \bar{T}$, κ. λ. π. ο Reynolds πρότεινε τη χρήση μέσων τιμών ως προς το

χρόνο ή τον χώρο, διότι η ύπαρξη έντονων διακυμάνσεων των εξαρτημένων μεταβλητών σημαίνει ότι κάθε τυρβώδης ροή είναι από τη σκοπιά των στιγμιαίων μεταβλητών, μη μόνιμη. Επειδή, όμως, διαισθητικά περιμένουμε ότι μια ροή που παράγεται από μόνιμες οριακές συνθήκες αργότερα θα περιέλθει σε μόνιμη κατάσταση (όπως π. χ. μετά από μια αρχική επιτάχυνση) μπορούμε να ορίσουμε ως μόνιμες ροές εκείνες τις τυρβώδεις ροές που παρουσιάζουν ζωηρές στιγμιαίες διακυμάνσεις γύρω από μέσες (χρονικά) τιμές των εξαρτημένων μεταβλητών τους, οι οποίες είναι και ανεξάρτητες του χρόνου. Παράδειγμα χρονικής διακύμανσης της ταχύτητας μόνιμης τυρβώδους ροής δίνεται στο Σχήμα 1.5 του παρόντος κεφαλαίου (Σούλης Β. Ιωάννης, «Υδραυλική κλειστών αγωγών»).



Σχήμα 1.5 Ταχύτητα, μέση τιμή αυτής και διακύμανση

Προηγουμένως αναλύσαμε ότι για την εξαρτημένη μεταβλητή u της ροής ισχύει: $u = \bar{u} + u'$. Ομοίως ισχύει για τις μεταβλητές v , w , p . Επομένως με ολοκλήρωση για χρόνο T , όπου T είναι χρονική κλίμακα μεγάλη σχετικά με τη χρονική κλίμακα της τύρβης έχουμε:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u dt, \text{ αφού ισχύει και: } \overline{u'} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u' dt = 0. \text{ Για τις μεταβλητές } v, w, p \text{ ισχύουν αντίστοιχες}$$

σχέσεις. Προκειμένου να διατυπώσουμε διαφορικές εξισώσεις για τις μέσες τιμές σημειώνουμε τις εξής ιδιότητες του γραμμικού τελεστή:

1. $\overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g}$, όπου f, g συναρτήσεις του χρόνου
2. $\overline{af} = a\bar{f}$, όπου a είναι μια σταθερά
3. $\bar{a} = a$, όπου a είναι μια σταθερά

$$4. \frac{\overline{\partial f}}{\partial s} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial s}$$

$$5. \overline{fg} = \overline{f} \overline{g}$$

Εάν εισαγάγουμε στην εξίσωση της συνέχειας (βασική εξίσωση που διέπει τη μόνιμη ροή) τη διάσπαση των μεταβλητών σε μέσες τιμές συν τις στιγμιαίες διακυμάνσεις τους προκύπτει:

$$\frac{\partial(\overline{u} + u')}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v} + v')}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{w} + w')}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

Εφαρμόζοντας τον τελεστή της μέσης τιμής στην εξίσωση συνέχειας και με βάση τις ιδιότητες 1 έως 5 που περιεγράφηκαν παραπάνω ισχύει:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} = 0 \quad (1.2)$$

Παρατηρούμε, επομένως, ότι η εξίσωση της συνέχειας ισχύει και για τις μέσες τιμές, όπως ισχύει και για τις στιγμιαίες, γεγονός που οφείλεται στη γραμμικότητα της εξίσωσης αυτής. Βάσει αυτής της παρατήρησης, εάν εφαρμοστούν οι εξισώσεις Navier – Stokes, που διέπουν τα ασυμπιεστα ρευστά και που συνιστούν τον γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για τρισδιάστατη, ασυμπιεστή ροή από τον Stokes, οι γραμμικοί όροι που αυτές περιέχουν θα παραμείνουν και στις θέσεις των στιγμιαίων μεταβλητών θα εμφανιστούν οι μέσες τιμές τους. Οι εξισώσεις Navier – Stokes περιέχουν και τους μη – γραμμικούς μεταθετικούς όρους. Μετά την εφαρμογή της διαδικασίας εξαγωγής των μέσων τιμών από το μη γραμμικό όρο $\partial(uv)$ παράγεται ο αντίστοιχος του $\partial(\overline{uv})/\partial y$, αλλά και ο επιπλέον όρος $\partial(\overline{u'v'})/\partial y$. Παραθέτουμε τις εξισώσεις του Reynolds (x, y, z – συνιστώσες) οι οποίες προκύπτουν από τις εξισώσεις Navier – Stokes:⁶

x – συνιστώσα, Navier – Stokes:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1.3)$$

Η x – συνιστώσα Reynolds:

$$\rho \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{w} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right)$$

⁶ Χορς Μ. Γεώργιος, «Υδροδυναμική Κόλπων και Ταμιευτήρων», Πανεπιστήμιο Πατρών, 1999

Η y – συνιστώσα Reynolds:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial \overline{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right)$$

Η z – συνιστώσα Reynolds:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial \overline{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right)$$

(Εξισώσεις (1.4))

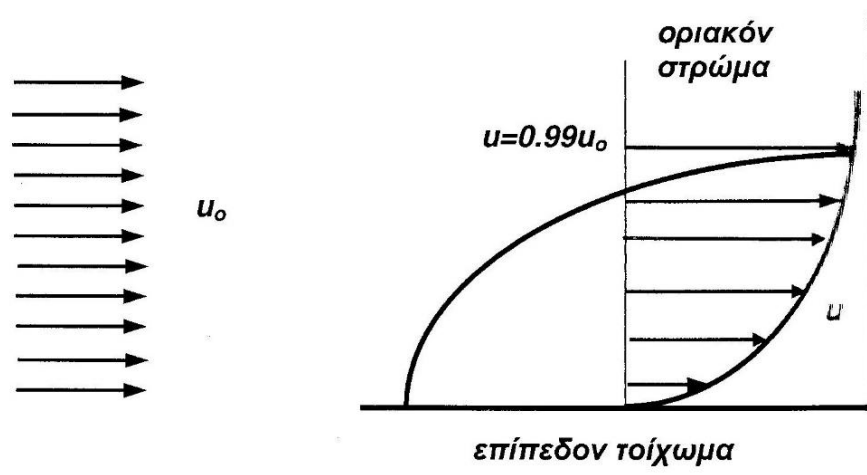
1.3 ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΕΝΤΟΣ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ

Η ενδελεχής γνώση της τυρβώδους ροής σχετίζεται άμεσα με τις θεωρίες των οριακών στρωμάτων (οριακών στοιβάδων). Η ανάλυση αυτή αφορά ομογενή ρευστά με σταθερό συντελεστή ιξώδους, μ και σταθερή πυκνότητα ρ .

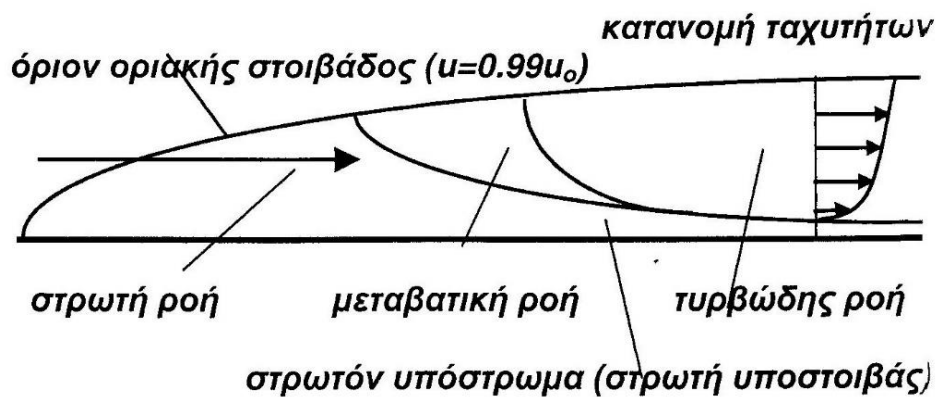
Η περιοχή της ροής η οποία βρίσκεται πλησίον των στερεών ορίων παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον. Για την κατανόηση του γνωστικού αντικειμένου της θεωρίας του οριακού στρώματος (boundary layer theory) είναι απαραίτητο η ανάλυση να περιλαμβάνει τη ροή η οποία περιορίζεται από μία μόνο στερεά επίπεδη επιφάνεια. Η ροή λαμβάνει χώρο παράλληλα προς το στερεό όριο, που είναι το τοίχωμα και η αρχική ταχύτητα του ρευστού επάνω σε αυτό μόλις λίγο έρθει σε επαφή με το τοίχωμα είναι u_0 . Κατόπιν, η ταχύτητα του στρώματος του ρευστού το οποίο πρόσκειται προς το τοίχωμα επιβραδύνεται λόγω της τριβής μεταξύ ρευστού – στερεού και ακριβώς επί του τοιχώματος η ταχύτητα μηδενίζεται. Ως αποτέλεσμα, αναπτύσσεται σημαντική διατμητική τάση μεταξύ των στρωμάτων του ρευστού του προσκείμενου επί του τοιχώματος και του αμέσως επόμενου στρώματος ροής. Η περιοχή αυτή των έντονων διατμητικών τάσεων η οποία επεκτείνεται εντός του χώρου της ροής ονομάζεται «οριακό στρώμα» (Βλ. Σχήμα 1.6, Σούλης Β. Ιωάννης, «Υδραυλική κλειστών αγωγών»).

Εκτός του οριακού στρώματος οι αναπτυσσόμενες διατμητικές τάσεις λόγω τριβών ροής είναι σχετικά μικρές και οφείλονται στην ιξώδη δράση των μορίων του ρευστού. Εντός του οριακού στρώματος η ροή δύναται να είναι στρωτή ή τυρβώδης. Πιθανή κατανομή της αναπτυσσόμενης ροής απεικονίζεται στο Σχήμα 1.7. Αρχικά η ροή που εμφανίζεται στη είσοδο είναι στρωτή και κατόπιν μετατρέπεται μέσω της μεταβατικής περιοχής σε τυρβώδη. Στην περιοχή όπου υπάρχει άμεση επαφή του υγρού με το στερεό τοίχωμα βρίσκεται πάντα το

«οριακό υπόστρωμα» εντός του οποίου η ροή είναι στρωτή.⁷ Η κατανομή των ταχυτήτων στην περιοχή πολύ κοντά στο τοίχωμα για τυρβώδη ροή και λεία τοιχώματα απεικονίζεται στα Σχήματα 1.6 και 1.8 του παρόντος.

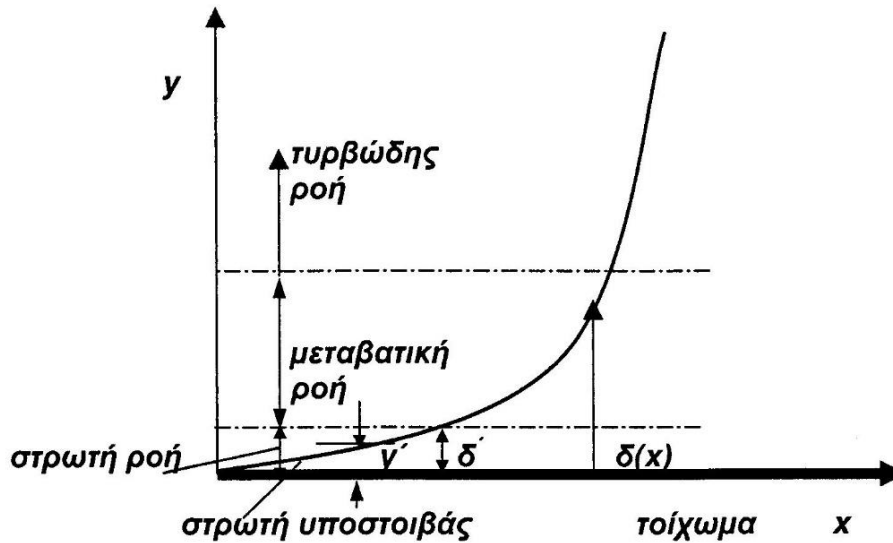


Σχήμα 1.6 Ανάπτυξη οριακού στρώματος επί επίπεδον τοιχώματος



Σχήμα 1.7 Στρωτή, μεταβατική και τυρβώδης ροή εντός οριακού υποστρώματος

⁷ Σούλης Βασ. Ιωάννης, «Υδραυλική Κλειστών Αγωγών», Εκδόσεις Αιβάζη, Θεσσαλονίκη 1986



Σχήμα 1.8 Κατανομή ταχυτήτων για την τουρβώδη ροή και για λείο τοίχωμα αγωγού, όπου δ' πάχος οριακού υποστρώματος και y η απόσταση από το τοίχωμα

1.4 ΜΟΝΙΜΗ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΑΠΤΥΓΜΕΝΗ ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ. ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΙΕΠΟΥΝ ΤΗ ΡΟΗ. Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f

Στο πρόβλημα που εξετάζεται στη μελέτη της παρούσας εργασίας θεωρούμε κλειστό αγωγό κυκλικής διατομής, ο οποίος έχει κάποια κλίση και εντός του οποίο λαμβάνει χώρα μόνιμη, ομοιόμορφη και πλήρως αναπτυγμένη τουρβώδης ροή. Καθώς πρόκειται για τουρβώδη ροή, οι μέσες χρονικά (time – averaged) εξισώσεις Reynolds μπορούν να γραφούν ως εξής, σύμφωνα και με την εξίσωση (1.4) εάν την αναγάγουμε σε κυλινδρικές συντεταγμένες:

$$\frac{\partial(u_x u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u_x u_r)}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right\} - \frac{\partial(\overline{u'_x u'_r})}{\partial r} - \frac{\partial(\overline{u'_x u'_x})}{\partial x}$$

(1.5), που ισχύει για την αξονική διεύθυνση.

Επίσης, αφού έχουμε ομοιόμορφη ροή στην αξονική διεύθυνση ισχύει: $\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$. Οπότε, η

εξίσωση συνέχειας διαμορφώνεται ως εξής:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow u_r = 0 \quad (1.6)$$

Υστερα από πράξεις, η εξ. (1.5) του Reynolds διαμορφώνεται ως εξής:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g_x + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau) \quad (1.7)$$

$$\text{με: } \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial r} - \overline{\rho u'_x u'_r} \quad (1.8)$$

όπου: $\mu \frac{\partial u}{\partial r}$ η τάση λόγω του ιξώδους και: $-\overline{\rho u'_x u'_r}$ οι διατμητικές τάσεις του Reynolds.

Όπως έχουμε αναλύσει παραπάνω, οι συνιστώσες ταχύτητας με τους τόνους είναι η διακύμανσή τους σε σχέση με τη μέση ταχύτητα (\bar{u}).

Η εξίσωση του Reynolds στην ακτινική διεύθυνση γράφεται αναλόγως:

$$\frac{\partial(u_r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(u_r u_x)}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - g \frac{\partial z}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left\{ \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right\} - \frac{\partial(\overline{u'_r u'_r})}{\partial r} - \frac{\partial(\overline{u'_r u'_x})}{\partial x} \quad (1.9)$$

και επειδή η ροή είναι μόνιμη: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ και ομοιόμορφη: $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ η (1.9) γράφεται ως εξής:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - g_r - \frac{\partial(\overline{u'_r u'_r})}{\partial r} \quad (1.10)$$

Η εξίσωση (1.7) μπορεί να γραφεί και ως εξής, αφού οι μερικές παράγωγοι ως προς r και θ του όρου της πίεσης μηδενίζονται (έχουμε υδροστατική θεώρηση):

$$-\left(\frac{dp}{dx} + \rho g z \right) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\tau) = 0 \quad (1.11)$$

Η εξίσωση της ενέργειας μεταξύ δύο κοντινών διατομών που απέχουν απόσταση dx , σε διαφορική μορφή είναι:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) \quad (1.12)$$

Η κλίση της γραμμής ενέργειας της ροής ορίζεται ως εξής: $J_E = -\frac{dH}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{p}{\rho g} + z \right)$.

Μετά από ολοκλήρωση της εξίσωσης (1.11) προκύπτει:

$$\tau = -\rho g \frac{r^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) + C \quad (1.13)$$

Για $r = 0$, $\tau = 0$ λόγω αξονικής συμμετρίας της ροής. Επομένως, στο όριο όπου είναι το τοίχωμα του αγωγού $r = D/2$ η τιμή της διατμητικής τάσης είναι:

$$\tau_0 = -\rho g \frac{D}{4} \frac{d}{dx} \left(\frac{p}{\rho g} + z \right) \quad (1.14)$$

Η κλίση της γραμμής ενέργειας μπορεί λοιπόν να γραφεί:

$$J_E = \frac{4}{\rho g D} \tau_0 \Rightarrow$$

$$J_E = \frac{4C_f}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.15)$$

όπου C_f συντελεστής αντίστασης του στερεού ορίου. Ύστερα από πράξεις και εισάγοντας το συντελεστή τριβών $f = 4C_f$ η σχέση (1.15) γράφεται:

$$J_E = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.16)$$

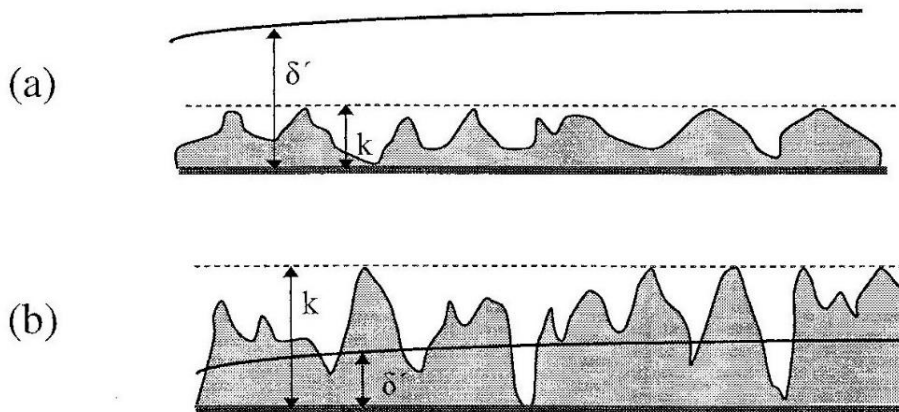
Η παραπάνω σχέση είναι η γνωστή σχέση των Darcy και Weisbach.⁸

Για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβών f στους κλειστούς αγωγούς θα πρέπει να προσδιοριστεί η κατανομή των ταχυτήτων εντός του αγωγού, δηλαδή το προφίλ της ταχύτητας στη διατομή του αγωγού. Είναι απαραίτητο, επίσης, να καθοριστεί ένας συσχετισμός μεταξύ της διατμητικής τάσης τ_0 στο όριο και της κατανομής των ταχυτήτων στην τυρβώδη ροή που μελετάμε. Η κατανομή της ταχύτητας όμως είναι συνάρτηση της τραχύτητας του στερεού ορίου, καθώς επίσης και του αριθμού Reynolds της ροής, σύμφωνα με τη θεωρία του τυρβώδους οριακού στρώματος, η οποία περιγράφηκε πολύ συνοπτικά στο Εδάφιο 1.3, στα πλαίσια της παρούσας πτυχιακής εργασίας.

Είναι προφανές ότι όλες οι επιφάνειες παρουσιάζουν κάποια τραχύτητα (επιφανειακή ανωμαλία) εάν μεγεθυνθούν κατάλληλα. Σε πολλές περιπτώσεις οι επιδράσεις της τραχύτητας αυτής έχουν αμελητέα επίδραση στην κυρίως ροή εφόσον το μέγεθος της τραχύτητας είναι μικρότερο από το μέγιστο πάχος της υποστοιβιάδας δ' (όπως στο Σχήμα 1.8) στο οποίο έχουμε στρωτή ροή. Ως τραχύ ορίζουμε το σωλήνα του οποίου η τραχύτητα των τοιχωμάτων του είναι μεγαλύτερη από το πάχος της στρωτής οριακής υποστοιβιάδας (υποστρώματος) δ' . Στους

⁸ Παπανικολάου Ν. Παναγιώτης, «Στοιχεία μόνιμης ροής σε αγωγούς υπό πίεση και αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια», Διδακτικές Σημειώσεις, Ε.Μ.Π., 2012

τραχείς σωλήνες υπάρχουν προεξοχές με αποτέλεσμα η διατμητική τάση του ορίου και ακολούθως η κατανομή των ταχυτήτων να επηρεάζονται από αυτές βλ. Σχήμα 1.9.



Σχήμα 1.9 Τοιχώματα (a) λείων και (b) τραχέων σωλήνων

Συνοπτικά θα αναφερθούμε στις σχέσεις που αναπτύχθηκαν ύστερα από τα πειραματικά δεδομένα ερευνητών για τις διάφορες κατανομές της ταχύτητας ανάλογα με την τραχύτητα του στερεού ορίου ενός αγωγού, αλλά και θα παρουσιαστούν οι σχέσεις με βάσει τις οποίες υπολογίζεται ο συντελεστής τριβών f σε σχέση με την τραχύτητα του υλικού ενός αγωγού.

- Κατανομή ταχύτητας και υπολογισμός συντελεστή f σε λείους σωλήνες

Λείος χαρακτηρίζεται ο σωλήνας ο οποίος φέρει τραχύτητα τοιχωμάτων μικρότερη από το πάχος του οριακού υποστρώματος δ' . Στη ρευστομηχανική ισχύει η σχέση μεταξύ της διατμητικής τάσης στο στερεό όριο τ_0 και της ταχύτητας διάτμησης του ορίου, u_* :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (1.17)$$

όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού.

Με την εφαρμογή της βασικής σχέσης (1.17) της μηχανικής των ρευστών και σε συνδυασμό με την εξίσωση που διέπει το στρωτό οριακό υπόστρωμα, την εξίσωση (1.8) που ισχύει σε απόσταση εκτός του οριακού υποστρώματος (περιοχή του εσωτερικού νόμου) και με εφαρμογή της υπόθεσης του μήκους ανάμειξης κατά Prandl προκύπτει η σχέση:

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \log \frac{u_* (R-r)}{\nu} + 5.50 \quad (1.18)$$

η οποία μας δίνει με πολύ καλή προσέγγιση την κατανομή των ταχυτήτων σε ολόκληρη την τυρβώδη ζώνη, μέχρι και τον άξονα του σωλήνα. Η σχέση (1.18) έχει απεικονιστεί και γραφικά

σε διάγραμμα (βλ. Σχήμα 1.10) όπου παρουσιάζονται αποτελέσματα πειραματικών μετρήσεων σε αδιάστατη μορφή, με $u_* y / \nu$ να είναι η αδιάστατη απόσταση από το τοίχωμα. Εντοπίζεται μόνο κάποια απόκλιση από τη σχέση (1.18) στο διάγραμμα αυτό, στην περιοχή όπου η αδιάστατη απόσταση από το τοίχωμα είναι εντός του εύρους τιμών: $5 < u_* y / \nu < 30-70$. Επίσης, από την εξίσωση (1.18) και σε συνδυασμό με την εξίσωση συνέχειας καθώς και σε συνδυασμό με πειραματικά δεδομένα έχει προκύψει η σχέση:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.80 = 2 \log\left(\frac{\text{Re} \sqrt{f}}{2.51}\right) \quad (1.19)$$

η οποία ισχύει για τυρβώδη ροή μέσα σε σωλήνα και ισχύει για οποιαδήποτε τιμή του Reynolds, εφόσον βρισκόμαστε στην περιοχή της τυρβώδους ροής.

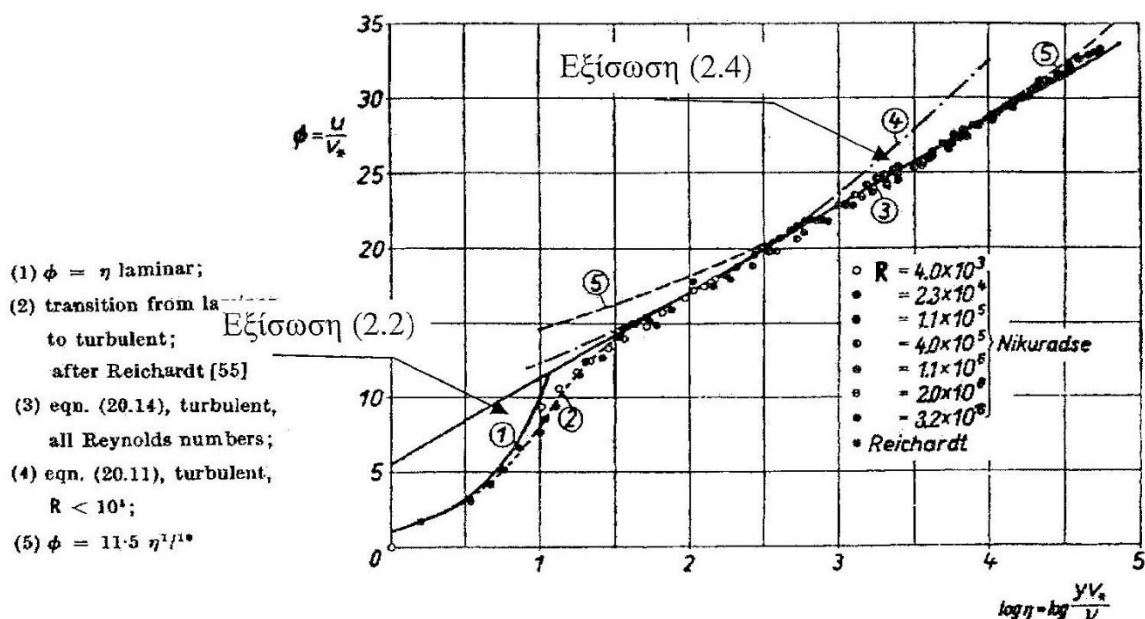
Η εξίσωση αυτή δεν έχει ρητή επίλυση ως προς f , δηλ. δεν είναι δυνατόν να επιλυθεί απευθείας. Μία απλή μέθοδος επίλυσής της είναι αυτή με δοκιμές. Ορισμένοι ερευνητές προσέγγισαν την εξίσωση (1.19) χρησιμοποιώντας μία ρητή εξίσωση, όπως για παράδειγμα ο Blasius και ο Colebrook. Ισχύει, λοιπόν:

$$f = 0.316 \text{Re}^{-1/4} \quad (1.20)$$

που είναι η εξίσωση του Blasius και ισχύει για $4000 < \text{Re} < 100000$ και

$$f = 1.8 \cdot \log(0.145 \text{Re}) \quad (1.21)$$

που είναι η εξίσωση Colebrook



Σχήμα 1.10 Κατανομή των ταχυτήτων σε λείους σωλήνες - εσωτερική περιοχή (Schlichting, 1979)

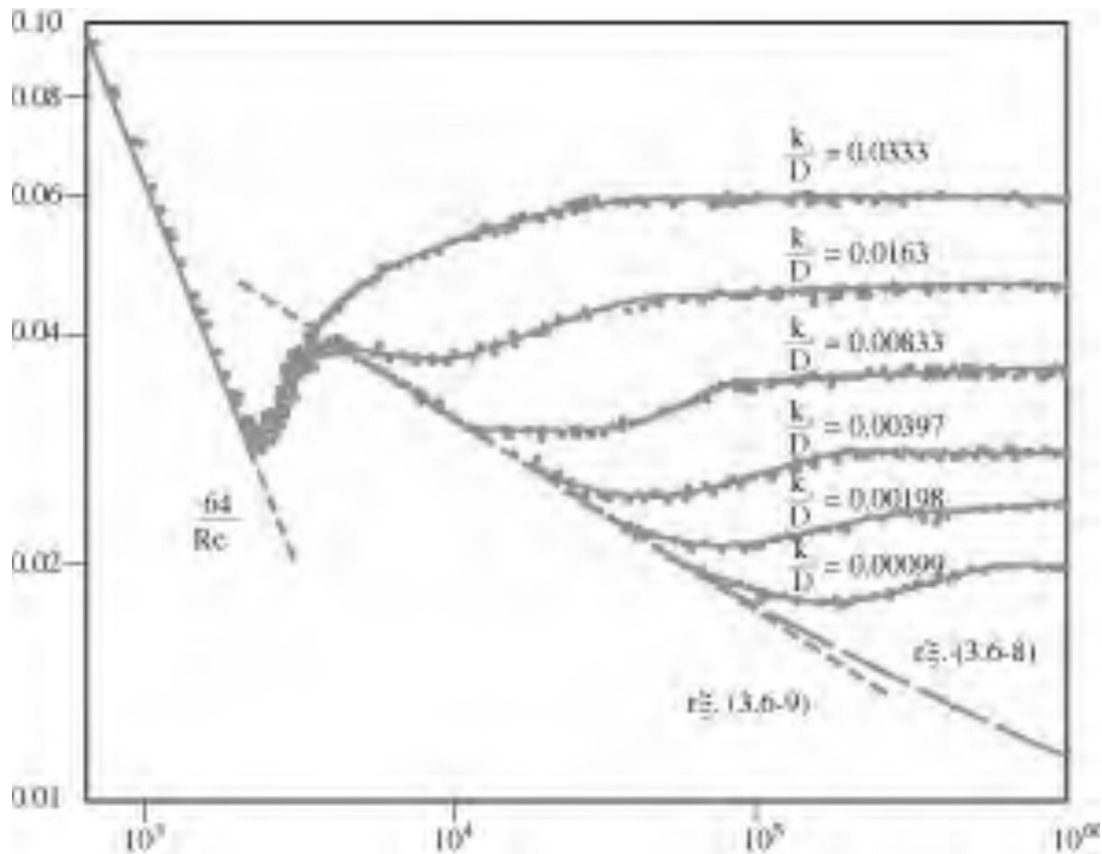
- Κατανομή ταχύτητας και υπολογισμός συντελεστή f σε τραχείς σωλήνες

Στους τραχείς σωλήνες υπάρχουν προεξοχές οι οποίες επηρεάζουν τη διατμητική τάση του ορίου και κατά συνέπεια την κατανομή των ταχυτήτων. Ορίζοντας ως k το χαρακτηριστικό ύψος της τραχύτητας διακρίνουμε τις δύο περιπτώσεις όπου:

1) Όταν $k < \delta'$, δηλαδή το ύψος της τραχύτητας είναι μικρότερο από το ύψος δ' του στρωτού οριακού υποστρώματος (υποστοιβάδας), οι προεξοχές του στερεού τοιχώματος δεν ασκούν επίδραση στην κατανομή των ταχυτήτων κατά μήκος του βάθους της ροής.

2) Όταν $k \gg \delta'$, δηλαδή το ύψος της τραχύτητας υπερβαίνει το πάχος του στρωτού οριακού υποστρώματος, τότε ο συντελεστής τριβών f είναι ανεξάρτητος του αριθμού Re και εξαρτάται από τον λόγο k/D , όπως έχει αποδειχτεί πειραματικά.

Ο J. Nikuradse, Γερμανός μηχανικός και φυσικός, μαθητής του Prandl, το 1933 διερεύνησε πειραματικά την επίδραση της σχετικής τραχύτητας για τυρβώδη ροή σε σωλήνες μεταβάλλοντας τις τιμές του λόγου k_s / D «κολλώντας» κόκκους άμμου διαφόρων μεγεθών στο εσωτερικό τοίχωμα των σωλήνων. Στη συνέχεια υπολόγιζε την πτώση πίεσης και την παροχή και συσχέτιζε το συντελεστή f με τον Re και το k_s / D του σωλήνα. Η συσχέτιση αυτή παρουσιάζεται στο Σχ. 1.11 (Σημειώσεις Αναστάσιου Ι. Στάμου, Ε.Μ.Π.), στο οποίο με κουκίδες συμβολίζονται οι μετρήσεις και με συνεχείς γραμμές οι καμπύλες $f - Re$ που ακολουθούν τις μετρήσεις. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και οι καμπύλες των εξισώσεων του Prandl (1.19, βλ. εξίσωση 3.6-8, Αν. Ι. Στάμου, «Εφαρμοσμένη Υδραυλική», <https://hydro.ntua.gr/faculty/stamou/gr/index.htm>) και του Blasius (1.20 ή εξ. 3.6-9, Αναστ. Ι. Στάμου, «Εφαρμοσμένη Υδραυλική», <https://hydro.ntua.gr/faculty/stamou/gr/index.htm>).



Σχήμα 1.11 Επίδραση της τραχύτητας στην τιμή του συντελεστή f για τυρβώδη ροή

Στο Σχήμα 1.11 διακρίνουμε τρεις περιοχές διαφορετικής συμπεριφοράς των καμπυλών $f - Re$:

a) Περιοχή της στρωτής ροής ($Re < 2300$): Στην περιοχή αυτή η καμπύλη $f - Re$ συμπίπτει σχεδόν με τη σχέση: $f = Re/64$, που μας δίνει το συντελεστή τριβών για στρωτή ροή και οι τιμές του f δεν εξαρτώνται από το k_s/D .

b) Περιοχή της μεταβατικής τυρβώδους ροής: Στην περιοχή αυτή παρατηρούμε ότι υπάρχει αρχικά ένα τμήμα της καμπύλης $f - Re$ που ακολουθεί την εξίσωση του Prandtl (το οποίο είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μικρότερος είναι ο λόγος k_s/D) και στη συνέχεια ένα τμήμα μονότονης ανόδου της καμπύλης $f - Re$, στο οποίο η τιμή του f είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτή που υπολογίζεται με την εξίσωση του Prandtl (1.19).

c) Περιοχή πλήρως τυρβώδους ροής: Εδώ βλέπουμε ότι η καμπύλη $f - Re$ είναι παράλληλη με τον άξονα του Re , δηλ. οι τιμές του f δεν εξαρτώνται από τον Re , αλλά μόνο από το k_s/D .

Οι 3 αυτές περιοχές καθορίζονται από την τιμή της παραμέτρου $k^+ = k_s u^*/\nu$. Οι **υδραυλικά λείοι σωλήνες** αντιστοιχούν σε τιμές $k^+ < 5$, οι **υδραυλικά τραχείς** σε τιμές $k^+ > 70$, ενώ στις ενδιάμεσες τιμές αντιστοιχούν οι σωλήνες **μεταβατικής τραχύτητας**. Ο Nikuradse παρατήρησε ότι σε υδραυλικά τραχείς σωλήνες, η παρουσία της τραχύτητας ωθεί τη λογαριθμική κατανομή προς τα πάνω (δηλ. ο f αυξάνεται) κατά μια ποσότητα περίπου ίση με $\ln(k^+)$, όπου $k^+ = k_s u^*/\nu$ είναι μια αδιάστατη μορφή της τραχύτητας σε αντιστοιχία με την ποσότητα: $y^+ = y \cdot u^*/\nu$ (αδιάστατη απόσταση). Συνοπτικά, λοιπόν, ο Nikuradse, βοηθούμενος από τη διαστατική ανάλυση, κατέληξε στις ακόλουθες τρεις περιοχές ροής:

- i) Η υδραυλικώς λεία περιοχή, όπου το αδιάστατο ύψος τραχύτητας k^+ βρίσκεται εντός του εύρους τιμών: $0 < u_* k_s / \nu < 5$. Οι τιμές της τραχύτητας είναι πολύ μικρές και ο συντελεστής τριβών είναι μόνο συνάρτηση του αριθμού του Reynolds.
- ii) Η μεταβατική περιοχή, όπου: $5 < u_* k_s / \nu < 70$. Εδώ οι προεξοχές του στερεού ορίου τέμνουν μερικώς το στρωτό οριακό υπόστρωμα. Ο συντελεστής τριβών είναι συνάρτηση του αριθμού Reynolds και της σχετικής τραχύτητας k_s/D .
- iii) Στην τραχεία περιοχή, όπου $u_* k_s / \nu > 70$, οι προεξοχές του σωλήνα τέμνουν το στρωτό οριακό υπόστρωμα. Στην περιοχή αυτή της ροής ο συντελεστής τριβών είναι συνάρτηση μόνο της σχετικής τραχύτητας k_s/D .

Σε τραχείς σωλήνες η κατανομή των ταχυτήτων που έχει προκύψει από μετρήσεις έχει τη μορφή:

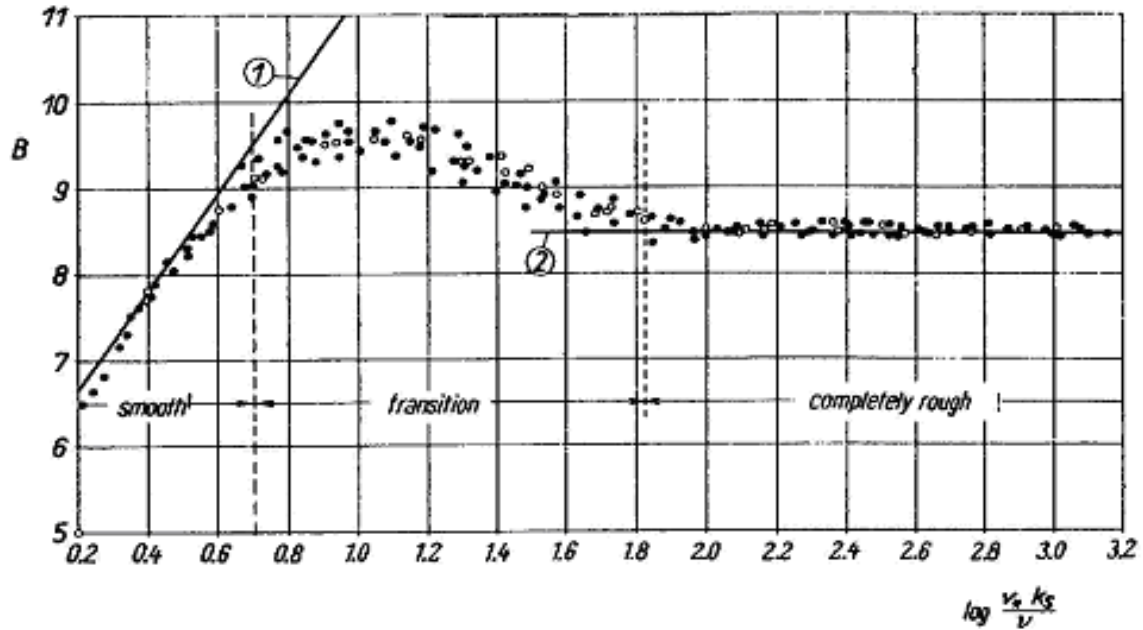
$$\frac{u}{u_*} = A \log \frac{y}{k_s} + B \quad (1.22)$$

Για την υδραυλικά λεία περιοχή ($0 < u_* k_s / \nu < 5$) $A = 5.75$ και $B = 5.50 + 5.75 \log \frac{u_* k_s}{\nu}$.

Στην τραχεία περιοχή ($u_* k_s / \nu > 70$) $B = 8.50$ και η (1.22) γράφεται ως εξής:

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \log \frac{y}{k_s} + 8.50 \quad (1.23)$$

Στη μεταβατική περιοχή ($5 < u_* k_s / \nu < 70$) δεν υπάρχει κάποια αναλυτική σχέση η οποία να περιγράφει το συντελεστή B, οπότε ισχύει: $B = B(u_* k_s / \nu)$. Η μεταβολή της σταθεράς αυτής B ως συνάρτηση του $u_* k_s / \nu$ παρουσιάζεται παρακάτω στο Σχήμα 1.12.



Σχήμα 1.12 Μεταβολή του συντελεστή B ως συνάρτηση του $u_* k_s / \nu$ (Schlichting, 1979)

Στην τραχεία περιοχή ο συντελεστής τριβών μπορεί να εκφραστεί με τη γενική σχέση:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k_s}{D} \right) + 1.14 \quad (1.24)$$

Οι Colebrook και White (1937) κατέληξαν στην ακόλουθη, πεπλεγμένη σχέση για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβών f στην μεταβατική τυρβώδη ροή (για σωλήνες του εμπορίου):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{k_s}{D} + \frac{9.35}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (1.25)$$

Η σχέση (1.25) είναι ασυμπτωτική ως προς τη σχέση της πλήρως τραχείας περιοχής σε τυρβώδη ροή, καθώς και ως προς τη σχέση των λείων σωλήνων σε τυρβώδη ροή. Σημειώνεται ότι οι ρητές εξισώσεις είχαν ιδιαίτερη αξία πριν από 15 – 20 χρόνια. Στη σύγχρονη εποχή η εξίσωση (1.25) για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβών f επιλύεται εύκολα σε περιβάλλον Excel ή με προγραμματισμό (Fortran). Σημαντικές έρευνες έχουν γίνει με στόχο την ανάπτυξη προσεγγιστικών σχέσεων για τον υπολογισμό του συντελεστή f . Ενδεικτικά αναφέρουμε:

Α) Η σχέση των Swamee και Jane (1976):

$$f = \frac{25}{\left[\log \left(\frac{0.27k_s}{D} + \frac{5.72}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (1.26)$$

Β) Η σχέση των Γ. Τερζίδη και Χ. Μπαμπατζιμόπουλου (1992):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.879 \log \left(0.602 \cdot \frac{k_s^{1.009} \cdot \Delta h^{0.2018}}{Q^{0.4036} \cdot L^{0.2018}} + \frac{2.287 \cdot \nu \cdot L^{0.2}}{Q^{0.6} \cdot \Delta h^{0.2}} \right) \quad (1.27)$$

Γ) Η σχέση του Τζιμόπουλου (2005): $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k_s}{3.7 \cdot D} + \frac{6}{\text{Re}^{0.90458}} \right)$ (1.28)

Δ) Η σχέση του Παπαευαγγέλου (2010):

$$f = \frac{0.2479 - 0.0000947 \cdot (7 - \log \text{Re})^4}{\left[\log \left(\frac{e}{3.615 \cdot D} + \frac{7.366}{\text{Re}^{0.9142}} \right) \right]^2} \quad (1.29)$$

Συνοπτικά, στον παρακάτω Πίνακα 1.1 παρουσιάζονται ορισμένες από τις εξισώσεις υπολογισμού του f που έχουν εξαχθεί από τους επιστήμονες.

Εξίσωση	Όρια ισχύος	Παρατηρήσεις
$f = \frac{64}{\text{Re}}$	$\text{Re} \leq 2000$	Ισχύει για στρωτή ροή για κάθε σωλήνα
$f = \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}}$	$4000 < \text{Re} < 10^5$	Blasius, τυρβώδης ροή, λείοι σωλήνες
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.80$	$\text{Re} > 10^5$	Τυρβώδης ροή, λείοι σωλήνες, Karman-Prandl
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{R}{k_s} + 1.74$	$\text{Re} > 4000$	Τυρβώδης ροή, τραχείς σωλήνες, Karman-Prandl
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{k_s}{D} + \frac{9.35}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$	$\text{Re} > 4000$	Μεταβατική περιοχή, Colebrook και White

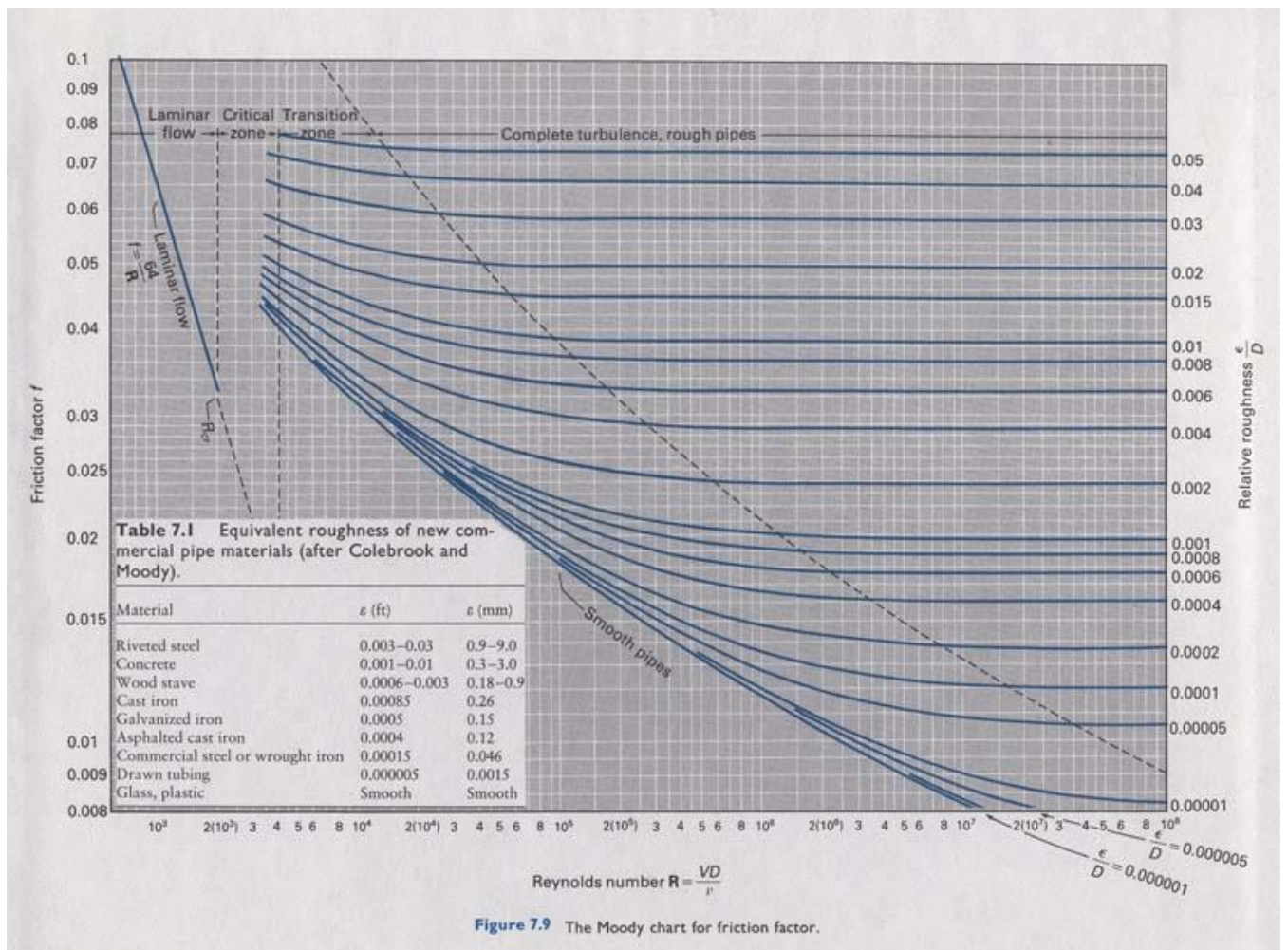
Πίνακας 1-1

Το 1944 ο Lewis Moody, καθηγητής Υδραυλικής Μηχανικής στο Πανεπιστήμιο Princeton, παρουσίασε την εξ. (1.25), εξίσωση του Colebrook, στο διάγραμμα του Σχ. 1.13. Το διάγραμμα αυτό ονομάστηκε **διάγραμμα Moody** (τροποποιημένο διάγραμμα του Nikuradse), το οποίο αποσκοπεί στον υπολογισμό του συντελεστή τριβής f καινούργιων αγωγών, οι οποίοι είναι διαθέσιμοι στο εμπόριο.⁹ Παράλληλα, ο Moody (1944) προσδιόρισε τιμές της τραχύτητας k_s για διάφορα υλικά σωλήνων του εμπορίου, όπως για παράδειγμα από σκυρόδεμα, βιομηχανικό χάλυβα, ξύλο, χυτοσίδηρο, κ. λ. π. Το διάγραμμα του Moody έχει ακρίβεια $\pm 15\%$ σε όλη την περιοχή εφαρμογής του και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ροή υπό πίεση σε σωλήνες και σε άλλης γεωμετρίας αγωγούς, καθώς επίσης και σε αγωγούς ροής με ελεύθερη επιφάνεια. Στις περιοχές της μεταβατικής τυρβώδους ροής, όμως, όπου $2300 < Re < 4000$ υπάρχει αδυναμία υπολογισμού του f .

Οι σωλήνες που χρησιμοποιούμε στα υδραυλικά έργα καλούνται **σωλήνες του εμπορίου**. Οι σωλήνες του εμπορίου χαρακτηρίζονται από την ονομαστική διάμετρο, την ονομαστική πίεση και το υλικό κατασκευής τους, το οποίο καθορίζει τον συντελεστή τραχύτητας k_s . Η **ονομαστική διάμετρος DN** (Diameter Nominal) είναι η κατά προσέγγιση εγκάρσια διάμετρος τους σε mm. Ανάλογα με το υλικό τους, οι σωλήνες εμπορίου ονομάζονται χαλυβδοσωλήνες, σιδηροσωλήνες, χαλκοσωλήνες, μολυβδοσωλήνες ή πλαστικοί σωλήνες (π.χ. GRP). Οι σωλήνες εμπορίου (με εξαίρεση τους πλαστικούς σωλήνες) με την πάροδο του χρόνου γηράσκουν. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της οξείδωσης, της διάβρωσης ή και της εναπόθεσης αλάτων στην εσωτερική τους επιφάνεια που έρχεται σε επαφή με το νερό. Η διάβρωση των σωλήνων που επέρχεται με την πάροδο του χρόνου διαφοροποιεί την τραχύτητά τους και επομένως απαιτείται προσοχή για την ακριβή έκφραση του συντελεστή τριβής f . Επιπλέον, αποτέλεσμα της γήρανσης είναι η αύξηση της τραχύτητάς τους και η συνεπαγόμενη μείωση της μεταφερόμενης παροχής. Για υπολογιστικούς λόγους θεωρούμε ότι η τιμή της τραχύτητας ενός σωλήνα $k_s(t)$ είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου t , δηλαδή:

$$k_s(t) = k_{s,0} + a_g \cdot t \quad (1.30)$$

⁹ Στάμου Ι. Αναστάσιος, «Εφαρμοσμένη Υδραυλική», Σημειώσεις από Ε.Μ.Π.: <https://hydro.ntua.gr/faculty/stamou/gr/index.htm>



Σχήμα 1.13 Διάγραμμα κατά Moody

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ f ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΑΓΩΓΟΥ.

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο συντελεστής τριβών f είναι ο καθοριστικός παράγοντας για τον υπολογισμό των γραμμικών απωλειών φορτίου, οι οποίες οφείλονται στις τριβές ανάμεσα στα μόρια του κινούμενου ρευστού και στα τοιχώματα του αγωγού. Επειδή οι απώλειες τριβών είναι ανάλογες προς το μήκος του υπό εξέταση αγωγού ονομάζονται γραμμικές απώλειες¹⁰. Όπως είδαμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 1, ο συντελεστής τριβών f ανάλογα με το είδος της ροής που λαμβάνει χώρα (στρωτή, μεταβατική ή τυρβώδης) υπολογίζεται από διαφορετικές εξισώσεις, οι οποίες συσχετίζουν το f με την τραχύτητα του αγωγού, k , πλην της περιπτώσεως της στρωτής ροής.

Λόγω του αναπτυχθέντος αριθμού των εξισώσεων, οι οποίες περιγράφουν την αντίσταση της ροής σε αγωγούς κυκλικής διατομής είναι σκόπιμο να τις αναφέρουμε σε συγκεντρωτικό πίνακα (βλ. Πίνακα 2 – 1). Ο σχετικά μεγάλος αριθμός τύπων υπολογισμού των απωλειών φορτίου εντός αγωγών κυκλικής διατομής προκαλεί κάποια δυσκολία στους μελετητές όσον αφορά στην ορθή επιλογή τους. Παρακάτω, αναφέρονται ορισμένοι γενικοί κανόνες για την επιλογή κατάλληλου τύπου ανά περίπτωση ροής.¹¹

- a.** Κατά την στρωτή ροή ενδείκνυται η χρήση της εξισώσεως Poiseuille ή του διαγράμματος κατά Moody. Προφανώς, στρωτή ροή στα πρακτικά προβλήματα της Υδραυλικής Μηχανικής εμφανίζεται σπανίως. Στις περιπτώσεις, όμως, ροής ρευστών με μεγάλο ιξώδες, όπως είναι η περίπτωση λιπαντικών ρευστών, τότε πράγματι η θεώρηση της στρωτής ροής δεν απέχει και πολύ από την πραγματικότητα.
- b.** Στις περιπτώσεις λείων αγωγών με διάμετρο άνω των 0.5 m. ή 1.0 m. είναι πιθανό η ροή να μην είναι εντόνως τυρβώδης. Στην περίπτωση αυτή η χρήση του διαγράμματος κατά Moody είναι η πλέον ενδεδειγμένη. Τέτοιες περιπτώσεις εμφανίζονται σε αγωγούς εκτροπής υδροηλεκτρικών έργων, σε αγωγούς υδρεύσεως με μεγάλη διάμετρο, κ. λ. π.
- c.** Στην περίπτωση πλήρους τυρβώδους ροής και σε αγωγούς μικρής διαμέτρου το διάγραμμα Moody εξακολουθεί να δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

¹⁰ Δημητρακόπουλος Κ. Αλέξανδρος, Χρήστος Χατζηθεοδώρου, «Στοιχεία Υδραυλικής», Εκδόσεις Παν/μίου Πατρών, Πάτρα 2002

¹¹ Σούλης Βασ. Ιωάννης, «Υδραυλική Κλειστών Αγωγών», Εκδόσεις Αϊβάζη, Θεσσαλονίκη 1986

- d. Εάν χρησιμοποιηθούν δύο διαφορετικοί τύποι υπολογισμών απωλειών φορτίου και εφόσον τα αποτελέσματα δεν είναι πλησίον μεταξύ τους, η επιλογή του πλέον κατάλληλου τύπου επαφίεται στον μελετητή.

Περιγραφή	Τύπος	Re
Darcy – Weisbach	$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{U^2}{2g}$	Για όλους
Poiseuille	$h_f = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{U^2}{2g}$	< 2000
Blasius	$h_f = \frac{0.316}{\text{Re}^{0.25}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{U^2}{2g}$	< 100000
Λεία τοιχώματα (Karman – Prandl)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \cdot \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 8$	> 4000
Μεταβατική περιοχή (Colebrook – White)	$\frac{1}{\sqrt{f}} + 2.0 \cdot \log\left(\frac{k}{D}\right) = 1.14 - 2.0 \cdot \log\left(1 + 9.35 \cdot \frac{1}{\frac{k}{D} \sqrt{f}} \cdot \frac{1}{\text{Re}}\right)$	> 4000
Τραχέα τοιχώματα (Karman – Prandl)	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \cdot \log\left(\frac{R}{k}\right) + 1.74$	> 4000
Hazen – Williams	$h_f = \frac{6.78L}{D^{1.165}} \cdot \left(\frac{U}{C}\right)^{1.85}$	4000 – 100000
Manning	$U = \frac{0.397}{n} \cdot D^{2/3} \cdot \left(\frac{h_f}{L}\right)^{1/2}$	> 4000

Πίνακας 2-1

2.2 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f . ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1^H

Για τα δεκατέσσερα διαφορετικά υλικά αγωγών για τα οποία βρέθηκαν οι τιμές του ύψους της τραχύτητάς τους από τη σχετική επιστημονική βιβλιογραφία για την ανάλυση της ροής σε κλειστούς αγωγούς: Τερζίδη Α. Γεωργίου, «Εφαρμοσμένη Υδραυλική» και Σούλη Β. Ιωάννη, «Υδραυλική κλειστών αγωγών», χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση υπολογισμού:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log\left(\frac{k_s / D}{3.72}\right)$$

του συντελεστή τριβών f . Η εξίσωση αυτή χρησιμοποιείται για την

περίπτωση των υδραυλικά τραχέων σωλήνων.
Μετατρέψαμε την παραπάνω σχέση από πεπλεγμένη μορφή σε ρητή μορφή ως προς το συντελεστή τριβών f , προκειμένου να γίνει ο απευθείας υπολογισμός του συντελεστή f συναρτήσει του ύψους της τραχύτητας k_s , που αντιστοιχεί σε κάθε υλικό αγωγού και της διαμέτρου $D = 200$ mm., την οποία θεωρούμε ως διάμετρο του αγωγού στο παρόν πρόβλημα:

$$f = \left[2 \cdot \log\left(\frac{k_s / D}{3.72}\right) \right]^{-2} \quad (2.1)$$

Λαμβάνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα για τον συντελεστή τριβών f , του οποίου οι τιμές είναι της τάξεως των 10^{-2} .

Υλικό αγωγού	k_s (σε mm.)	D (σε mm.)	k_s/D	$C=(k_s/D)/3,72$	$2*\text{Log}(C)$	$f=[2*\text{Log}(C)]^{-2}$
Σκυρόδεμα (beton)	0,305	200	0,001525	0,000409946	-6,7745462	0,021789115
Χάλυβας καρφωτός	0,915	200	0,004575	0,001229839	-5,8203037	0,02951948
Χάλυβας με εσωτερική ασφάλτωση	0,015	200	0,000075	2,01613E-05	-9,3909634	0,011339129
Ξύλο	0,183	200	0,000915	0,000245968	-7,2182437	0,019192737
Χυτοσίδηρος	0,259	200	0,001295	0,000348118	-6,9165463	0,020903616
Χυτοσίδηρος μεταχειρισμένος	1	200	0,005	0,001344086	-5,7431459	0,030317983
Χυτοσίδηρος ασφαλτωμένος	0,122	200	0,00061	0,000163978	-7,5704262	0,01744855
Γαλβανισμένος σίδηρος	0,1525	200	0,0007625	0,000204973	-7,3766062	0,018377516
Σίδηρος εμπορίου ή ελατός σίδηρος	0,0458	200	0,000229	6,15591E-05	-8,4214149	0,014100349
Σωλήνες δι' ελάσεως	0,0152	200	0,000076	2,04301E-05	-9,3794587	0,011366963
Ορείχαλκος	0,025	200	0,000125	3,36022E-05	-8,9472659	0,012491636
Πλαστικό PVC καινούργιο	0,007	200	0,000035	9,4086E-06	-10,05295	0,009894936
Πλαστικό PVC μεταχειρισμένο	0,03	200	0,00015	4,03226E-05	-8,7889034	0,012945852
Αμιαντοτσιμέντο	0,02	200	0,0001	2,68817E-05	-9,1410859	0,011967527

Πίνακας 2-2

Από τα αποτελέσματα για τον συντελεστή f παρατηρούμε ότι παρουσιάζει τη μικρότερη τιμή για το υλικό κατασκευής από πλαστικό PVC καινούργιο.

2.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f . ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2^H.

Περιγραφή προβλήματος

Στο πρόβλημα έχουμε τρεις διαφορετικές διαμέτρους αγωγού κυκλικής διατομής για το καθένα υλικό: $D = 100 \text{ mm.}$, $D = 200 \text{ mm.}$ και $D = 500 \text{ mm.}$ Επίσης, έχουμε τιμές παροχής σε κάθε υλικό αγωγού και για κάθε διάμετρο από 10 lt. έως και 100 lt. Για κάθε υλικό (για κάθε ύψος τραχύτητας k_s) και για κάθε διάμετρο D έχουμε μια κατανομή ταχυτήτων συναρτήσει της παροχής Q που μεταφέρει ο εκάστοτε αγωγός. Η τιμή της ταχύτητας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V = \frac{4 \cdot Q}{2\pi \cdot D} \quad (2.2)$$

Επίσης, σε κάθε τιμή της παροχής αντιστοιχίζεται και μια τιμή του αριθμού Reynolds για κάθε υλικό αγωγού και για κάθε διάμετρό του. Ο αριθμός Re υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} \quad (2.3)$$

όπου $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$

Η εξίσωση υπολογισμού για το συντελεστή τριβών f που χρησιμοποιούμε είναι

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \text{Log}_{10} \left(\frac{k_s / D}{3.72} + \frac{64}{Re} \right) \quad (2.4)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι μια πιο απλοποιημένη μορφή της εξίσωσης των Colebrook και White και μπορεί να λάβει τη ρητή της μορφή ως εξής:

$$f = \left[-2 \cdot \text{Log}_{10} \left(\frac{k_s / D}{3.72} + \frac{64}{Re} \right) \right]^{-2} \quad (2.5)$$

Ο αριθμός Reynolds έχει υπολογιστεί σε προηγούμενο βήμα συναρτήσει της παροχής Q μέσω της ταχύτητας. Οπότε, για κάθε τιμή της παροχής Q υπολογίζεται μια τιμή του συντελεστή τριβών f και προκύπτουν τα αντίστοιχα διαγράμματα του f συναρτήσει της παροχής Q για κάθε υλικό και για τις τρεις διαφορετικές διαμέτρους αγωγών: 100 mm., 200 mm., 500 mm.

Ακολουθούν οι τρεις πίνακες υπολογισμού του αριθμού Reynolds συναρτήσει της διαμέτρου D για κάθε υλικό και κατόπιν οι πίνακες υπολογισμού του συντελεστή τριβών f συναρτήσει των τιμών της παροχής για κάθε διάμετρο D κάθε υλικού.

Υλικό αγωγού	ks (mm)	D (mm)	(Ks/100)/3,72
Σκυρόδεμα (beton)	0,305	100	0,000819892
Χάλυβας καρφωτός	0,915		0,002459677
Χάλυβας με εσωτερική ασφάλτωση	0,015		4,03226E-05
Ξύλο	0,183		0,000491935
Χυτοσίδηρος	0,259		0,000696237
Χυτοσίδηρος μεταχειρισμένος	1		0,002688172
Χυτοσίδηρος ασφαλτωμένος	0,122		0,000327957
Γαλβανισμένος σίδηρος	0,1525		0,000409946
Σίδηρος εμπορίου ή ελατός σίδηρος	0,0458		0,000123118
Σωλήνες δι' ελάσεως	0,0152		4,08602E-05
Ορείχαλκος	0,025		6,72043E-05
Πλαστικό PVC καινούργιο	0,007		1,88172E-05
Πλαστικό PVC μεταχειρισμένο	0,03		8,06452E-05
Αμιαντοτσιμέντο	0,02		5,37634E-05

Πίνακας 2-3

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	V (m/sec)	Re (ΓΙΑ D = 100)	64/Re (ΓΙΑ D = 100)
10	0,01	1,27388535	127388,535	0,0005024
15	0,015	1,910828025	191082,8025	0,000334933
20	0,02	2,547770701	254777,0701	0,0002512
25	0,025	3,184713376	318471,3376	0,00020096
30	0,03	3,821656051	382165,6051	0,000167467
35	0,035	4,458598726	445859,8726	0,000143543
40	0,04	5,095541401	509554,1401	0,0001256
45	0,045	5,732484076	573248,4076	0,000111644
50	0,05	6,369426752	636942,6752	0,00010048
55	0,055	7,006369427	700636,9427	9,13455E-05
60	0,06	7,643312102	764331,2102	8,37333E-05
65	0,065	8,280254777	828025,4777	7,72923E-05
70	0,07	8,917197452	891719,7452	7,17714E-05
75	0,075	9,554140127	955414,0127	6,69867E-05
80	0,08	10,1910828	1019108,28	0,0000628
85	0,085	10,82802548	1082802,548	5,91059E-05
90	0,09	11,46496815	1146496,815	5,58222E-05
95	0,095	12,10191083	1210191,083	5,28842E-05
100	0,1	12,7388535	1273885,35	0,00005024

Πίνακας 2-4

Υλικό αγωγού	ks (mm)	D (mm)	(Ks/200)/3,72
Σκυρόδεμα (beton)	0,305	200	0,000409946
Χάλυβας καρφωτός	0,915		0,001229839
Χάλυβας με εσωτερική ασφάλτωση	0,015		2,01613E-05
Ξύλο	0,183		0,000245968
Χυτοσίδηρος	0,259		0,000348118
Χυτοσίδηρος μεταχειρισμένος	1		0,001344086
Χυτοσίδηρος ασφαλτωμένος	0,122		0,000163978
Γαλβανισμένος σίδηρος	0,1525		0,000204973
Σίδηρος εμπορίου ή ελατός σίδηρος	0,0458		6,15591E-05
Σωλήνες δι' ελάσεως	0,0152		2,04301E-05
Ορείχαλκος	0,025		3,36022E-05
Πλαστικό PVC καινούργιο	0,007		9,4086E-06
Πλαστικό PVC μεταχειρισμένο	0,03		4,03226E-05
Αμιαντοτσιμέντο	0,02		2,68817E-05

Πίνακας 2-5

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	V (m/sec)	Re (ΓΙΑ D = 200)	64/Re (ΓΙΑ D = 200)
10	0,01	0,318471338	63694,26752	0,0010048
15	0,015	0,477707006	95541,40127	0,000669867
20	0,02	0,636942675	127388,535	0,0005024
25	0,025	0,796178344	159235,6688	0,00040192
30	0,03	0,955414013	191082,8025	0,000334933
35	0,035	1,114649682	222929,9363	0,000287086
40	0,04	1,27388535	254777,0701	0,0002512
45	0,045	1,433121019	286624,2038	0,000223289
50	0,05	1,592356688	318471,3376	0,00020096
55	0,055	1,751592357	350318,4713	0,000182691
60	0,06	1,910828025	382165,6051	0,000167467
65	0,065	2,070063694	414012,7389	0,000154585
70	0,07	2,229299363	445859,8726	0,000143543
75	0,075	2,388535032	477707,0064	0,000133973
80	0,08	2,547770701	509554,1401	0,0001256
85	0,085	2,707006369	541401,2739	0,000118212
90	0,09	2,866242038	573248,4076	0,000111644
95	0,095	3,025477707	605095,5414	0,000105768
100	0,1	3,184713376	636942,6752	0,00010048

Πίνακας 2-6

Υλικό αγωγού	ks (mm)	D (mm)	(Ks/500)/3,72
Σκυρόδεμα (beton)	0,305	500	0,000163978
Χάλυβας καρφωτός	0,915		0,000491935
Χάλυβας με εσωτερική ασφάλτωση	0,015		8,06452E-06
Ξύλο	0,183		9,83871E-05
Χυτοσίδηρος	0,259		0,000139247
Χυτοσίδηρος μεταχειρισμένος	1		0,000537634
Χυτοσίδηρος ασφαλτωμένος	0,122		6,55914E-05
Γαλβανισμένος σίδηρος	0,1525		8,19892E-05
Σίδηρος εμπορίου ή ελατός σίδηρος	0,0458		2,46237E-05
Σωλήνες δι' ελάσεως	0,0152		8,17204E-06
Ορείχαλκος	0,025		1,34409E-05
Πλαστικό PVC καινούργιο	0,007		3,76344E-06
Πλαστικό PVC μεταχειρισμένο	0,03		1,6129E-05
Αμιαντοτσιμέντο	0,02		1,07527E-05

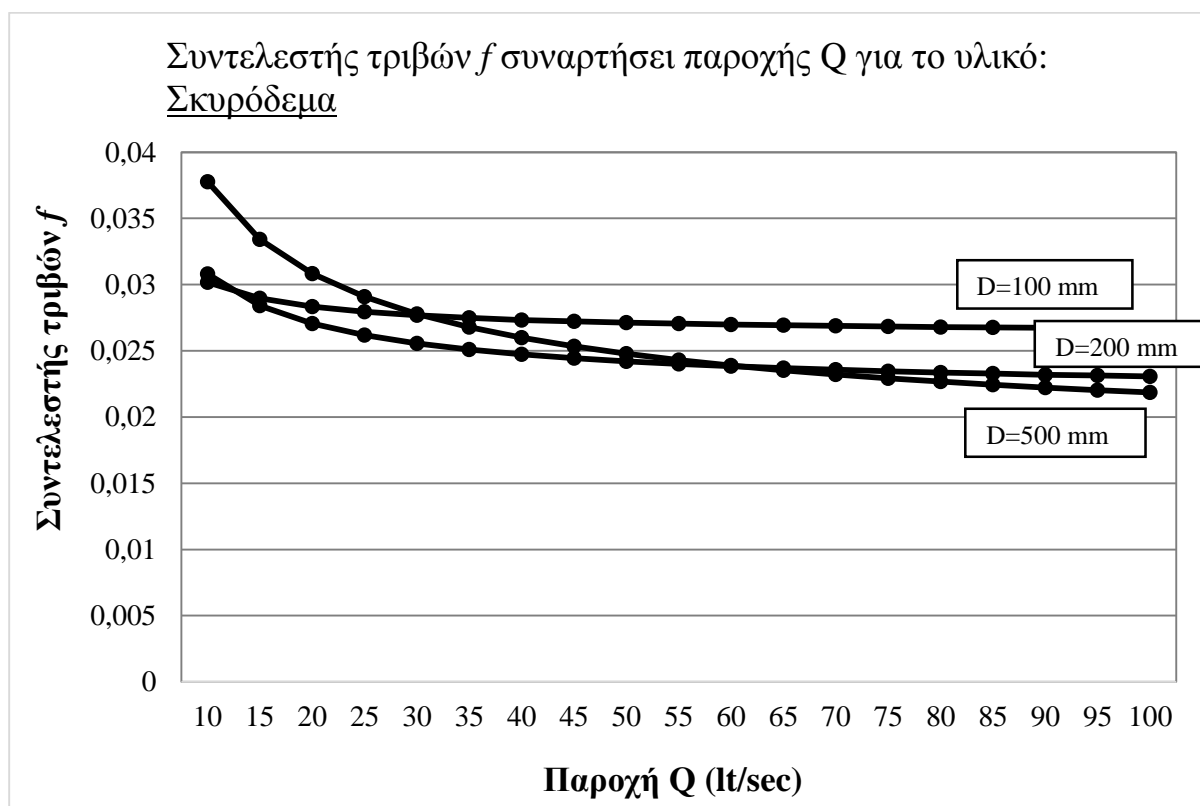
Πίνακας 2-7

Q (lt/sec)	Q (m³/sec)	V(m/sec)	Re (ΓΙΑ D = 500)	64/Re (ΓΙΑ D = 500)
10	0,01	0,050955414	25477,70701	0,002512
15	0,015	0,076433121	38216,56051	0,001674667
20	0,02	0,101910828	50955,41401	0,001256
25	0,025	0,127388535	63694,26752	0,0010048
30	0,03	0,152866242	76433,12102	0,000837333
35	0,035	0,178343949	89171,97452	0,000717714
40	0,04	0,203821656	101910,828	0,000628
45	0,045	0,229299363	114649,6815	0,000558222
50	0,05	0,25477707	127388,535	0,0005024
55	0,055	0,280254777	140127,3885	0,000456727
60	0,06	0,305732484	152866,242	0,000418667
65	0,065	0,331210191	165605,0955	0,000386462
70	0,07	0,356687898	178343,949	0,000358857
75	0,075	0,382165605	191082,8025	0,000334933
80	0,08	0,407643312	203821,6561	0,000314
85	0,085	0,433121019	216560,5096	0,000295529
90	0,09	0,458598726	229299,3631	0,000279111
95	0,095	0,484076433	242038,2166	0,000264421
100	0,1	0,50955414	254777,0701	0,0002512

Πίνακας 2-8

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	f ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ D = 100	f_ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ D = 200	f_ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ D = 500
10	0,01	0,030168624	0,030793362	0,037776644
15	0,015	0,028972711	0,028405795	0,033409187
20	0,02	0,028338477	0,027054435	0,030828044
25	0,025	0,027944506	0,026174485	0,029075872
30	0,03	0,027675748	0,025552325	0,027788324
35	0,035	0,027480602	0,025087672	0,026792164
40	0,04	0,027332429	0,02472675	0,025992988
45	0,045	0,027216074	0,02443796	0,025334337
50	0,05	0,027122272	0,02420145	0,024780081
55	0,055	0,027045041	0,02400409	0,024305869
60	0,06	0,026980343	0,023836834	0,023894611
65	0,065	0,026925355	0,02369324	0,023533905
70	0,07	0,026878042	0,023568589	0,023214509
75	0,075	0,026836901	0,023459346	0,02292937
80	0,08	0,026800799	0,023362806	0,022673004
85	0,085	0,026768862	0,023276868	0,022441071
90	0,09	0,02674041	0,023199868	0,022230089
95	0,095	0,0267149	0,023130476	0,022037225
100	0,1	0,026691899	0,023067614	0,021860149

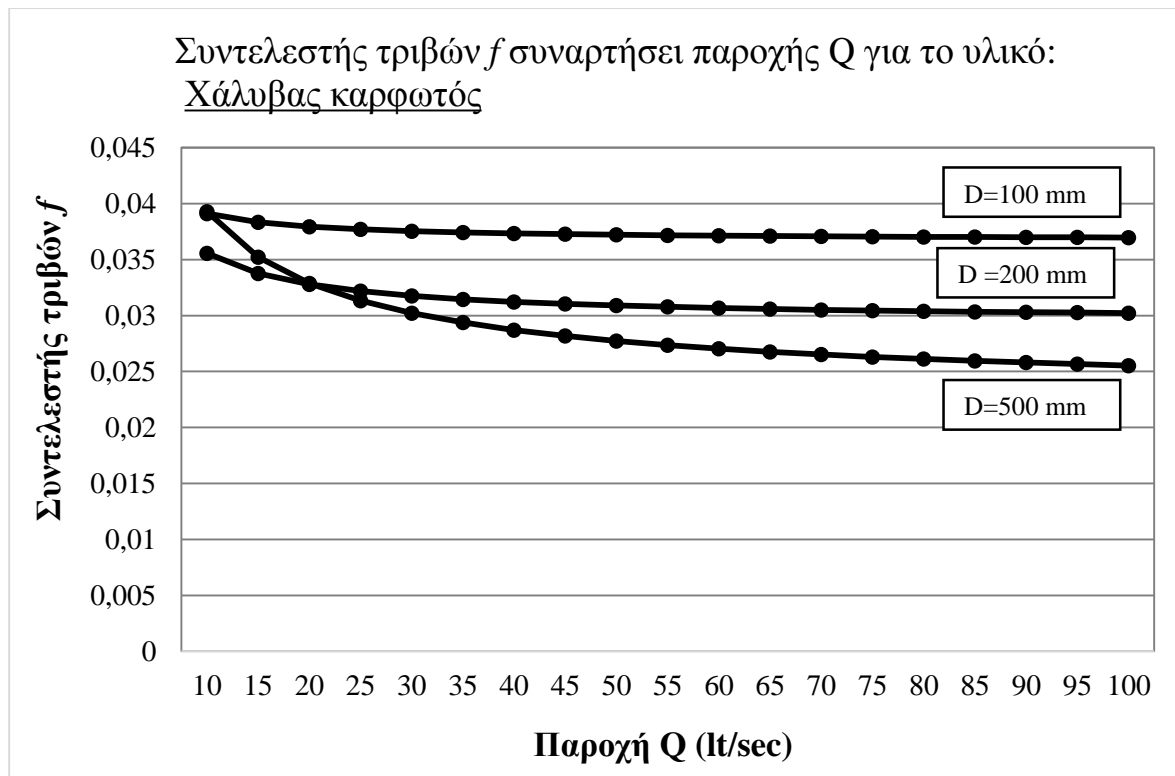
Πίνακας 2-9



Σχήμα 2.1

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	$f_{\text{ΧΑΛΥΒΑΣ}}$ ΚΑΡΦΩΤΟΣ D = 100	$f_{\text{ΧΑΛΥΒΑΣ}}$ ΚΑΡΦΩΤΟΣ D = 200	$f_{\text{ΧΑΛΥΒΑΣ}}$ ΚΑΡΦΩΤΟΣ D = 500
10	0,01	0,039106343	0,03557857	0,039295543
15	0,015	0,038336063	0,033758472	0,035220829
20	0,02	0,037942457	0,03278565	0,032878876
25	0,025	0,037703417	0,032177985	0,031329085
30	0,03	0,037542817	0,031761742	0,030216581
35	0,035	0,037427482	0,031458553	0,029374184
40	0,04	0,037340634	0,031227772	0,028711666
45	0,045	0,03727288	0,031046182	0,028175603
50	0,05	0,037218544	0,030899547	0,027732148
55	0,055	0,037174	0,030778649	0,027358725
60	0,06	0,037136819	0,03067725	0,027039649
65	0,065	0,037105316	0,030590981	0,026763656
70	0,07	0,037078281	0,030516687	0,026522434
75	0,075	0,037054826	0,030452036	0,026309705
80	0,08	0,037034286	0,030395263	0,026120633
85	0,085	0,037016148	0,03034501	0,025951429
90	0,09	0,037000014	0,030300215	0,025799083
95	0,095	0,036985569	0,030260033	0,025661165
100	0,1	0,036972562	0,030223786	0,025535699

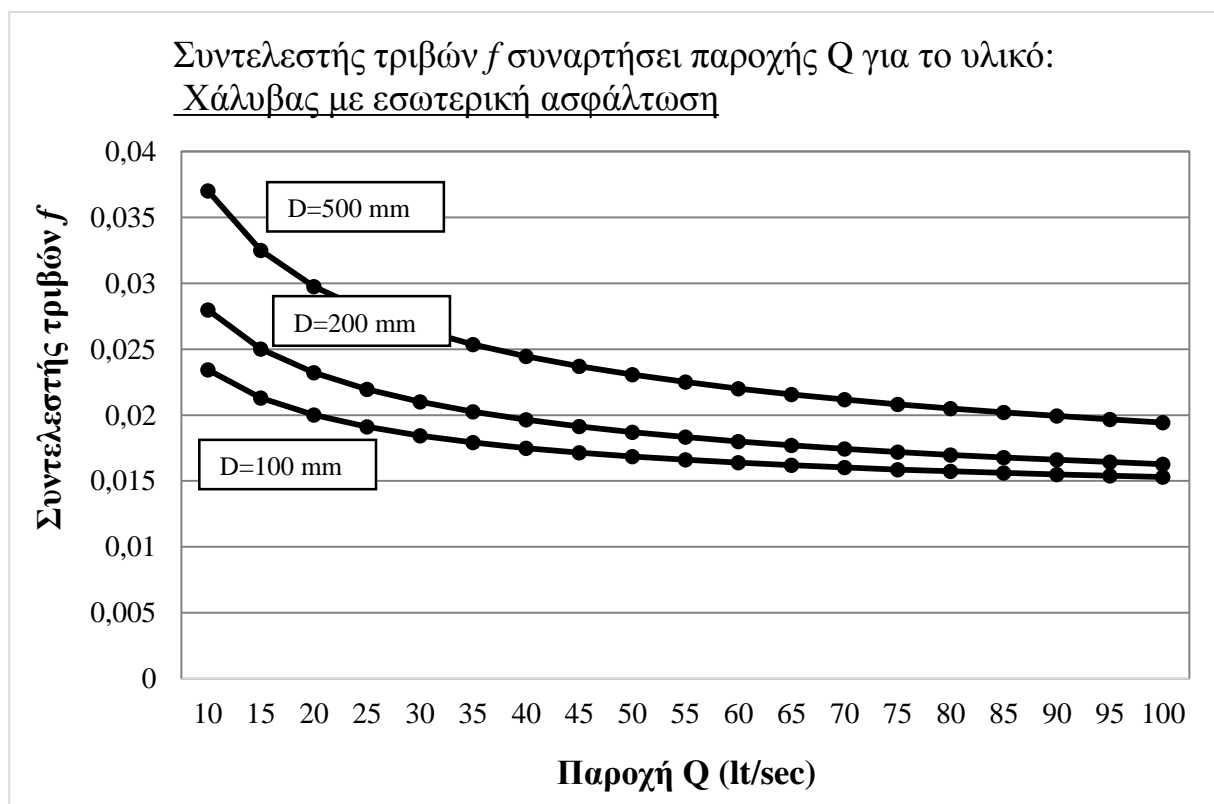
Πίνακας 2-10



Σχήμα 2.2

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	f_ΧΑΛΥΒΑΣ ΜΕ ΕΣΩΤ. ΑΣΦΑΛΤΩΣΗ D = 100	f_ΧΑΛΥΒΑΣ ΜΕ ΕΣΩΤ. ΑΣΦΑΛΤΩΣΗ D = 200	f_ΧΑΛΥΒΑΣ ΜΕ ΕΣΩΤ. ΑΣΦΑΛΤΩΣΗ D = 500
10	0,01	0,0234456	0,027977131	0,03702244
15	0,015	0,021303371	0,025018104	0,032488653
20	0,02	0,020002332	0,023211285	0,029762821
25	0,025	0,019104214	0,021953026	0,027880867
30	0,03	0,018436714	0,021008181	0,026474768
35	0,035	0,017916062	0,020263025	0,025368993
40	0,04	0,017495836	0,019654736	0,024467574
45	0,045	0,017147908	0,019145305	0,023712927
50	0,05	0,016854084	0,018710158	0,02306807
55	0,055	0,016601993	0,018332583	0,022507991
60	0,06	0,016382888	0,018000749	0,022015066
65	0,065	0,016190382	0,017706003	0,021576461
70	0,07	0,016019686	0,017441847	0,02118257
75	0,075	0,015867131	0,017203289	0,020826034
80	0,08	0,015729851	0,016986418	0,020501108
85	0,085	0,015605571	0,016788119	0,020203225
90	0,09	0,015492457	0,016605878	0,019928705
95	0,095	0,015389016	0,016437636	0,019674542
100	0,1	0,015294015	0,016281687	0,019438252

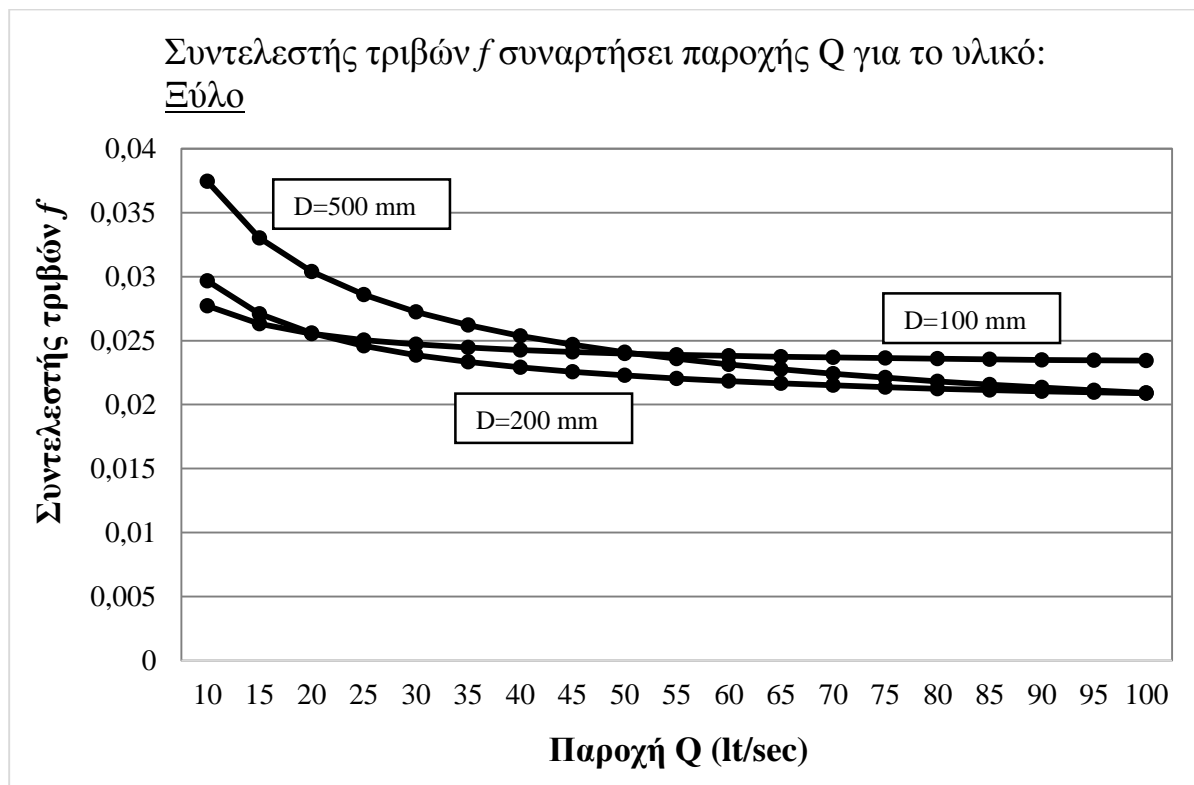
Πίνακας 2-11



Σχήμα 2.3

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	$f_{\text{ΞΥΛΟ D = 100}}$	$f_{\text{ΞΥΛΟ D = 200}}$	$f_{\text{ΞΥΛΟ D = 500}}$
10	0,01	0,027732148	0,029668719	0,037462087
15	0,015	0,026309705	0,027083958	0,033027145
20	0,02	0,025535699	0,025585507	0,03038812
25	0,025	0,025046636	0,024590485	0,028584744
30	0,03	0,024708918	0,023875386	0,027251058
35	0,035	0,024461445	0,023333891	0,026212802
40	0,04	0,024272196	0,022908263	0,025374874
45	0,045	0,024122732	0,022564178	0,024680305
50	0,05	0,024001674	0,022279833	0,024092575
55	0,055	0,02390161	0,022040661	0,02358703
60	0,06	0,023817506	0,021836532	0,023146332
65	0,065	0,023745821	0,021660167	0,022757879
70	0,07	0,023683989	0,021506193	0,022412259
75	0,075	0,023630107	0,021370552	0,022102275
80	0,08	0,023582734	0,02125012	0,021822321
85	0,085	0,023540755	0,021142452	0,021567951
90	0,09	0,023503298	0,021045602	0,021335588
95	0,095	0,02346967	0,020958004	0,021122318
100	0,1	0,023439311	0,020878384	0,020925739

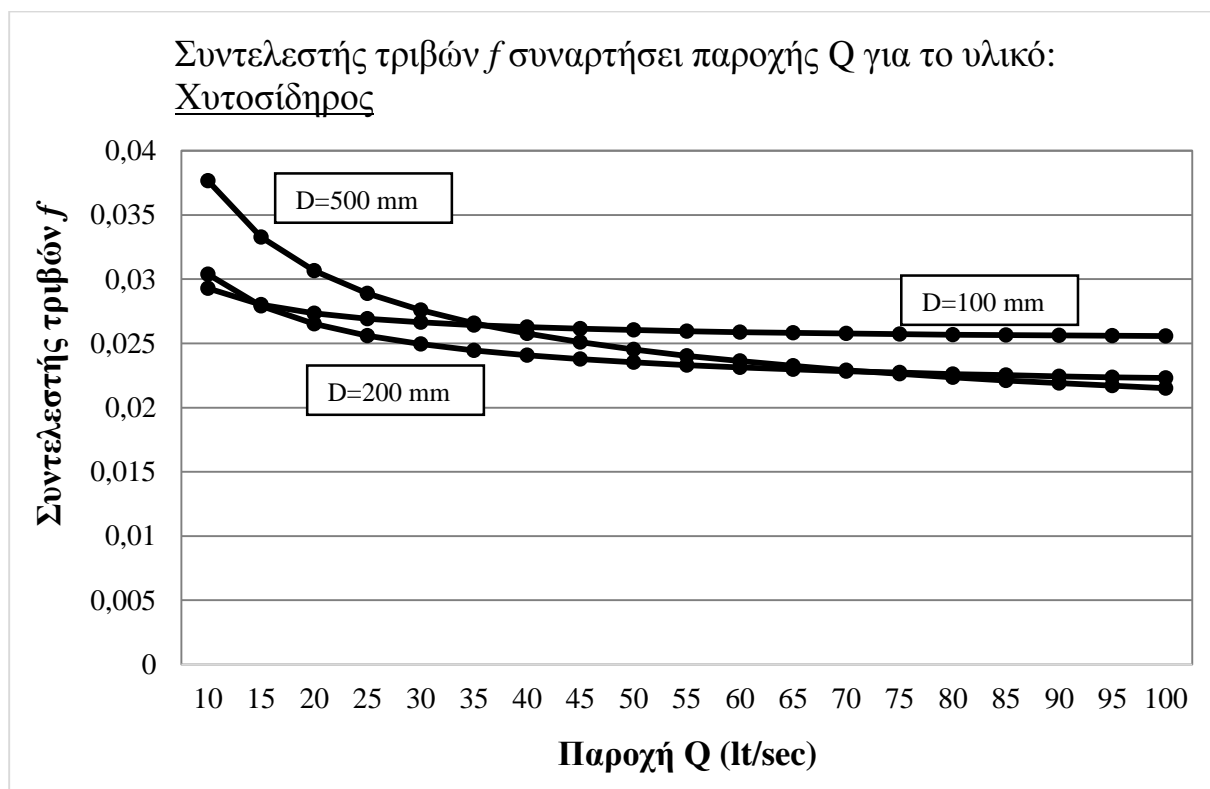
Πίνακας 2-12



Σχήμα 2.4

Q(lt/sec)	Q(m ³ /sec)	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ}_D = 100}$	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ}_D = 200}$	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ}_D = 500}$
10	0,01	0,029294358	0,030378137	0,037658493
15	0,015	0,028026289	0,027921693	0,033265992
20	0,02	0,02734856	0,026520015	0,030663496
25	0,025	0,026925456	0,025601367	0,028892543
30	0,03	0,026635805	0,024948395	0,027588164
35	0,035	0,02642494	0,024458575	0,026576728
40	0,04	0,026264508	0,024076681	0,025763561
45	0,045	0,026138324	0,02377013	0,025092005
50	0,05	0,026036465	0,023518378	0,024525778
55	0,055	0,025952509	0,023307789	0,024040412
60	0,06	0,025882114	0,023128939	0,023618719
65	0,065	0,025822236	0,022975098	0,02324822
70	0,07	0,025770681	0,022841324	0,022919605
75	0,075	0,025725825	0,022723907	0,022625766
80	0,08	0,025686442	0,02262	0,022361171
85	0,085	0,025651587	0,022527386	0,02212144
90	0,09	0,025620522	0,022444309	0,021903052
95	0,095	0,025592659	0,022369362	0,021703144
100	0,1	0,025567528	0,022301402	0,021519359

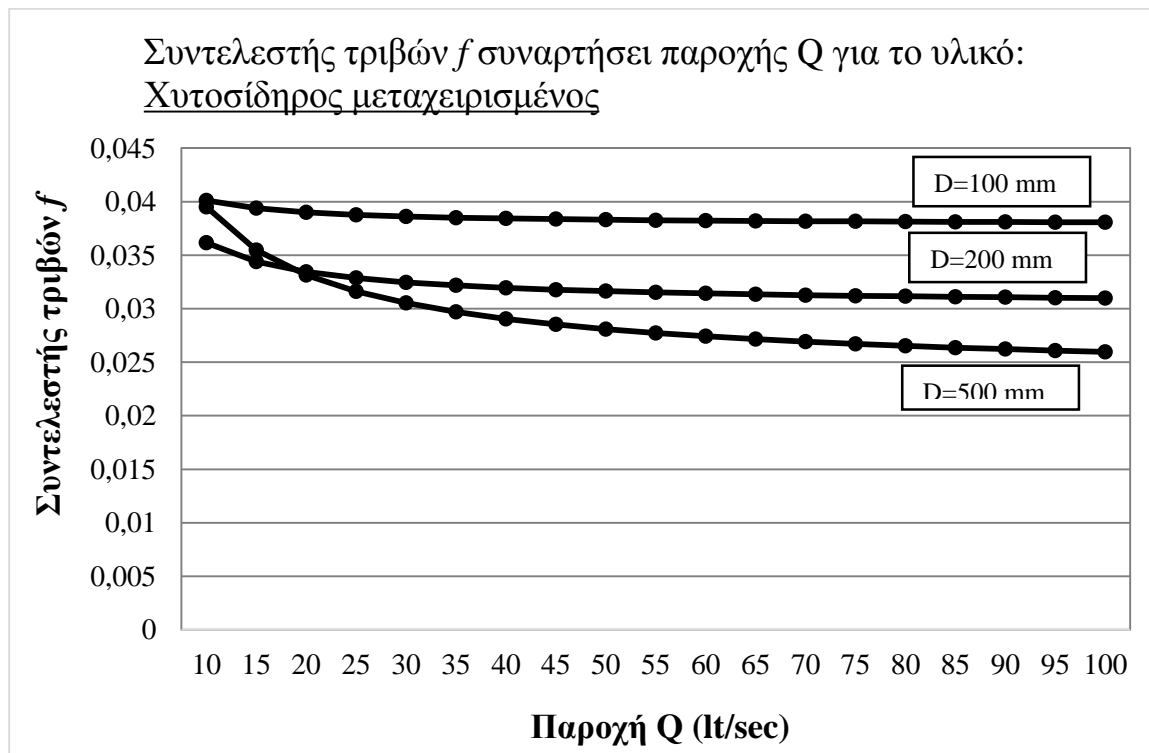
Πίνακας 2-13



Σχήμα 2.5

Q(lt/sec)	Q(m ³ /sec)	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ}}$ ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΣΜΕΝΟΣ_D=100	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ}}$ ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΣΜΕΝΟΣ_D=200	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ}}$ ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΣΜΕΝΟΣ_D=500
10	0,01	0,040124082	0,036167062	0,039500653
15	0,015	0,039381765	0,034396647	0,035461737
20	0,02	0,039003173	0,033454375	0,033147806
25	0,025	0,038773503	0,032867441	0,031620827
30	0,03	0,038619308	0,032466201	0,03052738
35	0,035	0,038508628	0,032174378	0,029701201
40	0,04	0,038425318	0,031952507	0,029052686
45	0,045	0,038360341	0,031778092	0,028528854
50	0,05	0,038308246	0,031637359	0,028096188
55	0,055	0,038265546	0,0315214	0,027732359
60	0,06	0,03822991	0,031424196	0,027421876
65	0,065	0,03819972	0,031341535	0,027153628
70	0,07	0,038173814	0,031270377	0,026919423
75	0,075	0,038151343	0,031208477	0,026713084
80	0,08	0,038131664	0,031154136	0,026529856
85	0,085	0,038114289	0,031106049	0,02636602
90	0,09	0,038098834	0,031063195	0,02621862
95	0,095	0,038084998	0,031024764	0,026085277
100	0,1	0,03807254	0,030990103	0,025964054

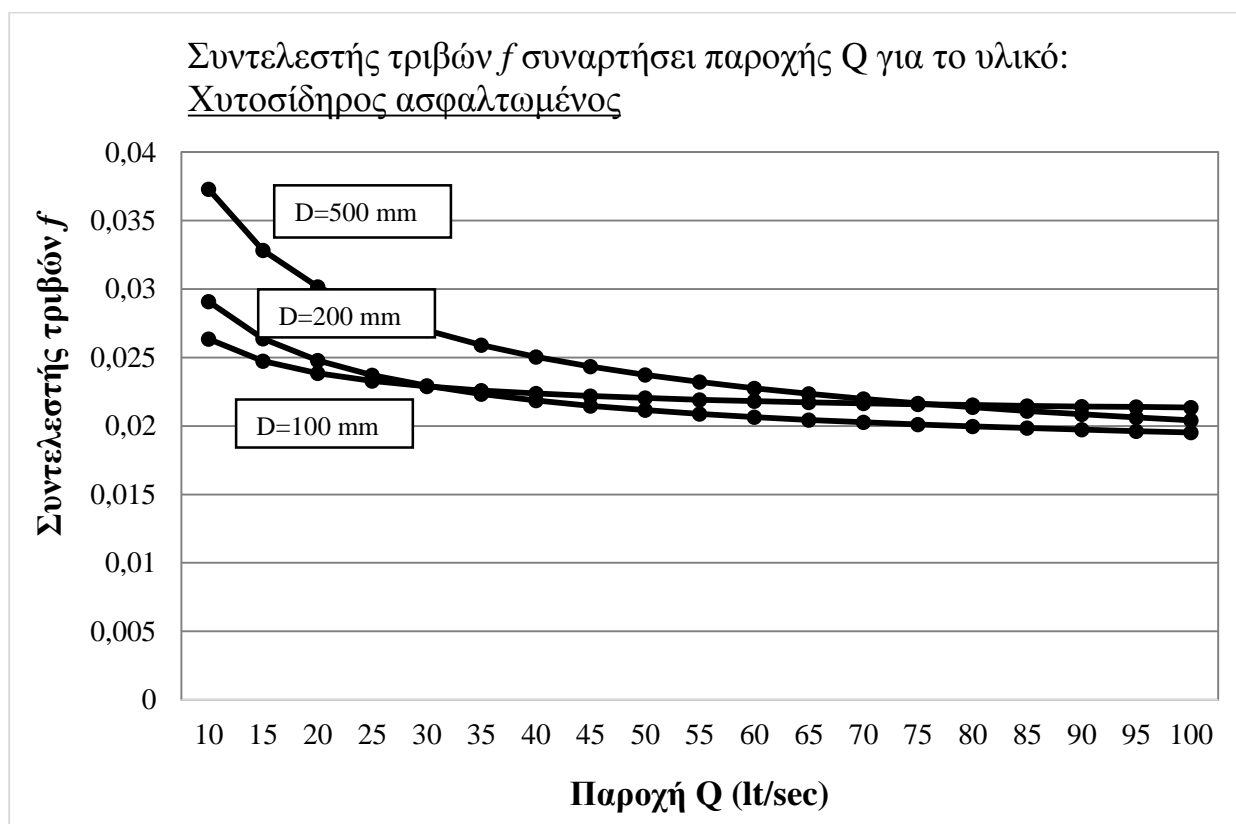
Πίνακας 2-14



Σχήμα 2.6

Q(lt/sec)	Q(m ³ /sec)	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ ΑΣΦΑΛΤΩΜΕΝΟΣ D=100}}$	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ ΑΣΦΑΛΤΩΜΕΝΟΣ D=200}}$	$f_{\text{ΧΥΤΟΣΙΔΗΡΟΣ ΑΣΦΑΛΤΩΜΕΝΟΣ D=500}}$
10	0,01	0,026340941	0,029075872	0,037303341
15	0,015	0,024744555	0,026372101	0,032833334
20	0,02	0,023856128	0,024780081	0,030163797
25	0,025	0,023285729	0,023708577	0,028333052
30	0,03	0,022887111	0,02292937	0,026974369
35	0,035	0,022592284	0,022333152	0,025913012
40	0,04	0,022365139	0,021860149	0,02505355
45	0,045	0,022184652	0,021474583	0,02433878
50	0,05	0,022037722	0,021153575	0,023732005
55	0,055	0,02191575	0,020881736	0,023208432
60	0,06	0,021812854	0,020648299	0,022750612
65	0,065	0,021724871	0,020445479	0,022345852
70	0,07	0,021648769	0,020267498	0,021984663
75	0,075	0,021582287	0,020109968	0,021659785
80	0,08	0,021523707	0,01996949	0,021365555
85	0,085	0,021471696	0,019843393	0,02109748
90	0,09	0,021425205	0,01972954	0,020851942
95	0,095	0,0213834	0,019626205	0,020625989
100	0,1	0,021345604	0,019531974	0,020417185

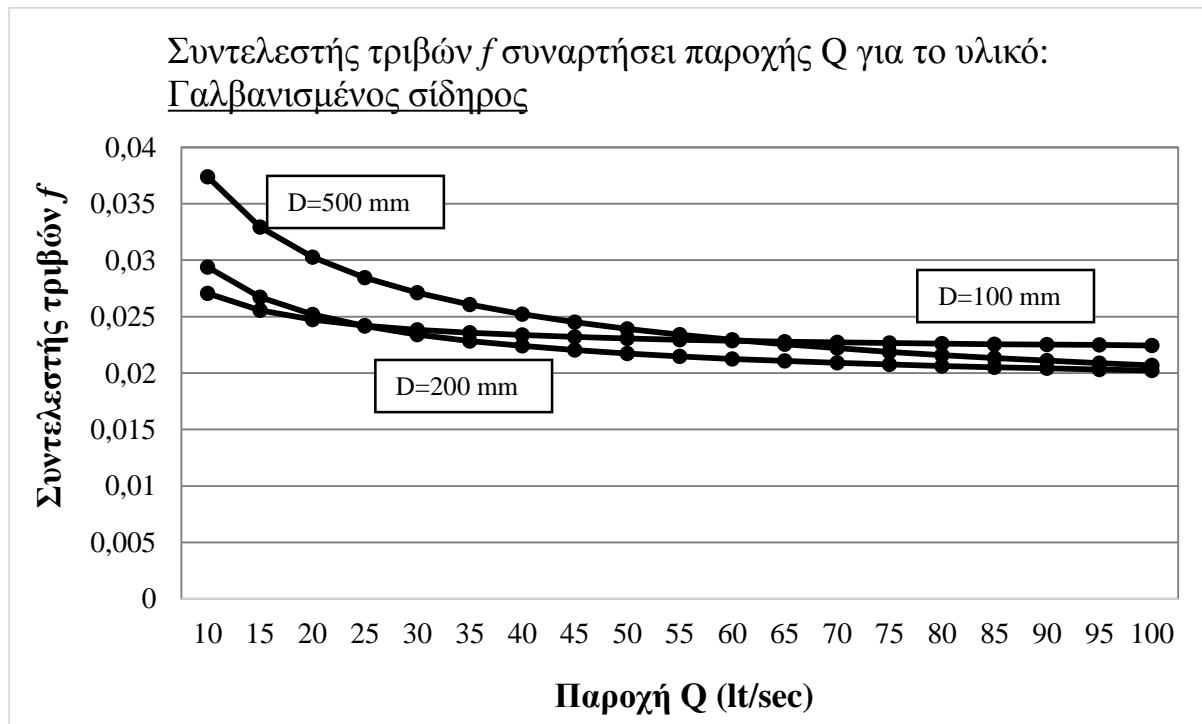
Πίνακας 2-15



Σχήμα 2.7

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	$f_{\text{ΓΑΛΒΑΝΙΣΜΕΝΟΣ ΣΙΔΗΡΟΣ D = 100}}$	$f_{\text{ΓΑΛΒΑΝΙΣΜΕΝΟΣ ΣΙΔΗΡΟΣ D = 200}}$	$f_{\text{ΓΑΛΒΑΝΙΣΜΕΝΟΣ ΣΙΔΗΡΟΣ D = 500}}$
10	0,01	0,027054435	0,029375076	0,037382839
15	0,015	0,025552325	0,026732818	0,032930478
20	0,02	0,02472675	0,025189642	0,030276334
25	0,025	0,02420145	0,024158401	0,02845943
30	0,03	0,023836834	0,023413189	0,027113418
35	0,035	0,023568589	0,022846174	0,026063797
40	0,04	0,023362806	0,022398595	0,0252153
45	0,045	0,023199868	0,0220354	0,024510837
50	0,05	0,023067614	0,021734253	0,0239138
55	0,055	0,0229581	0,021480181	0,023399464
60	0,06	0,022865913	0,021262741	0,022950433
65	0,065	0,022787233	0,021074408	0,022554061
70	0,07	0,02271929	0,020909612	0,022200894
75	0,075	0,022660022	0,020764136	0,021883705
80	0,08	0,022607865	0,020634727	0,021596857
85	0,085	0,022561611	0,020518827	0,021335881
90	0,09	0,02252031	0,020414404	0,021097179
95	0,095	0,022483205	0,020319813	0,020877817
100	0,1	0,022449688	0,020233716	0,020675377

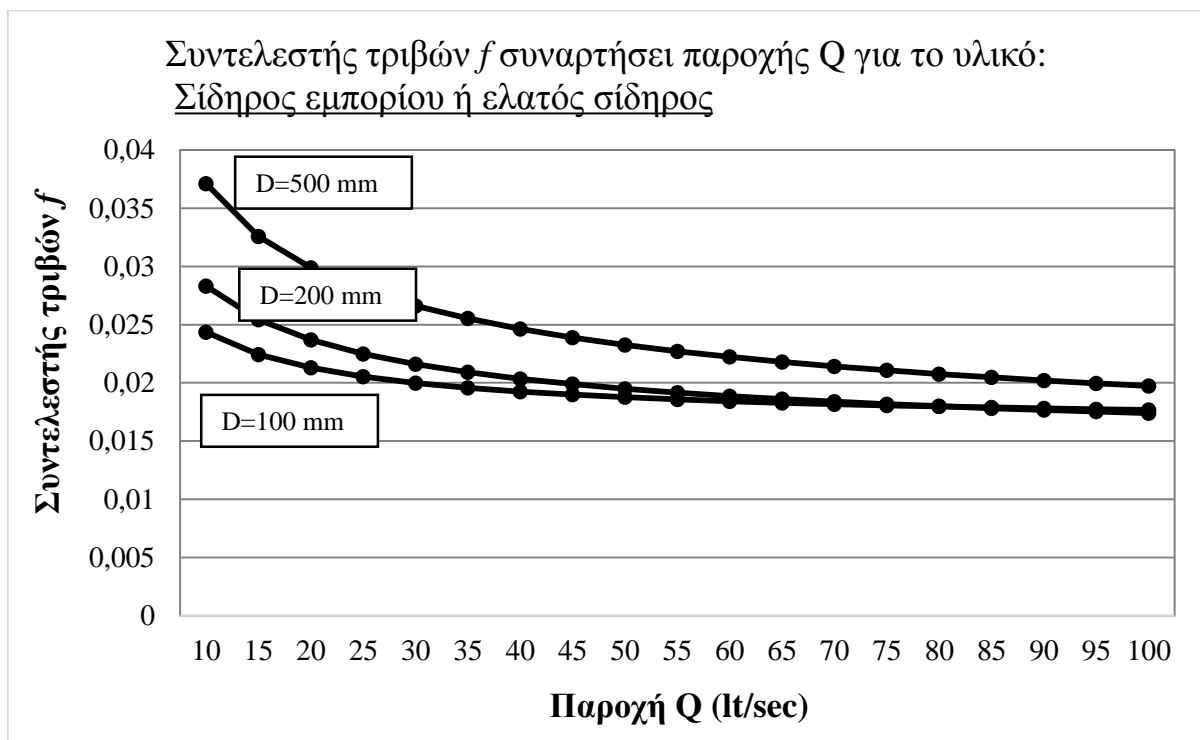
Πίνακας 2-16



Σχήμα 2.8

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	$f_{\text{ΣΙΔΗΡΟΣ ΕΜΠΟΡΙΟΥ Ή ΕΛΑΤΟΣ D = 100}}$	$f_{\text{ΣΙΔΗΡΟΣ ΕΜΠΟΡΙΟΥ Ή ΕΛΑΤΟΣ D = 200}}$	$f_{\text{ΣΙΔΗΡΟΣ ΕΜΠΟΡΙΟΥ Ή ΕΛΑΤΟΣ D = 500}}$
10	0,01	0,024356791	0,028301809	0,037103622
15	0,015	0,022422545	0,025423484	0,032588501
20	0,02	0,021289864	0,023686822	0,029879251
25	0,025	0,02053293	0,02249141	0,02801248
30	0,03	0,01998651	0,021603861	0,026620529
35	0,035	0,019571365	0,020911554	0,025528089
40	0,04	0,019244206	0,020352418	0,024639346
45	0,045	0,018979174	0,019888992	0,023896821
50	0,05	0,018759782	0,019497118	0,023263609
55	0,055	0,01857498	0,019160409	0,02271476
60	0,06	0,018417062	0,018867296	0,022232697
65	0,065	0,018280479	0,018609344	0,021804625
70	0,07	0,018161126	0,018380236	0,021420968
75	0,075	0,0180559	0,018175133	0,021074397
80	0,08	0,017962406	0,017990257	0,020759185
85	0,085	0,017878766	0,017822609	0,020470787
90	0,09	0,017803488	0,017669775	0,020205539
95	0,095	0,017735366	0,017529783	0,019960449
100	0,1	0,017673418	0,017401011	0,019733045

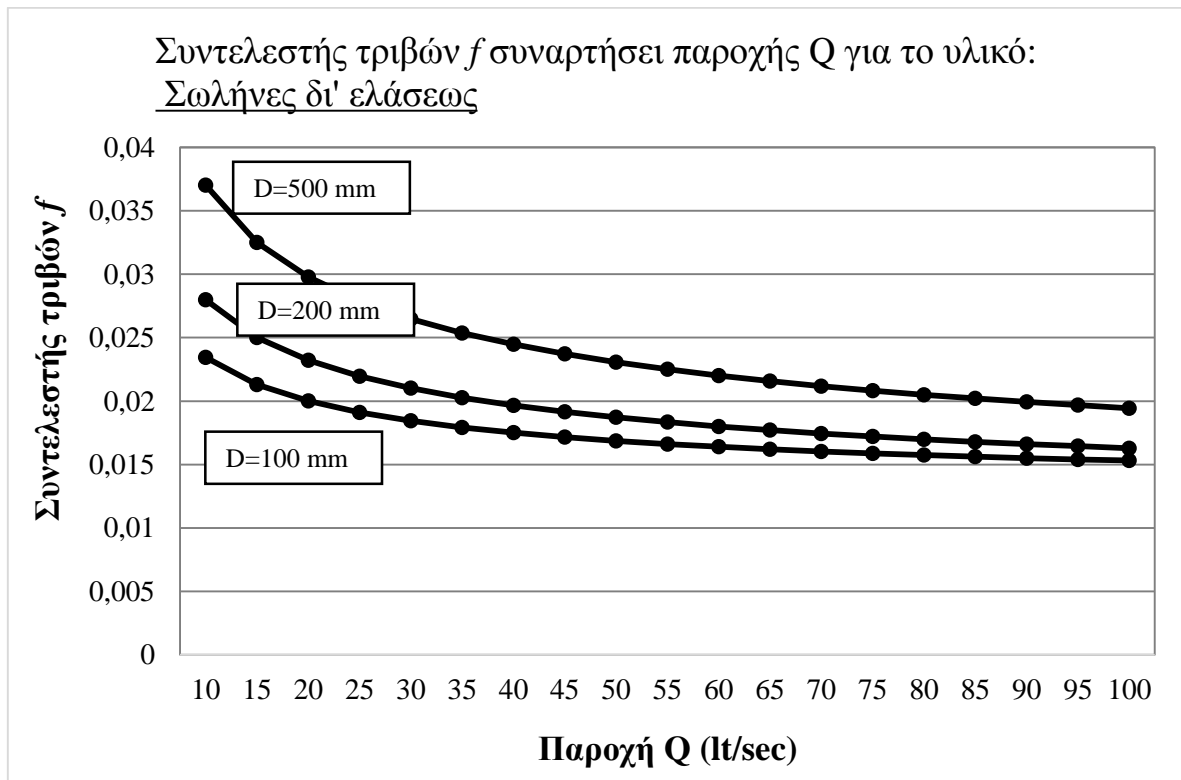
Πίνακας 2-17



Σχήμα 2.9

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	$f_{\text{ΣΩΛΗΝΕΣ ΔΙ' ΕΛΑΣΕΩΣ D = 100}}$	$f_{\text{ΣΩΛΗΝΕΣ ΔΙ' ΕΛΑΣΕΩΣ D = 200}}$	$f_{\text{ΣΩΛΗΝΕΣ ΔΙ' ΕΛΑΣΕΩΣ D = 500}}$
10	0,01	0,023451776	0,027979263	0,037022968
15	0,015	0,021311107	0,025020781	0,032489303
20	0,02	0,02001139	0,023214444	0,029763579
25	0,025	0,019114427	0,021956624	0,027881725
30	0,03	0,018447957	0,021012185	0,02647572
35	0,035	0,017928232	0,020267408	0,025370032
40	0,04	0,017508848	0,019659477	0,024468698
45	0,045	0,017161692	0,019150384	0,023714132
50	0,05	0,016868579	0,018715561	0,023069352
55	0,055	0,016617147	0,018338295	0,022509348
60	0,06	0,016398653	0,018006757	0,022016496
65	0,065	0,016206716	0,017712296	0,021577962
70	0,07	0,016036553	0,017448415	0,021184139
75	0,075	0,015884497	0,017210121	0,020827671
80	0,08	0,015747687	0,016993506	0,02050281
85	0,085	0,01562385	0,016795456	0,020204992
90	0,09	0,015511154	0,016613455	0,019930535
95	0,095	0,015408108	0,016445445	0,019676434
100	0,1	0,015313482	0,016289723	0,019440204

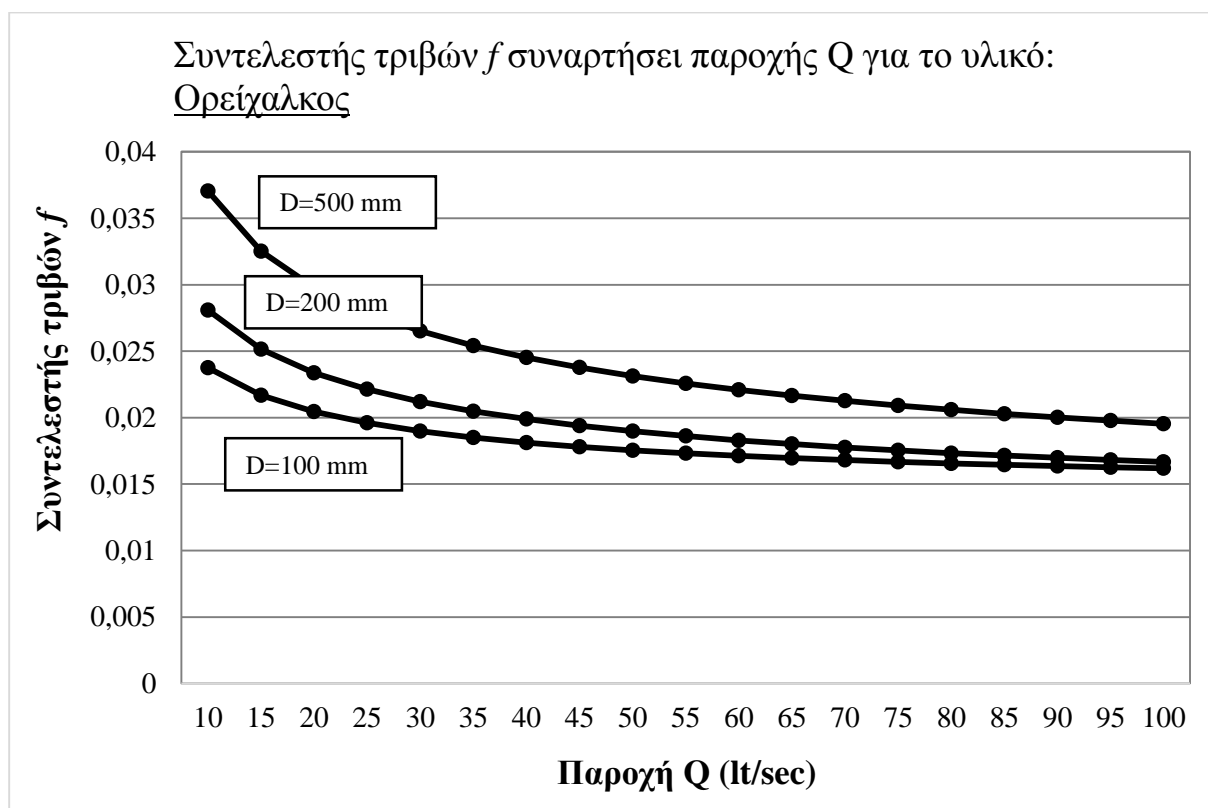
Πίνακας 2-18



Σχήμα 2.10

Q (lt/sec)	Q (m ³ /sec)	f_ΟΡΕΙΧΑΛΚΟΣ D = 100	f_ΟΡΕΙΧΑΛΚΟΣ D = 200	f_ΟΡΕΙΧΑΛΚΟΣ D = 500
10	0,01	0,023750025	0,028083342	0,037048827
15	0,015	0,021682058	0,025151247	0,032521128
20	0,02	0,020442947	0,023368086	0,029800714
25	0,025	0,019598129	0,022131234	0,02792373
30	0,03	0,018977399	0,021206093	0,026522272
35	0,035	0,018498338	0,020479282	0,025420878
40	0,04	0,018115472	0,019888207	0,024523631
45	0,045	0,017801371	0,019395026	0,023772981
50	0,05	0,017538373	0,018975293	0,023131971
55	0,055	0,017314528	0,01861239	0,022575608
60	0,06	0,017121425	0,018294566	0,022086284
65	0,065	0,016952953	0,018013232	0,021651177
70	0,07	0,016804554	0,017761944	0,02126069
75	0,075	0,01667275	0,017535754	0,020907475
80	0,08	0,016554839	0,017330792	0,020585791
85	0,085	0,016448686	0,017143976	0,02029108
90	0,09	0,016352578	0,016972822	0,020019666
95	0,095	0,016265125	0,016815295	0,019768547
100	0,1	0,016185189	0,016669717	0,019535243

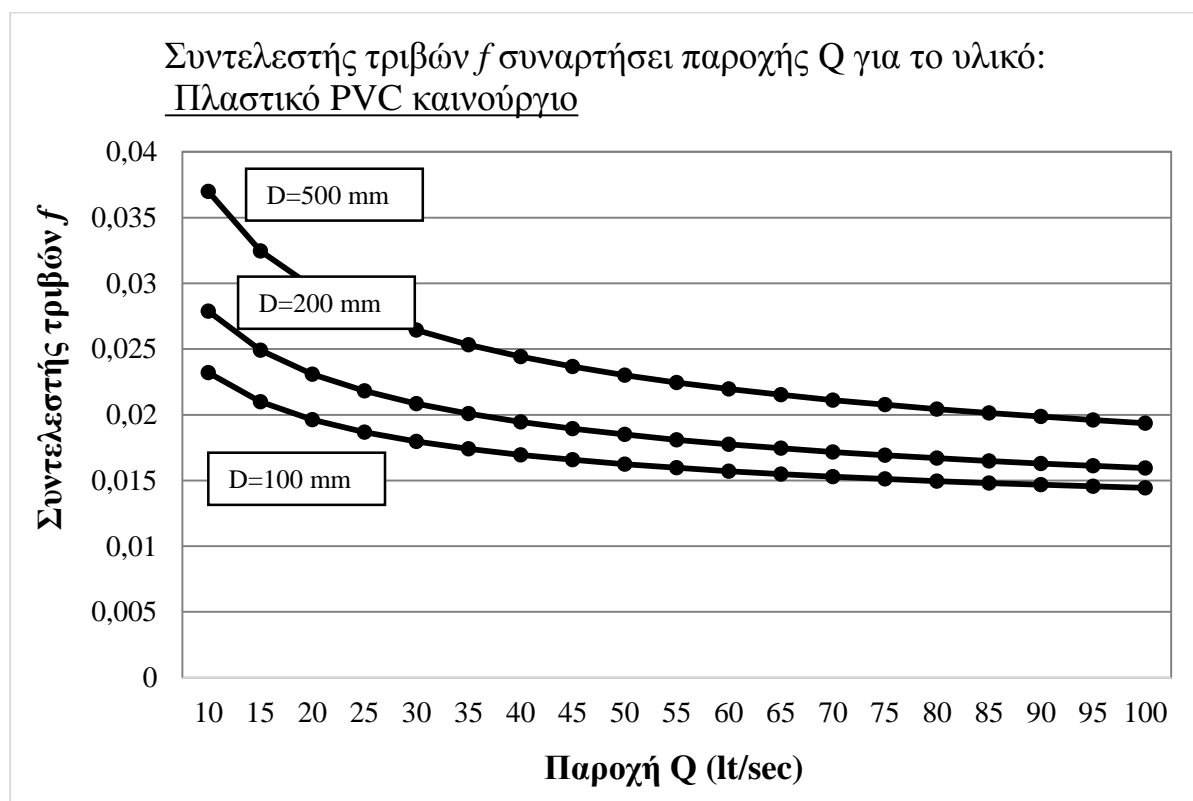
Πίνακας 2-19



Σχήμα 2.11

Q(lt/sec)	Q(m ³ /sec)	f_ΠΛΑΣΤΙΚΟ PVC ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ D = 100	f_ΠΛΑΣΤΙΚΟ PVC ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ D = 200	f_ΠΛΑΣΤΙΚΟ PVC ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ D =500
10	0,01	0,023195471	0,027891595	0,03700131
15	0,015	0,020988135	0,024910487	0,032462634
20	0,02	0,019630989	0,023084084	0,029732442
25	0,025	0,018683081	0,021807936	0,027846483
30	0,03	0,017970624	0,020846469	0,02643664
35	0,035	0,017408904	0,020085696	0,025327322
40	0,04	0,016950846	0,019462619	0,024422526
45	0,045	0,016567841	0,018939103	0,023664638
50	0,05	0,016241328	0,018490482	0,023016656
55	0,055	0,015958644	0,018099971	0,022453554
60	0,06	0,015710804	0,017755679	0,021957695
65	0,065	0,015491227	0,017448909	0,021516235
70	0,07	0,015294961	0,017173124	0,021119561
75	0,075	0,015118194	0,016923297	0,020760307
80	0,08	0,014957942	0,016695491	0,020432721
85	0,085	0,014811824	0,016486568	0,020132233
90	0,09	0,014677916	0,016293991	0,019855159
95	0,095	0,014554642	0,016115683	0,019598488
100	0,1	0,014440699	0,015949924	0,019359733

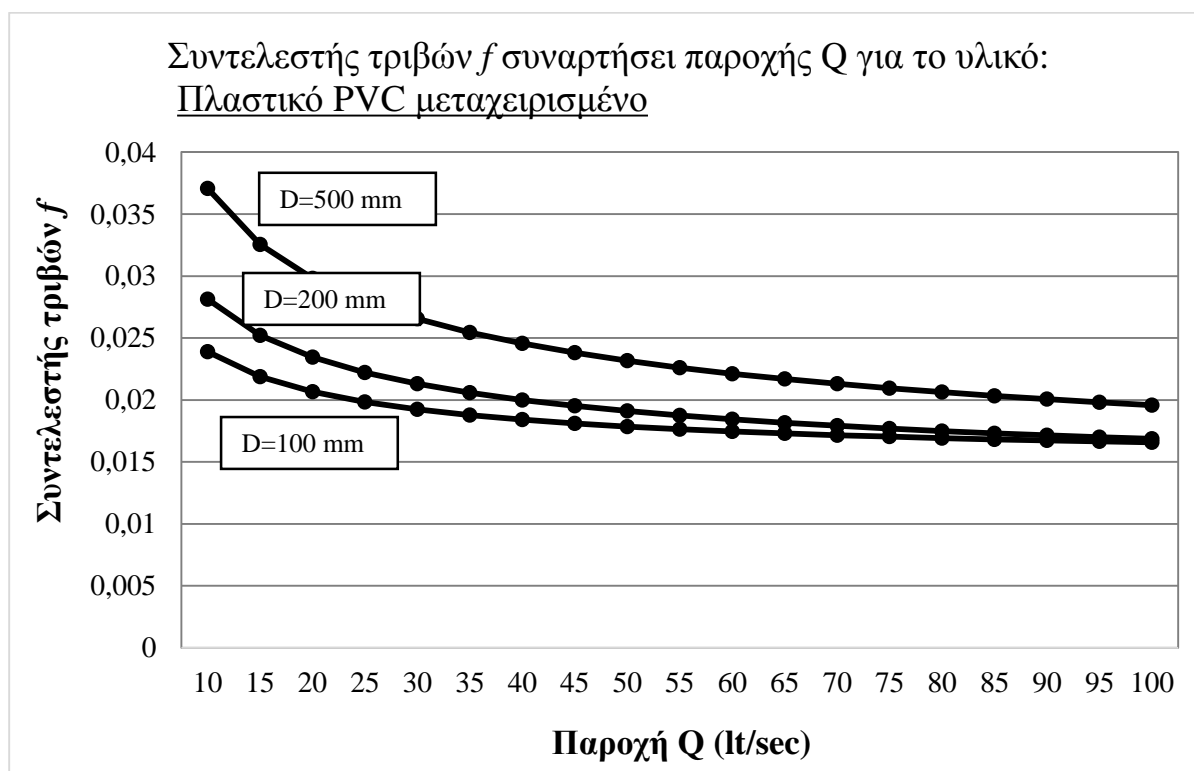
Πίνακας 2-20



Σχήμα 2.12

Q(lt/sec)	Q(m ³ /sec)	f_ΠΛΑΣΤΙΚΟ PVC ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΣΜΕΝΟ D=100	f_ΠΛΑΣΤΙΚΟ PVC ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΣΜΕΝΟ D=200	f_ΠΛΑΣΤΙΚΟ PVC ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΣΜΕΝΟ D=500
10	0,01	0,023899015	0,028136157	0,03706201
15	0,015	0,021865557	0,025217259	0,032537345
20	0,02	0,020654517	0,0234456	0,029819628
25	0,025	0,019833318	0,022219076	0,027945114
30	0,03	0,019232889	0,021303371	0,026545959
35	0,035	0,018771545	0,020585281	0,025446737
40	0,04	0,01840432	0,020002332	0,024551556
45	0,045	0,018104155	0,01951677	0,023802882
50	0,05	0,017853671	0,019104214	0,023163771
55	0,055	0,017641134	0,018748099	0,02260924
60	0,06	0,017458309	0,018436714	0,022121689
65	0,065	0,017299224	0,018161507	0,021688302
70	0,07	0,017159437	0,017916062	0,021299488
75	0,075	0,017035564	0,017695455	0,020947901
80	0,08	0,016924983	0,017495836	0,020627806
85	0,085	0,016825627	0,017314144	0,020334647
90	0,09	0,016735839	0,017147908	0,02006475
95	0,095	0,016654281	0,016995111	0,019815117
100	0,1	0,016579854	0,016854084	0,019583269

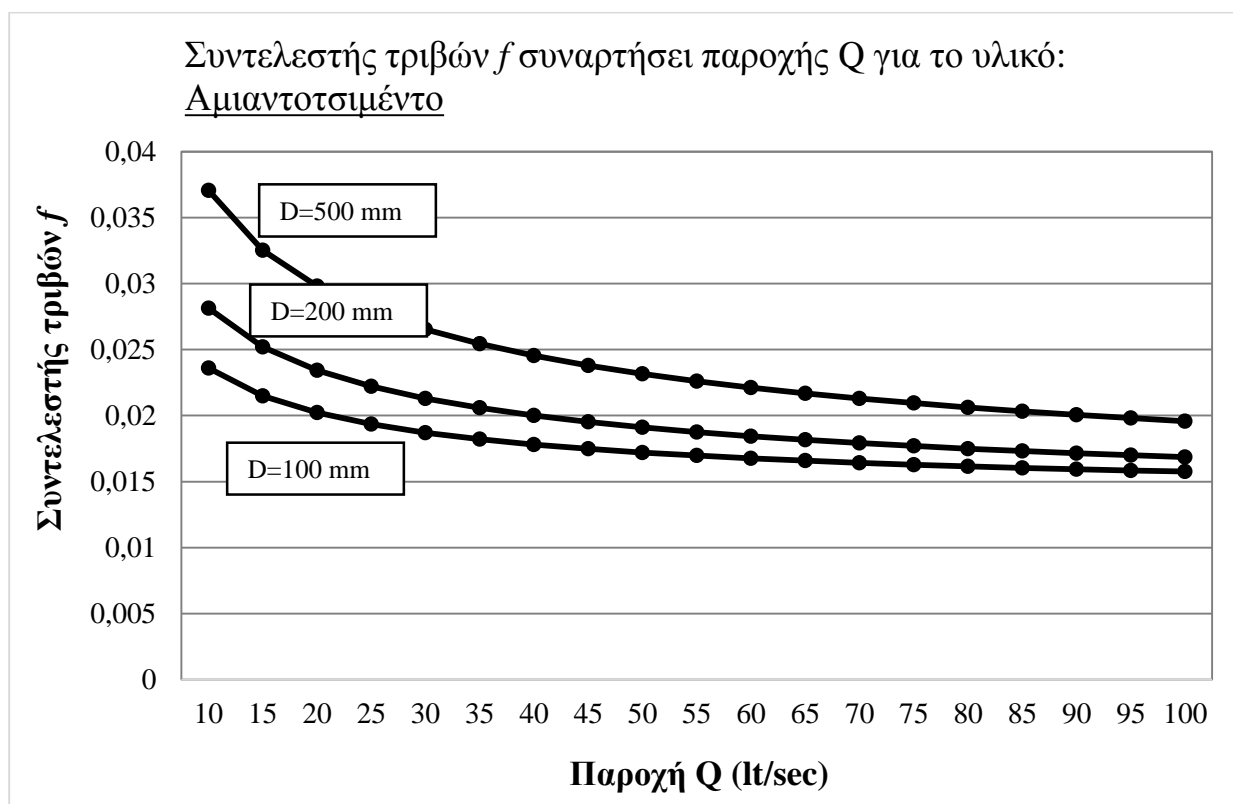
Πίνακας 2-21



Σχήμα 2.13

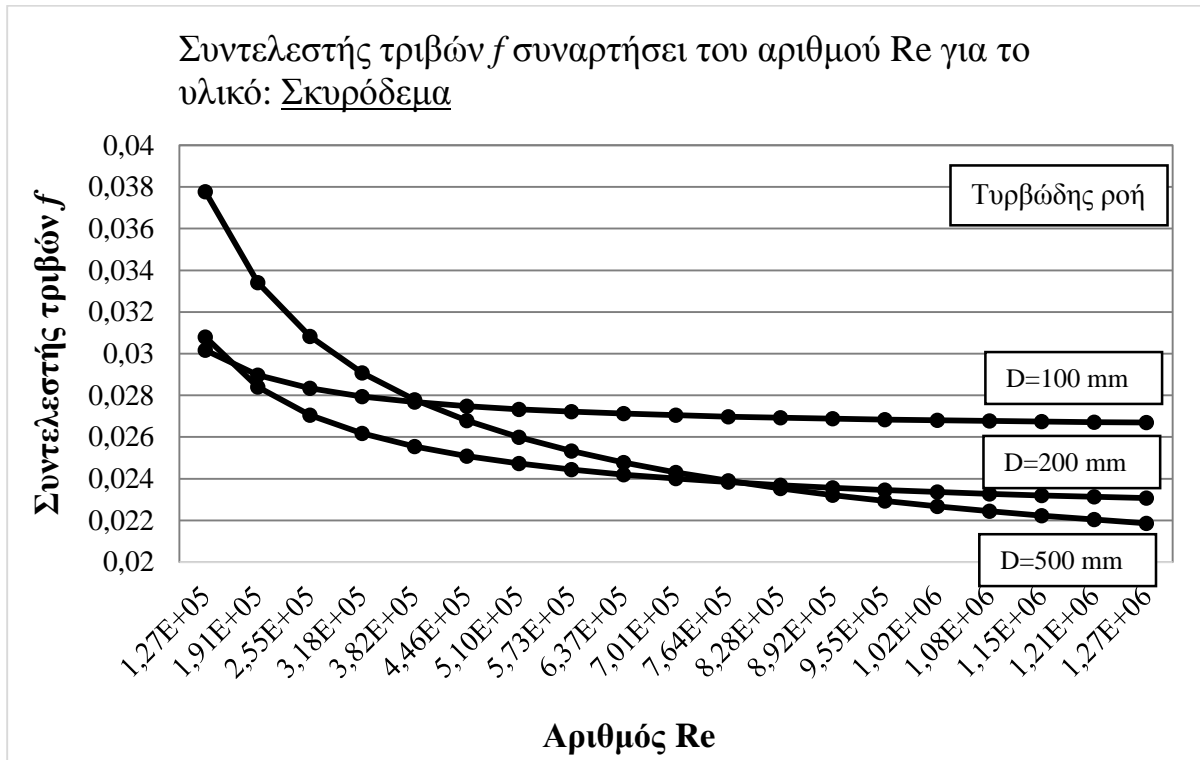
Q(lt/sec)	Q(m ³ /sec)	f AMIANTOTΣΙΜΕΝΤΟ D=100	f AMIANTOTΣΙΜΕΝΤΟ D=200	f AMIANTOTΣΙΜΕΝΤΟ D=500
10	0,01	0,023598915	0,028136157	0,03706201
15	0,015	0,021494738	0,025217259	0,032537345
20	0,02	0,020225697	0,0234456	0,029819628
25	0,025	0,019355327	0,022219076	0,027945114
30	0,03	0,018712346	0,021303371	0,026545959
35	0,035	0,018213635	0,020585281	0,025446737
40	0,04	0,017813234	0,020002332	0,024551556
45	0,045	0,017483352	0,01951677	0,023802882
50	0,05	0,017206056	0,019104214	0,023163771
55	0,055	0,016969179	0,018748099	0,02260924
60	0,06	0,016764139	0,018436714	0,022121689
65	0,065	0,016584686	0,018161507	0,021688302
70	0,07	0,016426145	0,017916062	0,021299488
75	0,075	0,016284942	0,017695455	0,020947901
80	0,08	0,016158293	0,017495836	0,020627806
85	0,085	0,016043992	0,017314144	0,020334647
90	0,09	0,015940268	0,017147908	0,02006475
95	0,095	0,01584568	0,016995111	0,019815117
100	0,1	0,015759042	0,016854084	0,019583269

Πίνακας 2-22

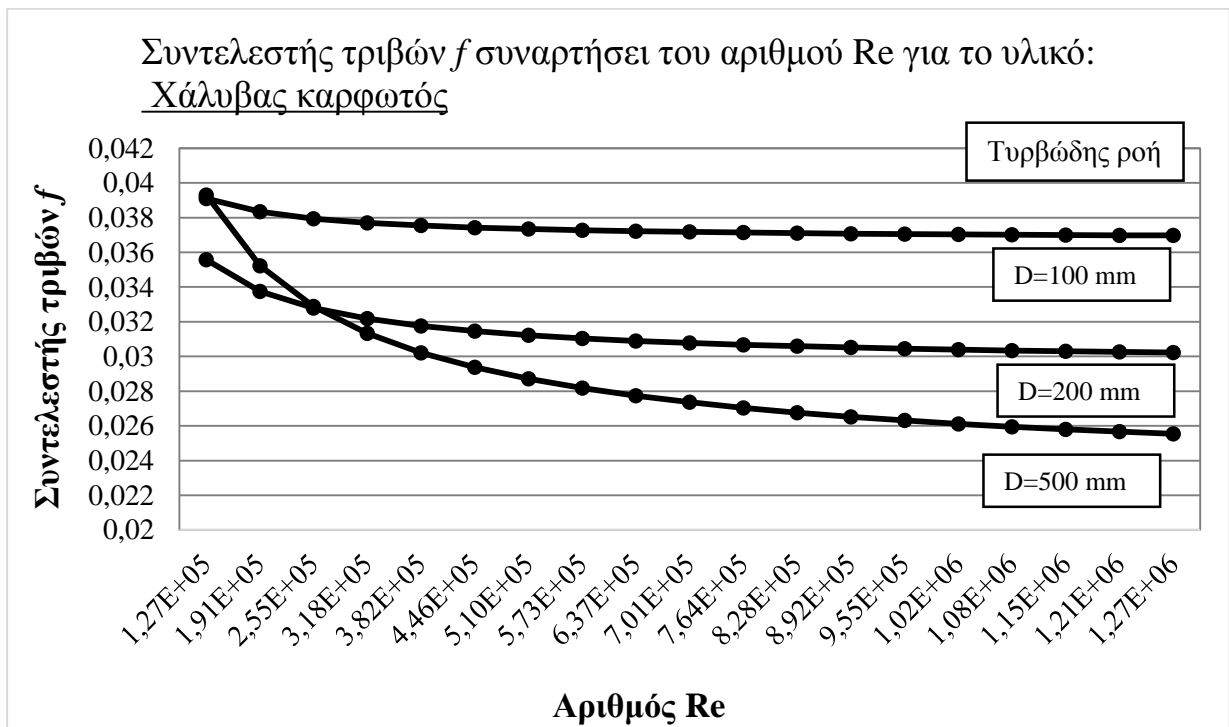


Σχήμα 2.14

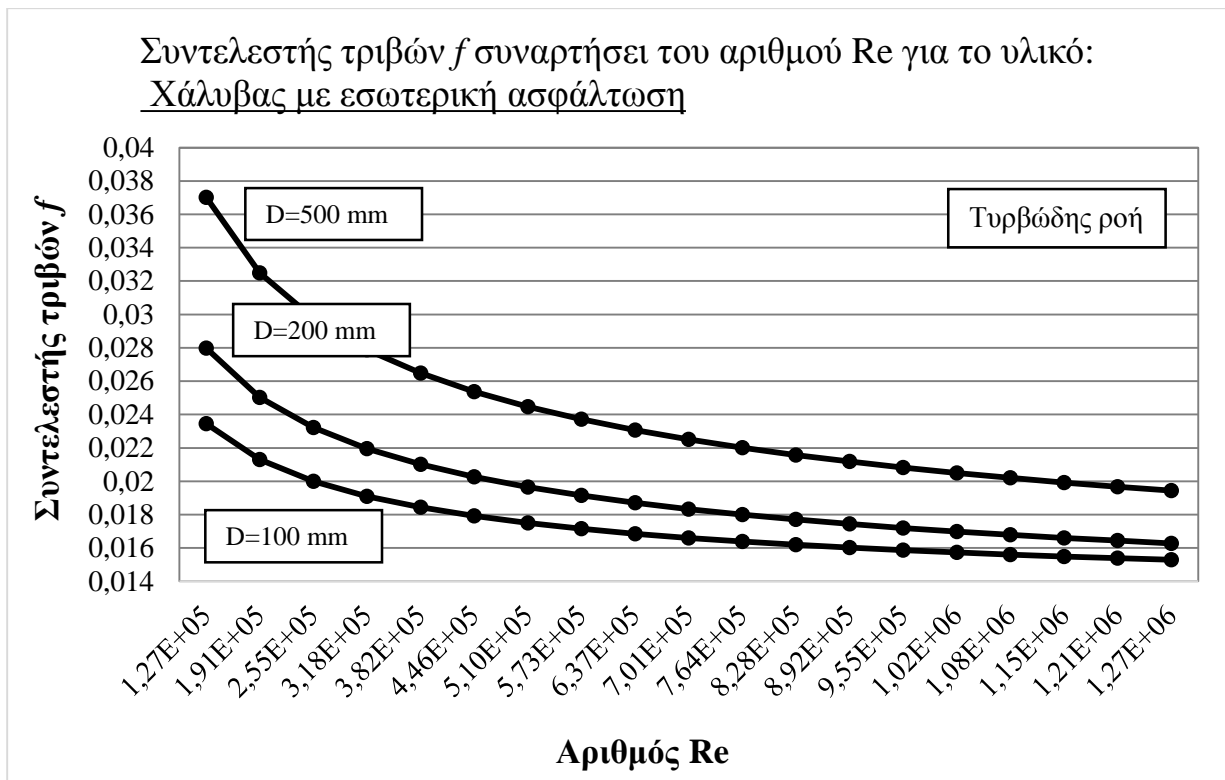
Ακολουθούν τα διαγράμματα που απεικονίζουν το συντελεστή τριβών f συναρτήσει του αριθμού Reynolds για κάθε υλικό. Έχουμε παραγάγει τρεις καμπύλες για το κάθε υλικό κατασκευής αγωγού, καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχίζονται στις διαμέτρους D του αγωγού.



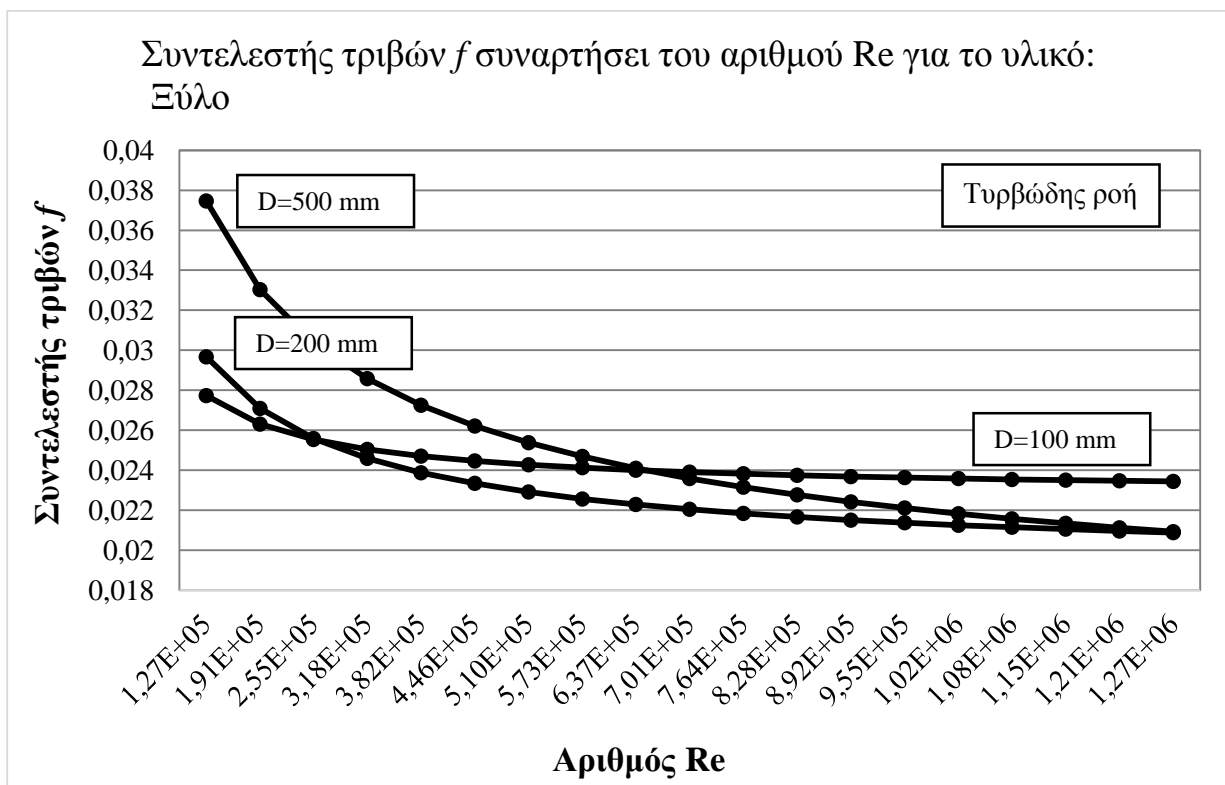
Σχήμα 2.15



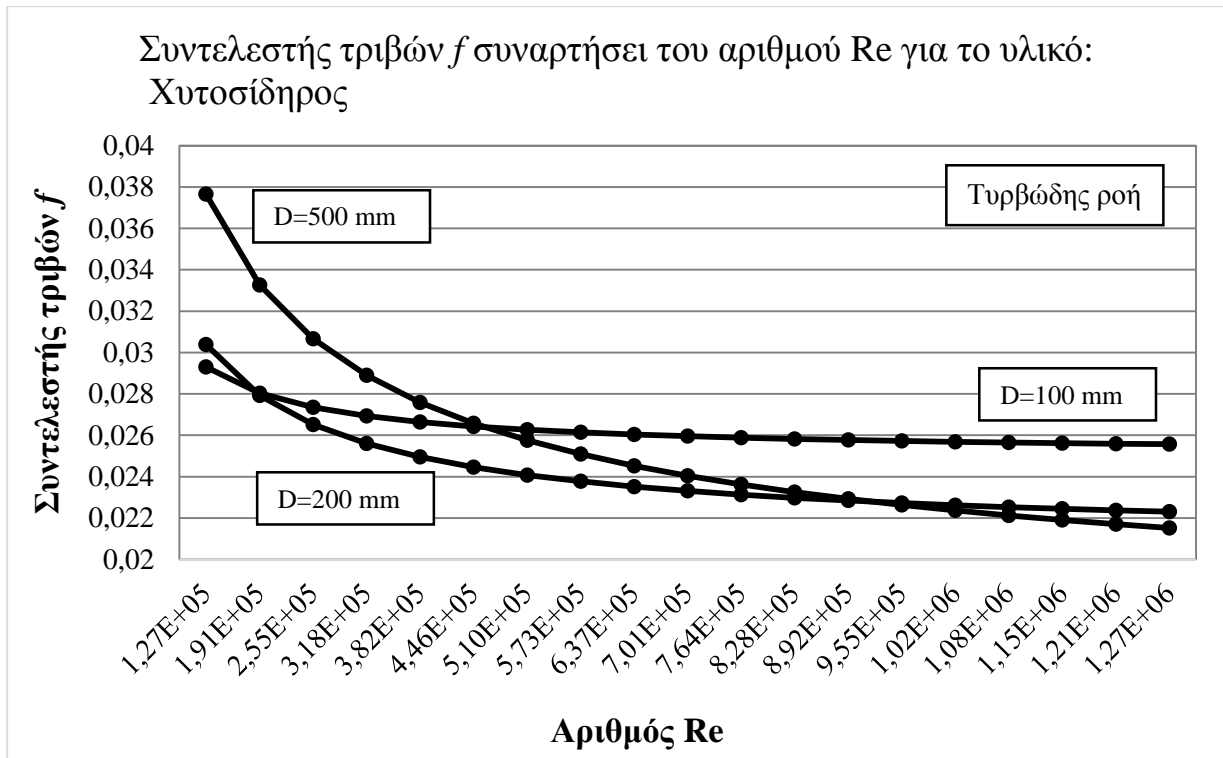
Σχήμα 2.16



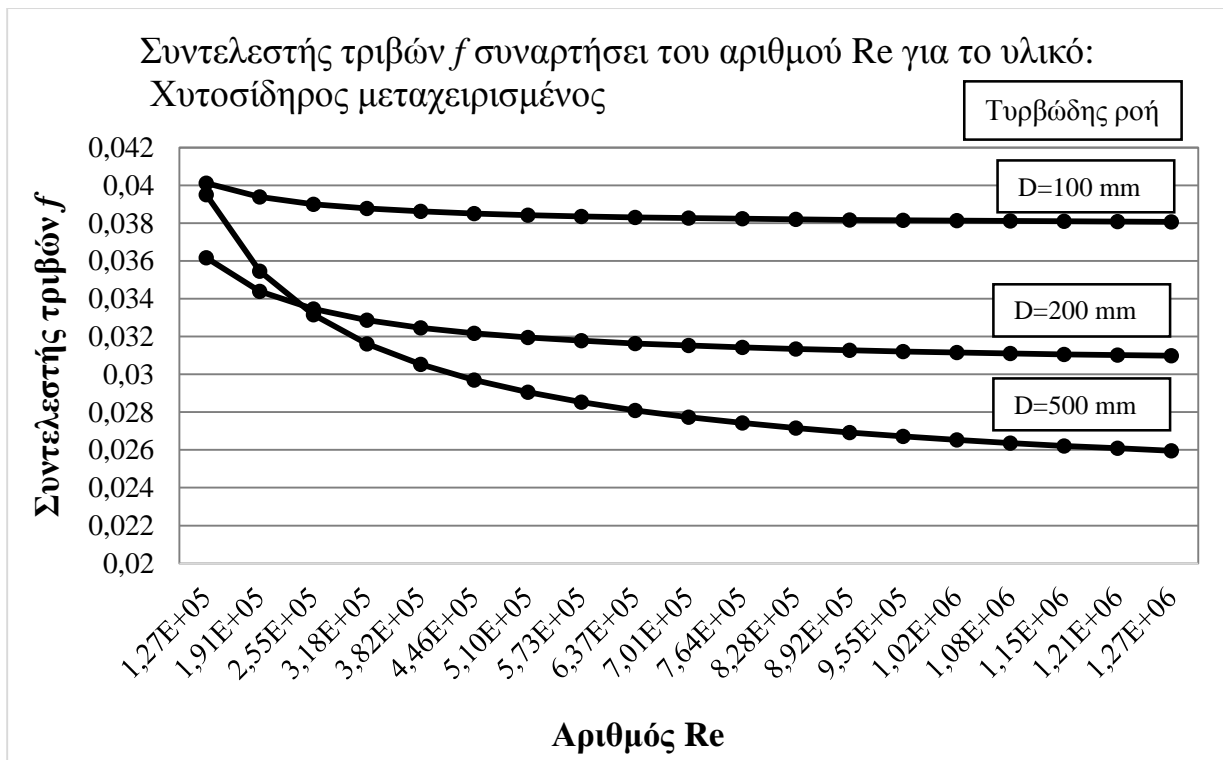
Σχήμα 2.17



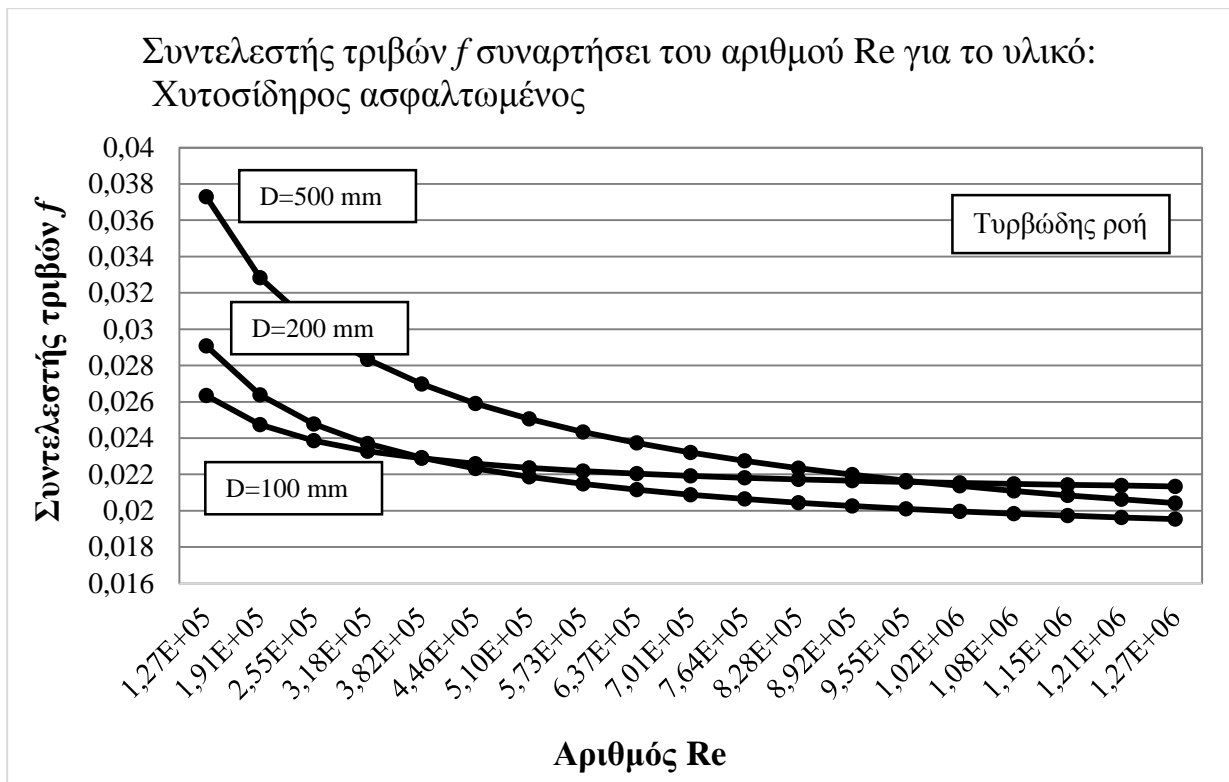
Σχήμα 2.18



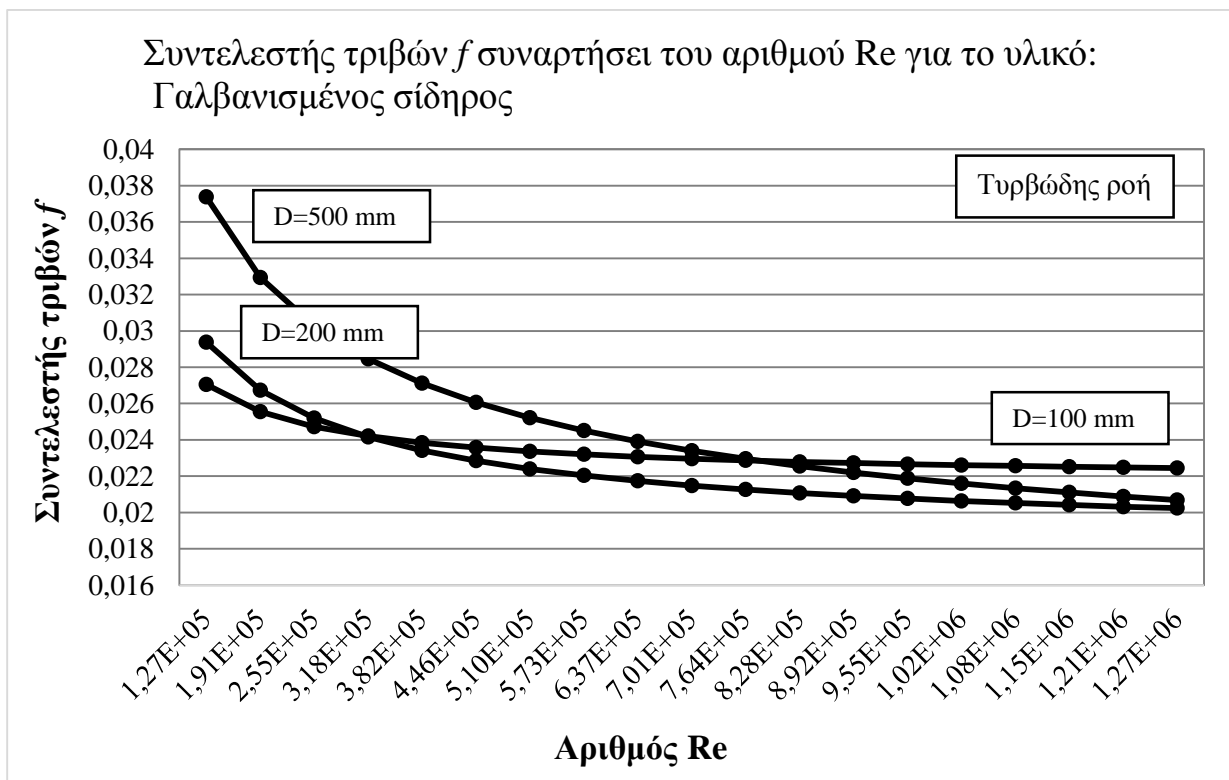
Σχήμα 2.19



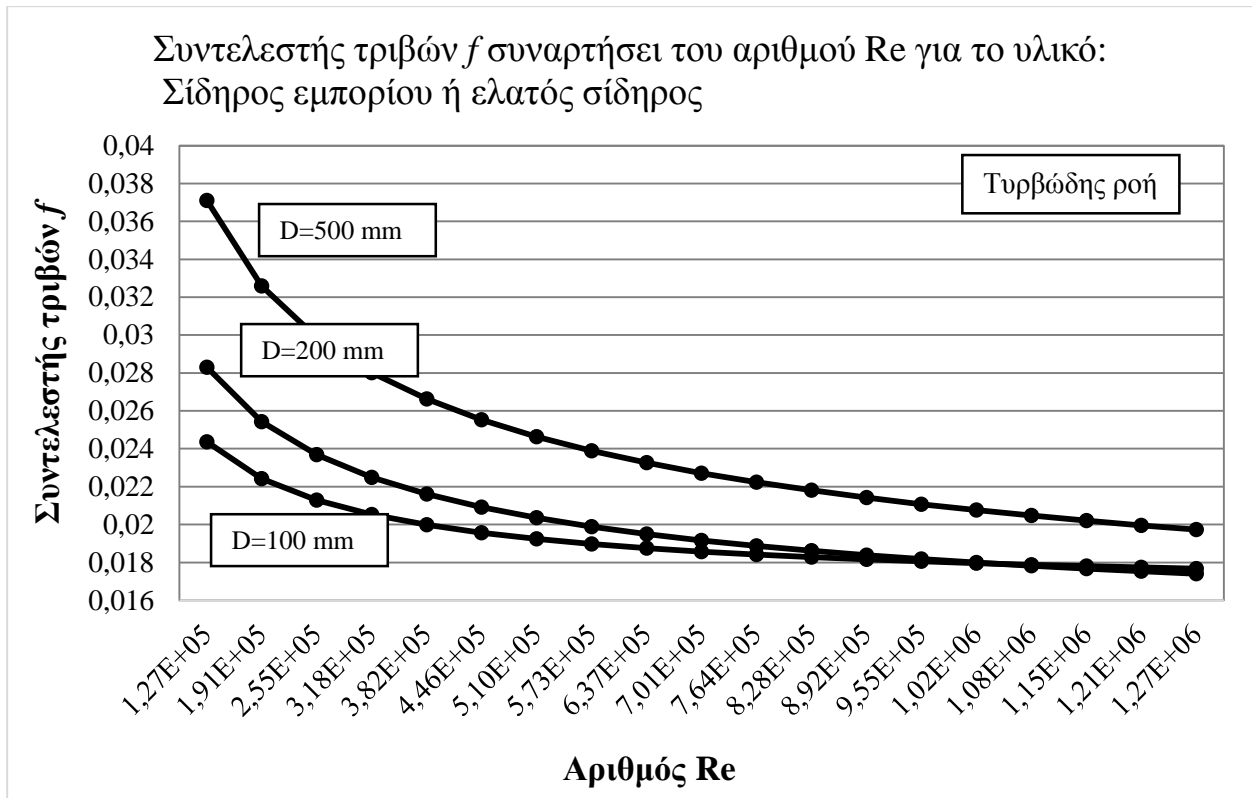
Σχήμα 2.20



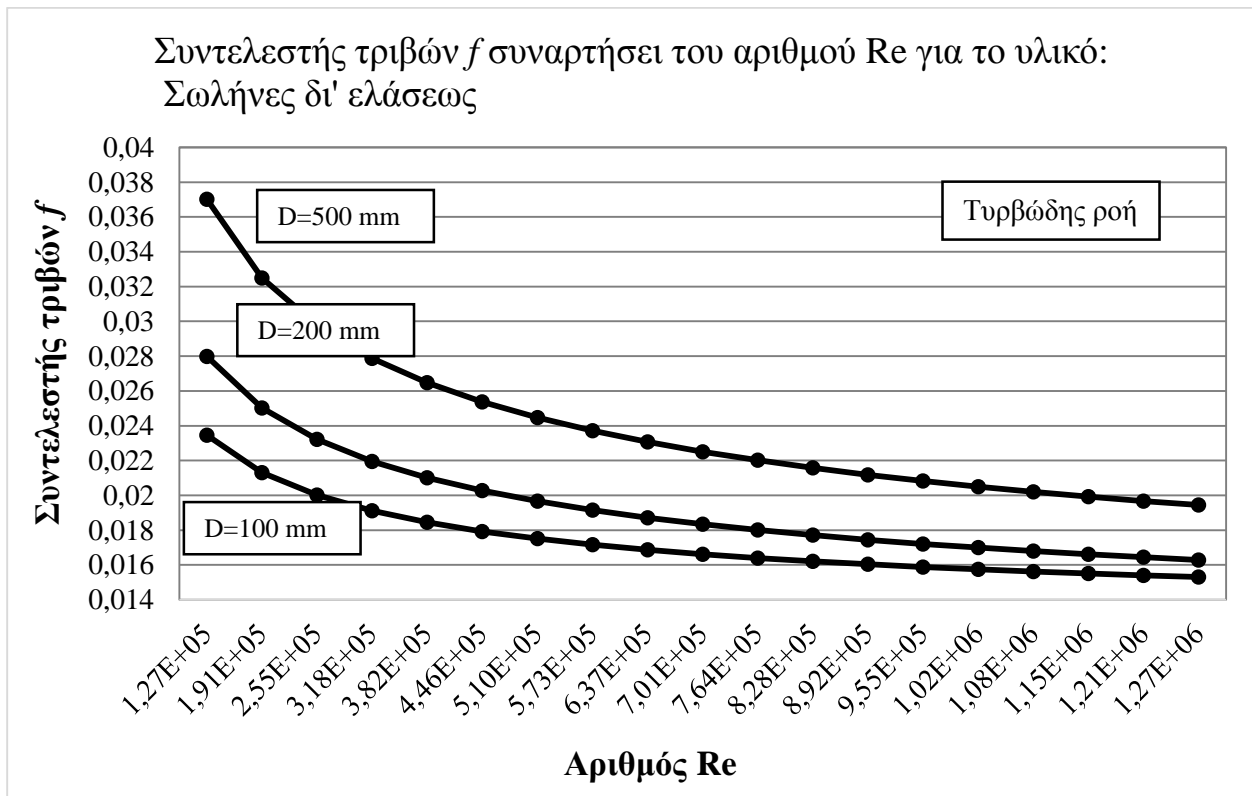
Σχήμα 2.21



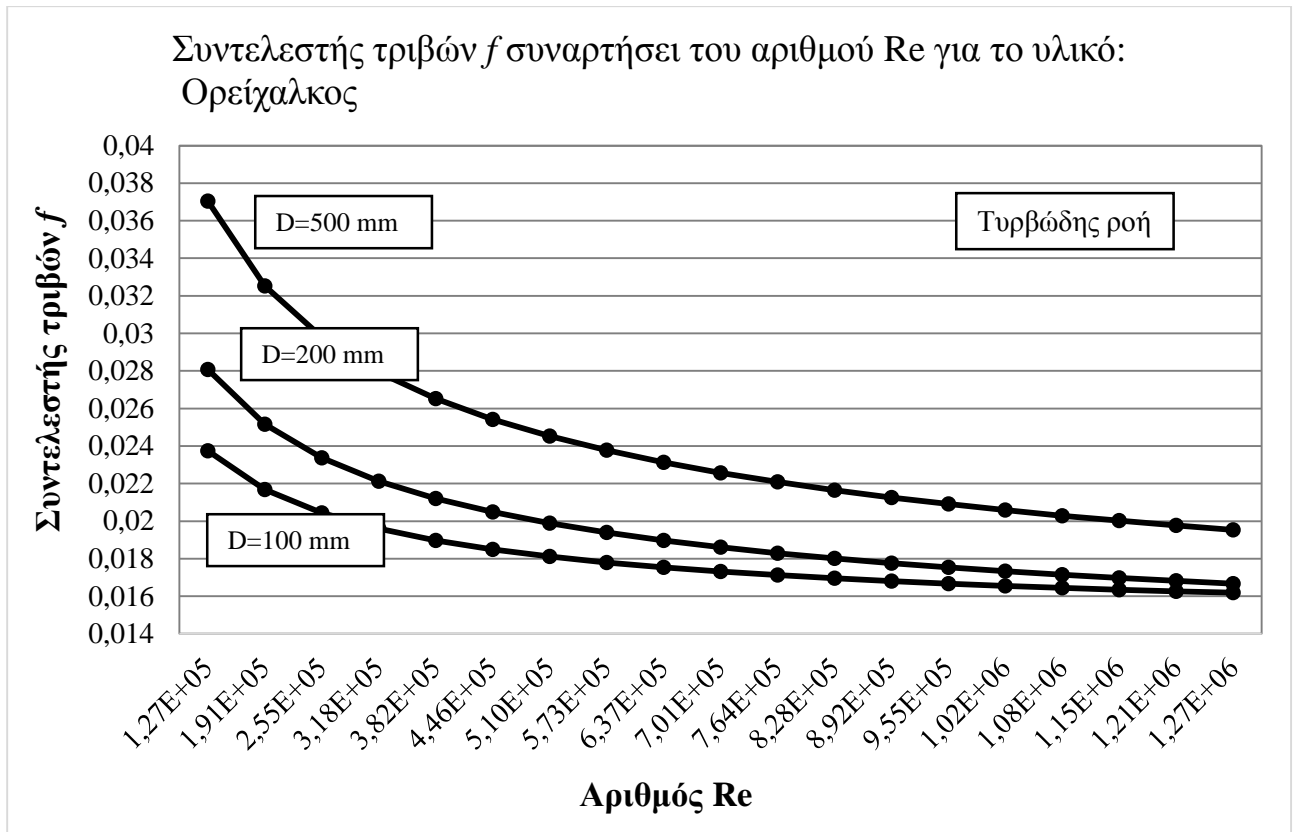
Σχήμα 2.22



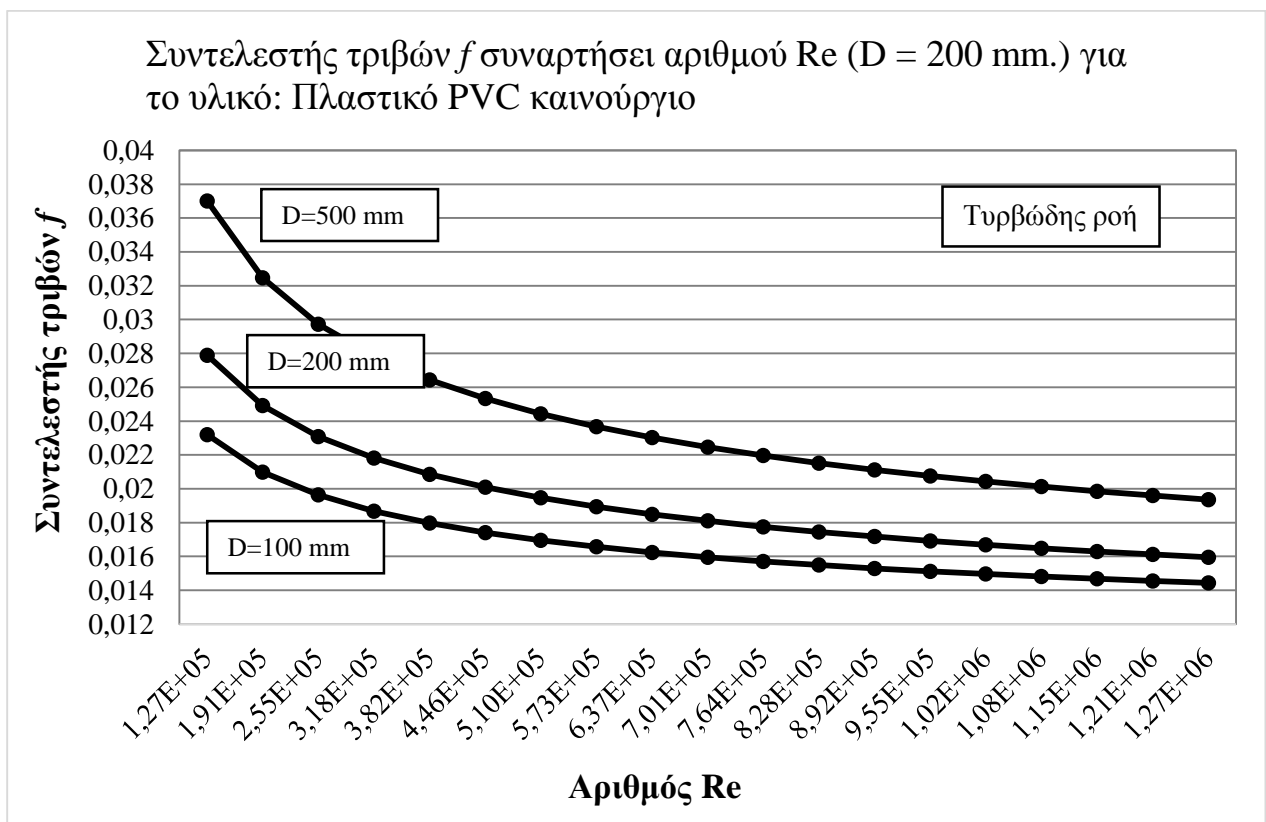
Σχήμα 2.23



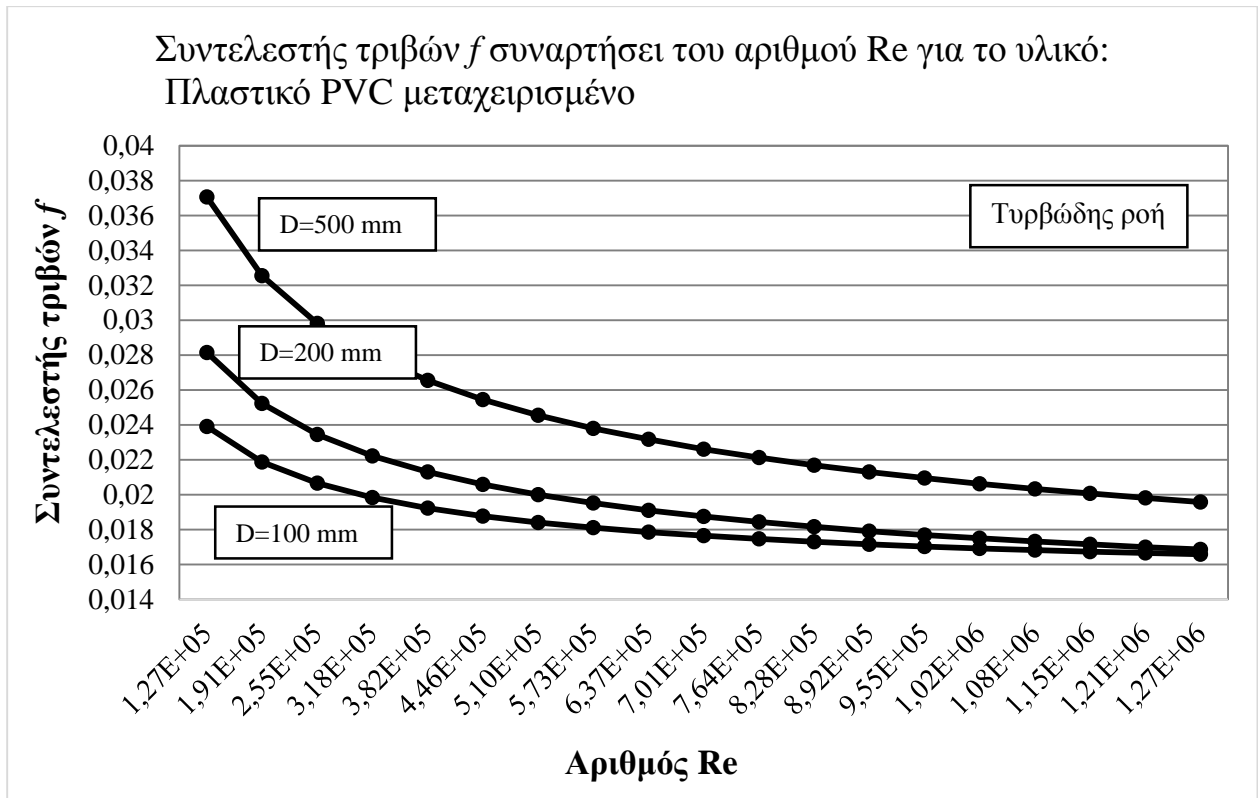
Σχήμα 2.24



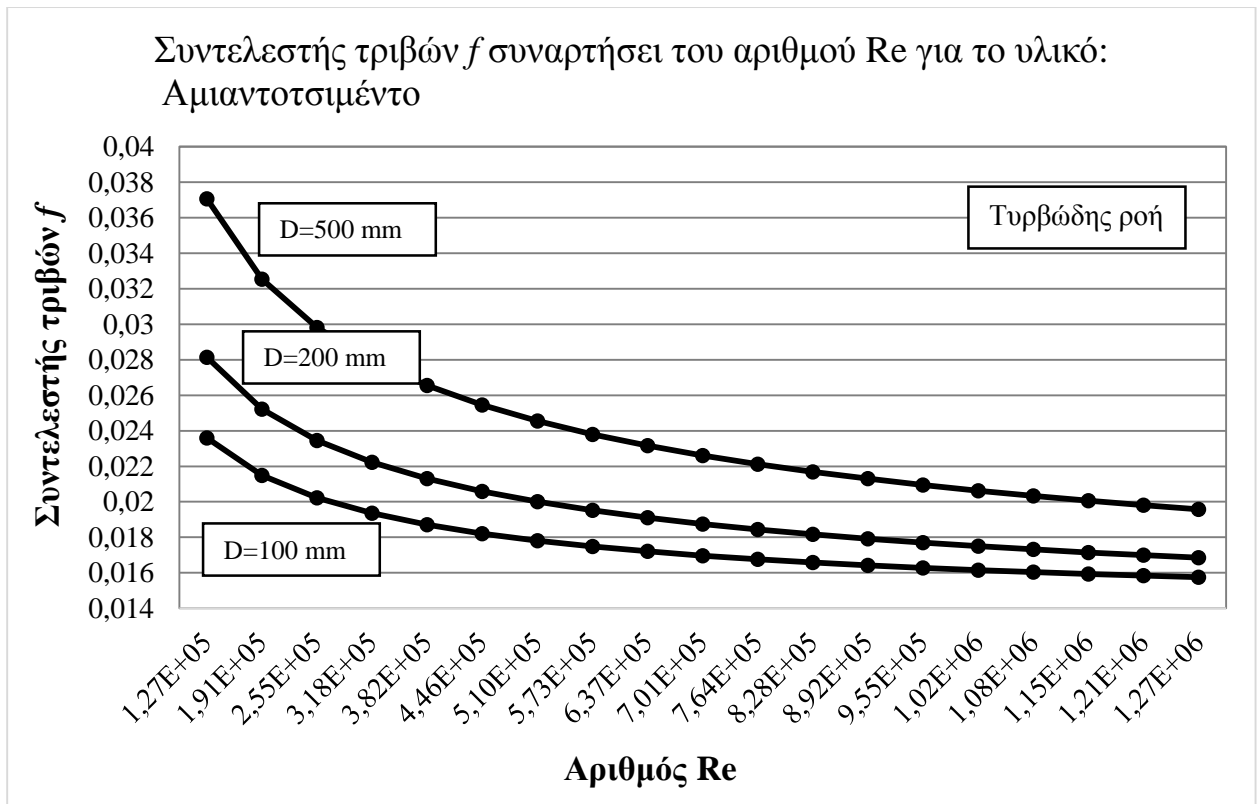
Σχήμα 2.25



Σχήμα 2.26



Σχήμα 2.27



Σχήμα 2.28

Σγόλια:

1. Από όλα τα παραπάνω διαγράμματα συντελεστή τριβών f συναρτήσει του αριθμού Reynolds για κάθε διάμετρο $D = 100, 200$ και 500 mm., τα οποία αποτελούν ένα είδος "Moody chart" παρατηρούμε ότι το f τείνει να γίνει σταθερό για μεγάλες τιμές του αριθμού Reynolds και άρα η ροή τείνει να γίνει τυρβώδης. Επίσης παρατηρούμε ότι στην πλειοψηφία των υλικών για μεγαλύτερες τιμές της διαμέτρου D ο συντελεστής f αυξάνεται.
2. Όσον αφορά στον πίνακα που περιέχει τη στήλη με το συντελεστή τραχύτητας που αφορά στο κάθε υλικό, οι αγωγοί οι οποίοι είναι ανακατασκευασμένοι από PVC έχουν τον μικρότερο συντελεστή τραχύτητας, οπότε παρουσιάζουν την μικρότερη απώλεια ανά μονάδα μήκους του αγωγού, όπως προκύπτει από τα διαγράμματα του Moody.
3. Οι ανωτέρω υπολογισμοί έχουν γίνει με βάσει τους σχετικούς μαθηματικούς τύπους.
4. Όσον αφορά στον τύπο υπολογισμού του συντελεστή τριβών f :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log\left(\frac{k_s / D}{3.72} + \frac{64}{R}\right) \quad \text{ο δεύτερος όρος εντός του δεκαδικού λογαρίθμου}$$

συνυπολογίζεται για μικρές τιμές του Reynolds, ενώ για μεγάλες τιμές του Reynolds ο όρος $\frac{64}{Re}$ τείνει στο μηδέν.

5. Όσον αφορά τα διαγράμματα του συντελεστή τριβών f συναρτήσει της παροχής Q , που έγιναν για κάθε υλικό, παρατηρούμε ότι για σταθερή διάμετρο του αγωγού D ο αριθμός Reynolds: $Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \nu \cdot D} = \frac{V \cdot D}{\nu}$ αυξάνεται, ενώ όταν η παροχή μεγαλώνει, οπότε ο όρος

$\frac{64}{Re}$ μικραίνει, τότε και ο συντελεστής f μικραίνει με βάση τον τύπο

$$f = \left[-2 \cdot \text{Log}_{10}\left(\frac{k_s / D}{3.72} + \frac{64}{Re}\right) \right]^{-2}, \quad \text{όπως φαίνεται και στα Σχήματα. Όταν η παροχή αυξηθεί}$$

αρκετά τότε ο Re μεγαλώνει και ο όρος $\frac{64}{Re}$ τείνει στο μηδέν, άρα ο δεύτερος όρος εντός του λογαρίθμου δεν συνεισφέρει στον υπολογισμό του f , δηλαδή το f είναι ανεξάρτητο από το Q .

6. Όταν η διάμετρος D αυξηθεί, για σταθερή τιμή της παροχής παρατηρούμε ότι ο Re μειώνεται και ο συντελεστής f αυξάνεται, όπως δείχνουν τα Σχήματα.

2.4 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΩΝ f . ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3^H.

Στο παρόν πρόβλημα θεωρούμε έναν αγωγό πίεσης κυκλικής διατομής, οποίος μεταφέρει νερό σε απόσταση ενός χιλιομέτρου από μια δεξαμενή Α σε μια δεξαμενή Β. Η υψομετρική διαφορά των δύο δεξαμενών είναι 40 m. Το μήκος του αγωγού είναι $L = 1000$ m. Επίσης, η διάμετρος του αγωγού δίνεται 250 mm. Αναζητούμε το υλικό αγωγού, ο οποίος είναι ο καταλληλότερος για να μεταφέρει το νερό σε απόσταση ενός χιλιομέτρου.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των διατομών Α και Β έχουμε:

$$\frac{p_A}{\rho \cdot g} + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} + z_A = \frac{p_B}{\rho \cdot g} + \frac{V_B^2}{2 \cdot g} + z_B + h_f \quad (2.6)$$

Καταλήγουμε στη σχέση:

$$z_A + z_B = h_f = 40 = \frac{f \cdot L}{D} \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (2.7)$$

διότι πρόκειται για δεξαμενές, οπότε η πίεση και η ταχύτητα θεωρούνται μηδενικές.

Λύνοντας ως προς την ταχύτητα έχουμε:

$$V = \left[\frac{40 \cdot D}{f \cdot L} \cdot 2 \cdot g \right]^{1/2} \quad (2.8)$$

Η παροχή για αγωγό κυκλικής διατομής δίνεται από τη σχέση:

$$Q = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \left[\frac{40 \cdot D}{f \cdot L} \cdot 2 \cdot g \right]^{1/2} \quad (2.9)$$

ή αλλιώς:

$$Q = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{\left(\frac{40 \cdot D}{f \cdot L} \cdot 2 \cdot g \right)^{1/2}}{\sqrt{f}} \quad (2.10)$$

Η σχέση (2.10) μας δίνει την παροχή συναρτήσει του συντελεστή f για κάθε υλικό αγωγού και για διάμετρο $D = 250$ mm. Με αντικατάσταση των τιμών των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του αγωγού λαμβάνουμε:

$$Q = \frac{\pi \cdot 0.25^2}{4} \cdot \left[\frac{40 \cdot 0.25}{f \cdot 1000} \cdot 2 \cdot 9.81 \right]^{1/2} \Rightarrow Q = 0.015625 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0.1962}{f} \right)^{1/2} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{6.92 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{f^{1/2}} \quad (2.11)$$

Συνεπώς, καταλήξαμε στη σχέση (2.11), η οποία συνδέει την παροχή στον αγωγό με διάμετρο 250 mm. και μήκος 1000 m. συναρτήσεως μόνο του συντελεστή τριβών f . Ο συντελεστής τριβών f δίνεται από τον παρακάτω τύπο, που ισχύει για υδραυλικά τραχείς σωλήνες και είναι συνάρτηση του ύψους τραχύτητας και της διαμέτρου και επομένως εξαρτάται μόνο από τα χαρακτηριστικά του επιλεγμένου αγωγού:

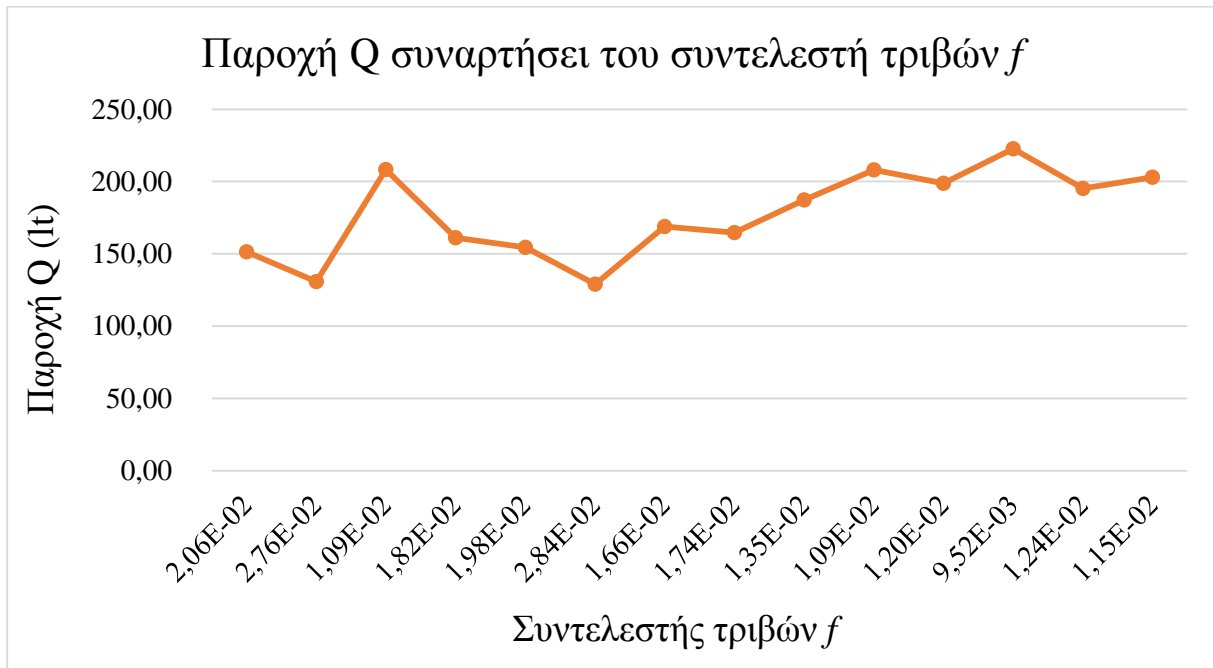
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log \left(\frac{k_s / D}{3.72} \right) \quad (2.12)$$

Ακολουθεί ο Πίνακας 2 – 23 με τους σχετικούς υπολογισμούς για την εύρεση του καταλληλότερου αγωγού.

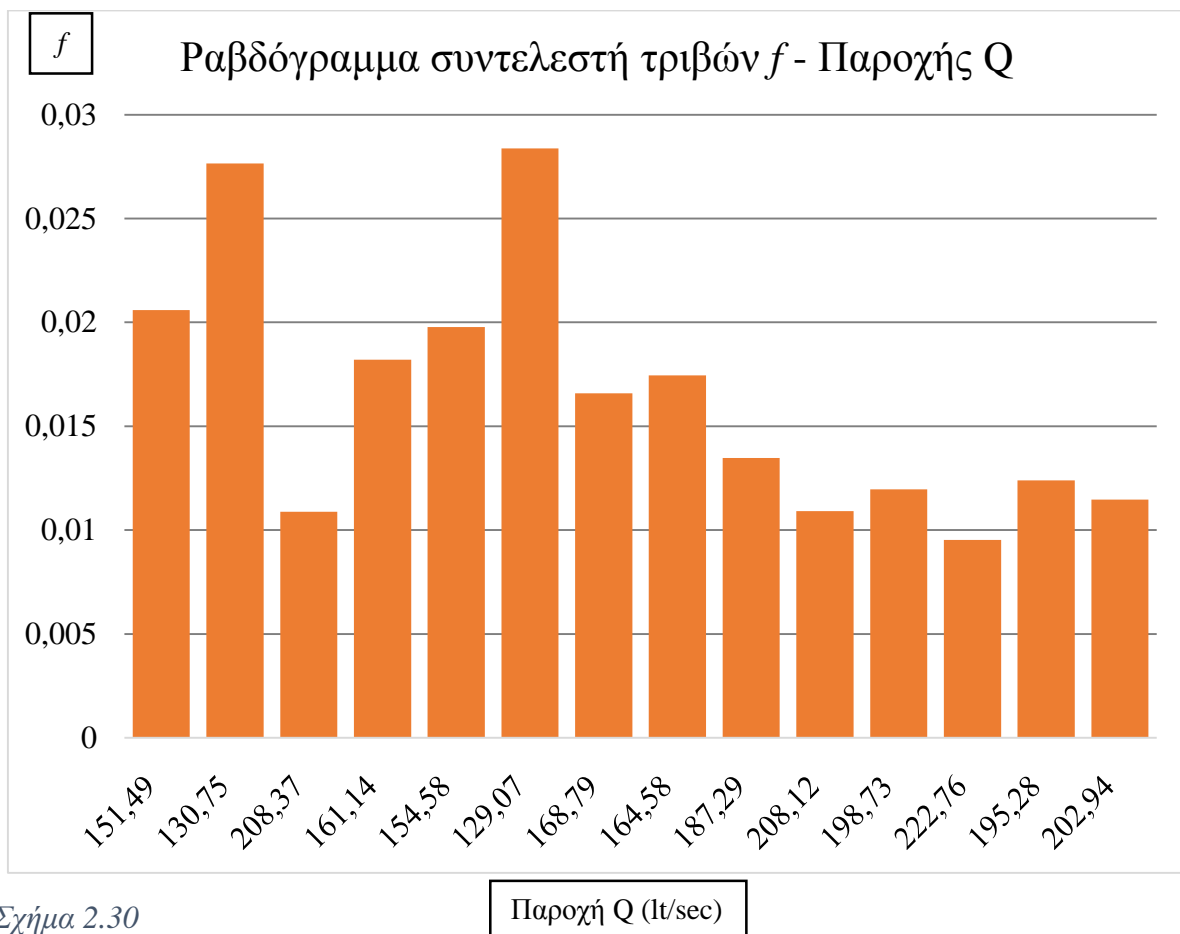
Υλικό αγωγού	ks (σε mm)	D (σε mm)	ks/D	c = (ks/D)/3,72	2*Log(c)	f = [2*Log(c)] ⁻²	Q = 0,00692*π*(f) ^{-1/2}	Q (lt)
Σκυρόδεμα (beton)	0,305	250	0,00122	0,000327957	-6,968366218	0,020593875	0,151491035	151,49
Χάλυβας καρφωτός	0,915	250	0,00366	0,000983871	-6,014123709	0,027647463	0,130745974	130,75
Χάλυβας με εσωτερική ασφάλτωση	0,015	250	0,00006	1,6129E-05	-9,584783379	0,010885175	0,208371477	208,37
Εύλο	0,183	250	0,000732	0,000196774	-7,412063718	0,018202109	0,16113694	161,14
Χυτοσίδηρος	0,259	250	0,001036	0,000278495	-7,110366369	0,019779533	0,154578093	154,58
Χυτοσίδηρος μεταχειρισμένος	1	250	0,004	0,001075269	-5,936965897	0,028370755	0,129068577	129,07
Χυτοσίδηρος ασφαλτωμένος	0,122	250	0,000488	0,000131183	-7,764246236	0,016588282	0,168793325	168,79
Γαλβανισμένος σίδηρος	0,1525	250	0,00061	0,000163978	-7,57042621	0,01744855	0,164579712	164,58
Σίδηρος εμπορίου ή ελατός σίδηρος	0,0458	250	0,000183	4,92473E-05	-8,615234941	0,013473045	0,187293667	187,29
Σωλήνες δι' ελάσεως	0,0152	250	6,08E-05	1,63441E-05	-9,573278721	0,010911353	0,208121367	208,12
Ορείχαλκος	0,025	250	0,0001	2,68817E-05	-9,14108588	0,011967527	0,198725572	198,73
Πλαστικό PVC καινούργιο	0,007	250	0,000028	7,52688E-06	-10,24676982	0,009524146	0,222762943	222,76
Πλαστικό PVC μεταχειρισμένο	0,03	250	0,00012	3,22581E-05	-8,982723388	0,012393214	0,1952828	195,28
Αμιαντοτσιμέντο	0,02	250	0,00008	2,15054E-05	-9,334905906	0,011475724	0,202939185	202,94

Πίνακας 2-23

Ακολουθεί το διάγραμμα παροχής Q συναρτήσει του συντελεστή τριβών f , καθώς και αντίστοιχο ραβδόγραμμα.



Σχήμα 2.29 Καμπύλη μεταβολής της παροχής Q συναρτήσει του συντελεστή τριβών f



Σχήμα 2.30

Σγόλια:

1. Ο μικρότερος συντελεστής τριβής f είναι για τον πλαστικό σωλήνα PVC καινούργιο σε αντίθεση με τον αγωγό που είναι κατασκευασμένος από PVC μεταχειρισμένο.
2. Συμπεραίνουμε ότι ιδανικότερο είναι τελικά το υλικό: PVC καινούργιο, διότι έχει το χαμηλότερο συντελεστή τριβών f (είναι ο πιο λείος αγωγός) και συνεπώς επιτρέπει την μεγαλύτερη παροχή Q για το ίδιο μήκος και διάμετρο (γεωμετρικά χαρακτηριστικά).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ ΜΕ FORTRAN

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο παρόν Κεφάλαιο έγινε επιλογή δύο χαρακτηριστικών προβλημάτων που αντιμετωπίζουμε στους αγωγούς υπό πίεση και τα οποία αντλήθηκαν από το βιβλίο των Jack B. Evett και Cheng Liu: «2500 Λυμένα προβλήματα στη Μηχανική των Ρευστών και την Υδραυλική», της σειράς Schaum's, εκδόσεις MCGRAW HILL. Η επιλογή έγινε από το Κεφάλαιο 9: «Ροή σε κλειστούς αγωγούς». Το πρώτο από τα δύο προβλήματα αφορά στον προσδιορισμό της παροχής με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού (σελ. 210) και το δεύτερο στον προσδιορισμό της διαμέτρου του αγωγού με βάση την παροχή που αυτός μεταφέρει (σελ. 210 – 211).

Στη συνέχεια και τα δύο προβλήματα επιλύονται πρώτα αναλυτικά με τη χρήση των κατάλληλων εξισώσεων και κατόπιν αριθμητικά με τη βοήθεια ενός πρότυπου κώδικα σε γλώσσα προγραμματισμού «Fortran» την οποία έχουν αναπτύξει εκτενώς οι συγγραφείς μέσα στο βιβλίο αυτό για την επίλυση των χαρακτηριστικών αυτών προβλημάτων σε κλειστούς αγωγούς.

3.2 ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1^ο

Νερό σε θερμοκρασία 70 °F στραγγίζεται από μια ανοιχτή δεξαμενή μέσω αγωγού με διάμετρο 24 in., μήκος 130 ft. και είναι από χυτοσίδηρο καινούργιο (βλ. και Σχήμα 3.1). Να βρεθεί η παροχή με την οποία παροχετεύεται το νερό μέσω του αγωγού. Να θεωρηθούν αμελητέες οι τυχόν μικρές απώλειες ενέργειας.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ:

Αρχικά γράφουμε την εξίσωση του Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_L \Rightarrow$$

$$h_L = h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = f \cdot \left[\frac{(130)}{\frac{24}{12}} \right] \cdot \left[\frac{v_2^2}{2 \cdot 32.2} \right] = 1.009 \cdot f \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$0 + 0 + 150.5 = 0 + \frac{v_2^2}{2 \cdot 32.2} + 98.4 + 1.009 \cdot f \cdot v_2^2$$

Υποθέτουμε ότι $f = 0.0240$, οπότε προκύπτει:

$$150.5 = \frac{v_2^2}{2 \cdot 32.2} + 98.4 + 1.009 \cdot 0.0240 \cdot v_2^2 \Rightarrow v_2 = 36.21 \text{ ft/sec}$$

Υπολογίζουμε τον αριθμό Reynolds:

$$N_R = D \cdot v / \nu = \left(\frac{24}{12} \right) \cdot 36.21 / (1.05 \cdot 10^{-5}) = 6.90 \cdot 10^6$$

Από τον Πίνακα A – 9 του Παραρτήματος του παρόντος βιβλίου παίρνουμε τις εξής τιμές για το συγκεκριμένο υλικό του αγωγού: $\varepsilon = 0.00085$, $\varepsilon/d = 0.00085 / \left(\frac{24}{12} \right) = 0.000425$.

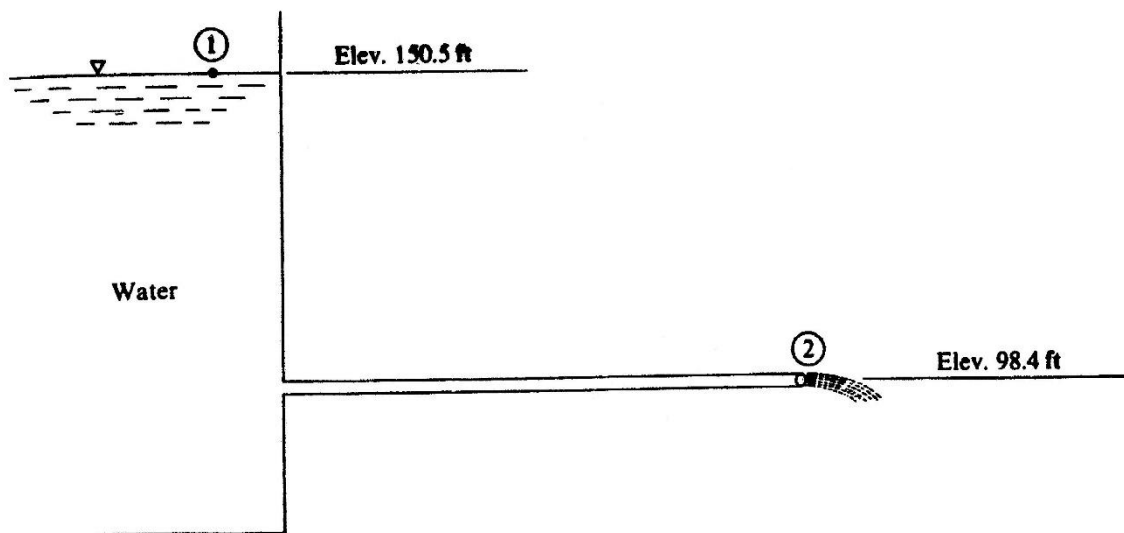
Από το Σχήμα A – 5 (διάγραμμα κατά Moody) του Παραρτήματος του βιβλίου βρίσκουμε $f = 0.0162$. Προφανώς, η τιμή του f που υποθέσαμε αρχικά δεν είναι σωστή. Οπότε, δοκιμάζουμε την τιμή: $f = 0.0162$. Επαναλαμβάνουμε τους υπολογισμούς μας:

$$150.5 = \frac{v_2^2}{2 \cdot 32.2} + 98.4 + 1.009 \cdot 0.0162 \cdot v_2^2 \Rightarrow v_2 = 40.43 \text{ ft/sec.}$$

$$N_R = D \cdot v / \nu = \left(\frac{24}{12} \right) \cdot 40.43 / (1.05 \cdot 10^{-5}) = 7.70 \cdot 10^6. \text{ Από το Σχήμα A – 5 του Παραρτήματος}$$

του βιβλίου βρίσκουμε ότι $f = 0.0162$ για αυτόν τον αριθμό Reynolds. Επομένως, η τιμή του $f = 0.0162$ είναι και η σωστή και $v = 40.43 \text{ ft/sec}$. Οπότε η παροχή υπολογίζεται:

$$Q = A \cdot v = \left[\pi \cdot \left(\frac{24}{12} \right)^2 / 4 \right] \cdot 40.43 = 127 \text{ ft}^3/\text{sec.}$$



Σχήμα 3.1 Σχέδιο Προβλήματος 1^ο

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ:

Η αριθμητική μας επίλυση πραγματοποιήθηκε με ένα υπολογιστικό πρόγραμμα το οποίο προσδιορίζει για έναν κυκλικό αγωγό πίεσης σταθερής διαμέτρου είτε την παροχή, είτε την απαιτούμενη διάμετρο για δεδομένη παροχή για ασυμπίεστη ροή. Το πρόγραμμα αυτό θα πρέπει να είναι εφαρμόσιμο τόσο για το Αγγλοσαξωνικό σύστημα μονάδων (USCS), όσο και για το Διεθνές Σύστημα μονάδων (SI). Το πρόγραμμά μας αυτό βασίζεται στην εξίσωση της ενέργειας (εξίσωση Bernoulli), η οποία εφαρμόζεται μεταξύ των δύο διατομών 1 και 2 του αγωγού (βλ. Σχήμα 3.1).

Όσον αφορά τα φορτία ταχυτήτων στις δύο διατομές, στη διατομή 1 είναι μηδενικό, διότι έχουμε ελεύθερη επιφάνεια σε δεξαμενή νερού, ενώ στη 2 δεν έχουμε γνωστή κάποια τιμή εξαρχής. Σύμφωνα με τους συγγραφείς του εγχειριδίου στην περίπτωση αυτή, όταν δηλαδή έχουμε οποιαδήποτε άλλη τιμή ταχύτητας εκτός του μηδέν, θα την θέτουμε ίση με την μονάδα στο πρόγραμμα. Τα δυναμικά ύψη δίνονται στο Σχήμα 3.1 του προβλήματος, ενώ τα φορτία πίεσεως θεωρούνται μηδέν στο παρόν πρόβλημα, καθώς και οποιεσδήποτε μικρές απώλειες ενέργειας. Μηδενική επίσης θεωρείται και η ισχύς που προστίθεται ή που αφαιρείται μεταξύ των δύο διατομών 1 και 2, σύμφωνα πάντα με το βιβλίο.

Τα δεδομένα του προβλήματος 1 πρέπει να εισαχθούν από το πληκτρολόγιο μέσω της εντολής «READ» της γλώσσας προγραμματισμού FORTRAN στην οποία έχει γραφτεί το αριθμητικό πρόγραμμα υπολογισμού και με τον τρόπο που έχουν υποδείξει οι συγγραφείς του βιβλίου στο αντίστοιχο παράδειγμα 9.296, σελ. 267. Εκτός από τις παραμέτρους στις οποίες

αναφερθήκαμε παραπάνω, θα πρέπει να συμπληρώσουμε επιπλέον τις τιμές της διαμέτρου και του μήκους του αγωγού. Τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε είναι η τιμή της παροχής και οι ταχύτητες στις δύο διατομές 1 και 2, από τις οποίες η v_2 θεωρήθηκε ίση με τη μονάδα στην αρχή. Παρακάτω ακολουθεί το υπολογιστικό πρόγραμμα με ορισμένες προσαρμογές στην τωρινή έκδοση της FORTRAN.

```

PROGRAM CALCULATION_OF_FLOWRATE
REAL L
DIMENSION TITLE(40), FLUID(4), PIPE(4)
INTEGER UNITS
COMMON F, ED, RN
PI=3.1415
1 READ(5,100,END=2) UNITS, TITLE
  FACTOR=12.0
  IF(UNITS.EQ.1) FACTOR=1000.0
100 FORMAT(I1,40A1)
  WRITE(6,101) TITLE
101 FORMAT('1',40A1)
  READ(5,102) P1, P2, V1, V2, Z1, Z2, HA, HR, HM, D, L, VIS, E, SW, Q, FLUID, PIPE
102 FORMAT(8F10.0/7F10.0/8A6)
  P1SW=P1/SW*FACTOR**2
  IF(UNITS.EQ.1) P1SW=P1/SW
  G=32.2 IF(UNITS.EQ.1) G=9.807
  P2SW=P2/SW*FACTOR**2
  IF(UNITS.EQ.1) P2SW=P2/SW
  FF=0.02
  IF(Q.GT.0.0001) GO TO 117
  IF(V1.GT.0.0001) V1=1.0/2.0/G
  IF(V2.GT.0.0001) V2=1.0/2.0/G
105 HF=FF*L/D*FACTOR/2.0/G
  HAT=550.*HA/SW
  IF(UNITS.EQ.1) HAT=HA/SW
  HRT=550.*HR/SW
  IF(UNITS.EQ.1) HRT=HR/SW
  Q=0.001
  VTRY=(Q/(PI*(D/FACTOR)**2/4.0))**2 TRY1=P1SW+VTRY*V1+Z1+HAT/Q-
  HRT/Q-(P2SW+VTRY*V2+Z2+HF*VTRY)
116 Q=Q+0.001
  VTRY=(Q/(PI*(D/FACTOR)**2/4.0))**2
  TRY2=P1SW+VTRY*V1+Z1+HAT/Q-HRT/Q-(P2SW+VTRY*V2+Z2+HF*VTRY)
  IF(TRY1*TRY2) 114,114,115
115 TRY1=TRY2
  GO TO 116
114 Q=Q-0.0005
  V=Q/(PI*(D/FACTOR)**2/4.0)
  RN=D/FACTOR*V/VIS ED=E/D*FACTOR
  CALL ROUGH
  DIFF=ABS(F-FF)
  IF(DIFF.LT.0.0001) GO TO 104 FF=F
  GO TO 105
104 IF(V1.GT.0.0001) V1=V
  IF(V2.GT.0.0001) V2=V

```

```

      IF (UNITS.EQ.0) WRITE (6,106) P1,P2,Z1,Z2,HA,HR,HM,D,L,FLUID,PIPE,Q,
      CV1,V2
106  FORMAT (1X,'GIVEN DATA FOR A CIRCULAR CLOSED CONDUIT
      CARRYING INCOMPRESSIBLE FLOW',//5X,'PRESSURE AT POINT 1 ='
      C,F7.1,' PSI',//5X,'PRESSURE AT POINT 2 =' ,F7.1,' PSI',
      C//5X,'ELEVATION AT POINT 1 =' ,F7.1,' FT',//5X,'ELEVATION
      CAT POINT 2 =' ,F7.1,' FT',//5X,'ACTUAL ENERGY ADDED
      CBETWEEN POINTS 1 AND 2 =' ,F5.1,' HP',//5X,'ACTUAL ENERGY
      CREMOVED BETWEEN POINTS 1 AND 2 =' ,F5.1,' HP',//5X,'MINOR
      CHEAD LOSSES BETWEEN POINTS 1 AND 2 =' ,F5.1,' FT',//5X,
      C'DIAMETER OF CONDUIT =' ,F6.2,' IN',//5X,'LENGTH OF CONDUIT ='
      C,F8.1,' FT',//5X,'FLUID FLOWING IS ',8A6,//5X,'CONDUIT
      CMATERIAL IS ',4A6,////1X,'THE FLOW RATE WILL BE',F7.1,
      C' CU FT/C',//5X,'DIAMETER OF CONDUIT =' ,F6.2,' IN',//5X,
      C'LENGTH OF CONDUIT =' ,F8.1,' FT',//5X,'FLUID RATE WILL BE',
      CF7.1,' CU FT/S',//5X,'VELOCITY AT POINT 2 =' ,F6.2,' FT/S')
      IF (UNITS.EQ.1) WRITE (6,107) P1,P2,Z1,Z2,HA,HR,HM,D,L,FLUID,
      CPIPE,Q,V1,V2
107  FORMAT (1X,'GIVEN DATA FOR A CIRCULAR CLOSED CONDUIT CARRYING INCOM
      MPRESSIBLE FLOW',//5X,'PRESSURE AT POINT 1 =' ,
      CF7.1,' KPA',//5X,'PRESSURE AT POINT 2 =' ,F7.1,
      C' KPA',//5X,'ELEVATION AT POINT 1 =' ,F7.1,' M ',//5X,
      C'ELEVATION AT POINT 2 =' ,F7.1,' M ',//5X,'ACTUAL ENERGY ADDED BETW
      CEEN POINTS 1 AND 2 =' ,F5.1,' KW',//5X,'ACTUAL ENERGY REMOVED BETWE
      CEN POINTS 1 AND 2 =' ,F5.1,' KW',//5X,
      C'MINOR HEAD LOSSES BETWEEN POINTS 1 AND 2 =' ,F5.1,' M ',
      C//5X,'DIAMETER OF CONDUIT =' ,F7.1,' MM',//5X,'LENGTH OF CONDUIT ='
      C,F8.1,' M ',//5X,'FLUID FLOWING IS ',4A6,//5X,'CONDUIT MATERIAL
      CIS ',4A6,////1X,'THE FLOWRATE WILL BE',F7.3,' CU M/S',
      C//5X,'VELOCITY AT POINT 1 =' ,F6.2,' M/S ',
      C//5X,'VELOCITY AT POINT 2 =' ,F6.2,' M/S ')
      GO TO 1
117  V1=V1*(Q/PI*4.0)
      V2=V2*(Q/PI*4.0)
103  HF=FF*L*(Q/PI*4.0)**2/2.0/G
      HAT=550.*HA/SW/Q
      IF (UNITS.EQ.1) HAT=HA/SW/Q
      HRT=550.*HR/SW/Q
      IF (UNITS.EQ.1) HRT=HR/SW/Q
      D=0.001
      TRY1=HF/D**5+(V2**2/2.0/G)/D**4-(V1**2/2.0/G)/D**4-P1SW
      C-Z1-HAT+HRT*P2SW+Z2+HM
110  D=D+0.001 TRY2=HF/D**5+(V2**2/2.0/G)/D**4-
      (V1**2/2.0/G)/D**4-P1SW-
      CZ1-HAT+HRT+P2SW+Z2+HM
      IF (TRY1*TRY2) 108,108,109
109  TRY1=TRY2
      GO TO 110
108  D=D-0.0005
      RN=D*Q/(PI*D**2/4.0)/VIS
      ED=E/D
      CALL ROUGH
      DIFF=ABS (F-FF)
      IF (DIFF.LT.0.0001) GO TO 111
      FF=F
      GO TO 103
111  V1=V1/D**2
      V2=V2/D**2
      D=D*FACTOR
      IF (UNITS.EQ.0) WRITE (6,112) P1,P2,Z1,Z2,HA,HR,HM,Q,L,FLUID,

```

```

cPIPE,D,V1,V2
112 FORMAT(1X,'GIVEN DATA FOR A CIRCULAR CLOSED CONDUIT CARRYING INCOM
cPRESSIBLE FLOW',//5X,'PRESSURE AT POINT 1 =',
cF7.1,' PSI',//5X,'PRESSURE AT POINT 2 =',F7.1,' PSI',//5X,
c'ELEVATION AT POINT 1 =',F7.1,' FT',//5X,'ELEVATION AT
cPOINT 2 =',F7.1,' FT',//5X,'ACTUAL ENERGY ADDED BETWEEN
cPOINTS 1 AND 2 =',F7.1,' FT',//5X,'ACTUAL ENERGY REMOVED
cBETWEEN POINTS 1 AND 2 =',F5.1,' HP',//5X,'MINOR LOSSES
cBETWEEN POINTS 1 AND 2 =',F5.1,' FT',//5X,'FLOW RATE =',
cF7.1,' CU FT/S',//5X,'LENGTH OF CONDUIT =',F8.1,' FT',//5X,
c'FLUID FLOWING IS ',4A6,//5X,'CONDUIT MATERIAL IS ',4A6,
c///1X,'THE CONDUIT DIAMETER REQUIRED WILL BE',F6.2,' IN',
c//5X,'VELOCITY AT POINT 1 =',F6.2,' FT/S',//5X,'VELOCITY
cAT POINT 2 =',F6.2,' FT/S')
IF(UNITS.EQ.1)WRITE(6,113)P1,P2,Z1,Z2,HA,HR,HM,Q,L,FLUID,PIPE,
cD,V1,V2
113 FORMAT(1X,'GIVEN DATA FOR A CIRCULAR CLOSED CONDUIT CARRYING INCOM
cPRESSIBLE FLOW',//5X,'PRESSURE AT POINT 1 =',
cF7.1,' KPA',//5X,'PRESSURE AT POINT 2 =',F7.1,' KPA',//5X,
c'ELEVATION AT POINT 1 =',F7.1,' M',//5X,'ELEVATION AT
cPOINT 2 =',F7.1,' M',//5X,'ACTUAL ENERGY ADDED BETWEEN
cPOINTS 1 AND 2 =',F5.1,' KW',//5X,'ACTUAL ENERGY REMOVED
cBETWEEN POINTS 1 AND 2 =',F5.1,' KW',//5X,'MINOR LOSSES
cBETWEEN POINTS 1 AND 2 =',F5.1,' M',//5X,'FLOW RATE =',F7.3,
c'CU M/S',//5X,'LENGTH OF CONDUIT =',F8.1,' M',//5X,
c'FLUID FLOWING IS ',4A6,//5X,'CONDUIT MATERIAL IS ',4A6,
c///1X,'THE CONDUIT DIAMETER REQUIRED WILL BE',F7.1,' MM',
c//5X,'VELOCITY AT POINT 1 =',F6.2,' M/S',//5X,'VELOCITY AT
cPOINT 2 =',F6.2,' M/S ')
GO TO 1
2 STOP
END

SUBROUTINE ROUGH
COMMON F,ED,RN
IF(RN.LE.2000.0)F=64.0/RN
IF(RN.LE.2000.0)RETURN
IF(RN.LT.4000.0)WRITE(6,103)
103 FORMAT(1X,'A REYNOLDS NUMBER IS IN THE CRITICAL ZONE,
cFOR WHICH THE FRICTION FACTOR IS UNCERTAIN. HENCE,
cPROGRAMME EXECUTION WAS TERMINATED.')
IF(RN.LT.4000.0)STOP
F=0.006
TRY1=1.0/SQRT(F)+2.0*ALOG10(ED/3.7+2.51/RN/SQRT(F))
102 F=F+0.00001
TRY2=1.0/SQRT(F)+2.0*ALOG10(ED/3.7+2.51/RN/SQRT(F))
IF(TRY1*TRY2)100,100,101
101 TRY1=TRY2
GO TO 102
100 F=F-0.000005
RETURN
END

```

Η καρτέλα με τα δεδομένα εισαγωγής του προβλήματος έχει ως εξής:

```
OSAMPLE ANALYSIS OF INCOMPRESSIBLE FLOW
                                1.0      150.5      98.4
      24.0      130.0      0.0000105  0.00085      62.4
WATER                                NEW CAST IRON
```

Μετά το τρέξιμο του προβλήματος λάβαμε τα παρακάτω αποτελέσματα, τα οποία επαληθεύονται και από τα αποτελέσματα του παραδείγματος του βιβλίου:

```
OSAMPLE ANALYSIS OF INCOMPRESSIBLE FLOW
OSAMPLE ANALYSIS OF INCOMPRESSIBLE FLOW
                                1.0      150.5      98.4
      24.0      130.0      0.0000105  0.00085      62.4
WATER                                NEW CAST IRON
GIVEN DATA FOR A CIRCULAR CLOSED CONDUIT CARRYING INCOMPRESSIBLE FLOW

PRESSURE AT POINT 1 =      0.0 PSI
PRESSURE AT POINT 2 =      0.0 PSI
ELEVATION AT POINT 1 =     150.5 FT
ELEVATION AT           POINT 2 =     98.4 FT
ACTUAL ENERGY ADDED BETWEEN           POINTS 1 AND 2 =     0.0 HP
ACTUAL ENERGY REMOVED           BETWEEN POINTS 1 AND 2 =     0.0 HP
MINOR LOSSES           BETWEEN POINTS 1 AND 2 =     0.0 FT
DIAMETER OF CONDUIT =     24.00 IN
LENGTH OF CONDUIT =     130.0 FT
FLUID FLOWING IS      WATER
CONDUIT MATERIAL IS   NEW CAST IRON

THE FLOW RATE WILL BE  127.0 CU FT/S
VELOCITY AT POINT 1 =     0.00 FT/S
VELOCITY AT POINT 2 =    40.44 FT/S
```

Πίνακας αποτελεσμάτων 3-1

Σγόλια:

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της αναλυτικής επίλυσης με τη μέθοδο των δοκιμών για το συντελεστή τριβών f και των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την αριθμητική επίλυση, παρατηρούμε ότι έχει επιτευχθεί ακριβής σύγκλιση μεταξύ τους στην τιμή της παροχής Q που μεταφέρει ο αγωγός, καθώς και από τις δύο λύσεις προέκυψε ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα: $Q = 127 \text{ ft}^3/\text{sec}$.

3.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2^ο

Βενζίνη παροχετεύεται μέσω ενός αγωγού όπως φαίνεται στο Σχήμα 9 – 19 («2500 Λυμένα προβλήματα στη Μηχανική των Ρευστών και την Υδραυλική», σελ. 211). Η τραχύτητα του αγωγού (ϵ) είναι 0.500 mm. και η πίεση στο σημείο 1 είναι 2500 kPa. Να βρεθεί η διάμετρος του αγωγού που απαιτείται για παροχετευθεί βενζίνη με τιμή παροχής ίση με $0.10 \text{ m}^3/\text{sec}$. Να θεωρηθούν αμελητέες οι τυχόν απώλειες ενέργειας.

ΛΥΣΗ:

Αρχικά γράφουμε την εξίσωση του Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_L \Rightarrow$$

$$h_L = h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = f \cdot \left(\frac{965.5}{D} \right) \cdot \left[\frac{v_2^2}{2 \cdot 9.807} \right] = (49.23 \cdot f \cdot v_2^2) / D \Rightarrow$$

$$\frac{2500}{7.05} + \frac{v_1^2}{2g} + 82.65 = 0 + \frac{v_2^2}{2g} + 66.66 + (49.23 \cdot f \cdot v_2^2) / D \Rightarrow \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$f \cdot v_2^2 / D = 0.3320, v_2 = Q / A_2 = 0.10 / (\pi \cdot D^2 / 4) = 0.1273 / D^2 \Rightarrow$$

$$f \cdot (0.1273 / D^2)^2 / D = 0.3320$$

$$D = (0.04881 \cdot f)^{1/5}$$

$$\text{Υποθέτουμε ότι } f = 0.0200, D = [(0.04881) \cdot (0.0200)]^{1/5} = 0.2500 \text{ m.},$$

$$v_2 = 0.1273 / 0.2500^2 = 2.037 \text{ m/sec.}$$

$$\text{Επομένως, } N_R = \rho \cdot D \cdot v / \mu = (719) \cdot (0.2500) \cdot (2.037) / (2.92 \cdot 10^{-4}) = 1.25 \cdot 10^6$$

Από τον Πίνακα Α – 9 του Παραρτήματος με τα ύψη τραχύτητας για διάφορα υλικά, βρίσκουμε $\epsilon = 0.00050 \text{ m.}$, $\epsilon/D = 0.00050/0.2500 = 0.0020$. Από το Σχήμα Α – 5 του Παραρτήματος

(Moody chart) προκύπτει $f = 0.0235$. Προφανώς, η τιμή που υποθέσαμε αρχικά δεν είναι σωστή. Δοκιμάζουμε την τιμή για $f = 0.0235$. Επομένως:

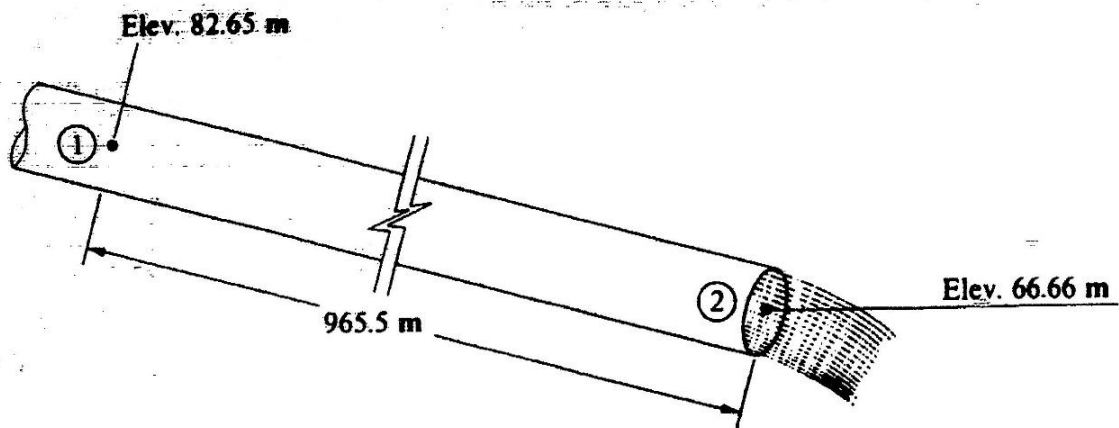
$$D = [(0.04881) \cdot (0.0235)]^{1/5} = 0.2582 \text{ m.}$$

$$v = 0.1273 / 0.2582^2 = 1.909 \text{ m/sec.}$$

$$N_R = \rho \cdot D \cdot v / \mu = (719) \cdot (0.2582) \cdot (1.909) / (2.92 \cdot 10^{-4}) = 1.21 \cdot 10^6$$

$$\varepsilon / D = 0.00050 / 0.2582 = 0.00194 \Rightarrow f = 0.0235$$

Ως εκ τούτου, η τιμή $f = 0.0235$ είναι η σωστή και η διάμετρος είναι ίση με 0.2582 m ή 258.2 mm.



Σχήμα 3.2 Ροή σε κλειστό αγωγό, Πρόβλημα 2^ο

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ:

Η αριθμητική μας επίλυση πραγματοποιήθηκε με ένα υπολογιστικό πρόγραμμα το οποίο προσδιορίζει για έναν κυκλικό αγωγό πίεσης σταθερής διαμέτρου είτε την παροχή, είτε την απαιτούμενη διάμετρο για δεδομένη παροχή για ασυμπίεστη ροή. Το πρόγραμμα αυτό θα πρέπει να είναι εφαρμόσιμο τόσο για το Αγγλοσαξωνικό σύστημα μονάδων (USCS), όσο και για το Διεθνές Σύστημα μονάδων (SI). Το πρόγραμμά μας αυτό βασίζεται στην εξίσωση της ενέργειας (εξίσωση Bernoulli), η οποία εφαρμόζεται μεταξύ των δύο διατομών 1 και 2 του αγωγού (βλ. Σχήμα 3.1).

Όσον αφορά τα φορτία ταχυτήτων στις δύο διατομές, στη διατομή 1 είναι μηδενικό, διότι έχουμε ελεύθερη επιφάνεια σε δεξαμενή νερού, ενώ στη 2 δεν έχουμε γνωστή κάποια τιμή εξαρχής. Σύμφωνα με τους συγγραφείς του εγχειριδίου στην περίπτωση αυτή, όταν δηλαδή

έχουμε οποιαδήποτε άλλη τιμή ταχύτητας, θα την θέτουμε ίση με την μονάδα στο πρόγραμμα. Τα δυναμικά ύψη δίνονται στο Σχήμα 3.2 του προβλήματος, ενώ τα φορτία πίεσεως θεωρούνται μηδέν, καθώς και οποιοσδήποτε μικρές απώλειες ενέργειας. Μηδενική επίσης θεωρείται και η ισχύς που προστίθεται ή που αφαιρείται μεταξύ των δύο διατομών 1 και 2, σύμφωνα πάντα με το βιβλίο.

Τα δεδομένα του προβλήματος 2 πρέπει να εισαχθούν επίσης από το πληκτρολόγιο μέσω της εντολής «READ» της γλώσσας προγραμματισμού FORTRAN στην οποία έχει γραφτεί το αριθμητικό πρόγραμμα υπολογισμού και με τον τρόπο που έχουν υποδείξει οι συγγραφείς του βιβλίου στο αντίστοιχο παράδειγμα 9.297, σελ. 268. Εκτός από τις παραμέτρους στις οποίες αναφερθήκαμε παραπάνω, θα πρέπει να συμπληρώσουμε επιπλέον τις τιμές της παροχής $Q = 0,10 \text{ m}^3/\text{sec}$ και του μήκους του αγωγού L που είναι ίσο με $965,5 \text{ m}$. Τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε είναι η τιμή της διαμέτρου του αγωγού και οι ταχύτητες στις δύο διατομές 1 και 2.

Η καρτέλα με τα δεδομένα και τα αποτελέσματα απεικονίζεται στον παρακάτω Πίνακα:

```

1SAMPLE ANALYSIS OF INCOMPRESSIBLE FLOW
1SAMPLE ANALYSIS OF INCOMPRESSIBLE FLOW
2.5          1.0          1.0          82.65          66.66
              965.5          .000000406.00050          7.05          .10
GASOLINE
              (ROUGHNESS = 0.500 MM)
GIVEN DATA FOR A CIRCULAR CLOSED CONDUIT CARRYING INCOMPRESSIBLE
FLOW

PRESSURE AT POINT 1 =      2.5 KPA

PRESSURE AT POINT 2 =      0.0 KPA

ELEVATION AT POINT 1 =      82.7 M

ELEVATION AT          POINT 2 =      66.7 M

ACTUAL ENERGY ADDED BETWEEN          POINTS 1 AND 2 =      0.0 KW

ACTUAL ENERGY REMOVED          BETWEEN POINTS 1 AND 2 =      0.0 KW

MINOR LOSSES          BETWEEN POINTS 1 AND 2 =      0.0 M

FLOW RATE =      0.100 CU M/S

LENGTH OF CONDUIT =      965.5 M

FLUID FLOWING IS      GASOLINE

CONDUIT MATERIAL IS      (ROUGHNESS =      .500 M)

```

THE CONDUIT DIAMETER REQUIRED WILL BE 257.5 MM

VELOCITY AT POINT 1 = 1.92 M/S

VELOCITY AT POINT 2 = 1.92 M/S

Πίνακας αποτελεσμάτων 3-2

Σχόλια:

Το αποτέλεσμα της διαμέτρου $D = 258.2$ mm. είναι αυτό που προέκυψε την αναλυτική επίλυση. Το αριθμητικό αποτέλεσμα της διαμέτρου του αγωγού $D = 257.5$ mm. που έχει βρεθεί κατόπιν της εκτέλεσης του ανωτέρω προγράμματος στη FORTRAN συγκλίνει με αρκετά μεγάλη ακρίβεια με το αποτέλεσμα που εξήχθη στην αναλυτική λύση με τη μέθοδο των δοκιμών όπου κάναμε υπόθεση αρχικά για το συντελεστή τριβής f . Αυτό μας δείχνει ότι η αριθμητική μέθοδος με τον κώδικα της FORTRAN που χρησιμοποιήσαμε είναι επιτυχής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

<u>ΕΛΛΗΝΙΚΗ</u>	<u>ΞΕΝΗ</u>
<ul style="list-style-type: none">• Δημητρακόπουλος Κ. Αλέξανδρος, Χατζηθεοδώρου Χρήστος, «Στοιχεία Υδραυλικής», Εκδόσεις Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα, 2002• Παπανικολάου Ν. Παναγιώτης, «Στοιχεία μόνιμης ροής σε αγωγούς υπό πίεση & αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια», Διδακτικές Σημειώσεις: Έκδοση 2, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αύγουστος 2012• Σούλης Βασ. Ιωάννης, «Υδραυλική κλειστών αγωγών», Εκδόσεις Αϊβάζη, Θεσσαλονίκη, 1986• Στάμου Ι. Αναστάσιος, «Εφαρμοσμένη Υδραυλική», Σημειώσεις, Ε.Μ.Π. (https://hydro.ntua.gr/faculty/stamou/gr/index.htm)• Τερζίδης Α. Γεώργιος, «Εφαρμοσμένη Υδραυλική», Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 1997• Χορς Μ. Γεώργιος, «Υδροδυναμική Κόλπων και Ταμιευτήρων», Σημειώσεις για το μάθημα, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα, 1999	<ul style="list-style-type: none">• Evett B. Jack, Cheng Liu, «2500 Solved Problems in Fluid Mechanics & Hydraulics», Schaum's Solved Problem Series, McGRAW – HILL, Inc.• Giles V. Ranald, «Μηχανική των Ρευστών και Υδραυλική», Μετάφραση: Νουτσόπουλος Γεώργιος, Μέγγος Αλέξανδρος, Schaum's Outline Series, McGraw – Hill, New York, ΕΣΠΙ, Αθήνα, 1998