

**Τμήμα  
Μηχανικών  
Πληροφορικής τ.ε.**  
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα  
Δυτικής Ελλάδας

## **ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Υλοποίηση τράπεζας φίλτρων για την ανάλυση  
ηχητικών σημάτων σε προγραμματιστικό  
περιβάλλον Matlab

---

Δρίβας Παναγιώτης

Επιβλέπων καθηγητής: Μιχαήλ Παρασκευάς

Αντίρριο , Δεκέμβριος 2015

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή

Αντίρριο, Ημερομηνία

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1. Ονοματεπώνυμο, Υπογραφή
2. Ονοματεπώνυμο, Υπογραφή
3. Ονοματεπώνυμο, Υπογραφή

# Ευχαριστίες

---

Με την εκπόνηση της παρούσας εργασίας ολοκληρώνω επιτυχώς την ακαδημαϊκή μου σταδιοδρομία στο Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδος.

Με την ευκαιρία αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές μου που ξεκινήσαμε μαζί αυτόν τον αγώνα για μόρφωση και πρόοδο.

Φυσικά πολλές ευχαριστίες οφείλω και σε όλους τους καθηγητές μου που στη διάρκεια αυτών των ετών με δίδαξαν , με καθοδήγησαν και με παρότρυναν πετύχω στον σκοπό μου.

Ιδιαίτερος θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Μιχαήλ Παρασκευά για την επίβλεψη της παρούσας πτυχιακής εργασίας.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια.

## Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	3
Περιεχόμενα.....	4
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	5
ABSTRACT .....	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΗΧΗΤΙΚΑ ΣΗΜΑΤΑ .....	7
1.1 Ήχος .....	7
1.2 Ψηφιακός Ήχος.....	9
1.3 Συχνότητα & Υψος.....	10
1.4 Θόρυβος .....	12
1.5 Ένταση .....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΨΗΦΙΑΚΟΥ ΗΧΟΥ.....	15
2.1 Δειγματοληψία.....	16
2.1.1 Θεώρημα δειγματοληψίας.....	17
2.2 Κβάντιση .....	23
2.3 Κωδικοποίηση .....	25
2.3.1 Κωδικοποίηση Huffman .....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΦΙΛΤΡΑ -ΤΡΑΠΕΖΑ ΦΙΛΤΡΩΝ .....	29
3.1 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα .....	31
3.2 Τεχνολογίες υλοποίησης φίλτρων .....	32
3.3 Αναλογικά και Ψηφιακά Φίλτρα.....	33
3.3.1 Αναλογικά Φίλτρα.....	34
3.3.2 Ψηφιακά Φίλτρα .....	35
3.4 Διαφορές Αναλογικών και Ψηφιακών Φίλτρων .....	36
3.5 Πλεονεκτήματα ψηφιακών φίλτρων.....	37
3.6 Είδη Κλασικών Ιδανικών Φίλτρων.....	37
3.6.1 Χαμηλοπερατό ή χαμηλοδιαβατό φίλτρο(Low Pass Filter) .....	38
3.6.2 Υψηλοπερατό ή υψηλοδιαβατό φίλτρο(High Pass Filter).....	39
3.6.3 Ζωνοπερατό φίλτρο(Band Pass Filter).....	40
3.7 Φίλτρα FIR και IIR .....	41
3.8 Ευστάθεια και Αιτιατότητα .....	42

3.9 Τράπεζες Φίλτρων .....	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	45
4.1 Κώδικας για την δημιουργία των κρουστικών αποκρίσεων των φίλτρων .....	46
4.2 Κώδικας συνέλιξης ενός σήματος με το αρχικό ηχητικό σήμα.....	49
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	84

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία μελετήσαμε την επεξεργασία ηχητικών σημάτων σε όλα τα στάδια της από τη μετατροπή των φυσικών ηχητικών σημάτων σε ψηφιακά , την κωδικοποίηση τους και την επεξεργασία τους με τη χρήση τράπεζας φίλτρων. Στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρεται στην φύση και τα είδη των ηχητικών σημάτων. Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφουμε την στα στάδια επεξεργασίας του ψηφιακού ήχου που περιλαμβάνουν την δειγματοληψία , την κβάντιση και την κωδικοποίηση των ηχητικών σημάτων. Ακολούθως στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφονται λεπτομερώς τα φίλτρα (αναλογικά και ψηφιακά) , τα είδη τους , οι τεχνολογίες υλοποίησης τους καθώς και οι τράπεζες φίλτρων. Το τέταρτο κεφάλαιο είναι αφιερωμένο στην πειραματική προσομοίωση με τη χρήση του λογισμικού εργαλείου Matlab , μιας τράπεζας 32 φίλτρων 512 σημείων και η εφαρμογή της στην επεξεργασία ενός ηχητικού σήματος.

Λέξεις Κλειδιά : Ηχητικό σήμα, Δειγματοληψία , Κβάντιση , Φίλτρα , Τράπεζα Φίλων

## **ABSTRACT**

In this thesis we studied the processing of audio signals at all stages of the conversion of physical to digital audio signals, their coding and processing using filter bank. The first chapter refers to the nature and types of audio signals. In the second chapter we describe the digital audio processing stages including the sampling, quantization and encoding of audio signals. Then in the third chapter describes in detail the filters (analog and digital), their species, implementation technologies and the filter banks. The fourth chapter is devoted to experimental simulation using the Matlab software tool, a filter bank with 32 filters, each one containing 512 points and its application in processing an audio signal.

Key Words : Audio signal , Sampling , Quantization , Filters , Filter Bank

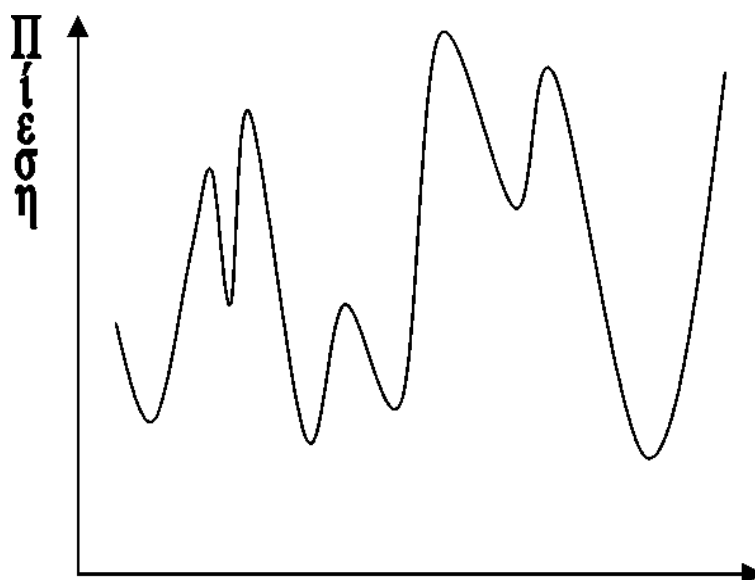
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΗΧΗΤΙΚΑ ΣΗΜΑΤΑ

### 1.1 Ήχος

Από φυσική άποψη ένας ήχος παράγεται από μεταβολές της πίεσης που μεταδίδονται σε ένα μέσο που μπορεί να συμπιεστεί. Παρόλο που ο ακριβής μηχανισμός διαφέρει από περίπτωση σε περίπτωση οι βασικές αρχές της μετάδοσης και παραγωγής ήχων παραμένουν οι ίδιες. Πιο συγκεκριμένα, τα μόρια όλων των φυσικών σωμάτων προτιμούν να κρατούν σταθερές αποστάσεις από όλα τα γειτονικά τους μόρια. Κατά συνέπεια όταν για οποιονδήποτε λόγο τα μόρια σε μία περιοχή συμπιεστούν και επομένως οι αποστάσεις μεταξύ τους μικρύνουν, τα μόρια της περιοχής επιδιώκουν να επανέλθουν στην αρχική τους κατάσταση συμπιέζοντας με τη σειρά τους τα μόρια των γειτονικών τους περιοχών κ.ο.κ. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται σε ένα μέσο μεταβολές πίεσης που μεταδίδονται με μία ορισμένη ταχύτητα. Οι συγκεκριμένες μεταβολές αποτελούν ένα ηχητικό κύμα. Όταν οι μεταβολές αυτές φτάσουν στο αυτί μας θέτουν ένα ολόκληρο μηχανισμό από μεμβράνες και οστά σε ταλάντωση και διεγείρουν κατάλληλα ορισμένα νευρικά κύτταρα με αποτέλεσμα το αίσθημα της ακοής. Συνοψίζοντας, θεωρούμε ότι σώματα σε ταλάντωση και μεταβολές πίεσης που μεταδίδονται με μία ορισμένη ταχύτητα αποτελούν την προέλευση των ήχων. Για παράδειγμα, αν χτυπήσουμε τη χορδή μίας κιθάρας, τότε η χορδή θα αρχίσει να ταλαντώνεται. Κάθε φορά που η χορδή κινείται προς τα πάνω συμπιέζει τα μόρια του αέρα που βρίσκονται πάνω της και τα παραγόμενα ηχητικά κύματα μεταδίδονται μέσω του αέρα μέχρι να συναντήσουν το τύμπανο του αυτιού μας. Οι αρχές λειτουργίας της χορδής είναι κοινές και για άλλες πηγές ήχων. Μια παράδειγμα όταν ένας σαξοφωνίστας φυσάει στο σαξόφωνο του, θέτει σε παλινδρομική κίνηση μία στήλη αέρα μέσα στο όργανο του. Ο σαξοφωνίστας μπορεί να μεταβάλλει την παλινδρόμηση του αέρα ανοίγοντας και κλείνοντας τρύπες που βρίσκονται κατά μήκος του σαξοφώνου.

Η ταλάντωση που εκτελούν τα μόρια ενός σώματος κατά την παραγωγή ενός ήχου μπορεί να είναι αρκετά πολύπλοκη. Για παράδειγμα, η ανθρώπινη φωνή παράγεται

από ένα συνδυασμό ταλαντώσεων των φωνητικών χορδών που προκαλούν την ταλάντωση του αέρα που βρίσκεται στους πνεύμονες, στο λαιμό, στο στόμα και στα ιγμόρεια. Ο ήχος μίας κιθάρας ή ενός βιολιού προέρχεται από την ταλάντωση μίας χορδής του οργάνου που θέτει σε παλινδρομική κίνηση τον αέρα που βρίσκεται στο αντηχείο του οργάνου. Η χροιά του ήχου που παράγουν τα περισσότερα μουσικά όργανα εξαρτάται από το σχήμα και τις υπόλοιπες φυσικές ιδιότητες του αντηχείου τους.



**Εικόνα 1.1:** Μεταβολές πίεσης στο τύμπανο.

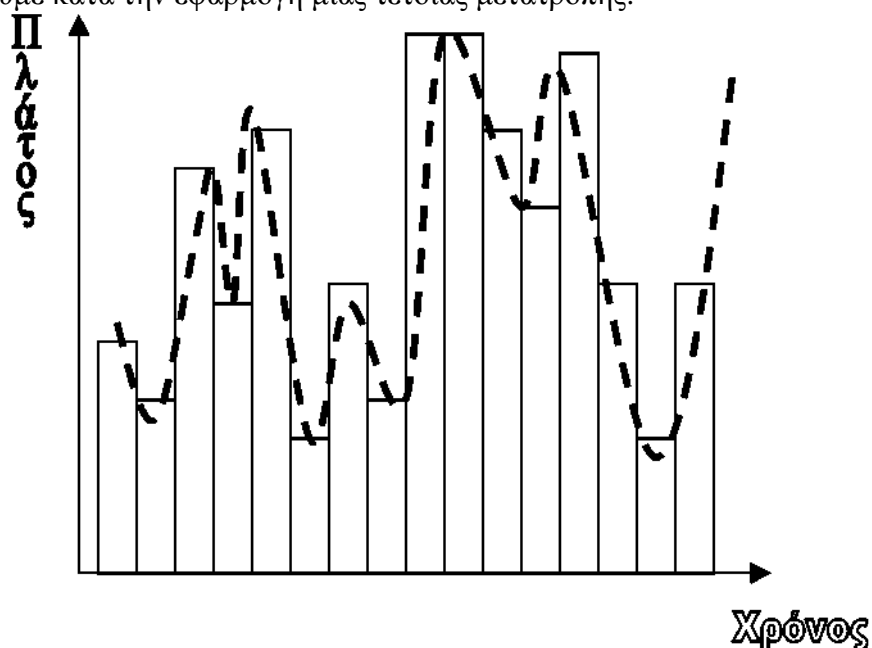
Κάθε ήχος λοιπόν κάποια στιγμή αποτελείται από ένα σύνολο μεταβολών πίεσης. Αν είχαμε κάποιο τρόπο σχεδίασης των συγκεκριμένων μεταβολών της πίεσης που διεγείρουν το τύμπανο του ακροατή θα καταλήγαμε σε ένα διάγραμμα παρόμοιο με αυτό της Εικόνας 1.1. Ένας αρκετά απλός τρόπος για να δημιουργήσουμε ένα τέτοιο διάγραμμα θα ήταν να προσαρμόσουμε ένα κομμάτι μεταλλικό σύρμα σε ένα λεπτό φύλλο χαρτί και να τοποθετήσουμε ένα μαγνήτη σχετικά κοντά. Όταν αρχίσουμε να μιλάμε μπροστά στο χαρτί τότε οι μεταβολές της πίεσης που οφείλονται στη φωνή μας θα αναγκάζουν το χαρτί να κινείται μπρος ή πίσω, μεταβάλλοντας παράλληλα και τη θέση του μεταλλικού σύρματος ως προς το μαγνήτη. Η κίνηση αυτή του σύρματος θα δημιουργήσει ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα το οποίο θα είναι ανάλογο με τις μεταβολές της πίεσης του αέρα που προκαλεί η φωνή μας. Ο απλός αυτός μικροφωνικός μηχανισμός δουλεύει και αντίστροφα. Ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό



ρεύμα μπορεί να μεταβάλλει το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη μεταβάλλοντας και τη θέση του σύρματος ως προς το μαγνήτη και προκαλώντας κατά συνέπεια την κίνηση του χαρτιού. Οι αρχές λειτουργίας της συσκευής που περιγράψαμε αντιστοιχούν στον τρόπο με τον οποίο ηχητικά σήματα μπορούν να μετατραπούν σε ηλεκτρικά σήματα μέχρι τις μέρες μας.

## 1.2 Ψηφιακός Ήχος

Όπως είναι δυνατό να μετατρέψουμε τις μεταβολές πίεσης που προέρχονται από έναν ήχο σε αναλογικό ηλεκτρικό σήμα με ανάλογο τρόπο είμαστε σε θέση να μετατρέψουμε ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό σήμα σε μία σειρά από διακριτές τιμές και αντίστροφα. Επειδή όμως η αναλογική και διακριτή μορφή ενός ήχου είναι διαφορετικές, πάντα χάνουμε πληροφορία κατά την εφαρμογή μίας τέτοιας μετατροπής. Όλη η προσπάθεια σε μία τέτοια περίπτωση είναι να καταλάβουμε τι είδους πληροφορία χάνουμε ώστε να επιλέξουμε τι πληροφορία θα πρέπει να κρατήσουμε κατά την εφαρμογή μίας τέτοιας μετατροπής.



**Εικόνα 1.2:** Ψηφιακή και αναλογική αναπαράσταση ηχητικού σήματος.

Σε ψηφιακή μορφή ένα ηχητικό σήμα παριστάνεται από μια σειρά από νούμερα (τα οποία ονομάζουμε δείγματα) τα οποία αντιστοιχούν στην πίεση του αέρα ή στην

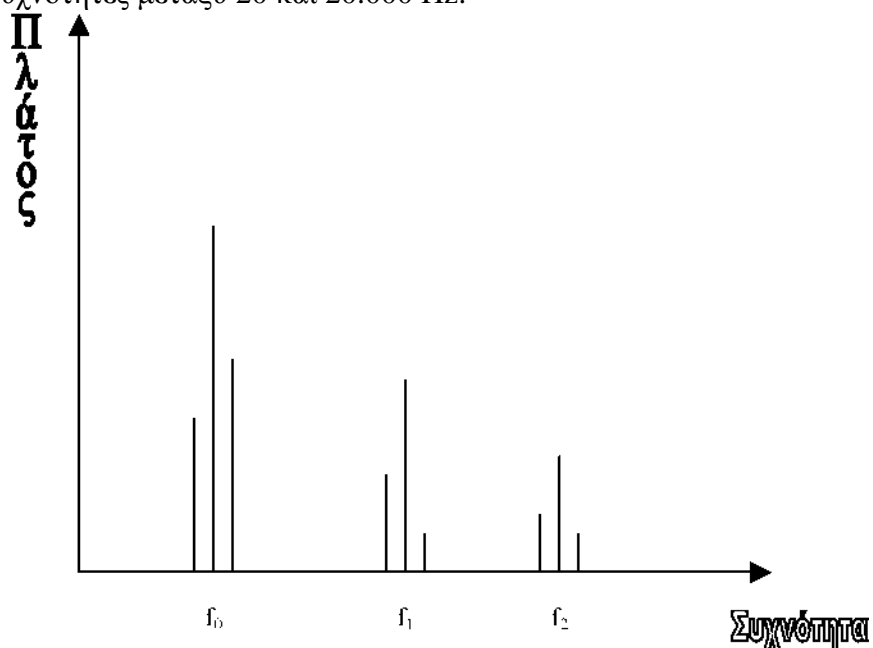
ηλεκτρική τάση σε διαδοχικές χρονικές στιγμές. Η δειγματοληψία ενός αναλογικού σήματος αντιμετωπίζει δύο κύρια προβλήματα που περιγράφονται στην Εικόνα 3.2. Η εικόνα περιγράφει δυο αναπαραστάσεις ενός ηχητικού σήματος. Η διακεκομμένη μαύρη γραμμή περιγράφει την αναλογική μορφή του σήματος. Η ψηφιακή μορφή του σήματος παριστάνεται σαν μία ακολουθία από ορθογώνια. Το πρώτο πρόβλημα προέρχεται από το γεγονός ότι κάθε τιμή του σήματος στη ψηφιακή του μορφή έχει μια ορισμένη χρονική διάρκεια (κάθε ορθογώνιο έχει ένα ορισμένο πλάτος). Το δεύτερο πρόβλημα είναι ότι οι τιμές του σήματος στη διακριτή του μορφή είναι ορισμένες, με άλλα λόγια υπάρχει ένα πεπερασμένο σύνολο από ύψη που μπορεί να έχει ένα ορθογώνιο. Κατά συνέπεια το ύψος του κάθε ορθογωνίου δεν ταυτίζεται απόλυτα με το ύψος του αναλογικού σήματος κάθε χρονική στιγμή. Τα δύο αυτά προβλήματα είναι οι βασικές πηγές απωλειών κατά τη μετατροπή ενός ήχου από αναλογική σε ψηφιακή μορφή. Τα προβλήματα αυτά μπορούν να αντιμετωπιστούν λιγότερο ή περισσότερο αποτελεσματικά με τη μεταβολή της ψηφιακής αναπαράστασης ενός ήχου αλλά δεν μπορούν ποτέ να εξαλειφθούν. Το πρόβλημα δεν είναι λοιπόν πως μπορούμε να εξαλείψουμε τις απώλειες που αναφέραμε, αλλά δεδομένης της τεχνολογίας που διαθέτουμε πως μπορούμε να κάνουμε ανεκτές τις συγκεκριμένες απώλειες.

Το κύριο πλεονέκτημα της ψηφιακής επεξεργασίας ήχων προέρχεται από το γεγονός ότι η αντιγραφή ψηφιακών σημάτων δεν προσθέτει θόρυβο στο σήμα μας. Αντίθετα η αναλογική επεξεργασία ήχων προσθέτει θόρυβο κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αντιγραφής ενός σήματος από το ένα μέσο στο άλλο.

### 1.3 Συχνότητα & Ύψος

Αν θέλουμε να περιγράψουμε τον ήχο που παράγουν δύο πνευστά μουσικά όργανα όπως η τρομπέτα και η τούμπα θα παρατηρήσουμε ότι παρόλο που και τα δύο είναι παρόμοια όργανα, η τρομπέτα παράγει πιο ψηλούς ήχους από την τούμπα. Το ύψος του ήχου είναι ένα υποκειμενικό χαρακτηριστικό που σχετίζεται με ένα αντικειμενικό χαρακτηριστικό, τη συχνότητα. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η συχνότητα ενός συνημιτονικού ηχητικού σήματος αντιστοιχεί στον αριθμό των κύκλων που εκτελεί η συνάρτηση ανά δευτερόλεπτο και μετριέται σε κύκλους ανά δευτερόλεπτο ή Hertz (Hz). Ο συγκεκριμένος ορισμός της συχνότητας στηρίζεται στο γεγονός ότι το συνημίτονο είναι μία περιοδική συνάρτηση. Στην πράξη πολλοί λίγοι ήχοι στη φύση είναι περιοδικοί επομένως ο ορισμός της συχνότητας που δώσαμε δε θα μπορούσε να

εφαρμοστεί για την πλειονότητα των ηχητικών σημάτων αν δεν ίσχυε ότι κάθε ήχος μπορεί να αναλυθεί σε ένα άρθροισμα κατάλληλων συνημιτονικών σημάτων. Το γεγονός ότι υπάρχει μία τέτοια ανάλυση μας επιτρέπει να αναφερόμαστε στο *φάσμα συχνοτήτων* (*frequency spectrum*) ενός ηχητικού σήματος που αποτελεί ένα διάγραμμα του πλάτος που έχει κάθε συχνότητα που περιέχεται στο σήμα μας. Για παράδειγμα, η Εικόνα 3.3 περιγράφει τη μορφή που έχει το φάσμα συχνοτήτων για ένα ηχητικό σήμα. Για να γίνει αντιληπτός ένα ήχος από το ανθρώπινο αυτί θα πρέπει να έχει συχνότητες μεταξύ 20 και 20.000 Hz.



**Εικόνα 3.3:** Παράδειγμα φάσματος συχνοτήτων για ένα ηχητικό σήμα.

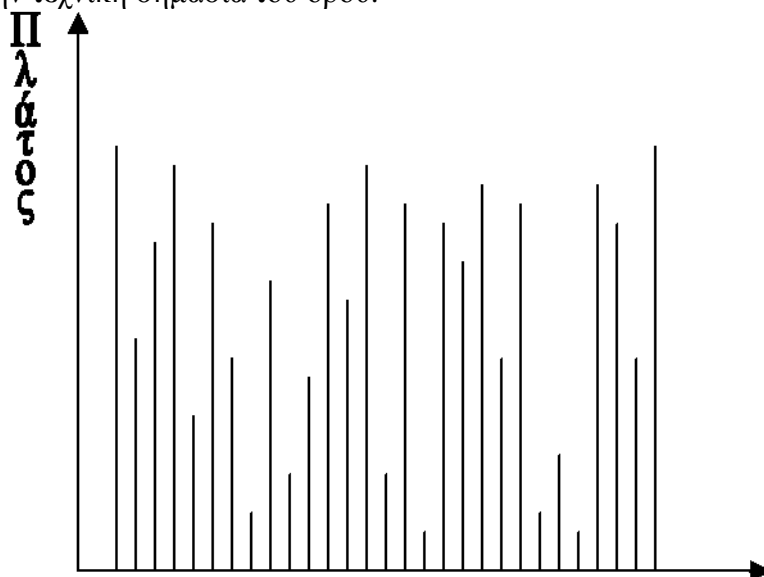
Κάθε περιοδικός ήχος μπορεί να αναλυθεί σε ένα άρθροισμα συνημιτονικών συναρτήσεων με διάφορα πλάτη και φάσεις και με συχνότητες οι οποίες είναι ακέραια πολλαπλάσια μίας *θεμελιώδους συχνότητας* (*fundamental frequency*). Οι συχνότητες αυτές ονομάζονται *αρμονικές* (*harmonic frequencies*) και το πλήθος και το σχετικό τους πλάτος είναι σε μεγάλο βαθμό υπεύθυνες για το υποκειμενικό αίσθημα της *χροιάς* ενός ήχου. Σε αρκετές περιπτώσεις η αρμονική συχνότητα με το μεγαλύτερο πλάτος καθορίζει και το ύψος του ήχου και συνήθως πάλι η συχνότητα αυτή είναι η θεμελιώδης συχνότητα.

Η αντιστοιχία μεταξύ ύψους και συχνότητας δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα το ύψος αρκετά δυνατών ήχων συνήθως είναι χαμηλότερο από ότι το ύψος ασθενών

ήχων με την ίδια συχνότητα.

## 1.4 Θόρυβος

Αν ένα ηχητικό σήμα έχει ένα φάσμα συχνοτήτων παρόμοιο με αυτό της Εικόνας 3.3 τότε μπορούμε να διακρίνουμε τις συχνότητες με το μεγαλύτερο πλάτος και να τις χρησιμοποιήσουμε για να χαρακτηρίσουμε το ηχητικό σήμα. Τι συμβαίνει όμως στην περίπτωση που το φάσμα συχνοτήτων έχει τη μορφή της Εικόνας 3.4; Στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει κάποια συχνότητα ή σύνολο συχνοτήτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το χαρακτηρισμό του ηχητικού σήματος. Ένα ηχητικό σήμα που διαθέτει ένα πλήρες σύνολο συχνοτήτων ονομάζεται *θόρυβος* (*noise*). Η τεχνική χρήση του όρου θόρυβος είναι αρκετά διαφορετική από την καθημερινή χρήση του όρου. Ένας δυνατός οξύς ήχος που στην καθημερινή ζωή θα τον χαρακτηρίζαμε ως θόρυβο έχει ένα αρκετά καθορισμένο φάσμα συχνοτήτων και επομένως δεν αποτελεί θόρυβο με την τεχνική σημασία του όρου.



**Εικόνα 3.4:** Παράδειγμα φάσματος συχνοτήτων για σήμα θορύβου.

Όσο και αν φαίνεται περίεργο ο θόρυβος βρίσκει αρκετές εφαρμογές στη μουσική. Για παράδειγμα, τα περισσότερα κρουστά όργανα παράγουν ήχους με φάσματα συχνοτήτων παρόμοια με αυτό της Εικόνας 3.4.

## 1.5 Ένταση

Η υποκειμενική αίσθηση της έντασης ενός ήχου είναι συνδεδεμένη με την ισχύ του ηχητικού σήματος που διεγείρει το αυτί μας. Η κύρια αιτία για την οποία ήχοι έχουν διαφορετικές εντάσεις είναι ότι πιέζουν με διαφορετική δύναμη το τύμπανο του αυτιού μας. Σε μία τέτοια περίπτωση, ένας φυσικός θα έλεγε ότι τα ηχητικά κύματα έχουν διαφορετική ισχύ. Όσο πιο μεγάλη ισχύ έχουν τα ηχητικά κύματα τόσο μεγαλύτερη πίεση εξασκούν στο μηχανισμό του αυτιού μας.

Τα ηλεκτρικά σήματα έχουν και αυτά ισχύ, η στιγμιαία τιμή της οποίας είναι ανάλογη του τετραγώνου των διαφορών τάσης που προκαλούν στο μέσο στο οποίο διαδίδονται. Η ολική ισχύ ενός ηλεκτρικού σήματος προέρχεται από την άρθρωση όλων των στιγμιαίων τιμών της ισχύος στη μονάδα του χρόνου. Η ολική ισχύς ενός ηχητικού σήματος σε ψηφιακή μορφή είναι ανάλογη του αθροίσματος των τετραγώνων των διακριτών τιμών από τις οποίες συντίθεται. Η μέση τιμή της ισχύος στην περίπτωση αυτή είναι ανάλογη της μέσης τιμής του αθροίσματος των τετραγώνων των διακριτών τιμών από τις οποίες συντίθεται το σήμα μας.

Στις εφαρμογές πολυμέσων δε μας ενδιαφέρει τόσο η απόλυτη τιμή της ισχύος ενός ηχητικού σήματος όσο η σχετική τιμή της ισχύος μεταξύ δύο ηχητικών σημάτων. Η σχετική ισχύς μετριέται σε bels ή πιο συχνά σε decibels (dB) ( $1 \text{ dB} = 0.1 \text{ bel}$ ). Για να συγκρίνουμε την ισχύ δύο ηχητικών σημάτων υπολογίζουμε το λόγο των ισχύων τους. Ο λογάριθμος ως προς 10 του λόγου αυτού είναι η διαφορά των δύο ισχύων σε bels. Αν πολλαπλασιάσουμε το συγκεκριμένο λογάριθμο επί 10 παίρνουμε την διαφορά σε dB. Μαθηματικά έχουμε ότι:

$$(\text{Διαφορά Έντασης})^{\wedge} = 10 \times \log_{10} (\text{Ισχύς1}/\text{Ισχύς2})$$

Κατά σύμβαση για τη μέτρηση της έντασης ενός ήχου χρησιμοποιείται η διαφορά της έντασης του σε dB από ένα ηχητικό σήμα αναφοράς. Το σήμα αναφοράς είναι προσεγγιστικά ο πιο ασθενής ήχος συχνότητας 1000 Hz που μπορεί να γίνει αντιληπτός από το ανθρώπινο αυτί. Με βάση αυτή την κλίμακα ο πιο δυνατός ήχος που μπορούμε να ακούσουμε είναι περίπου 120 dB δυνατότερος (δηλ. ένα εκατομμύριο επί ένα εκατομμύριο φορές πιο δυνατός σε απόλυτη ένταση από τον ήχο

αναφοράς) και αντιστοιχεί στον ήχο του κινητήρα ενός αεροπλάνου. Η λογαριθμική βάση υπολογισμού των dB έχει σαν αποτέλεσμα δύο ήχοι καθένας από τους οποίους έχει π.χ. ένταση 60 dB να έχουν ένταση μόλις 63 dB όταν ακούγονται συγχρόνως. Μια αύξηση της έντασης ενός ήχου κατά 1.000.000 φορές αντιστοιχεί σε μία αύξηση της έντασης του κατά 60 dB.

Πέρα από την μέτρηση της έντασης ενός ήχου η κλίμακα σε dB χρησιμοποιείται στη μέτρηση της απώλειας έντασης που έχουν ορισμένα ηλεκτρονικά κυκλώματα ή αλγόριθμοι επεξεργασίας ψηφιακού ήχου. Για παράδειγμα διαφορετικοί ήχοι με την ίδια ισχύ μπορεί να προκύψουν με σχετική διαφορά 10 dB στην ισχύ τους μετά από μια τέτοια επεξεργασία. Επιπλέον η κλίμακα σε dB χρησιμοποιείται για τη μέτρηση του θορύβου ή της παραμόρφωσης που εισάγεται σε ένα σήμα.

Για παράδειγμα ένας μουσικός οπτικός δίσκος αποθηκεύει τα δείγματα του ήχου σε ακεραίους μήκους 16-bit. Το εύρος των αριθμών που μπορούν να αποθηκευτούν σε ακέραιους αυτής της μορφής είναι από -32.768 ως +32.767. Κατά τη διάρκεια της αποθήκευσης οι τιμές του πρωτότυπου σήματος έχουν στρογγυλευτεί στον πλησιέστερο ακέραιο άρα το μέγιστο λάθος που έχει γίνει κατά την αποθήκευση είναι 0.5, το οποίο είναι  $2^{-16}$  φορές μεγαλύτερο από τη μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει το σήμα μας. Επειδή η ισχύς του σήματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του, το λάθος στην περίπτωση μας θα έχει  $2^{-32}$  φορές μεγαλύτερη ισχύ από την ισχύ του μεγαλύτερου σήματος μας. Ο λόγος της ισχύος μεταξύ του δείγματος με τη μέγιστη τιμή και του λάθους (θορύβου) στην περίπτωση μας είναι  $2^{32}$  προς 1, ή  $10 \times \log_{10}(2^{32}) = 96.3$  dB.

Υπάρχουν δύο κύριοι λόγοι για τους οποίους η μέτρηση σε dB αντιστοιχεί στην ανθρώπινη αντίληψη της έντασης ενός ήχου (δηλ. την υποκειμενική ένταση (*loudness*)). Ο πρώτος λόγος είναι ότι η ανθρώπινη ακοή είναι κατά προσέγγιση λογαριθμική δηλ. η διαφορά μεταξύ των υποκειμενικών εντάσεων δύο ήχων δεν εξαρτάται από τη απόλυτη τιμή της διαφοράς αυτής αλλά από το λόγο των ισχύων τους. Παρόλο που δεν είναι απόλυτα σωστό μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το 1 dB αντιστοιχεί στην ελάχιστη διαφορά έντασης που μπορεί να γίνει αντιληπτή μεταξύ δύο ήχων.

Ο δεύτερος λόγος προέρχεται από το γεγονός ότι η υποκειμενική ένταση ενός σύνθετου ήχου εξαρτάται από τη σχετική τιμή των συνιστωσών του. Πιο συγκεκριμένα, η ανθρώπινη ακοή εμφανίζει μια συγκεκριμένη μορφή ψευδαίσθησης

που είναι γνωστή ως *συγκάλυψη* (*masking*). Αν ένας ήχος αποτελείται από δύο συνιστώσες και ισχύει ότι η ένταση της μίας από αυτές είναι αρκετά μεγαλύτερη από την άλλη, τότε σε αρκετές περιπτώσεις η ασθενέστερη συνιστώσα δε γίνεται αντιληπτή. Ουσιαστικά, η ανθρώπινη ακοή προσαρμόζεται στο δυνατότερο ήχο ενώ ο ασθενέστερος ήχος γίνεται αντιληπτός σαν περισσότερο ασθενής από ότι πραγματικά είναι. Το φαινόμενο γίνεται αρκετά πιο έντονο όταν οι δύο συνιστώσες έχουν κοντινά ύψη. Η συγκάλυψη βρίσκει αρκετές εφαρμογές στη συμπίεση ηχητικών σημάτων. Πιο συγκεκριμένα, αρκετοί μηχανισμοί συμπίεσης ανιχνεύουν και εξαλείφουν στο συμπιεσμένο σήμα τις συνιστώσες εκείνες που θα συγκαλυφθούν κατά την ακρόαση του ήχου. Το σήμα που προκύπτει είναι απλούστερο και περισσότερο εύκολο να συμπιεστεί.

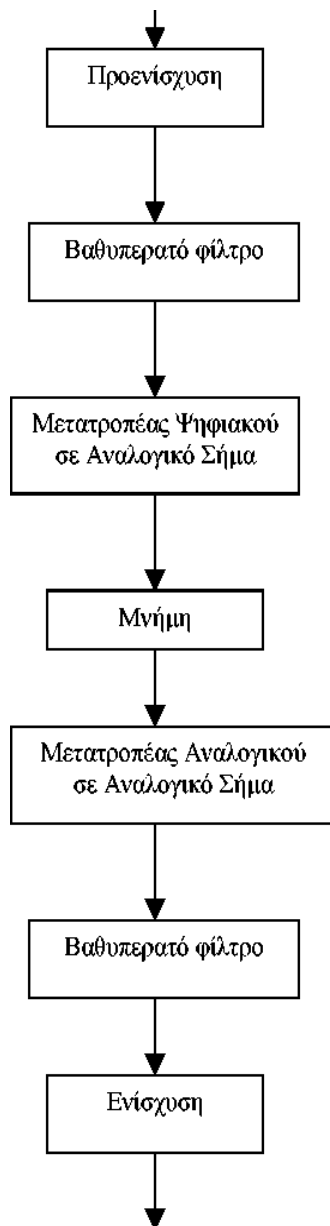
Η υποκειμενική αντίληψη της έντασης ενός ήχου εξαρτάται και από άλλους παράγοντες όπως λ.χ. το ύψος του ήχου. Πιο συγκεκριμένα, το αυτί μας είναι πιο ευαίσθητο σε ορισμένα εύρη συχνοτήτων από ότι σε άλλα. Η πιο ευαίσθητη περιοχή για το αυτί μας βρίσκεται μεταξύ 2700-3200 Hz με την ευαισθησία να μειώνεται βαθμιαία σε κάθε πλευρά αυτής της περιοχής. Κατά συνέπεια ένας συνημιτονικός ήχητικό σήμα με συχνότητα 3000 Hz και με μία ορισμένη ένταση θα ακούγεται πιο ισχυρός από ένα σήμα της ίδιας έντασης αλλά με συχνότητα 200 ή 8000 Hz.

Επιπλέον το αυτί μας είναι λιγότερο ευαίσθητο σε σύνθετους παρά σε απλούς τόνους. Πιο συγκεκριμένα, δεν αντιλαμβανόμαστε αρκετά εύκολα θορύβους που περιέχουν αρκετές υψηλές συχνότητες. Ορισμένες ψηφιακές τεχνικές, όπως το *dithering*, μετασχηματίζει ορισμένους τύπους λαθών κατά την επεξεργασία ενός ηχητικού σήματος σε θόρυβο υψηλής συχνότητας που γίνεται δύσκολα αντιληπτός.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΨΗΦΙΑΚΟΥ ΗΧΟΥ**

Ένα σύστημα ψηφιακού ήχου για να ενσωματωθεί σε ένα σύστημα πολυμέσων θα πρέπει να προσφέρει τις δυνατότητες της καταγραφής, της αποθήκευσης και της απόδοσης (playback) ηχητικών σημάτων. Ένα πλήρες σύστημα που προσφέρει τις δυνατότητες που αναφέραμε αποτελείται από τα στάδια που περιγράφονται στην Εικόνα 2.1 και τα οποία θα αναλύσουμε στη συνέχεια.

Η καταγραφή ενός ηχητικού σήματος γίνεται με τη βοήθεια ενός μικροφώνου που μετατρέπει τα ηχητικά σήματα σε διαφορές δυναμικού. Επειδή οι διαφορές αυτές έχουν μικρό εύρος για τη διευκόλυνση της επεξεργασίας συνήθως παρεμβάλλεται ένα στάδιο προενίσχυσης του



σήματος έτσι ώστε να προκύψει μία περισσότερο ενισχυμένη μορφή του ηλεκτρικού σήματος. Το ηλεκτρικό σήμα μετά το στάδιο της προενίσχυσης τροφοδοτείται σε ένα βαθυπερατό φίλτρο. Σκοπός του φίλτρου αυτού είναι η αποκοπή των συχνοτήτων που υπάρχουν στο σήμα μας και που είναι μεγαλύτερες του μισού της συχνότητας δειγματοληψίας έτσι ώστε να αποφύγουμε φαινόμενα αναδίπλωσης κατά τη δειγματοληψία του ηλεκτρικού σήματος. Στη συνέχεια το στάδιο της δειγματοληψίας μετατρέπει το αναλογικό ηλεκτρικό σήμα στην είσοδο του σε μια ακολουθία δυαδικών αριθμών η οποία και αποθηκεύεται στη μνήμη του υπολογιστικού συστήματος. Στο σημείο αυτό το ηχητικό σήμα έχει μετασχηματιστεί από αναλογική σε ψηφιακό.

Σχήμα 2.1 : Στάδια Επεξεργασίας Συστήματος Ψηφιακού Ήχου.

Ακολουθώς περιγράφουμε και αναλύουμε την διαδικασία μετατροπής ενός αναλογικού ακουστικού σήματος σε ψηφιακό και την προετοιμασία του για μετάδοση μέσω κάποιου ενσύρματου ή ασύρματου μέσου. Η διαδικασία που αναλύεται αφορά τα τρία στάδια, της δειγματοληψίας, της κβάντισης και της κωδικοποίησης που εν συνόλο αποτελούν την λεγόμενη Παλμοκωδική Διαμόρφωση PCM.

## 2.1 Δειγματοληψία



Στην επιστήμη της επεξεργασίας σήματος, **δειγματοληψία** (αγγλ.: sampling) είναι η μετατροπή ενός συνεχούς σήματος σε διακριτό. Ένα συνηθισμένο παράδειγμα δειγματοληψίας είναι η μετατροπή ενός ηχητικού σήματος (συνεχές σήμα) σε μια σειρά από δείγματα (που ονομάζεται σήμα διακριτού χρόνου).

Το **δείγμα** συνήθως αναφέρεται σε μια τιμή του συνεχούς σήματος σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

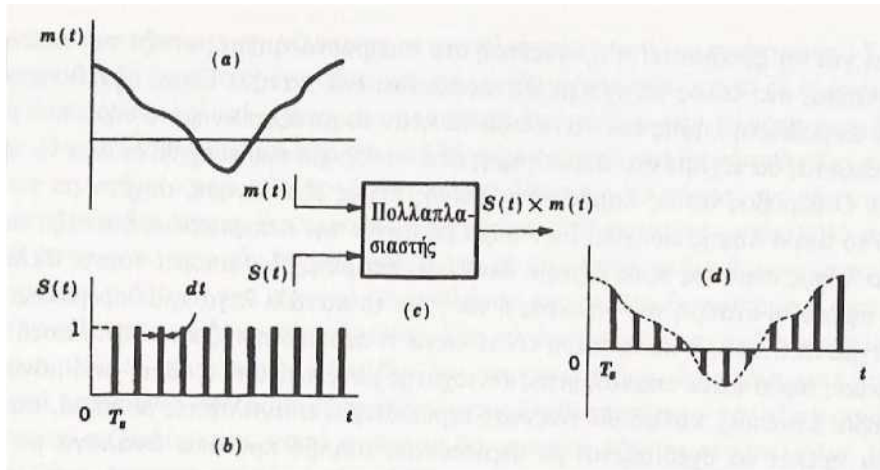
Ο **δειγματολήπτης** είναι ένα σύστημα το οποίο εξάγει δείγματα (σε ίσα χρονικά διαστήματα) από ένα συνεχές σήμα. Ένας θεωρητικός ιδανικός δειγματολήπτης δημιουργεί δείγματα τα οποία αντιστοιχούν στην στιγμιαία τιμή του συνεχές σήματος στα επιθυμητά χρονικά σημεία.

### 2.1.1 Θεώρημα δειγματοληψίας

Έστω  $m(t)$  ένα σήμα το οποίο είναι περιορισμένου εύρους ζώνης έτσι ώστε η φασματική συνιστώσα της υψηλότερης συχνότητας να είναι  $f_m$ . Έστω ότι οι τιμές του  $m(t)$  είναι καθορισμένες (γνωστές) σε κανονικά διαστήματα που χωρίζονται με χρόνους  $T_s < 1/2f_m$ , δηλαδή, το σήμα υφίσταται δειγματοληψία περιοδικά κάθε  $T_s$  δευτερόλεπτα. Τότε τα δείγματα αυτά  $m(nT_s)$ ,  $n$  ακέραιος, καθορίζουν το σήμα κατά μοναδικό τρόπο και το σήμα μπορεί να ανακτηθεί (επανακατασκευαστεί) από αυτά τα δείγματα δίχως παραμόρφωση.

Ο χρόνος  $T_s$  καλείται **χρόνος δειγματοληψίας**. Σημειώνουμε ότι το θεώρημα απαιτεί ο **ρυθμός δειγματοληψίας** να είναι αρκετά γρήγορος ώστε να λαμβάνονται τουλάχιστον δύο δείγματα κατά τη διάρκεια της περιόδου που αντιστοιχεί στη φασματική συνιστώσα υψηλότερης συχνότητας.

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται το σήμα βασικής ζώνης,  $m(t)$ , που πρόκειται να υποστεί δειγματοληψία, η περιοδική ακολουθία παλμών μοναδιαίου πλάτους,  $s(t)$ , που θα χρησιμοποιηθεί για τη δειγματοληψία, ο πολλαπλασιαστής  $o$  οποίος θα χρησιμοποιηθεί για την δειγματοληψία και το γινόμενο που προκύπτει στην έξοδο του πολλαπλασιαστή.



Σχήμα 2.2 : Δειγματοληψία σήματος

1

Τα δύο σήματα οδηγούνται στην είσοδο του πολλαπλασιαστή και στην έξοδο του παίρνουμε το γινόμενο τους, το οποίο είναι το σήμα  $m(t)$  που έχει υποστεί δειγματοληψία τη στιγμή εμφάνισης κάθε παλμού. Αυτό σημαίνει ότι, όταν εμφανίζεται ένας παλμός, η έξοδος του πολλαπλασιαστή έχει την ίδια τιμή όπως και το  $m(t)$  και όλες τις άλλες στιγμές η έξοδος του πολλαπλασιαστή είναι μηδέν.

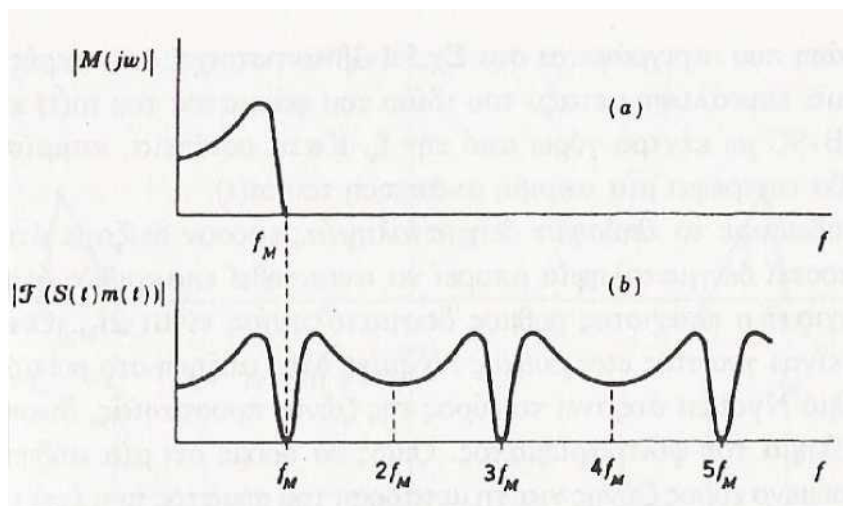
Το σήμα  $S(t)$  είναι περιοδικό, με περίοδο  $T_s$  και αναπτύσσεται σε σειρά Fourier ως εξής:  $S(t) = dt/T_s + 2(dt/T_s)(\cos(2\pi t/T_s) + \cos(2 \cdot 2\pi t/T_s) + \dots)$  όπου όπου  $dt$  είναι το αυθαίρετα μικρό εύρος των παλμών. Το γινόμενο  $S(t)m(t)$  είναι:

$$S(t)m(t) = (dt/T_s)m(t) + (dt/T_s)(2m(t)\cos 2\pi(2f_m)t + 2m(t)\cos 2\pi(4f_m)t + \dots)$$

Παρατηρούμε τώρα ότι ο πρώτος όρος της σειράς είναι, εκτός από ένα σταθερό παράγοντα, το ίδιο το σήμα  $m(t)$ . Πάλι, ο δεύτερος όρος πέρα από το ότι είναι ένας πολλαπλασιαστικός παράγοντας, είναι το γινόμενο του  $m(t)$  και ενός ημιτονοειδούς συχνότητας  $2f_m$ . Όπως αναλύθηκε και στα προηγούμενα, το γινόμενο αυτό προκαλεί

ένα σήμα διπλής πλευρικής ζώνης με κατεσταλμένη φέρουσα με συχνότητα φέρουσας  $2f_m$ . Ομοίως, οι διαδοχικοί όροι δίνουν σήματα DSB-SC με συχνότητες φέρουσας  $4f_m, 6f_m, \kappa.\lambda\pi.$

Έστω ότι το σήμα  $m(t)$  έχει φασματική πυκνότητα η οποία είναι αυτή του  $a$  διαγράμματος του σχήματος που ακολουθεί. Τότε το  $m(t)$  είναι περιορισμένου εύρους ζώνης στο διάστημα συχνοτήτων κάτω από την  $f_M$ . Το φάσμα του πρώτου όρου της  $S(t)m(t)$  εκτείνεται από 0 έως  $f_M$ . Το φάσμα του δεύτερου όρου είναι συμμετρικό γύρω από τη συχνότητα  $2f_M$  και εκτείνεται από  $2f_M - f_M = f_M$  έως  $2f_M + f_M = 3f_M$ . Συνολικά το φάσμα του σήματος που έχει υποστεί δειγματοληψία έχει τη μορφή που παρουσιάζεται στο δεύτερο διάγραμμα του επόμενου σχήματος.



Σχημα 2.3 : Φάσμα Δειγματοληπτημένου σήματος

Αν το σήμα που προέρχεται από δειγματοληψία περάσει μέσα από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής  $f_M$ , το οποίο λειτουργεί ιδανικά, από το φίλτρο θα περνούσε το σήμα  $m(t)$  και τίποτε άλλο.

Αν είχαμε  $f_s < 2f_m$  (υποδειγματοληψία) παρατηρείται επικάλυψη των φασμάτων

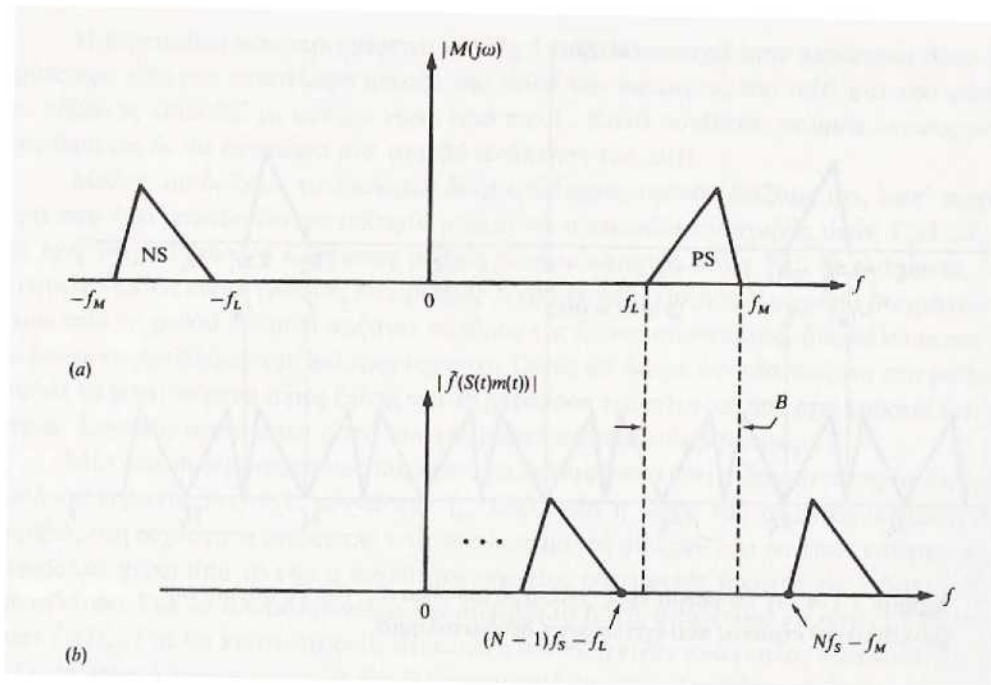
(aliasing). Σε αυτή την περίπτωση δε θα ήταν δυνατό να υπάρξει ανάκτηση του αρχικού σήματος, χωρίς να έχουμε παραμόρφωση. Στην περίπτωση που  $f_s > 2f_m$  (υπερδειγματοληψία) υπάρχει ένα χάσμα μεταξύ του άνω ορίου  $f_m$  του σήματος βασικής ζώνης και του κάτω ορίου του φάσματος γύρω από τη συχνότητα  $f_s$ . Το διάστημα αυτό, από  $f_m$  έως  $f_s - f_m$  καλείται ζώνη προστασίας. Η ζώνη προστασίας, πρακτικά, απαιτείται πάντα καθώς ένα ιδανικό φίλτρο με απολύτως οξεία αποκοπή είναι μη πραγματοποιήσιμο. Η συχνότητα  $2f_m$  καλείται και συχνότητα Nyquist.

Μία ειδική περίπτωση που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι η δειγματοληψία ενός ημιτονοειδούς σήματος που έχει συχνότητα  $f_M$ . Εδώ, όλη η ισχύς του σήματος συγκεντρώνεται ακριβώς στη συχνότητα αποκοπής του χαμηλοπερατού φίλτρου και συνεπώς υπάρχει κάποια αμφιβολία γύρω από το εάν η συχνότητα σήματος είναι εντός ή εκτός της ζώνης διέλευσης του φίλτρου. Για να απομακρύνουμε την αμφιβολία αυτή, απαιτούμε να είναι  $f_s > 2f_M$  αντί να είναι  $f_s > 2f_m$ . Για να κατανοήσουμε ότι αυτή η συνθήκη είναι αναγκαία, θεωρείστε ότι  $f_s = 2f_M$  αλλά τη στιγμή που το ημιτονοειδές διέρχεται από το μηδέν λαμβάνουμε ένα αρχικό δείγμα. Τότε όλα τα διαδοχικά δείγματα θα είναι επίσης μηδέν. Η κατάσταση αυτή αποφεύγεται απαιτώντας  $f_s > 2f_M$ .

Μια ακόμα ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι αυτή που το σήμα μας είναι ζωνοπερατό και όχι χαμηλοπερατό, δηλαδή εκτείνεται από  $f_L$  έως  $f_M$ , όπου  $f_L$  είναι η χαμηλότερης συχνότητας φασματική συνιστώσα και  $f_M$  η υψηλότερης συχνότητας φασματική συνιστώσα, με  $f_L > 0$ . Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να μη χρειαστεί η συχνότητα δειγματοληψίας να είναι μεγαλύτερη από  $f_s = 2(f_M - f_L)$ . Κατά τη διαμόρφωση ενός σήματος θα δημιουργηθεί μια συνιστώσα του σήματος πληροφορίας αμετακίνητη. Αν υποθέσουμε ότι θέλουμε αυτή η συνιστώσα να περάσει από το φίλτρο και να ανακτηθεί, θα πρέπει να διασφαλιστεί ότι στο εύρος της δεν υπάρχει επικάλυψη με κάποια άλλη συνιστώσα.

Στην περίπτωση του σήματος του παρακάτω σχήματος, θέλουμε στο διάστημα από  $f_L$  έως  $f_M$  να μην εμφανιστεί άλλη συνιστώσα του σήματος. Η άνω πλευρική ζώνη του σήματος θα μετατοπιστεί δεξιά και αριστερά από αυτές τις συχνότητες, άρα δε δημιουργεί πρόβλημα. Η κάτω πλευρική ζώνη θα μετατοπισθεί, ομοίως δεξιά και αριστερά από την αρχική της θέση. Οι μετατοπίσεις προς τα αριστερά δε δημιουργούν προφανώς πρόβλημα. Για τις μετατοπίσεις προς τα δεξιά όμως θέλουμε

να μην είναι στο διάστημα  $[f_L, f_M]$ .



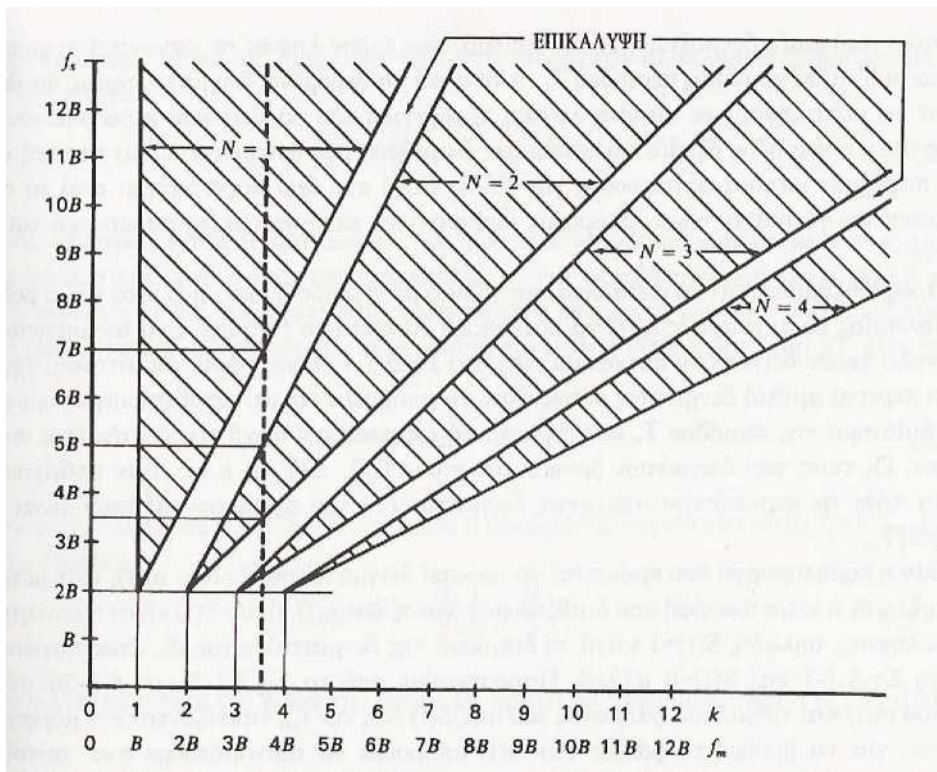
Σχημα 2.4: Φασματική συνιστώσα ζωνοπερατού σήματος

Θέλουμε δηλαδή η  $(N-1)$  συνιστώσα να βρίσκεται αριστερά αυτού του διαστήματος και η  $N$  συνιστώσα να βρίσκεται δεξιά.

Μαθηματικά αυτό το εκφράζουμε ως εξής:  $(N-1)f_s - f_L < f_L$  και  $Nf_s - f_M > f_M$ , έτσι ώστε, με  $B = f_M - f_L$  να έχουμε:  $(N-1)f_s < 2(f_M - B)$  και  $Nf_s > 2f_M$ .

Οι δύο αυτές εξισώσεις θεμελιώνουν τον περιορισμό που πρέπει να παρατηρήσουμε για αποφύγουμε επικάλυψη στο επιθυμητό εύρος ζώνης, όπου περιέχεται το σήμα μας. Αν θέσουμε  $k = f_M / B$  οι εξισώσεις αυτές γίνονται:  $f_s < 2B(k-1)/(N-1)$  και  $f_s > 2B(k/N)$ .

Τις εξισώσεις αυτές τις χρησιμοποιούμε για την κατασκευή διαγραμμάτων, όπως αυτό του επόμενου σχήματος, για διάφορες τιμές του  $N$ .

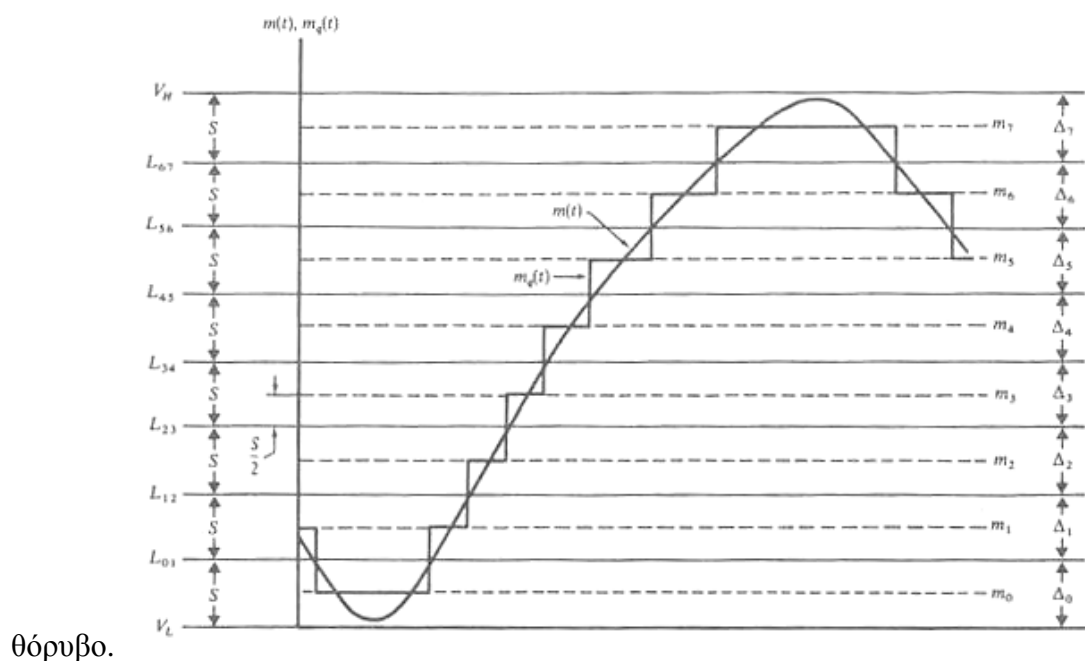


Σχήμα 2.5 : Διαγράμματα Φασματικής επικάλυψης

Οι σκιασμένες περιοχές είναι αυτές στις οποίες ικανοποιούνται οι συνθήκες και συνεπώς δεν έχουμε επικάλυψη, ενώ στις μη διαγραμμισμένες περιοχές δεν ικανοποιούνται οι συνθήκες και θα συμβεί επικάλυψη. Σαν παράδειγμα μπορούμε να εξετάσουμε ένα σήμα το οποίο έχει  $f_L=2,5$  kHz,  $f_M=3,5$  kHz, άρα  $B=1$  kHz και  $k=3,5$ . Σύμφωνα με αυτά στο σχήμα έχουμε φέρει μια κατακόρυφη γραμμή στο  $k=3,5$ . Για αυτή την τιμή του  $k$  μπορούμε να δούμε για ποια  $f_s$  έχουμε επικάλυψη και για ποια όχι. Παρατηρούμε ότι για οποιαδήποτε τιμή της  $f_s$  μετά το  $7B=7$ kHz δεν έχουμε ξανά επικάλυψη. Αυτό φυσικά είναι απόλυτα λογικό, εφόσον αυτή η συχνότητα είναι η συχνότητα Nyquist. (Haykin.S. Wiley)

## 2.2 Κβάντιση

Όπως προαναφέραμε, ο περιορισμός του συστήματος PAM, είναι ότι το σήμα στην έξοδο εξακολουθεί να είναι αναλογικό, με άμεση συνέπεια να είναι ευάλωτο στο θόρυβο που υπάρχει κατά μήκος του καναλιού. Στο σημείο αυτό θα περιγράψουμε πώς τροποποιείται η κατάσταση όταν το σήμα υπόκειται στη διαδικασία κβαντισμού. Όταν κβαντίζουμε ένα σήμα  $m(t)$  δημιουργούμε ένα νέο σήμα  $m_q(t)$  που είναι η προσέγγιση του  $m(t)$ . Τα πλάτη των δειγμάτων του σήματος δεν μπορούν πλέον να λάβουν οποιαδήποτε τιμή, αλλά μια από τις διαθέσιμες διακριτές τιμές, ή όπως αναφέρονται και στάθμες κβαντισμού. Η υψηλή αξία του κβαντισμένου σήματος, έγκειται στο ότι είναι κατά μεγάλο ποσοστό διαχωρίσιμο από τον προσθετικό



Σχήμα 2.6 : Διαδικασία Κβαντισμού

Στο σχήμα 5 απεικονίζεται λεπτομερώς η διαδικασία του κβαντισμού. Παρατηρούμε ότι το σήμα  $m(t)$  περιορίζεται στο διάστημα από  $V_L$  έως  $V_H$  volt. Το διάστημα αυτό το διαιρούμε σε  $M$  ίσα διαστήματα τα οποία απέχουν απόσταση  $S$ . Το  $S$  καλείται βήμα κβαντισμού και ισούται με  $(V_H - V_L)/M$ . Στο παράδειγμα του

σχήματος, το  $M$  ισούται με 8, επομένως 8 θα είναι και οι στάθμες κβαντισμού  $m_0, m_1, \dots, m_7$ , τις οποίες τοποθετούμε στο μέσο αυτών των βημάτων. Στο σχήμα οι στάθμες αυτές τονίζονται με τις διακεκομμένες γραμμές. Και αυτές με τη σειρά τους, παρατηρούμε ότι διαχωρίζονται κατά την ποσότητα  $S$ .

Τώρα, το κβαντισμένο σήμα  $m_q(t)$  παράγεται κατά τον ακόλουθο τρόπο: όποτε το σήμα  $m(t)$  βρίσκεται εντός του διαστήματος  $\Delta_0$ , τότε προσεγγίζεται με το μέσο του διαστήματος αυτού, δηλαδή, με τη στάθμη  $m_0$ , όποτε βρίσκεται στο διάστημα  $\Delta_1$ , προσεγγίζεται με τη στάθμη  $m_1$  κ.ο.κ. μέχρι το διάστημα  $\Delta_7$  και τη στάθμη προσέγγισης  $m_7$ . Έτσι το σήμα  $m_q(t)$  θα βρίσκεται σε όλες τις χρονικές στιγμές σε κάποια από τις στάθμες  $m_0, m_1, \dots, m_7$ . Τέλος, θεωρούμε ότι η μετάβαση του  $m_q(t)$  από την στάθμη για παράδειγμα  $m_0$  στη στάθμη  $m_1$  γίνεται απότομα. Κατά αυτόν τον τρόπο, το  $m_q(t)$  ή δεν αλλάζει καθόλου με το χρόνο, ή κάνει ένα άλμα με μέγεθος βήματος  $S$ . Αξίζει να σημειώσουμε ότι οι στάθμες κβαντισμού κυμαίνονται εντός των άκρων  $V_L$  και  $V_H$ , ενώ κάθε χρονική στιγμή, το μέτρο της διαφοράς  $m(t) - m_q(t)$ , ή όπως αλλιώς ονομάζεται το σφάλμα κβαντισμού, είναι μικρότερο ή ίσο του  $S/2$ .

Μέχρι στιγμής έχουμε καταφέρει να μετατρέψουμε ένα αναλογικό σήμα (το οποίο έχει άπειρες τιμές στο πλάτος και είναι συνεχές στο πεδίο του χρόνου) σε ένα πεπερασμένο σύνολο δειγμάτων διακριτών στο πεδίο του χρόνου αλλά απείρων τιμών πλάτους. Αυτό το σήμα συνεχίζει να είναι αναλογικό με την ευρύτερη έννοια., απέχει όμως πολύ από ένα ψηφιακό σήμα, το οποίο είναι διακριτό και στο χρόνο και στο πλάτος (το ψηφιακό σήμα έχει δύο αριθμούς πλατών ή bits, το 0 και το 1). Ένα αναλογικό σήμα, όπως είναι η φωνή, έχει ένα συνεχές εύρος πλατών και επομένως και τα δείγματά του (που παράγονται από τη δειγματοληψία) έχουν ομοίως συνεχές εύρος πλατών. Επομένως είναι άπειρες θεωρητικά οι τιμές του πλάτους που μπορούν να πάρουν τα δείγματα του σήματος. Αυτό αποτελεί πρόβλημα στην απεικόνιση ενός αναλογικού σήματος σε ψηφιακό, διότι απαιτούνται άπειροι συνδυασμοί από bits για να περιγράψουν σε ψηφιακή μορφή τα δείγματα. Η λύση που προτείνεται βασίζεται στις ανθρώπινες αισθήσεις.

Τα ηλεκτρονικά συστήματα τα οποία σχεδιάζονται προορίζονται για την αλληλεπίδραση και μεταφορά πληροφορίας μεταξύ των ανθρώπων. Επομένως οι



ανθρώπινες αισθήσεις είναι ο τελικός αποδέκτης της πληροφορίας που μεταδίδεται. Οποιαδήποτε ανθρώπινη αίσθηση (η ακοή ή η όραση) σαν δέκτης μπορεί να διακρίνει διαφορές πεπερασμένης έντασης. Δεν χρειάζεται λοιπόν να στείλουμε στις ανθρώπινες αισθήσεις την ψηφιοποιημένη πληροφορία με απόλυτη ακρίβεια, αλλά αρκούν προσεγγίσεις οι οποίες να μην παραβιάζουν τη διακριτικότητα τους. Επομένως το αρχικό αναλογικό σήμα (κατά τη δειγματοληψία) μπορεί να μετατραπεί σε διακριτά δείγματα πεπερασμένου αριθμού στο χρόνο και απείρου εύρους πλατών, αλλά κατά τη μετατροπή του σε ψηφιακή πληροφορία μπορούμε να προσεγγίσουμε το πλάτος με διακριτά διαστήματα από ένα πεπερασμένο διαθέσιμο σύνολο τιμών σταθμών. Η ύπαρξη ενός πεπερασμένου διαθέσιμου συνόλου τιμών αποτελεί βασική προϋπόθεση για τη λειτουργία της διαμόρφωσης PCM

Η μετατροπή ενός αναλογικού δείγματος του αναλογικού σήματος σε μία διακριτή μορφή ονομάζεται *διαδικασία κβάντισης* ή *quantizing process*. Η διαδικασία της κβάντισης είναι η αντικατάσταση ενός μεγάλου συνόλου από τιμές πλατών με μία συγκεκριμένη διακριτή τιμή. Η αντικατάσταση αυτή έχει τη μορφή μίας σκάλας. Όλες οι αναλογικές τιμές που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο σκαλοπάτια αυτής της σκάλας αναπαριστώνται με την ίδια διακριτή τιμή. Η διαφορά μεταξύ δύο γειτονικών διακριτών τιμών ονομάζεται *εύρος βαθμίδας (quantum)*. Αυτή η αναπαράσταση δημιουργεί προσεγγίσεις στην πραγματική τιμή των αναλογικών δειγμάτων και επομένως εισάγει μία μορφή θορύβου. Αυτός ο θόρυβος ονομάζεται *θόρυβος* ή *σφάλμα κβάντισης*. Η τιμή του σφάλματος αυτού ισούται με το μέγεθος του εύρους βαθμίδας και εξαρτάται κάθε φορά από την επιλογή του αριθμού των σταθμών κβάντισης και της μεταξύ τους απόστασης.

## 2.3 Κωδικοποίηση

Συνδυάζοντας τη διαδικασία της δειγματοληψίας και της κβάντισης καταφέραμε να μετατρέψουμε ένα αναλογικό σήμα σε παλμούς διακριτών χρονικών στιγμών και απείρων τιμών πλάτους και στη συνέχεια να προσεγγίσουμε το πλάτος με διακριτά διαστήματα από ένα πεπερασμένο διαθέσιμο σύνολο τιμών σταθμών. Το σήμα αυτό

είναι πλέον ψηφιακό με την ευρύτερη έννοια αλλά δεν είναι στην κατάλληλη μορφή για να σταλθεί μέσω του τηλεπικοινωνιακού δικτύου. Απαιτείται λοιπόν μία μετατροπή της διακριτής ακολουθίας των δειγμάτων αυτών σε μία σειρά από ψηφιακούς παλμούς. Η διαδικασία που ακολουθείται ονομάζεται **κωδικοποίηση**.

Οποιαδήποτε αναπαράσταση οποιασδήποτε τιμής της διακριτής ακολουθίας των δειγμάτων σε μία σειρά ψηφιακών παλμών ονομάζεται **κώδικας**. Ο κάθε ψηφιακός παλμός που χρησιμοποιείται στον κώδικα ονομάζεται **στοιχείο κώδικα** ή **σύμβολο**. Στα ψηφιακά ηλεκτρονικά παραδείγματα χάριν η παρουσία και η απουσία ενός παλμού αποτελεί ένα σύμβολο. Κάθε ακολουθία από ψηφιακούς παλμούς (σύμβολα) σε ένα κώδικα που αναπαριστάνουν ένα συγκεκριμένο δείγμα της διακριτής ακολουθίας ονομάζεται **λέξη κώδικα** ή **χαρακτήρας**.

Σε ένα δυαδικό κώδικα τα σύμβολα είναι δύο διαφορετικές τιμές, όπως παραδείγματος χάριν η παρουσία και η απουσία ενός παλμού (τάση "+5" volts και "0" volt ή το "0" και το "1"). Σε ένα τριαδικό κώδικα τα σύμβολα είναι τρεις διαφορετικές τιμές όπως παρουσία αρνητικού, θετικού και απουσία παλμού (τάση "+5" volts "5" volts και "0" volt ή το "0" το "1" και το "2"). Ο αποδοτικότερος κώδικας για να στείλουμε ένα ψηφιακό σήμα μέσα από ένα κανάλι τηλεπικοινωνιών είναι ο δυαδικός, γιατί είναι ανθεκτικότερος στο θόρυβο. Με το δυαδικό κώδικα (όπου έχουμε δύο σύμβολα-bits), αν κάθε χαρακτήρας αποτελείται από  $n$  τον αριθμό σύμβολα (bits), τότε μπορούμε να αναπαραστήσουμε  $2^n$  διαφορετικούς χαρακτήρες. Παράδειγμα, αν έχουμε 128 επιτρεπόμενα διακριτά επίπεδα πλάτους κατά τη διαδικασία της κβάντισης (δηλαδή 128 χαρακτήρες) τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε 7 bits.

Η θεμελίωση της Θεωρίας Πληροφορίας έγινε από τον Claude Elwood Shannon το 1948 με τη μνημειώδη δημοσίευση A Mathematical Theory of Communication. Η Θεωρία Πληροφορίας απαντά σε 2 πρωταρχικά ερωτήματα της Θεωρίας Επικοινωνιών (Communication Theory). 1. Ποιος είναι ο μέγιστος βαθμός συμπίεσης δεδομένων που μπορεί να πραγματοποιηθεί (Η Εντροπία (Entropy)); 2. Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός επικοινωνίας (Rate of Communication) (Η Χωρητικότητα Καναλιού (Channel Capacity) C). Ο Shannon απέδειξε ότι είναι δυνατό να μεταδώσει κάποιος την πληροφορία μέσω ενός καναλιού με αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος

(αυθαίρετα κοντά στο 0) εφόσον μεταδίδει με ρυθμό μικρότερο από τη χωρητικότητα του καναλιού, σε αντίθεση με ότι πιστευόταν έως τότε, δηλαδή ότι είναι αδύνατο να μεταδώσει κανείς με θετικό ρυθμό μετάδοσης σε ένα κανάλι με μη μηδενική πιθανότητα σφάλματος. Επίσης, ο Shannon θεμελίωσε την έννοια της Εντροπίας, που αποτελεί το μέσο μήκος της συντομότερης περιγραφής μίας τυχαίας μεταβλητής (μίας στοχαστικής ανέλιξης) και μας δίνει ένα μέτρο της αβεβαιότητας που εμπεριέχει. Για μια σειρά γεγονότων με πιθανότητες  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  που έχουν άθροισμα 1 η Εντροπία είναι η αβεβαιότητα για το αποτέλεσμα και ισούται με :

$$H(X) = -\sum P(x) \log p(x).$$

Όταν ο λογάριθμος έχει ως βάση το 2, η παροχή μετριέται σε bits, ενώ  $x \in X$ .

### 2.3.1 Κωδικοποίηση Huffman

Η κωδικοποίηση Huffman επιτελείται με ένα αλγόριθμο, μεταβλητού μήκους κώδικα, που χρησιμοποιείται για αναπωλειακή συμπίεση δεδομένων. Προτάθηκε στη δημοσίευση του David A. Huffman "A method for the construction of Minimum-Redundancy Code" το 1952. Ο Huffman το 1951 ήταν φοιτητής στο MIT και παρακολουθούσε το μάθημα Θεωρία Πληροφορίας με καθηγητή τον Robert Fano. Ο καθηγητής έδωσε στους σπουδαστές τη δυνατότητα είτε να δώσουν την τελική εξέταση ή να παρουσιάσουν μία εξαμηνιαία εργασία, σχετικά με την πιο αποτελεσματική απεικόνιση αριθμών, γραμμάτων και άλλων συμβόλων με χρήση δυαδικού κώδικα. Μάλιστα, οι φοιτητές δε γνώριζαν ότι ο Fano και ο Shannon προσπαθούσαν ανεπιτυχώς να βρουν αυτή τη βέλτιστη απεικόνιση. Μετά από πολλούς μήνες ατελέσφορης προσπάθειας και ενώ ο Huffman έριχνε τις σημειώσεις του στα σκουπίδια, είχε την επιφώιση (epiphany) που τον ανύψωσε για πάντα στο Πάνθεον της επιστήμης, με την υλοποίηση του κώδικα Huffman. Μάλιστα, ο Fano όταν είδε την εργασία αναφώνησε "Is that all there is to it!" [14].

Η βασική αρχή του αλγορίθμου έγκειται στην ελαχιστοποίηση του μέσου μήκους του

κώδικα  $E[Z]$ . Όμως γνωρίζουμε από την ανισότητα Kraft (Kraft Inequality) ότι, για δυαδικούς κώδικες, τα μήκη των κωδικών λέξεων, ή, πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση  $\sum 2^{-l} < 1$ . Μια λογική λύση που προήλθε από τον Shannon ήταν  $l = \log(1/p)$  με  $p$  την πιθανότητα εμφάνισης των συμβόλων για  $l$  ακέραιο (οι πιθανότητες απαρτίζονται από αρνητικές δυνάμεις του δύο). Στη γενική περίπτωση όπου  $l$  δεν είναι ακέραιος ο Shannon πήρε τον ακόλουθο τύπο  $l = \lceil \log(1/p) \rceil$ .

Αρχικά, οι πιθανότητες εμφάνισης των συμβόλων διατάσσονται με φθίνουσα σειρά. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την αθροιστική πιθανότητα κάθε συμβόλου και βρίσκουμε το μήκος κάθε κωδικής λέξης με βάση τη σχέση  $l = \lceil \log(1/p) \rceil$ . Τέλος, η κωδική λέξη που αντιστοιχεί στο κάθε σύμβολο της πηγής είναι τα πρώτα  $l$  κλασματικά bits του δυαδικού αναπτύγματος της αντίστοιχης αθροιστικής συχνότητας. Μία άλλη οπτική απεικόνιση της ιδέας του Shannon είναι η ανάπτυξη ενός δυαδικού δέντρου από την κορυφή ως τη ρίζα με τη χρήση των μηκών που βρήκαμε. Όμως, έχουμε υποθέσει ότι το μήκος  $l$  πρέπει να είναι φυσικός αριθμός για να είναι βέλτιστη η απεικόνισή μας. Ο Huffman λοιπόν έφτιαξε ένα αντίστοιχο δέντρο ξεκινώντας από τη ρίζα με τα πιο απίθανα συμβάντα και πηγαίνοντας προς την κορυφή, προς τα πιο πιθανά, υλοποιώντας έτσι ένα βέλτιστο κώδικα.

Αποδεικνύεται πως το μέσο πληροφοριακό μήκος των δύο κωδικών (Huffman και Shannon) βρίσκεται σε απόσταση έως ένα bit από την εντροπία. Επίσης, αποδεικνύεται ότι, ενώ για συγκεκριμένο σύμβολο πηγής το μήκος της κωδικής λέξης Huffman ενδέχεται να είναι μεγαλύτερο από την κωδική λέξη του κώδικα Shannon για το ίδιο σύμβολο, ο κώδικας Huffman είναι βέλτιστος, δηλαδή το μέσο μήκος συμπίεσης που επιτυγχάνει δεν μπορεί να υπερβεί το μέσο μήκος του κώδικα Shannon. Μάλιστα, ο πλεονασμός της πληροφορίας (η ποσότητα της πληροφορίας που είναι περιττή για την κατανόησή της) κατά την κωδικοποίηση Huffman δεν υπερβαίνει την τιμή  $p + \log[2(\log e)/e] = p + 0,86$ , όπου  $p$  είναι η πιθανότητα του πιο πιθανού συμβόλου. Δηλαδή, όταν υπάρχουν αρκετά σύμβολα με παρεμφερή συχνότητα εμφάνισης έχουμε πολύ μικρότερο πλεονασμό της πληροφορίας σε σχέση με την κωδικοποίηση Shannon όπου ο πλεονασμός πληροφορίας παίρνει τιμές έως και 1 bit. Υπάρχουν δύο πολύ σημαντικές παρατηρήσεις που μπορεί να γίνουν αναφορικά με τον αλγόριθμο Huffman. Αρχικά, παρατηρούμε ότι η διαδικασία κωδικοποίησης δεν είναι μοναδική από διάφορες οπτικές γωνίες. Μία τέτοια οπτική

είναι το ότι η ανάθεση 0 και 1 είναι εντελώς αυθαίρετη. Βέβαια, αυτή η διαφοροποίηση είναι ασήμαντη. Επίσης, εφόσον δύο πιθανότητες είναι ίσες είναι αδιάφορο ποιο θα βρίσκεται πάνω από το άλλο κατά την κωδικοποίηση με απόρροια να έχουμε κατά πάσα πιθανότητα διαφορετικά μήκη των λέξεων. Η άλλη παρατήρηση που κάνουμε είναι η εξής: εφόσον, οι συχνότητες των συμβόλων είναι ίδιες (ομοιόμορφη κατανομή συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας) και υπάρχουν ακριβώς  $q = 2^m$  σύμβολα που παράγει η πηγή, τότε η κωδικοποίηση Huffman μετατρέπεται σε κώδικα μπλοκ με κωδικές λέξεις μήκους  $m$ .

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΦΙΛΤΡΑ -ΤΡΑΠΕΖΑ ΦΙΛΤΡΩΝ

Στην επεξεργασία σήματος, η λειτουργία ενός φίλτρου είναι να απομακρύνει τα ανεπιθύμητα μέρη ενός σήματος, όπως ένα τυχαίο θόρυβο, ή να εξάγει χρήσιμα κομμάτια ενός σήματος, όπως οι συνιστώσες που βρίσκονται σε μια συγκεκριμένη περιοχή συχνοτήτων. Τα ψηφιακά φίλτρα κάνουν την ίδια δουλειά που κάνουν και τα αναλογικά, με τη διαφορά ότι η αναλογική προσέγγιση, σε μερικές περιπτώσεις είναι δύσκολο ή ακατόρθωτο να πραγματοποιηθεί. Η χρήση των ψηφιακών φίλτρων έχει πολλά πλεονεκτήματα, όπως τέλεια αναπαραγωγή, εγγυημένη στάθμη λειτουργία, ευκολία στην αλλαγή των χαρακτηριστικών του φίλτρου, καθώς και δυνατότητα μοιρασμού χρόνου των ίδιων ψηφιακών κυκλωμάτων μεταξύ πολλών φίλτρων. Το τελευταίο και το πιο σπουδαίο πλεονέκτημα είναι η δημιουργία ψηφιακών φίλτρων σε ολοκληρωμένο κύκλωμα. Ψηφιακό φίλτρο είναι ένα σύστημα το οποίο δέχεται στην είσοδό του μια ακολουθία αριθμών, την επεξεργάζεται και δημιουργεί στην έξοδό του μία άλλη ακολουθία. Συνεπώς, ο σκοπός του ψηφιακού φίλτρου είναι ο ίδιος με του αναλογικού, δηλ. η μορφοποίηση του φάσματος εισόδου. Η φυσική, όμως, πραγματοποίηση του ψηφιακού φίλτρου είναι διαφορετική από εκείνη του αναλογικού. Η θεωρία των γραμμικών συνεχών φίλτρων (αναλογικά) βασίζεται στις γραμμικές διαφορικές εξισώσεις (Οι εξισώσεις αυτές λύνονται με τη βοήθεια του μετασχηματισμού  $z$ ), ενώ οι γραμμικές διαφορικές εξισώσεις με σταθερούς συντελεστές, λύνονται με το μετασχηματισμό Laplace.

Τα ψηφιακά φίλτρα εφαρμόζονται σ' ένα μεγάλο και αυξανόμενο αριθμό εφαρμογών σε σχέση με τα αναλογικά φίλτρα, όπως π.χ. σε όλα τα θέματα ανάλυσης και επεξεργασίας σημάτων. Τα σήματα αυτά είναι πεπερασμένα, μικρής διάρκειας, π.χ. καταγραφής σεισμών, παλιρροιών, κυμάτων, θερμικής μελέτης κτιρίων, μελέτης κυκλικής οικονομικής ανάλυσης, στην ιατρική, κ.α.

Τα πιο σημαντικά πλεονεκτήματα των ψηφιακών φίλτρων πραγματικού χρόνου, ως προς τα αναλογικά, είναι τα εξής:

1. Πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια.
2. Μικρότερο μέγεθος επειδή πραγματοποιούνται με ολοκληρωμένα κυκλώματα.
3. Πολύ σταθερή λειτουργία.
4. Δεν υπάρχει το πρόβλημα της προσαρμογής αντιστάσεων.
5. Δεν υφίσταται περιορισμός της θέσης των κρίσιμων συχνοτήτων του φίλτρου.
6. Μεγάλη ευελιξία, επειδή μπορούμε να αλλάξουμε την καμπύλη απόκρισης του φίλτρου με την αλλαγή των κατάλληλων συντελεστών.
7. Δυνατότητα μοιρασμού χρόνου (time-sharing) με μεγαλύτερα τμήματα του συστήματος.
8. Είναι πολύ οικονομικά, ειδικά στην περίπτωση φίλτρων πολύ χαμηλής συχνότητας διέλευσης (0.01-1Hz).

Τα πλεονεκτήματα αυτά μαζί με την τεχνολογία της ολοκλήρωσης ευρείας κλίμακας (Large Scale Integration-LSI) κάνουν τη χρήση των ψηφιακών φίλτρων τελείως καθημερινή, μέχρι σημείου να εκτοπίσουν τελείως τα αναλογικά φίλτρα, όπως έγινε με την εκτόπιση των λυχνιών από τα τρανζίστορ. Ήδη σήμερα υπάρχει σε ολοκληρωμένο κύκλωμα ψηφιακό φίλτρο 2-ου βαθμού από διάφορες εταιρίες.

Βασικό βήμα, πριν από οποιαδήποτε επεξεργασία, είναι να προσδιοριστούν χαρακτηριστικά τα οποία διαφοροποιούν τα δύο είδη σημάτων, προκειμένου στην συνέχεια, στηριζόμενοι στις εν λόγω διαφορές, να επιτύχουμε απομάκρυνση του θορύβου. Οι μέθοδοι επεξεργασίας που θα αναπτύξουμε, στηρίζονται στη Βασική Υπόθεση, την υπόθεση δηλαδή ότι το σήμα πληροφορίας και ο θόρυβος δεν έχουν κοινές συχνότητες και επομένως διαφοροποιούνται μέσω των συχνοτήτων τους.

Η υιοθέτηση της Βασικής Υπόθεσης επιτρέπει την πλήρη απομάκρυνση του θορύβου με απλή γνώση των συχνοτικών ζωνών του σήματος πληροφορίας και θορύβου, δίχως

να είναι απαραίτητη η ακριβής γνώση του συχνοτικού περιεχομένου των σημάτων που μας ενδιαφέρουν. Όσον αφορά στη Βασική Υπόθεση, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι υπάρχουν πολλές εφαρμογές στις οποίες η υπόθεση αυτή είναι αληθής ή τουλάχιστον πολύ κοντά στην πραγματικότητα. Σε προβλήματα στα οποία η Βασική Υπόθεση δεν ισχύει, οι μέθοδοι επεξεργασίας που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια είναι ακατάλληλες. Στις περιπτώσεις αυτές πρέπει κανείς να ανατρέξει σε προχωρημένες τεχνικές επεξεργασίας, οι οποίες απαιτούν ακριβέστερο προσδιορισμό των προς επεξεργασία σημάτων.

Η Βασική Υπόθεση επιτρέπει την απομάκρυνση του θορύβου με τη χρήση απλών γραμμικών, χρονικά σταθερών, συστημάτων. Τα συστήματα αυτά καλούνται φίλτρα και η αντίστοιχη επεξεργασία φιλτράρισμα. Προκειμένου να κατανοήσουμε την έννοια και τον ρόλο των φίλτρων σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα θα πρέπει πρώτα να καταλάβουμε την έννοια του όρου εύρος ζώνης. Ως εύρος ζώνης (Bandwidth) ορίζεται η διαφορά ενός μεγαλύτερης συχνότητας ενός φάσματος συχνοτήτων, μείον την μικρότερη συχνότητα του φάσματος αυτού. Η μαθηματική παράσταση του εύρους ζώνης είναι :

$$BW = f_{max} - f_{min}$$

Πιο πρακτικά, όταν μιλάμε για εύρος ζώνης ουσιαστικά αναφερόμαστε στην περιοχή εκείνη του φάσματος συχνοτήτων μέσω ενός οποίας το σήμα περνά αναλλοίωτο από την είσοδο του πομπού στην έξοδο του δέκτη. Τα φίλτρα εφαρμόζονται στην περίπτωση όπου επιθυμούμε να μην περάσει αναλλοίωτο ένα σήμα αλλά να υποστεί συγκεκριμένες αλλαγές ως ενός την φασματική του ζώνη. Επομένως το σήμα ξεκινάει διαφορετικό από την πηγή απ' ότι καταλήγει στον δέκτη.

### 3.1 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα

Ένα ηλεκτρονικό φίλτρο παρεμβάλλεται μεταξύ δυο βαθμίδων ενός ηλεκτρονικού συστήματος με σκοπό να ελέγξει την ισχύ που μεταφέρεται από την πρώτη βαθμίδα στη δεύτερη, με ένα τρόπο που εξαρτάται από τη συχνότητα. Με το φίλτρο δηλαδή μπορούμε να οδηγούμε μόνο τις επιθυμητές συχνότητες στην επόμενη βαθμίδα με

κάποια μικρή εξασθένηση ,ενώ τις υπόλοιπες με τόσο μεγαλύτερη εξασθένηση ,που να θεωρείται ότι δεν παίρνουν.

Συνήθως παριστάνουμε την προηγούμενη του φίλτρου βαθμίδα με το ισοδύναμο Thevenin, το οποίο αποτελεί την «πηγή». Παριστάνοντας τις επόμενες του φίλτρου βαθμίδες με το ισοδύναμο Thevenin, καταλήγουμε σε αυτό που το φίλτρο «βλέπει» ως φορτίο. Η θεώρηση αυτή φαίνεται στο σχήμα.



Σχήμα 3.1 Σχηματικό Διάγραμμα Φίλτρου

Το φίλτρο, παρεμβαλλόμενο μεταξύ της πηγής και του φορτίου, εισάγει ένα εξαρτώμενο από την συχνότητα κέρδος  $o(\omega)$  λόγω των χαρακτηριστικών με τα οποία έχει σχεδιαστεί. Η εξάρτηση αυτή των χαρακτηριστικών πλάτους από τη συχνότητα ονομάζεται επιλεκτικότητα.

Στην ιδανική περίπτωση η επιλεκτικότητα εκφράζεται με μηδενικό κέρδος (άπειρη εξασθένηση) σε κάποιες ζώνες, που ονομάζονται ζώνες αποκοπής και μηδενική εξασθένηση σε κάποιες ζώνες που ονομάζονται ζώνες διέλευσης. Η διατήρηση απολύτως σταθερών χαρακτηριστικών πλάτους ,μη εξαρτώμενων δηλαδή από τη συχνότητα ,σε μια ζώνη συχνοτήτων, δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί από φυσικά συστήματα και ήδη είδαμε ότι το ιδανικό βαθυπερατό δεν είναι πραγματοποιήσιμο.

### 3.2 Τεχνολογίες υλοποίησης φίλτρων

Τα ηλεκτρονικά φίλτρα, ως ηλεκτρικά συστήματα που μπορούν και επεξεργάζονται το φάσμα των ηλεκτρονικών σημάτων με τρόπο που καθορίζεται από τις προδιαγραφές τους, είναι από τα βασικότερα υποσυστήματα σε σύνθετα ηλεκτρικά,



ηλεκτρονικά και επικοινωνιακά συστήματα και οι εφαρμογές τους αναρίθμητες.

Ενδεικτικά:

Αφαίρεση θορύβου στα επικοινωνιακά συστήματα -Διαχωρισμός επιθυμητών και ανεπιθύμητων συχνοτήτων -Αποδιαμορφώσεις σημάτων

-Ανίχνευση σημάτων στις ασύρματες μεταδόσεις(π.χ. ραδιόφωνο κ.λπ.)

-Συστήματα πολυπλεξίας χρόνου και συχνότητας, τεχνολογίες DSL

-Ζωνοπεριορισμός σημάτων πριν από την δειγματοληψία -

Ανάκτηση σημάτων από τα δείγματά τους

-Βελτίωση της πιστότητας του ήχου (crossover, ισοσταθμιστές κ.λπ.)

-Ισοστάμιση γραμμών μεταφοράς -Επεξεργασία και σύνθεση

φωνής -Επεξεργασία εικόνας, TV κ.λπ.

Στην πραγματικότητα, δεν υπάρχει σοβαρό ηλεκτρονικό σύστημα χωρίς φίλτρα. Τα συναντάμε από τα κινητά μας τηλέφωνα μέχρι τους σκληρούς μας δίσκους και από τα σταθερά μας τηλέφωνα μέχρι τις DSL συνδέσεις μας.

Ένα φίλτρο δέχεται ως διέγερση ένα ηλεκτρικό σήμα εισόδου, το επεξεργάζεται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του και δημιουργεί την επιθυμητή απόκριση.

Ανάλογα με τον τύπο των σημάτων εισόδου, των εσωτερικών σημάτων και την απόκριση, τα φίλτρα μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες: φίλτρα συνεχούς χρόνου (CT, continuous time), φίλτρα δειγματοσιμμένων δεδομένων (sampled-data) και φίλτρα διακριτού χρόνου (discrete-time).

Σήματα συνεχούς χρόνου είναι αυτά που ορίζονται σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  και περιγράφονται με μια συνάρτηση  $f(t)$  με πεδίο ορισμού  $-\infty < t < \infty$ .

### 3.3 Αναλογικά και Ψηφιακά Φίλτρα

Υπάρχουν δύο βασικά είδη φίλτρων, ανάλογα με το είδος του σήματος στο οποίο απευθύνονται. Συγκεκριμένα τα φίλτρα με τα οποία επεξεργαζόμαστε αναλογικά

σήματα καλούνται αναλογικά, ενώ τα αντίστοιχα που εφαρμόζονται στην επεξεργασία ψηφιακών σημάτων ψηφιακά. Είναι εντελώς διαφορετικά στη φυσική τους δομή και στον τρόπο με τον οποίο λειτουργούν.

Τα φίλτρα, στα οποία θα επικεντρωθούμε, είναι γραμμικά χρονικά σταθερά συστήματα και, επομένως, μπορούν να περιγραφούν πλήρως, είτε από την κρουστική τους απόκριση  $h(t)$  (για αναλογικά) και  $h(n)$  (για ψηφιακά), είτε ισοδύναμα από τη συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  και  $H(z)$  αντίστοιχα. Επειδή τέλος μας ενδιαφέρει πολύ η συμπεριφορά των φίλτρων στο πεδίο της συχνότητας, το σημαντικότερο ρόλο στο σχεδιασμό ενός φίλτρου θα παίζει η απόκριση συχνότητας.

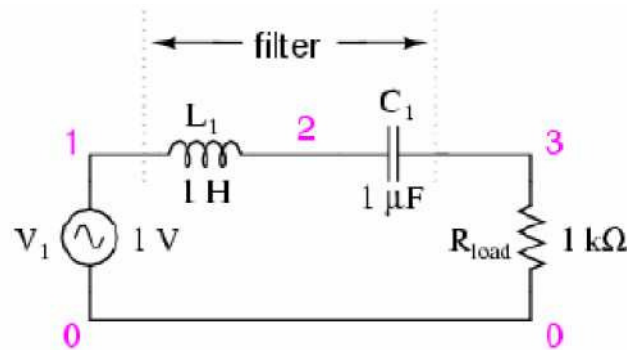
### 3.3.1 Αναλογικά Φίλτρα

Ένα αναλογικό φίλτρο χρησιμοποιεί ηλεκτρονικά κυκλώματα που αποτελούνται από συστατικά όπως αντιστάσεις, πυκνωτές και τελεστικοί ενισχυτές για να παραχθεί η απαιτούμενη επίδραση φίλτρου. Τέτοια κυκλώματα φίλτρων χρησιμοποιούνται ευρέως σε εφαρμογές όπως μείωση θορύβου, ενίσχυση σήματος video, γραφικοί equalizer σε hi-fi συστήματα, και σε πολλές άλλες περιοχές.

Υπάρχουν καλά καθορισμένες standard τεχνικές για σχεδίαση κυκλώματος αναλογικού φίλτρου, για δοσμένες απαιτήσεις. Σε όλα τα στάδια, το σήμα που φιλτράρεται είναι μια ηλεκτρική τάση ή ένα ρεύμα το οποίο είναι ευθέως ανάλογο της φυσικής ποσότητας (π.χ. ένας ήχος ή ένα σήμα video ή η έξοδος ενός μετατροπέα) που μας ενδιαφέρει.

Το αναλογικό σήμα εισόδου πρέπει πρώτα να δειγματοληφθεί και να ψηφιοποιηθεί με τη χρήση ενός ADC (analog to digital converter) μετατροπέα από αναλογικό σε ψηφιακό. Οι δυαδικοί αριθμοί που προκύπτουν, οι οποίοι αναπαριστούν διαδοχικές τιμές από τη δειγματοληψία του σήματος εισόδου, μεταφέρονται στον επεξεργαστή, που εκτελεί αριθμητικές πράξεις σ' αυτούς. Αυτοί οι υπολογισμοί τυπικά περιέχουν πολλαπλασιασμούς των τιμών εισόδου με σταθερές και άθροιση των γινομένων.

Αν είναι απαραίτητο, τα αποτελέσματα αυτών των υπολογισμών, που αναπαριστούν τιμές από δειγματοληψία του φιλτραρισμένου σήματος, γίνονται



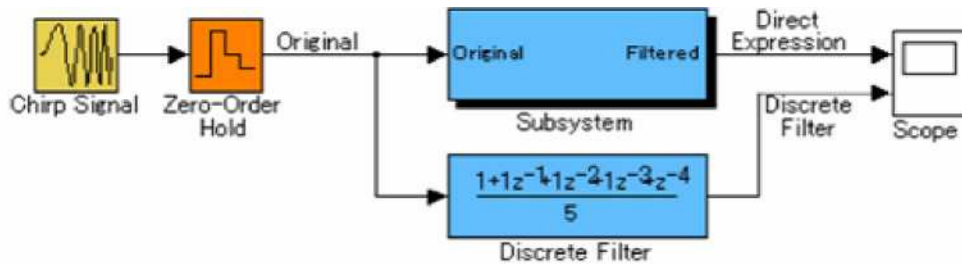
Σχήμα 3.2 Αναλογικό Φίλτρο

έξοδοι μέσω ενός DAC (digital to analog converter) μετατροπέα από ψηφιακό σε αναλογικό, για να μετατραπεί το σήμα και πάλι σε αναλογική μορφή.

Αρχικά εφευρέθηκαν για να χρησιμοποιηθούν σε ραδιοφωνικούς δέκτες και σε τηλεφωνικά συστήματα μεγάλων αποστάσεων, όμως με την πάροδο του χρόνου έχουν βρει πολύ διαδεδομένες εφαρμογές, όπως: συστήματα επικοινωνίας και ραντάρς, τηλεφωνικά συστήματα, συστήματα δειγματοληψίας, συσκευές ακουστικών συχνοτήτων, ισοσταθμιστές. Τα ψηφιακά φίλτρα αναπτύχθηκαν ως φυσική επέκταση των αναλογικών.

### 3.3.2 Ψηφιακά Φίλτρα

Ένα ψηφιακό φίλτρο χρησιμοποιεί ένα ψηφιακό επεξεργαστή για να εκτελέσει αριθμητικούς υπολογισμούς σε δειγματοληπτικές τιμές του σήματος. Ο επεξεργαστής μπορεί να είναι ένας γενικού σκοπού υπολογιστής όπως ένα PC, ή ένας ειδικού σκοπού DSP (Digital Signal Processor) chip.



Σχήμα 3.3 Ψηφιακό Φίλτρο

### 3.4 Διαφορές Αναλογικών και Ψηφιακών Φίλτρων

Τα δύο είδη φίλτρων δεν είναι ισοδύναμα ως προς τη συμπεριφορά τους σε πρακτικές εφαρμογές. Ανάλογα με την περίπτωση, άλλοτε είναι προτιμητέο το ένα είδος και άλλοτε το άλλο. Οι βασικές διαφορές τους είναι οι ακόλουθες:

Τα αναλογικά φίλτρα υλοποιούνται με κλασικά ηλεκτρικά αναλογικά κυκλώματα και η επεξεργασία των αντίστοιχων σημάτων είναι άμεση δίχως καμία καθυστέρηση. Αντίθετα, τα ψηφιακά φίλτρα υλοποιούνται με τη βοήθεια ψηφιακών επεξεργαστών και το αποτέλεσμα της επεξεργασίας εξάγεται με καθυστέρηση, η οποία είναι συνάρτηση της πολυπλοκότητας της επεξεργασίας και της ταχύτητας του επεξεργαστή.

Οι χαρακτηριστικές των αναλογικών φίλτρων είναι συνάρτηση των τιμών των στοιχείων των ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Οι τιμές αυτές αλλάζουν με θερμοκρασία, υγρασία, γήρανση, με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται και οι αντίστοιχες χαρακτηριστικές των φίλτρων. Τα ψηφιακά φίλτρα είναι απολύτως σταθερά, εφόσον φυσικά ο επεξεργαστής λειτουργεί σωστά.

Με ψηφιακά φίλτρα είναι δυνατό να προσεγγίσουμε τις ιδανικές προδιαγραφές με οποιαδήποτε επιθυμητή ακρίβεια. Αντίστοιχη ιδιότητα δεν διαθέτουν (πρακτικά) τα αναλογικά φίλτρα, διότι αυτό απαιτεί πολύπλοκα κυκλώματα με απροσδιόριστα αποτελέσματα, λόγω της μη ακριβούς γνώσης των τιμών των στοιχείων του κυκλώματος

Τα ψηφιακά φίλτρα (συγκεκριμένα τα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης)

έχουν πολύ μεγάλη ευελιξία στο σχεδιασμό τους. Πρακτικά είναι δυνατό να σχεδιαστεί φίλτρο με οποιαδήποτε χαρακτηριστική. Τα αναλογικά φίλτρα περιορίζονται στην υλοποίηση των λεγόμενων κλασικών φίλτρων.

Ορισμένα φίλτρα, όπως τα αντιαναδίπλωσης και ανακατασκευής, δεν μπορεί να είναι παρά μόνο αναλογικά.

### 3.5 Πλεονεκτήματα ψηφιακών φίλτρων

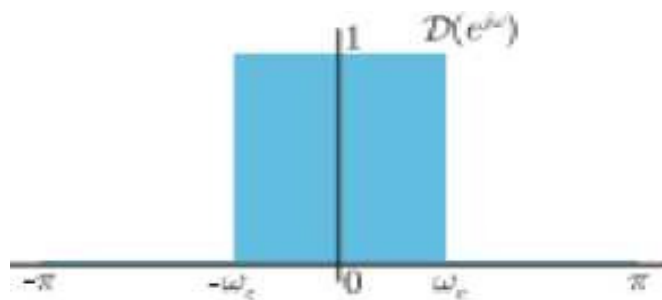
Ένα ψηφιακό φίλτρο είναι σε θέση να προγραμματισθεί. Η λειτουργία του καθορίζεται από ένα πρόγραμμα στη μνήμη του επεξεργαστή. Αυτό σημαίνει ότι το ψηφιακό φίλτρο μπορεί να αλλαχθεί εύκολα χωρίς να επηρεαστεί το κύκλωμα (hardware). Ένα αναλογικό φίλτρο, μπορεί μόνο να αλλαχθεί ξανασχεδιάζοντας το κύκλωμα του φίλτρου. Τα ψηφιακά φίλτρα είναι εύκολα στη σχεδίαση, στη δοκιμή, και στην υλοποίηση σε ένα γενικού σκοπού υπολογιστή ή σε μια εγκατάσταση βασίζονται στη θερμοκρασία. Τα ψηφιακά φίλτρα δεν μαστίζονται από τέτοια προβλήματα και γι' αυτό είναι ιδιαίτερα σταθερά, ως προς τον χρόνο και τη θερμοκρασία. Αντίθετα προς τα αναλογικά ισοδύναμα, τα ψηφιακά φίλτρα μπορούν να χειριστούν χαμηλής συχνότητας σήματα επακριβώς. Καθώς η ανάπτυξη της DSP τεχνολογίας συνεχίζει να αυξάνεται, τα ψηφιακά φίλτρα είναι σε θέση να εφαρμοστούν σε υψηλής συχνότητας σήματα στην RF (ράδιο συχνότητα) περιοχή, η οποία στο παρελθόν ήταν η αποκλειστικότητα της αναλογικής τεχνολογίας.

Τα ψηφιακά φίλτρα είναι πολύ περισσότερο ευμετάβλητα στην ικανότητά τους να παράγουν σήματα με μια ποικιλία τρόπων: αυτό εμπεριέχει την ικανότητα μερικών τύπων ψηφιακών φίλτρων να προσαρμόζονται στις αλλαγές των χαρακτηριστικών του σήματος. Οι γρήγοροι DSP επεξεργαστές μπορούν να χειριστούν σύνθετους συνδυασμούς των φίλτρων παράλληλα ή σειριακά, κάνοντας τις απαιτήσεις του hardware σχετικά απλές σε σύγκριση με το ισοδύναμο αναλογικό σχέδιο του κυκλώματος.

### 3.6 Είδη Κλασικών Ιδανικών Φίλτρων

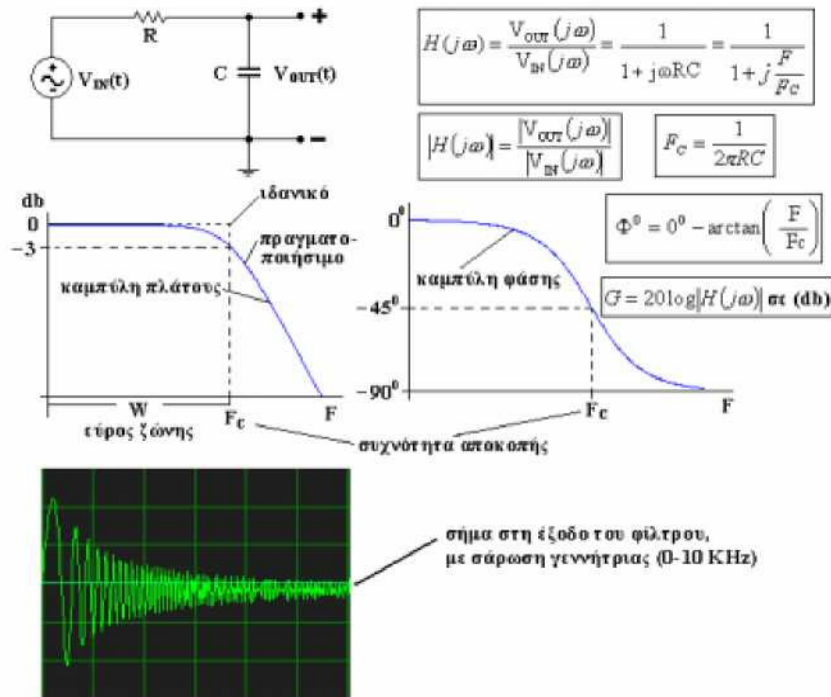
Τα πλέον συνηθισμένα φίλτρα που εμφανίζονται στην πράξη είναι τα κλασικά 0 - 1 φίλτρα, τα οποία, είτε αποκόπτουν εντελώς, είτε αφήνουν αναλλοίωτη κάθε συχνότητα. Διακρίνουμε τα ακόλουθα είδη κλασικών φίλτρων (με βάση τις περικοπές που επιθυμούμε κάθε φορά ως συχνότητες του σήματος), τα οποία, εάν και παρουσιάζουμε για την περίπτωση των ψηφιακών, έχουν τα ακριβή αντίστοιχά τους στην περίπτωση και των αναλογικών φίλτρων.

### 3.6.1 Χαμηλοπερατό ή χαμηλοδιαβατό φίλτρο(Low Pass Filter)



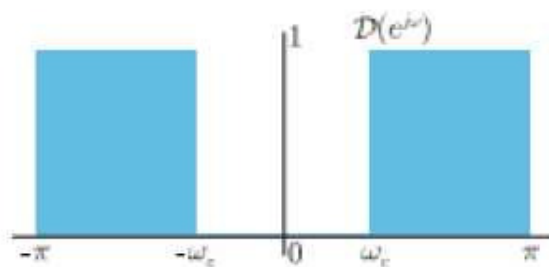
Σχήμα 3.4 Ευρος Ζώνης Χαμηλοπερατού φίλτρου

Πρόκειται για φίλτρο το οποίο επιτρέπει να διέλθουν μόνο οι χαμηλές συχνότητες ενός σήματος. Αποκόπτει όλες τις συχνότητες που είναι υψηλότερες από μια συγκεκριμένη συχνότητα (FC), που ονομάζεται συχνότητα αποκοπής (cutoff frequency). Στη συχνότητα αποκοπής (FC), το κέρδος (G) σε (decibel ή db) είναι ίσο με (- 3 db) και το σήμα στην έξοδο καθυστερεί κατά (- 45°) σε σχέση με εκείνο της εισόδου.



Σχήμα 3.5 Χαμηλοπερατό Φίλτρο

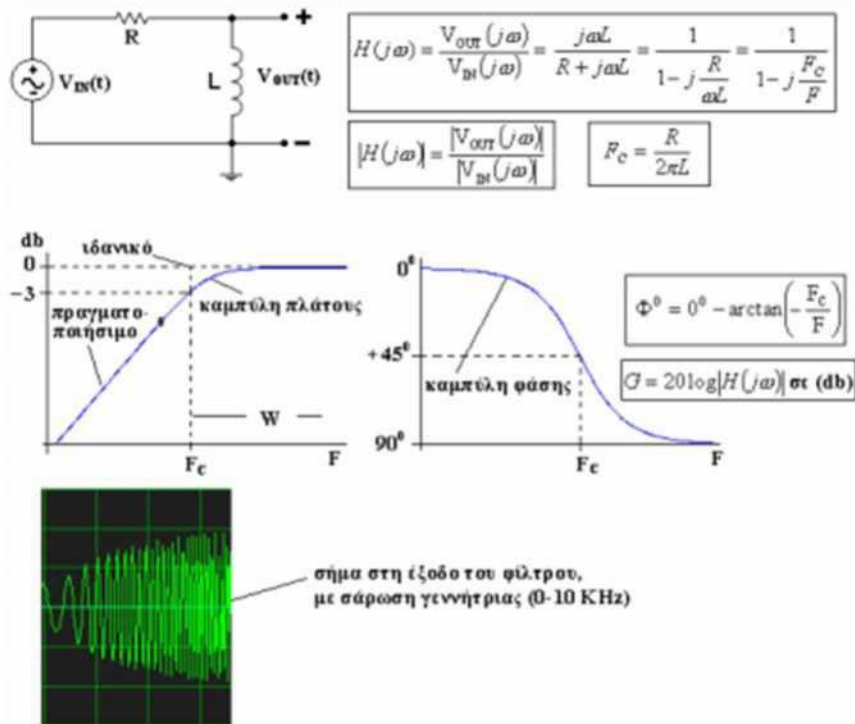
### 3.6.2 Υψηλοπερατό ή υψηλοδιαβατό φίλτρο(High Pass Filter)



Σχήμα 3.6 Ευρος ζώνης Ηψηλοπερατού Φίλτρου.

Είναι το φίλτρο που επιτρέπει την διέλευση μόνο των υψηλών συχνοτήτων ενός σήματος. Αποκόπτει όλες τις συχνοτήτες κάτω από τη συχνότητα αποκοπής. Στη συχνότητα αποκοπής ( $F_c$ ), το κέρδος ( $G$ ) σε (decibel ή db) είναι πάλι ίσο με (- 3 db) αλλά το σήμα της εξόδου προηγείται τώρα κατά (+ 45°) εκείνου της εισόδου. Το εύρος ζώνης ( $W$ ) του υψηλοπερατού φίλτρου, εκτείνεται από τη συχνότητα αποκοπής

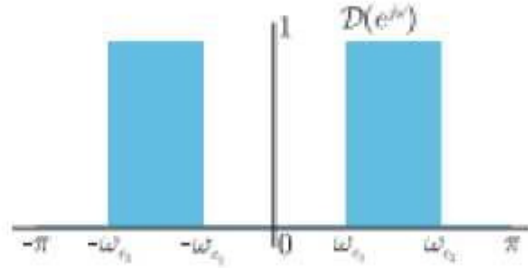
(FC) μέχρι το άπειρο θεωρητικά.



Σχήμα 3.7 Υψηλοπερατό Φίλτρο

### 3.6.3 Ζωνοπερατό φίλτρο(Band Pass Filter)





Σχήμα 3.8 Εύρος Ζώνης Ζωνοπερατού Φίλτρου

Φίλτρο στο οποίο επιτρέπεται η διέλευση συγκεκριμένου πεδίου μεσαίων συχνοτήτων.

### 3.7 Φίλτρα FIR και IIR

Ένα αναδρομικό φίλτρο (IIR, Infinite Impulse Response) είναι αυτό, το οποίο χρησιμοποιεί ως εισαγόμενες τιμές και προηγούμενες εξαγόμενες τιμές. Αυτές, όπως και οι προηγούμενες εισαγόμενες τιμές, αποθηκεύονται στη μνήμη του επεξεργαστή.

Οι όροι “Finite Impulse Response” και “Infinite Impulse Response” αναφέρονται στη διαφοροποίηση της impulse response των δύο τύπων φίλτρου. Η impulse response ενός ψηφιακού φίλτρου είναι η εξαγόμενη ακολουθία από το φίλτρο, όταν μια unit impulse εφαρμόζεται στην ίδια του την είσοδο. (Μια unit impulse είναι μια πολύ απλή εισαγόμενη ακολουθία που αποτελείται από μια τιμή 1 σε χρόνο  $t = 0$ , ακολουθούμενη από μηδενικά σε όλα τα διαδοχικά στιγμιαία δείγματα).

Ένα FIR φίλτρο είναι κάποιο του οποίου η impulse response είναι μετρήσιμης διάρκειας. Ένα IIR φίλτρο είναι κάποιο του οποίου η impulse response (θεωρητικά) συνεχίζει για πάντα, επειδή οι περιοδικά επαναλαμβανόμενοι όροι (προηγούμενη έξοδος) ανατροφοδοτούν συνεχώς με ενέργεια την είσοδο του φίλτρου. Ο όρος IIR δεν είναι πολύ ορθός, επειδή οι πραγματικές impulse response σχεδόν όλων των IIR φίλτρων μειώνονται στο μηδέν σε ένα μετρήσιμο χρόνο. Ωστόσο, αυτοί οι δύο όροι χρησιμοποιούνται ευρέως.

Η λέξη αναδρομικός κυριολεκτικά σημαίνει "επιστρέφω πίσω" και αναφέρεται στο γεγονός ότι τιμές που έχουν υπολογιστεί στο παρελθόν επιστρέφουν πίσω ως είσοδοι για τον υπολογισμό των νέων τιμών. Η έκφραση ενός αναδρομικού φίλτρου δεν εμπεριέχει μόνο τις εισαγόμενες τιμές ( $x(n)$ ,  $x(n-1)$ ,  $x(n-2)$ , ...) αλλά επίσης και προηγούμενες εξαγόμενες  $y(n-1)$ ,  $y(n-2)$ , ... Από τον ορισμό αυτό, μπορεί να φαίνεται ότι τα αναδρομικά φίλτρα απαιτούν περισσότερους υπολογισμούς, από τη στιγμή που υπάρχουν προηγούμενοι εξαγόμενοι όροι στην έκφραση του φίλτρου όπως και εισαγόμενοι όροι. Όμως ισχύει συνήθως το αντίθετο. Για να επιτευχθεί μια δοσμένη απόκριση συχνότητας, με ένα αναδρομικό φίλτρο, γενικά απαιτείται χαμηλότερη τάξη φίλτρου, και συνεπώς λιγότεροι όροι που πρέπει να υπολογιστούν από τον επεξεργαστή, σε σύγκριση με ένα μη αναδρομικό φίλτρο. Τα IIR φίλτρα είναι επαναληπτικά ή αναδρομικά, με την έννοια ότι δείγματα της εξόδου χρησιμοποιούνται από το σύστημα για τον υπολογισμό των νέων τιμών της εξόδου σε επόμενες χρονικές στιγμές. Για να επιτύχουμε μια επιθυμητή απόκριση χρειαζόμαστε σημαντικά λιγότερους συντελεστές για ένα IIR φίλτρο σε σχέση με το αντίστοιχο P. Τα IIR φίλτρα είναι ασταθή, αν οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται εκτός του μοναδιαίου κύκλου. Τα IIR δεν έχουν γραμμική απόκριση φάσης στη ζώνη διέλευσης, όπως τα μη επαναληπτικά FIR φίλτρα με συμμετρική ή αντισυμμετρική κρουστική απόκριση. Τα IIR φίλτρα μπορούν εύκολα να σχεδιασθούν αρχίζοντας από ένα αναλογικό φίλτρο και κατόπιν χρησιμοποιώντας κατάλληλη απεικόνιση του επιπέδου-s στο επίπεδο-z. Αρχικά προσδιορίζεται η  $H(s)$  και στη συνέχεια στο  $H(z)$ , έτσι ώστε τα επιθυμητά χαρακτηριστικά του αναλογικού φίλτρου να διατηρούνται κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

### 3.8 Ευστάθεια και Αιτιατότητα

Τα φίλτρα που επιθυμούμε να σχεδιάσουμε, αφού είναι γραμμικά χρονικά σταθερά συστήματα, θα πρέπει να διέπονται από την βασική ιδιότητα της ευστάθειας, ώστε το αποτέλεσμα της επεξεργασίας να έχει πρακτικό νόημα. Επίσης πρέπει τα συστήματα αυτά να είναι αιτιατά, ώστε για τον υπολογισμό της εξόδου τη χρονική στιγμή  $n$  να χρησιμοποιούνται είσοδοι που είναι διαθέσιμες έως τη χρονική αυτή στιγμή. Από το

συνδυασμό ευστάθειας και αιτιατότητας απορρέουν συνθήκες που εξασφαλίζουν ευστάθεια στα συστήματα που μας ενδιαφέρουν *Ευστάθεια Αιτιατών Φίλτρων* : Οι περιορισμοί ανά κατηγορία φίλτρου είναι οι ακόλουθοι :

- Τα FIR ψηφιακά φίλτρα είναι πάντοτε ευσταθή.
- Τα IIR ψηφιακά φίλτρα είναι ευσταθή, όταν οι πόλοι (ρίζες του παρονομαστή που δεν απαλείφονται από ρίζες του αριθμητή) της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου.

Τα IIR αναλογικά φίλτρα είναι ευσταθή, όταν οι πόλοι (ρίζες του παρονομαστή που δεν απαλείφονται από ρίζες του αριθμητή) της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο αρνητικό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Ιδανικά φίλτρα δεν μπορούν να υλοποιηθούν από αιτιατά συστήματα.

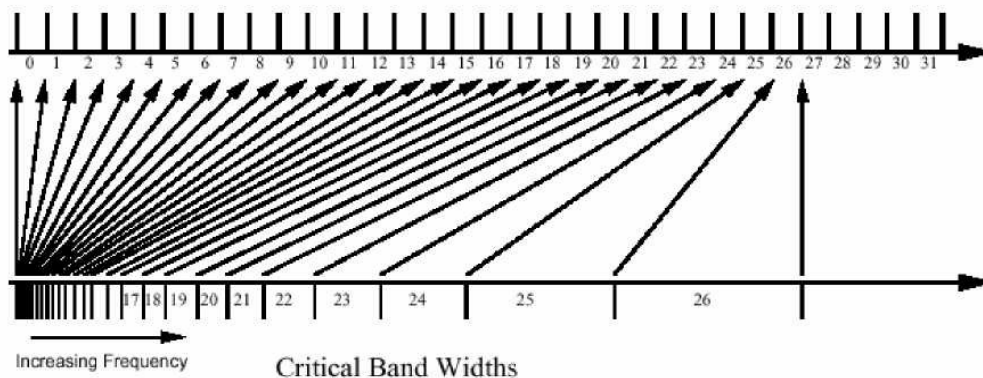
Η αρχή της αιτιατότητας θέτει τους παρακάτω περιορισμούς:

1. Η απόκριση συχνότητας μπορεί να είναι μηδενική μόνο για πεπερασμένο αριθμό συχνοτήτων.
2. Η απόκριση μέτρου δεν μπορεί να είναι σταθερή για ένα διάστημα συχνοτήτων.
3. Η μετάβαση από την περιοχή διέλευσης στην περιοχή αποκοπής δεν μπορεί να είναι «άπειρα» απότομη.
4. Η απόκριση μέτρου και φάσης δεν μπορούν να καθορίζονται ανεξάρτητα.

### 3.9 ΤΡΑΠΕΖΕΣ ΦΙΛΤΡΩΝ

Μια τράπεζα φίλτρων αποτελείται από ένα σύνολο από ζωνοπερατά φίλτρα που διαχωρίζουν το σήμα σε πολλαπλά στοιχεία το καθένα από τα οποία μεταφέρει μια μοναδική υποσυχνότητα του αρχικού σήματος. Μία από τις εφαρμογές της τράπεζας φίλτρων είναι ο γραφικός ισοσταθμιστής (graphic equalizer) , ο οποίος διαχωρίζει τις συνιστώσες συχνότητες του σήματος και τις επανασυνθέτει δημιουργώντας μια διαφοροποιημένη μορφή του αρχικού σήματος. Η διαδικασία της αποσύνθεσης ενός

σήματος στις φασματικές υποπεριοχές του (subbands) ονομάζεται ανάλυση. Το αποτέλεσμα της ανάλυσης είναι τόσες υποσυχνότητες του αρχικού σήματος όσα είναι και τα φίλτρα της τράπεζας. Η επανασύνθεση του σήματος ονομάζεται σύνθεση και το αποτέλεσμα της είναι η επαναδημιουργία του σήματος μετά την επεξεργασία. Μία ακόμη σημαντική εφαρμογή των τραπεζών φίλτρων είναι στην συμπίεση των σημάτων όπου μερικές από τις συχνότητες του σήματος είναι πιο σημαντικές από άλλες. Σε αυτή την περίπτωση οι σημαντικές συχνότητες κωδικοποιούνται με μεγαλύτερη ακρίβεια. Αντίθετα λιγότερο σημαντικές συχνότητες δεν απαιτείται να είναι ακριβείς. Επίσης η τράπεζα φίλτρων χρησιμοποιείται συχνά στους σύγχρονους κωδικοποιητές φωνής (vocoders) για τον έλεγχο του πλάτους των υποκαναλιών (subbands) του φέροντος αλλάζοντας έτσι κάποια από τα δυναμικά χαρακτηριστικά του σήματος. Η τράπεζα πολυφασικών φίλτρων είναι το κύριο στοιχείο, το οποίο είναι κοινό σε όλα τα στρώματα της MPEG/audio συμπίεσης. Αυτή η τράπεζα φίλτρων διαιρεί το ηχητικό σήμα σε 32 ίσου πλάτους υποζώνες της συχνότητας. Τα φίλτρα είναι σχετικά απλά και παρέχουν καλή ανάλυση χρόνου με λογική ανάλυση συχνότητας. Ο σχεδιασμός είναι ένας καλός συμβιβασμός με τρεις αξιοσημείωτες παραχωρήσεις. Αρχικά, τα ίσα πλάτη των υποζωνών δεν αντανακλούν ακριβώς την εξαρτώμενη από τη συχνότητα συμπεριφορά του ανθρώπινου συστήματος ακοής. Το πλάτος μιας «κρίσιμης ζώνης» συναρτήσει της συχνότητας είναι μια καλή ένδειξη αυτής της συμπεριφοράς. Πολλές ψυχοακουστικές επιδράσεις σχετίζονται με την κλιμάκωση συχνότητας των κρίσιμων ζωνών. Για παράδειγμα, τόσο η αντιληφθείσα ένταση ενός σήματος, όσο και η ακουστότητά του στην παρουσία ενός σήματος επικάλυψης διαφέρει για σήματα που βρίσκονται εντός μιας κρίσιμης ζώνης απ'ότι για σήματα που εκτείνονται σε παραπάνω από μια κρίσιμες ζώνες. Το σχήμα 3.9 συγκρίνει το εύρος ζώνης των πολυφασικών φίλτρων με τα πλάτη αυτών των κρίσιμων ζωνών.



Σχήμα 3.9 Εύρος ζώνης τράπεζας 32 φίλτρων

Σε χαμηλότερες συχνότητες μία υποζώνη καλύπτει αρκετές κρίσιμες ζώνες. Σε αυτήν την περίπτωση, ο αριθμός των bits του κβαντιστή δε μπορεί να συντονιστεί επακριβώς για την επικάλυψη θορύβου, που είναι διαθέσιμη για τις ανεξάρτητες κρίσιμες ζώνες. Αυτό που γίνεται είναι ότι η κρίσιμη ζώνη με την μικρότερη επικάλυψη θορύβου υπαγορεύει τον αριθμό των bits κβάντισης, που χρειάζονται για ολόκληρη την υποζώνη. Η δεύτερη παραχώρηση είναι πως η τράπεζα φίλτρων και η αντίστροφή της δεν είναι μετασχηματισμοί χωρίς απώλειες. Ακόμα και χωρίς κβάντιση, ο αντίστροφος μετασχηματισμός δεν μπορεί να ανακτήσει τέλεια το αρχικό σήμα. Ωστόσο, από το σχεδιασμό, το σφάλμα, που εισάγεται από την τράπεζα φίλτρων, είναι μικρό και μη ακουστό.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η υλοποίηση τράπεζας φίλτρων για την ανάλυση ηχητικών σημάτων με τη χρήση του λογισμικού πακέτου Matlab. Για το σκοπό αυτό αρχικά χρησιμοποιήσαμε τις κρουστικές αποκρίσεις 32 φίλτρων των 512 σημείων το καθένα.

Για κάθε ένα από τα φίλτρα αυτά εξάγαμε την απόκριση συχνότητας (φάσμα) καθώς και την απόκριση στο πεδίο του χρόνου. Το τμήμα του κώδικα που δημιουργήσαμε για τις αποκρίσεις παρατίθεται εδώ :

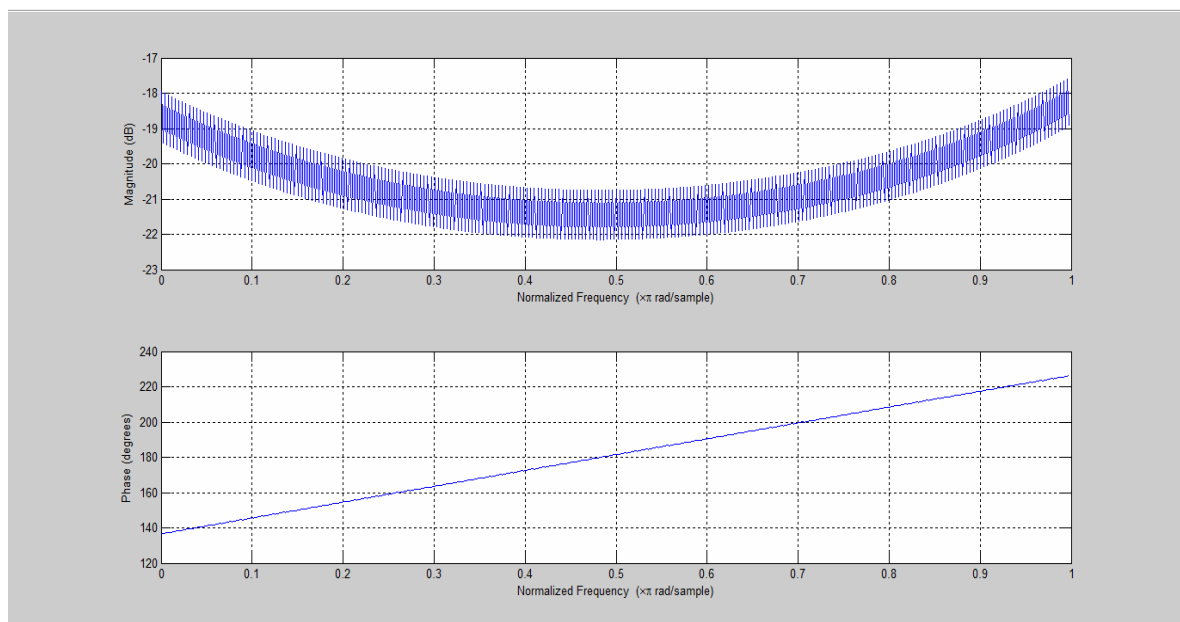
#### 4.1 Κώδικας για την δημιουργία των κρουστικών αποκρίσεων των φίλτρων

```
f2=[0,-2.03943779566245e-07,-4.67541759372002e-08,1.15901545813857e-07,2.65007001150350e-07,.....]
```

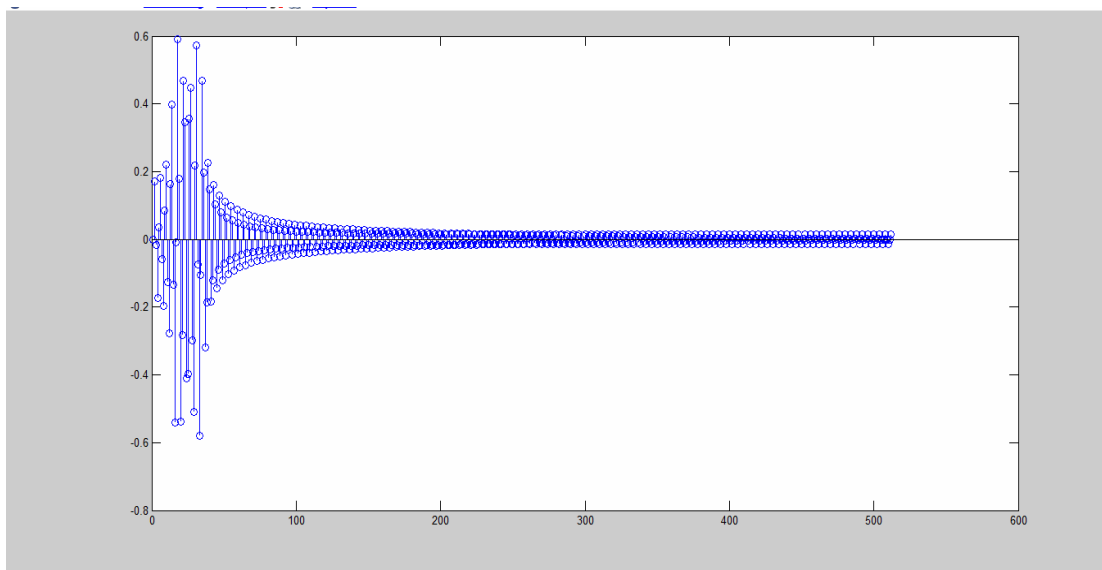
```
f3=[0,4.09136546970130e-07,4.56460540144264e-07,4.76425432609867e-07,4.67834578752341e-07,.....]
```

```
[h1,w] = freqz(f2);  
[h2,w] = freqz(f3);  
figure  
freqz(h1)  
figure  
stem(h1)  
figure  
freqz(h2)  
figure  
stem(h2)
```

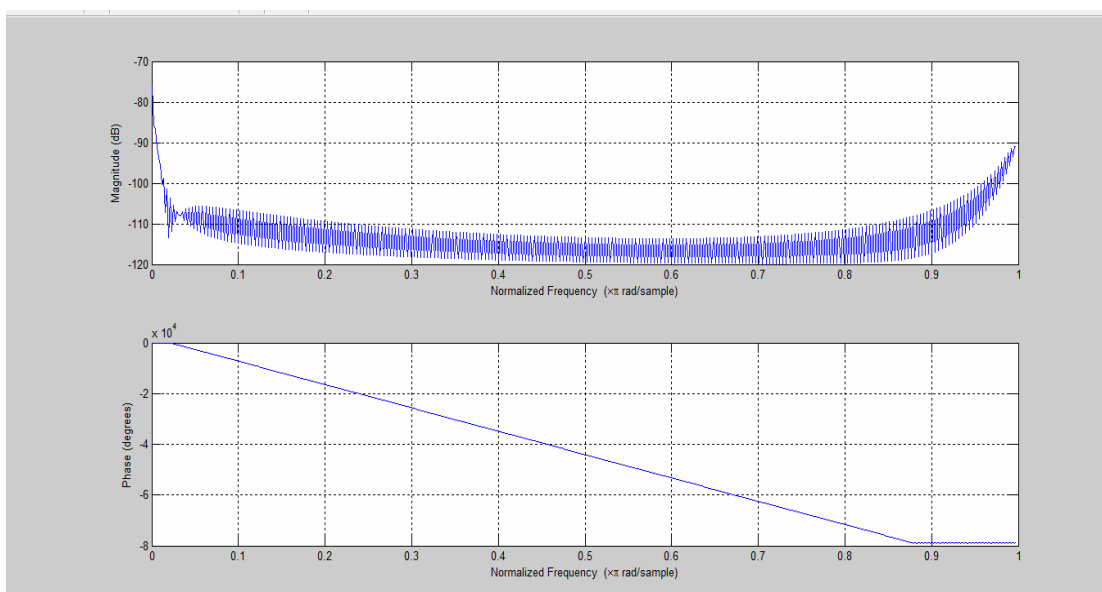
Οι πρώτες δύο γραμμές του κώδικα που παρατίθενται αφορούν τα φίλτρα 2 και 3 τα οποία ενδεικτικά αναφέρουμε ως παράδειγμα. Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε και για τα υπόλοιπα 30 φίλτρα. Η παραγωγή των κρουστικών αποκρίσεων έγινε με την εντολή `freqz` που παράγει τις αποκρίσεις συχνότητας και φάσης των φίλτρων.



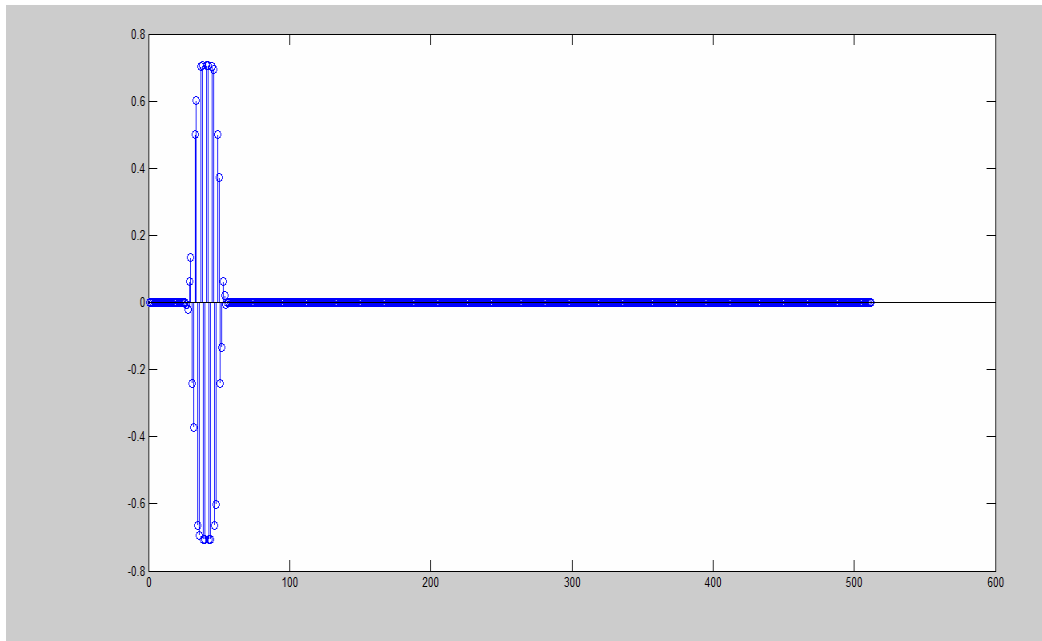
Σχήμα 4.1 Απόκριση Συχνότητας και Φάσης Φίλτρου 2



Σχήμα 4.2 Απόκριση στο πεδίο του χρόνου Φίλτρου 2

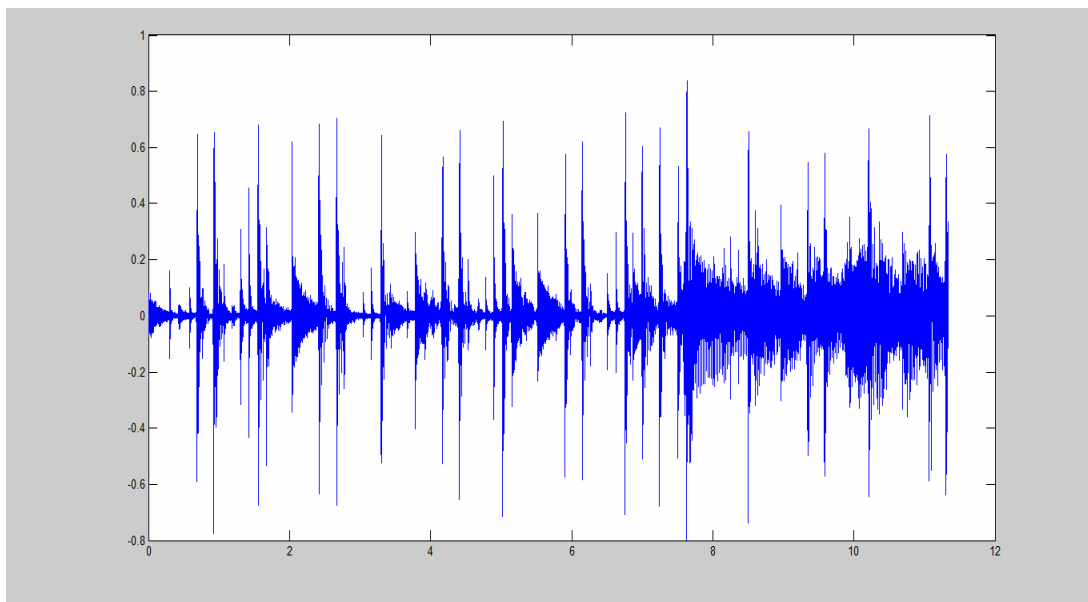


Σχήμα 4.3 Απόκριση Συχνότητας και Φάσης Φίλτρου 3



Σχήμα 4.4 Απόκριση στο πεδίο του χρόνου του Φίλτρου 3

Ακολούθως με την εντολή `wavread` , μετατρέψαμε ένα αρχείο ήχου σε ψηφιακό το οποίο και απεικονίσαμε στο πεδίο του χρόνου (Σχήμα 4.4)



Σχήμα 4.5 Αρχικό Ηχητικό Σήμα



Στο σήμα αυτό εφαρμόζουμε συνέλιξη με το πρώτο φίλτρο και απεικονίζουμε το αποτέλεσμα στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας. Επίσης με την εντολή `sound` έχουμε την δυνατότητα να ακούσουμε το ηχητικό αποτέλεσμα.

## 4.2 Κώδικας συνέλιξης ενός φίλτρου με το αρχικό ηχητικό σήμα

```
[speech, fs, N]=wavread('S_GRUS');

sp=speech(:,1);

t=[0:1:length(sp)-1]/fs;
figure
plot(t, sp)
f1=[0.0 -3.5343368679431556E-7 -3.687259862540256E-7 -
3.831299925162677E-7 -3.966110050683141E-7 .....]

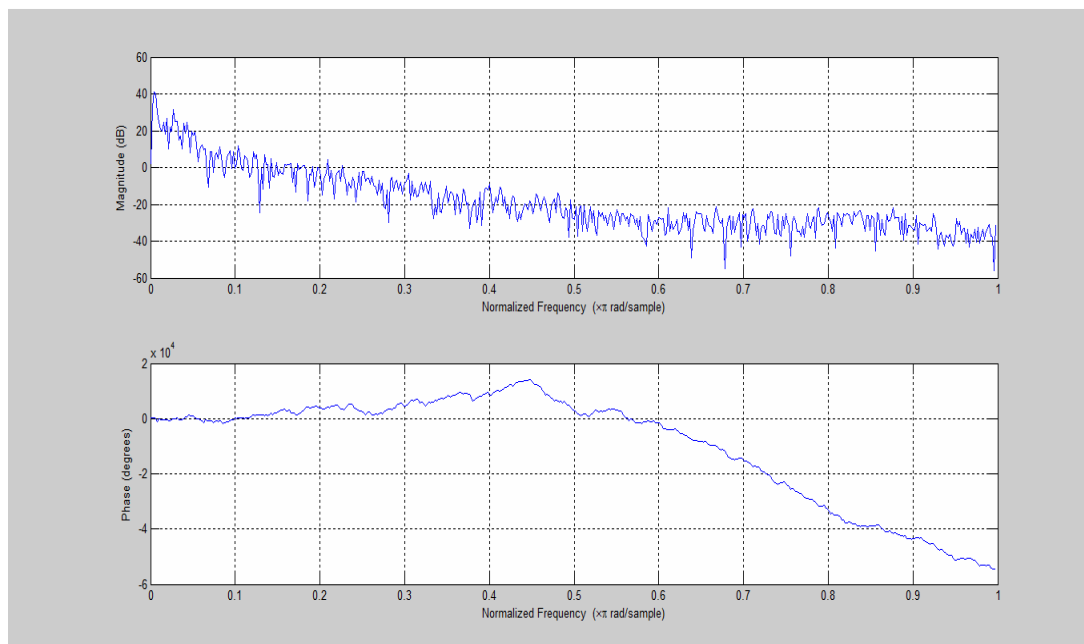
s1=conv(sp, f1);

figure
freqz(s1)

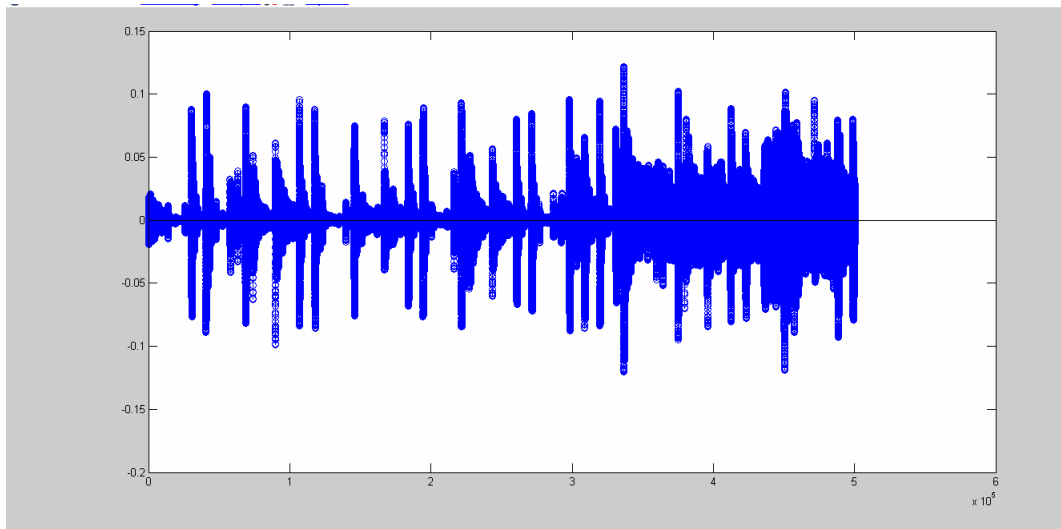
figure
stem(s1)
sound(s1)
```

Το αποτέλεσμα της συνέλιξης τόσο στο πεδίο της συχνότητας όσο και στο πεδίο του χρόνου φαίνεται στα σχήματα που ακολουθούν

### ΦΙΛΤΡΟ 1 (f1)



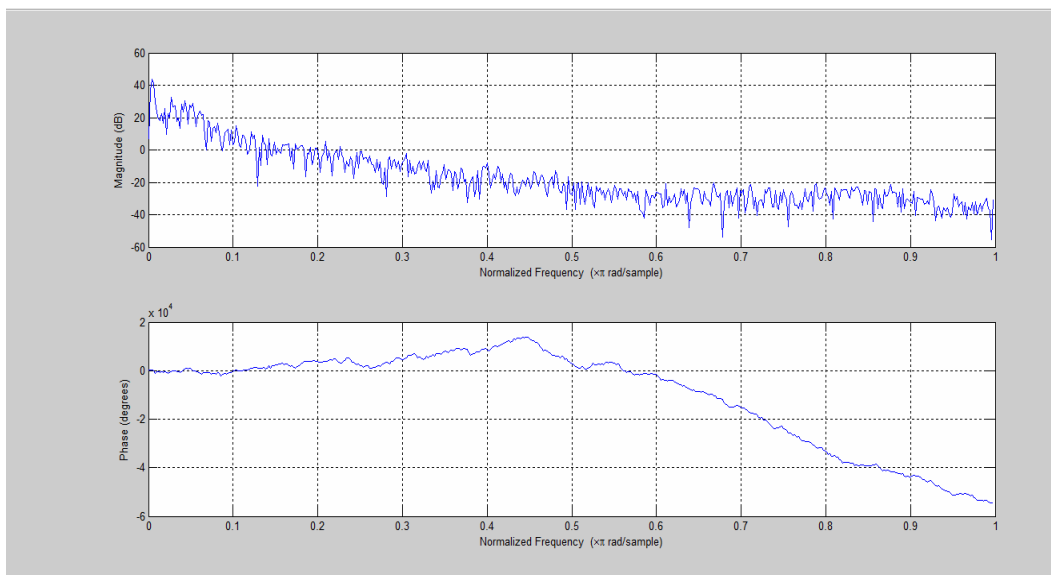
Σχήμα 4.6 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 1



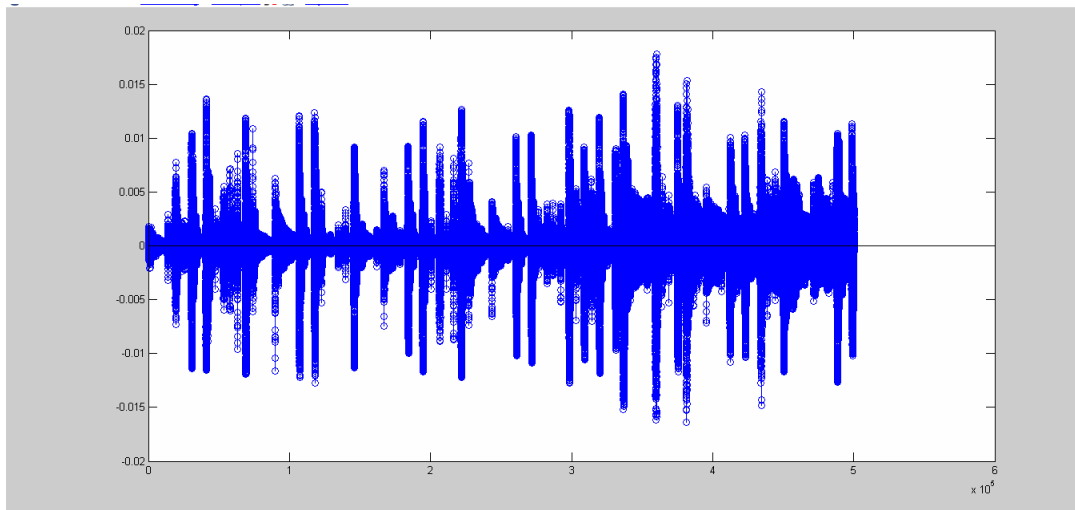
Σχήμα 4.7 Συνέλιξη Φίλτρου1 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία και για τα υπόλοιπα φίλτρα της τράπεζας και παράγουμε τα διαγράμματα :

### ΦΙΛΤΡΟ 2 (f2)

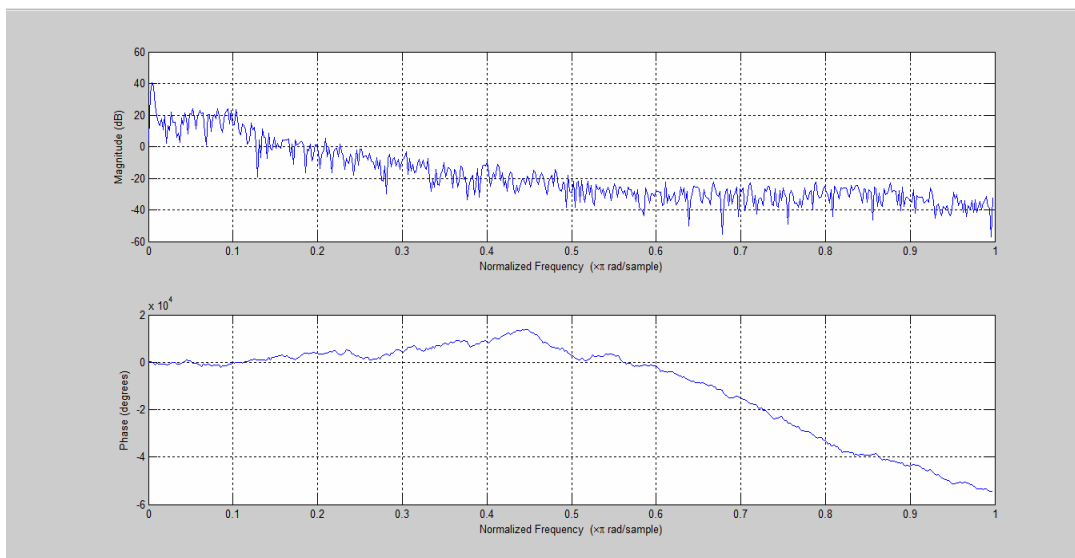


Σχήμα 4.8 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 2 (f2)

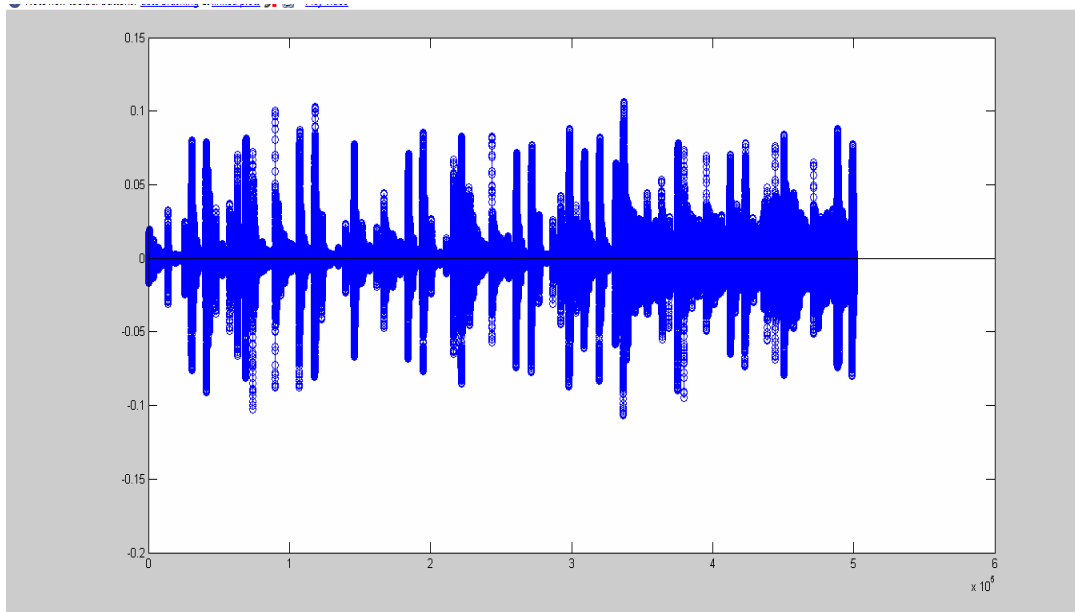


Σχήμα 4.9 Συνέλιξη Φίλτρου 2 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 3 (f3)

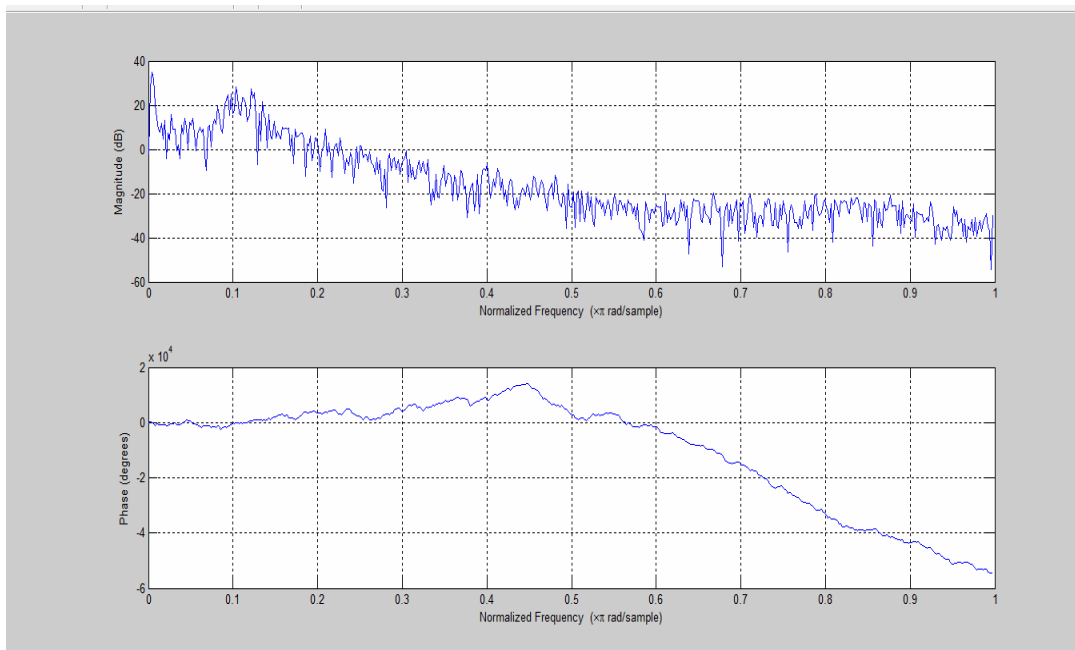


Σχήμα 4.10 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 3 (f3)

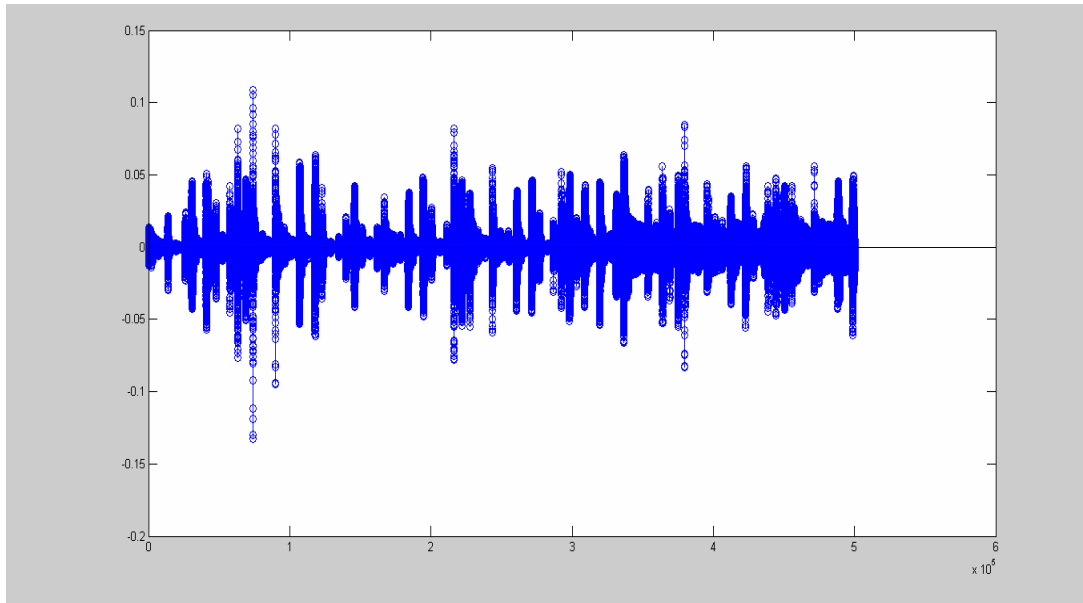


Σχήμα 4.11 Συνέλιξη Φίλτρου 3 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

#### ΦΙΛΤΡΟ 4 (f4)

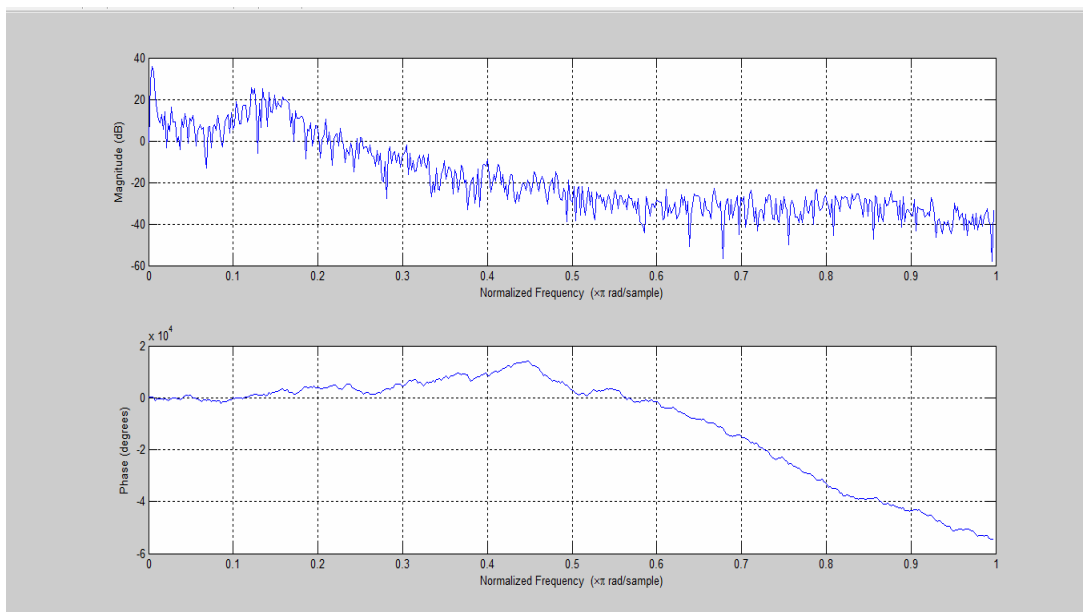


Σχήμα 4.12 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 4 (f4)

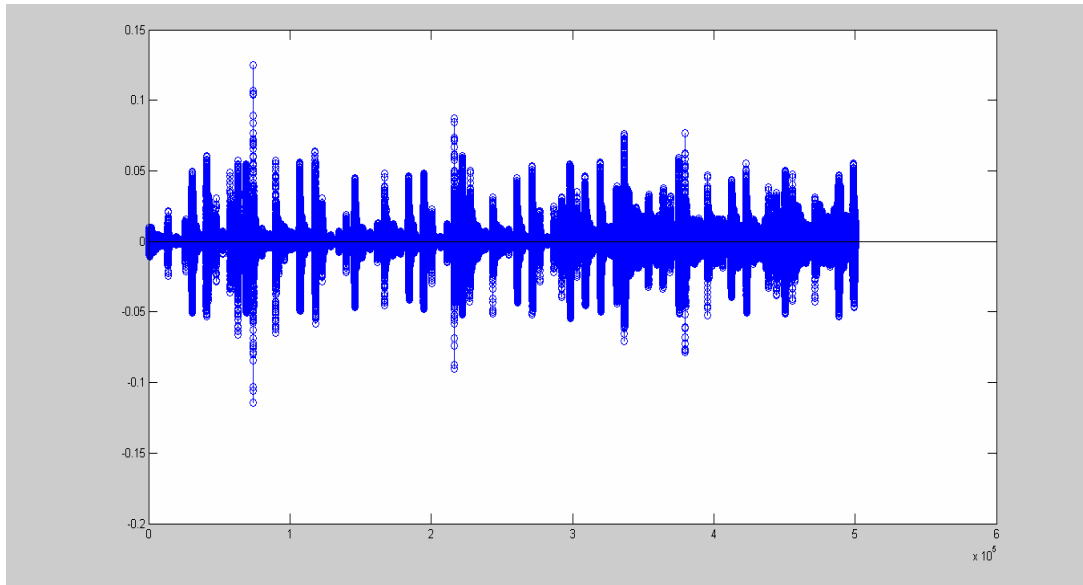


Σχήμα 4.13 Συνέλιξη Φίλτρου 4 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 5 (f5)

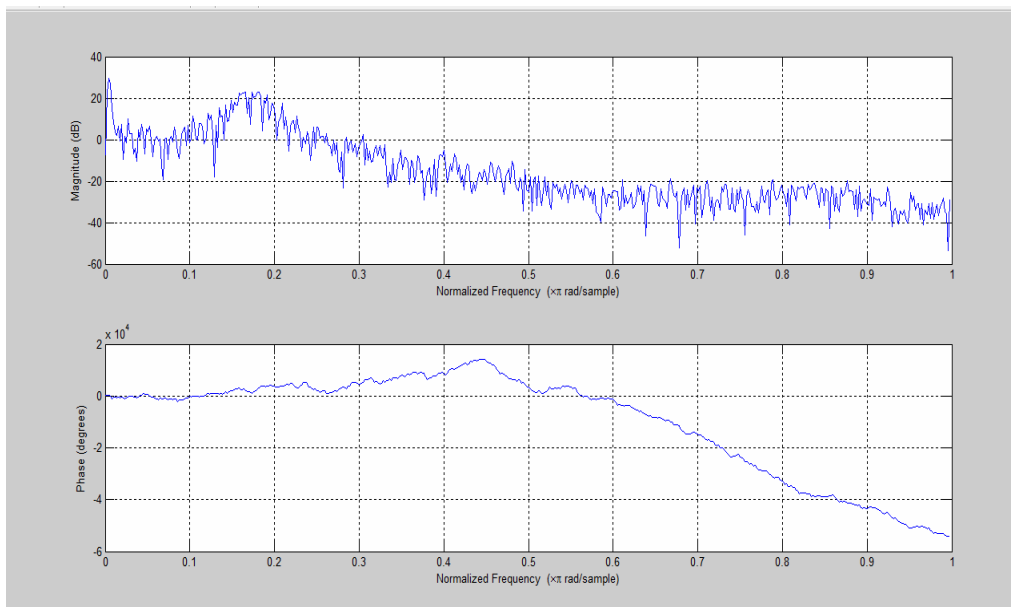


Σχήμα 4.14 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 5 (f5)

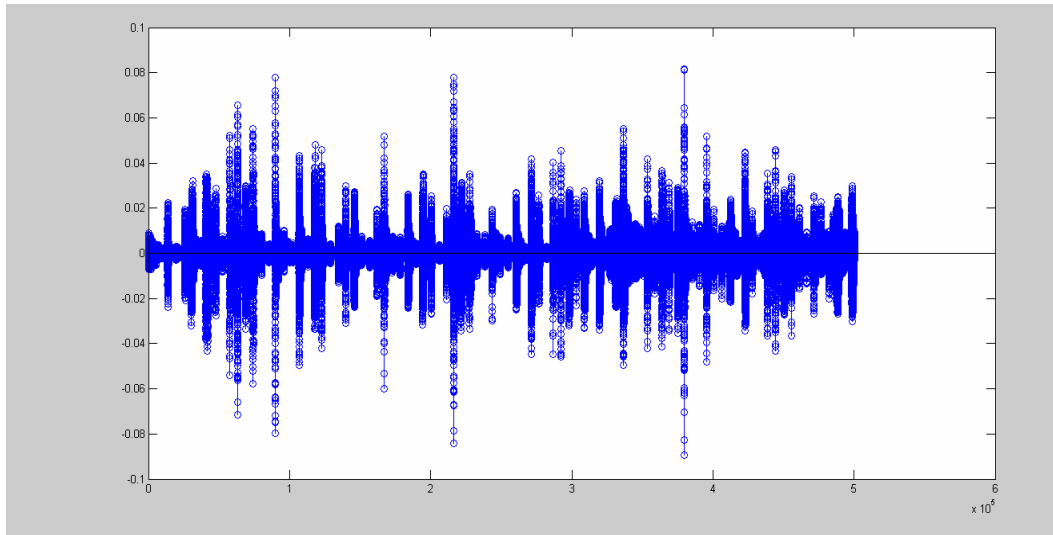


Σχήμα 4.15 Συνέλιξη Φίλτρου 5 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 6 (f6)

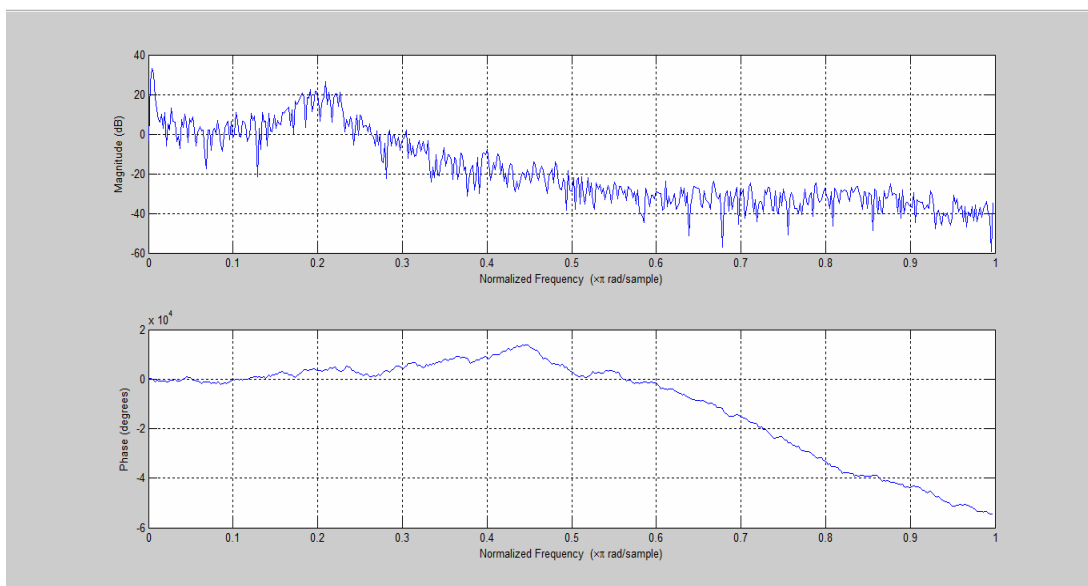


Σχήμα 4.16 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 6 (f6)

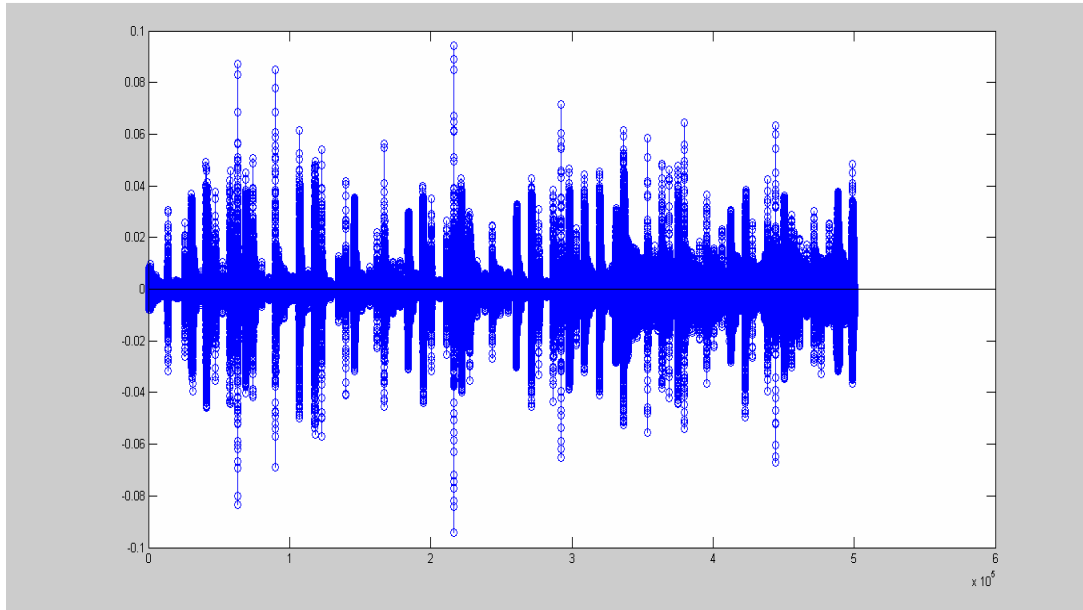


Σχήμα 4.17 Συνέλιξη Φίλτρου 6 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 7 (f7)

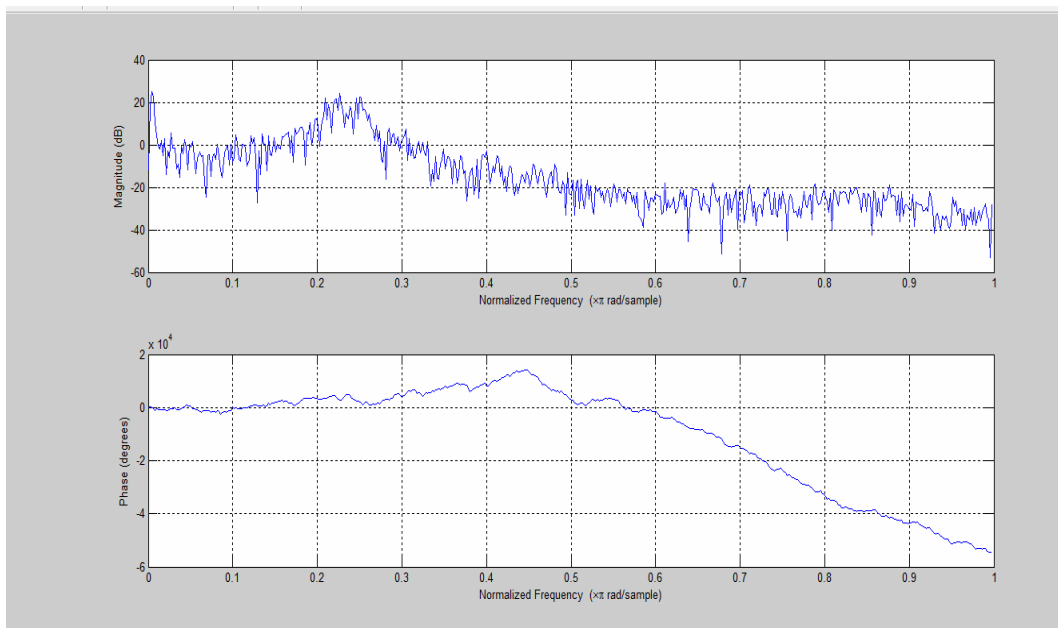


Σχήμα 4.18 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 7 (f7)



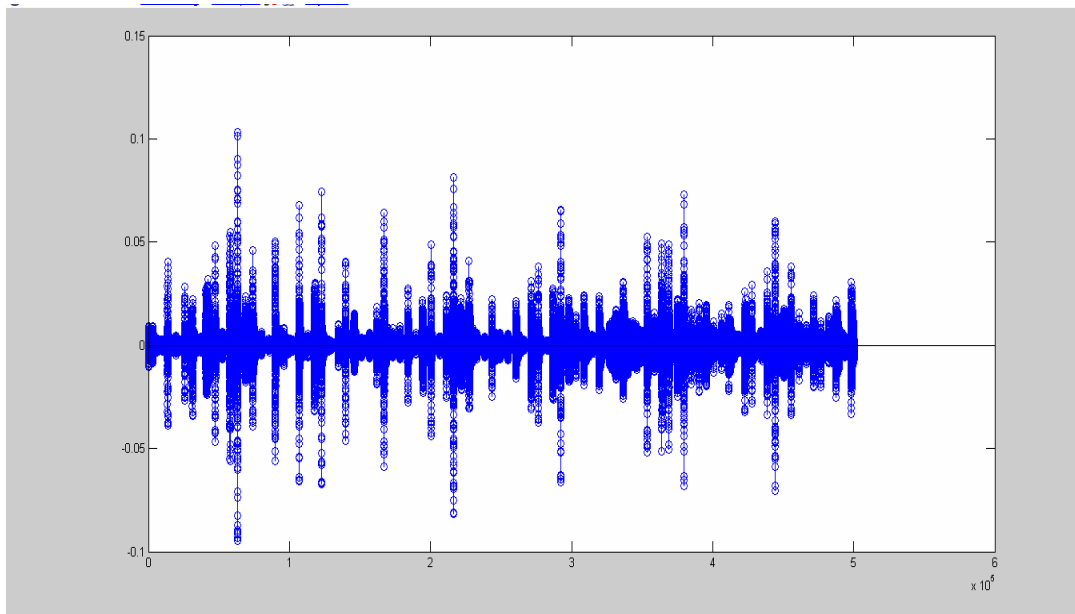
Σχήμα 4.19 Συνέλιξη Φίλτρου 7 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 8 (f8)**



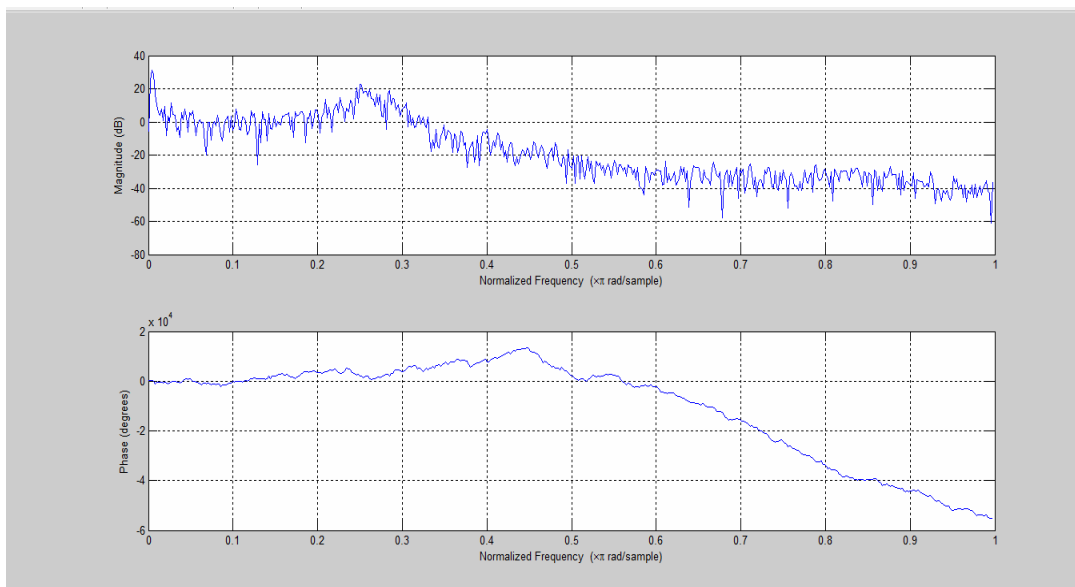
Σχήμα 4.20 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 8 (f8)



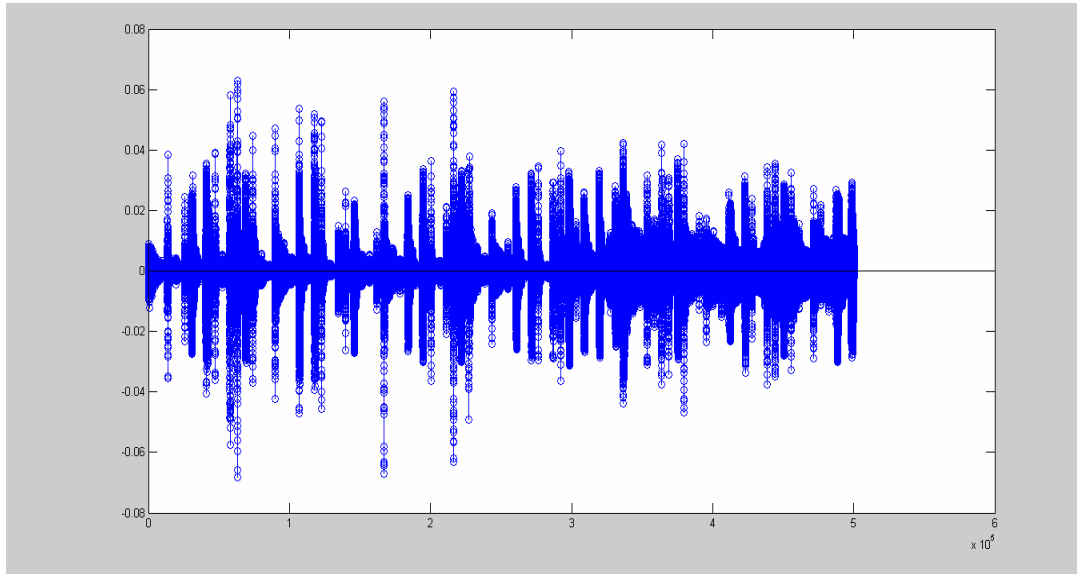


Σχήμα 4.21 Συνέλιξη Φίλτρου 8 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 9 (f9)

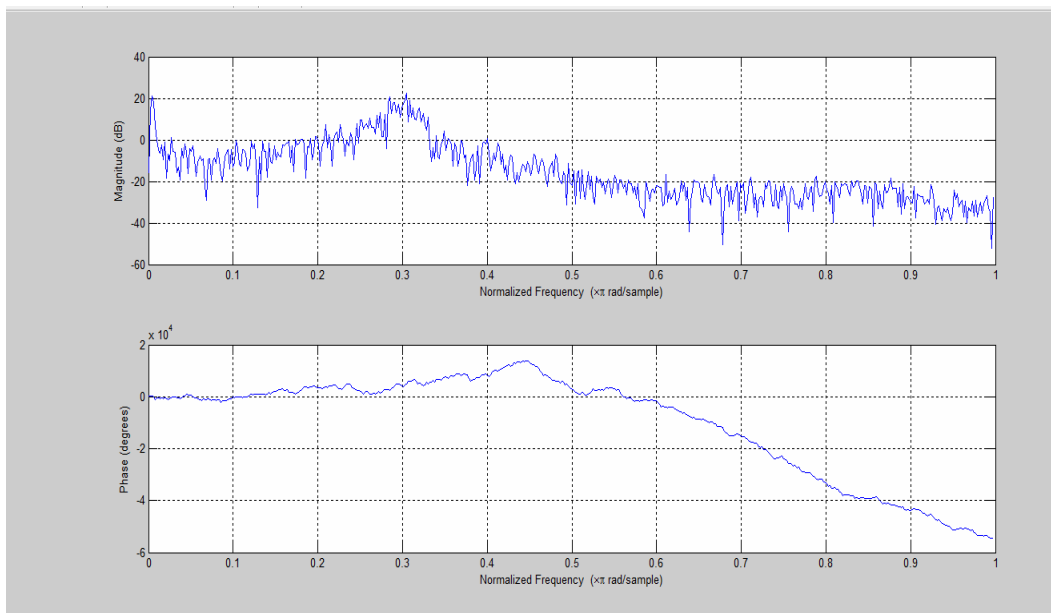


Σχήμα 4.22 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 9 (f9)

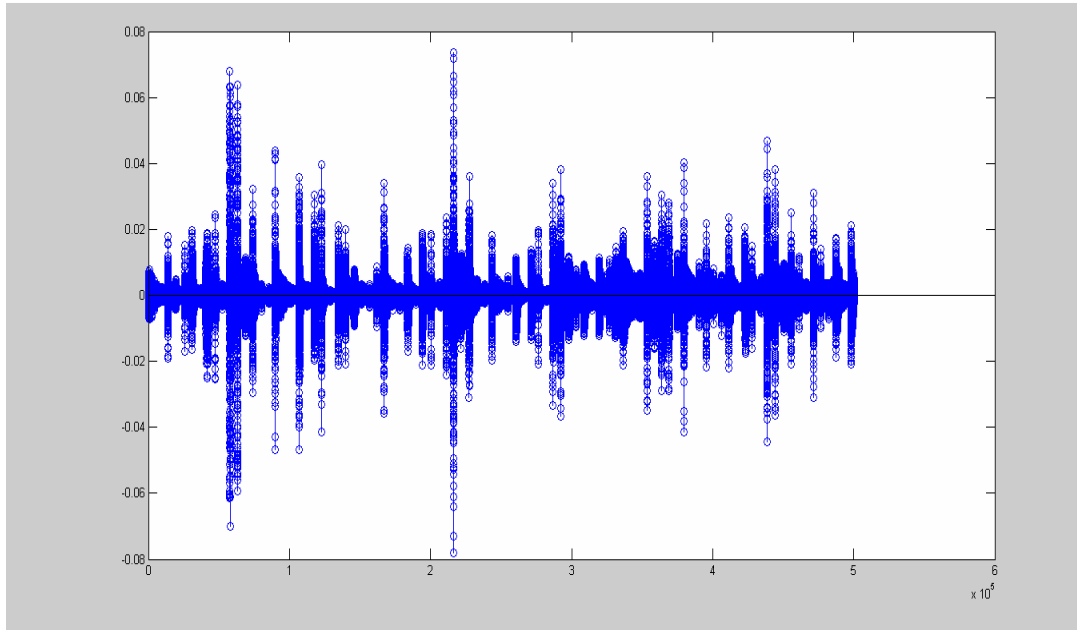


Σχήμα 4.23 Συνέλιξη Φίλτρου 9 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 10 (f10)**

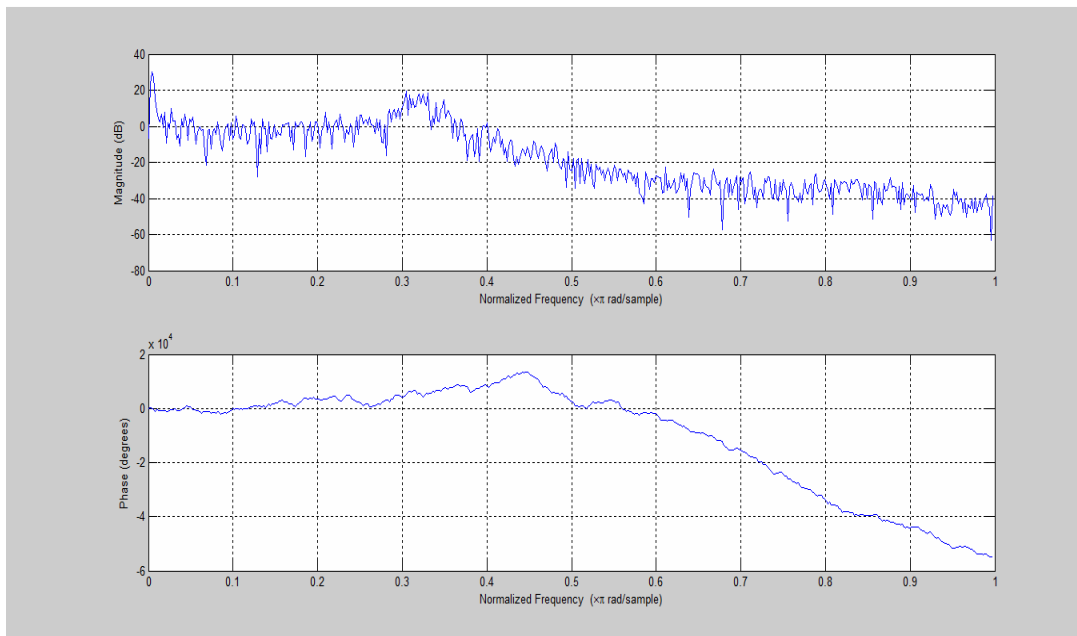


Σχήμα 4.24 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 10 (f10)

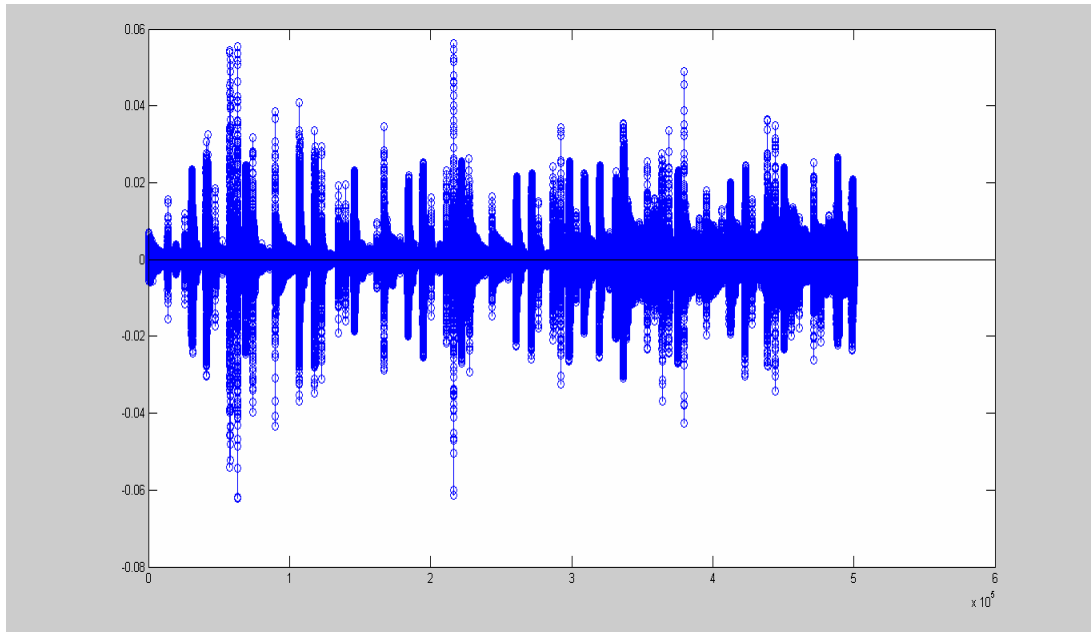


Σχήμα 4.25 Συνέλιξη Φίλτρου 10 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 11 (f11)**

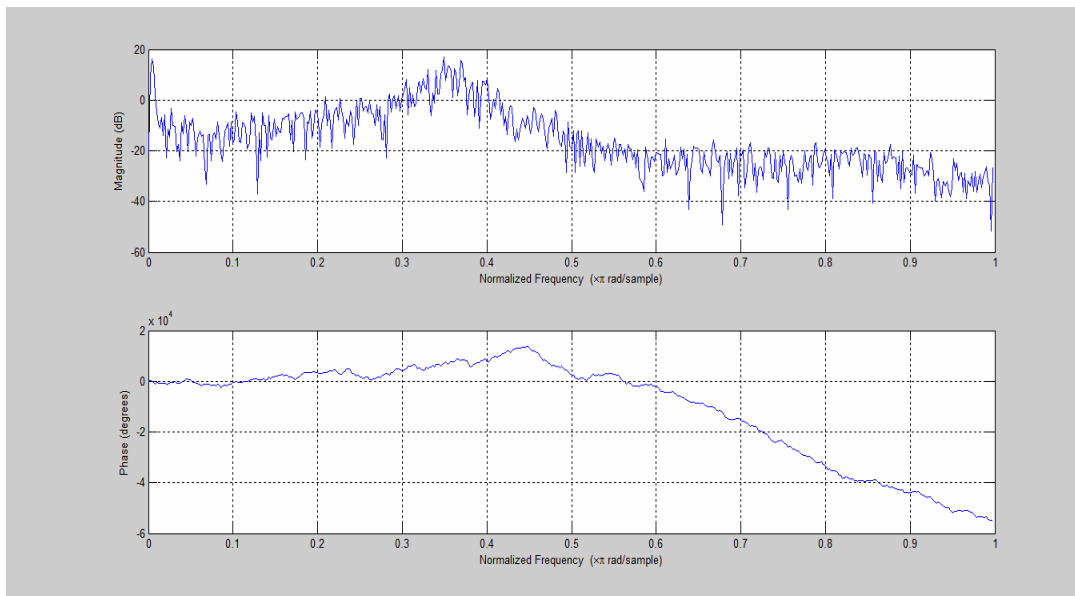


Σχήμα 4.26 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 11 (f11)

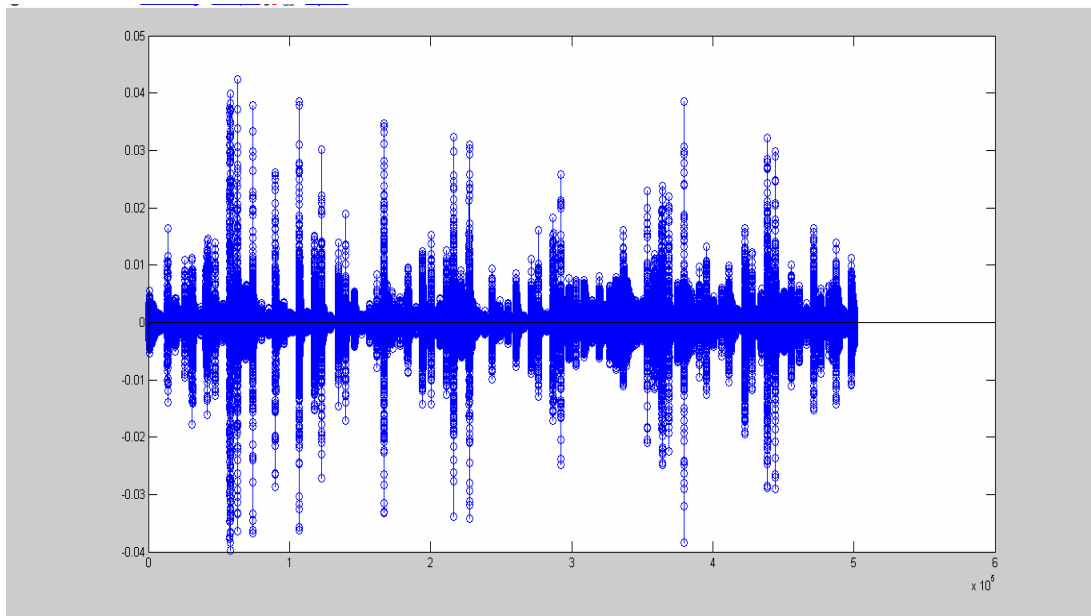


Σχήμα 4.27 Συνέλιξη Φίλτρου 11 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 12 (f12)

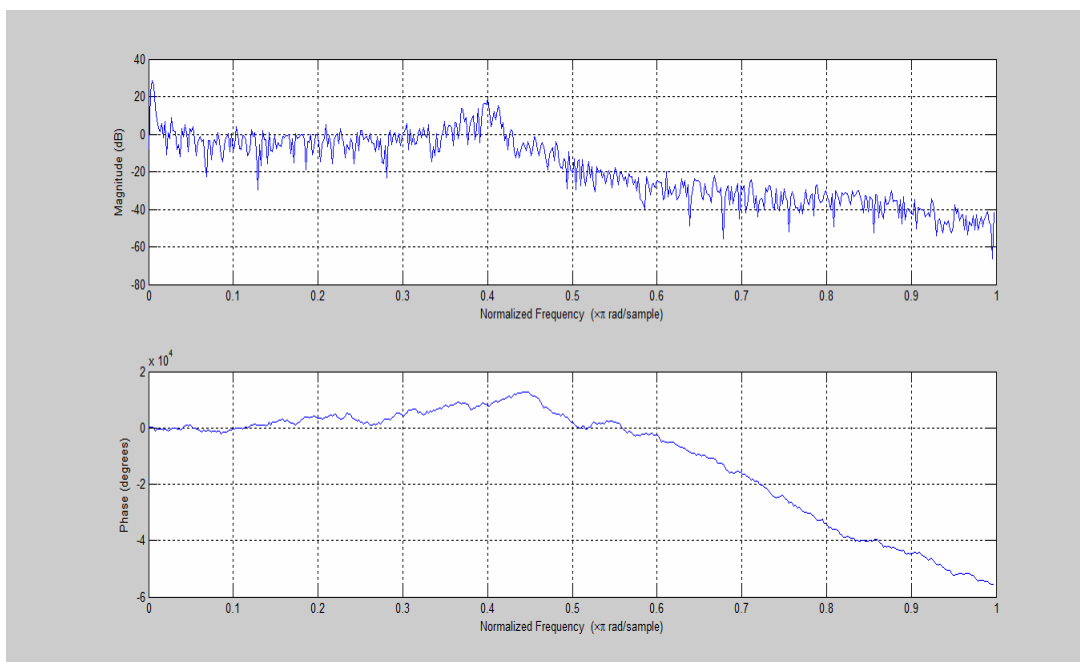


Σχήμα 4.28 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 12 (f12)

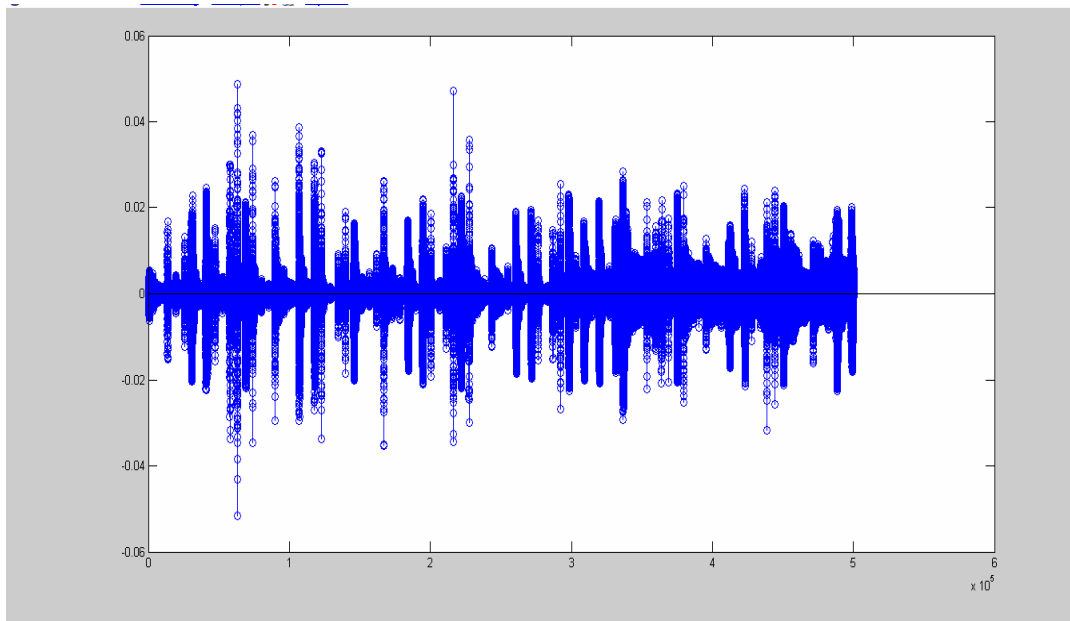


Σχήμα 4.29 Συνέλιξη Φίλτρου 12 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 13 (f13)

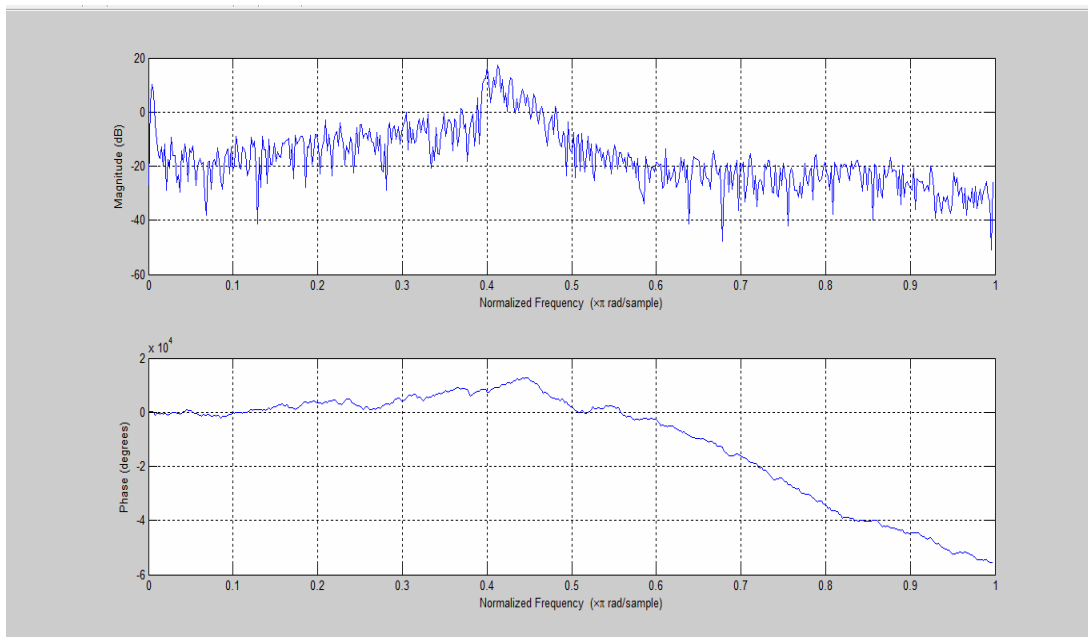


Σχήμα 4.30 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 13 (f13)

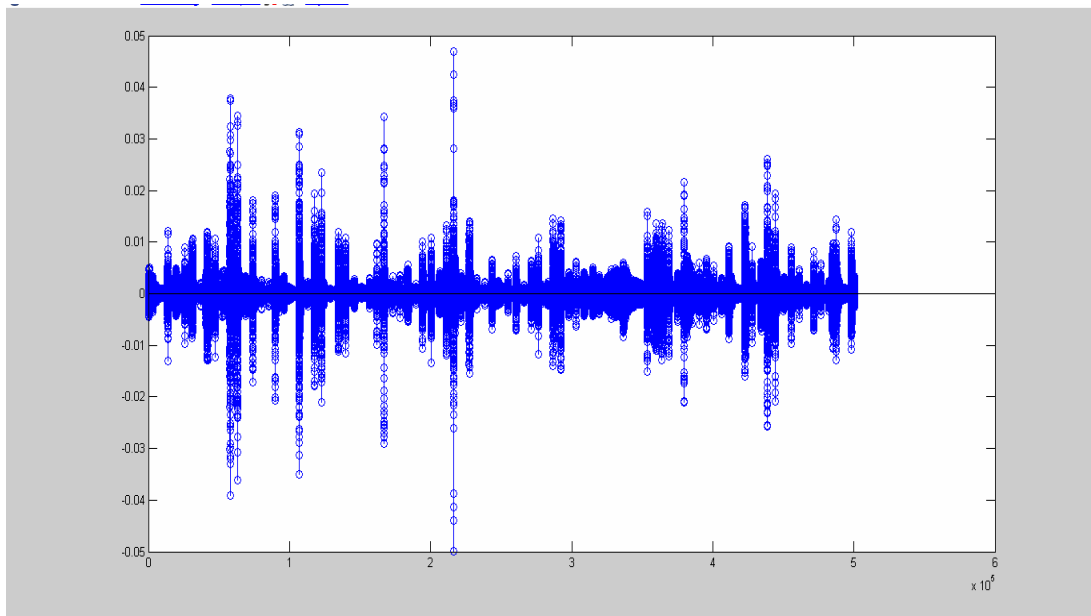


Σχήμα 4.31 Συνέλιξη Φίλτρου 13 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 14 (f14)**

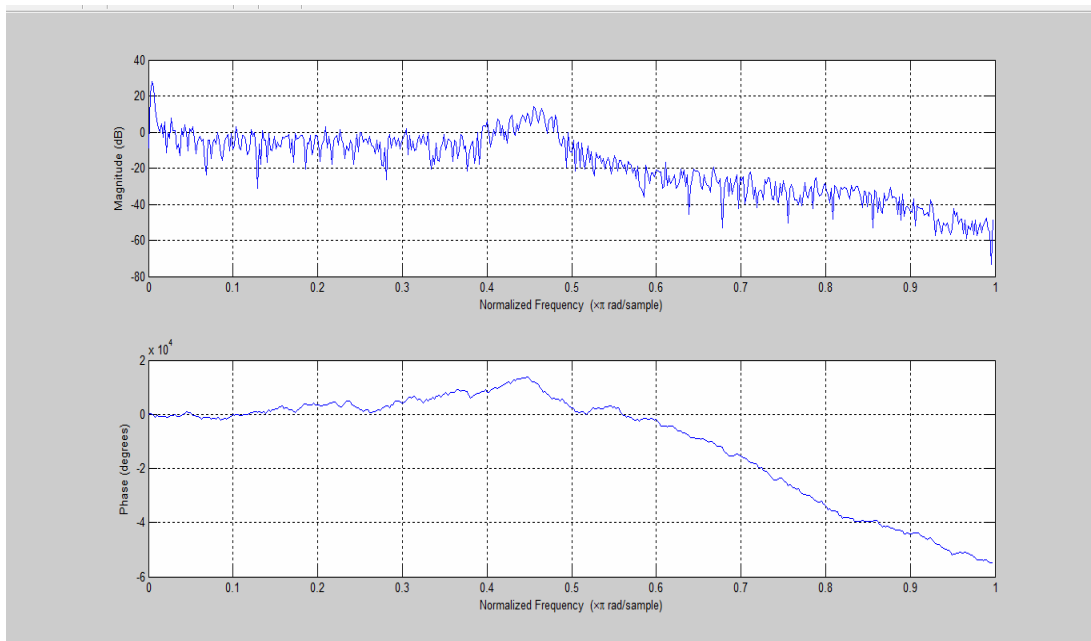


Σχήμα 4.32 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 14 (f14)

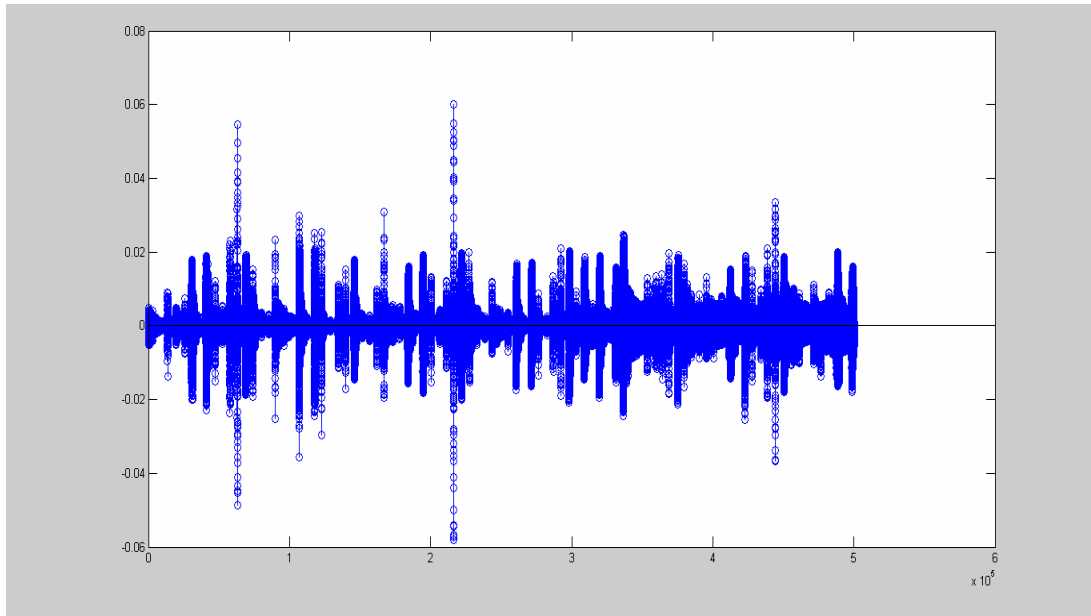


Σχήμα 4.33 Συνέλιξη Φίλτρου 14 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 15 (f15)

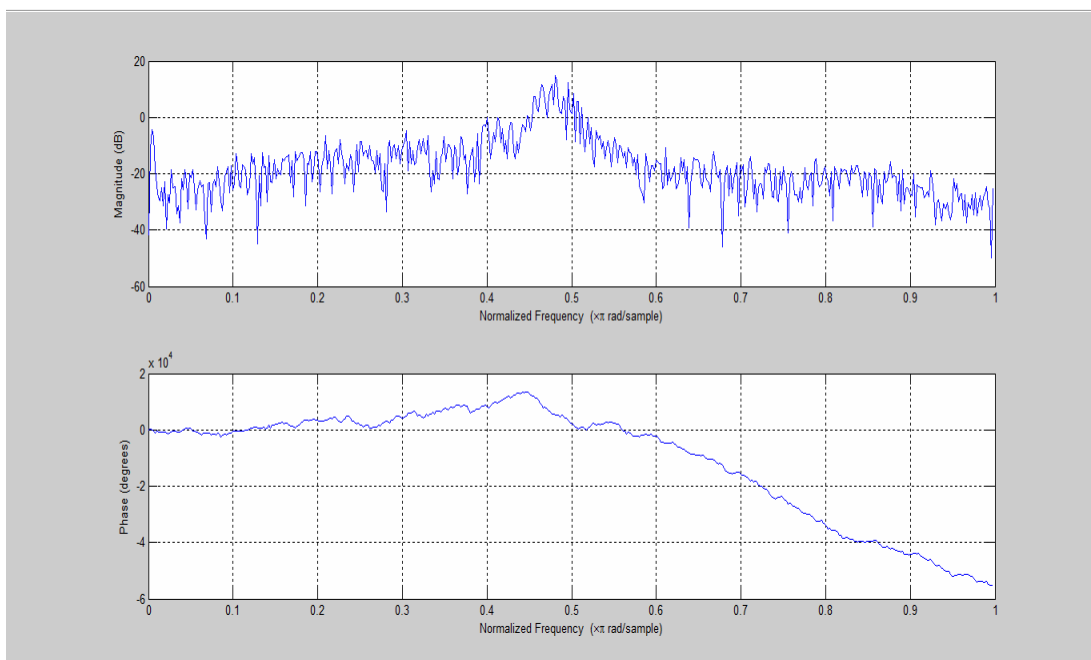


Σχήμα 4.34 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 15 (f15)



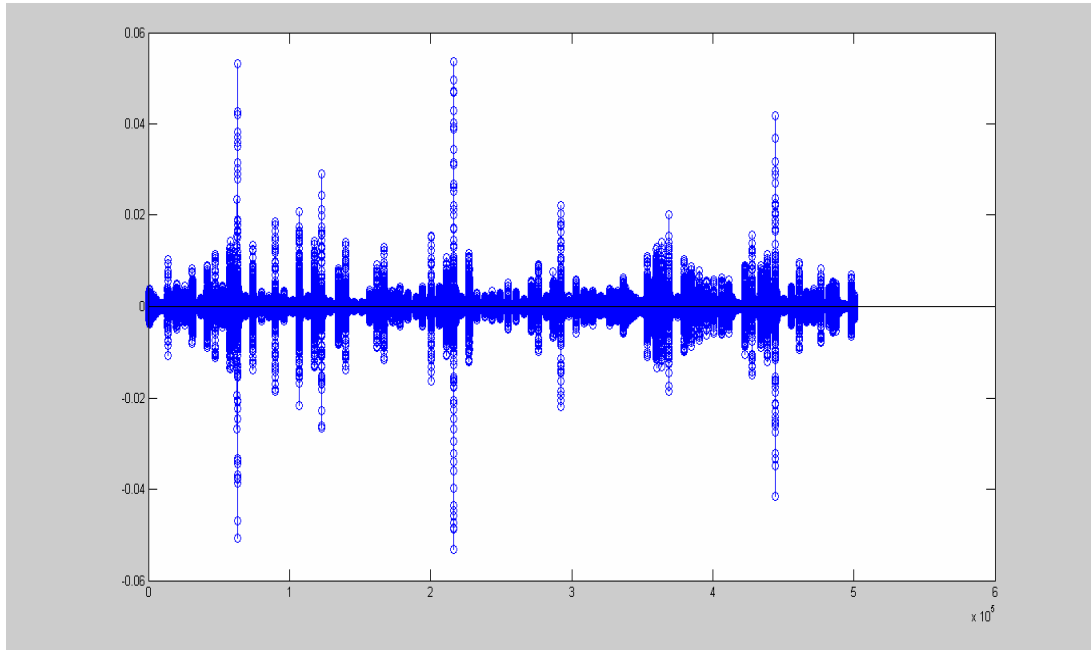
Σχήμα 4.35 Συνέλιξη Φίλτρου 15 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 16 (f16)**



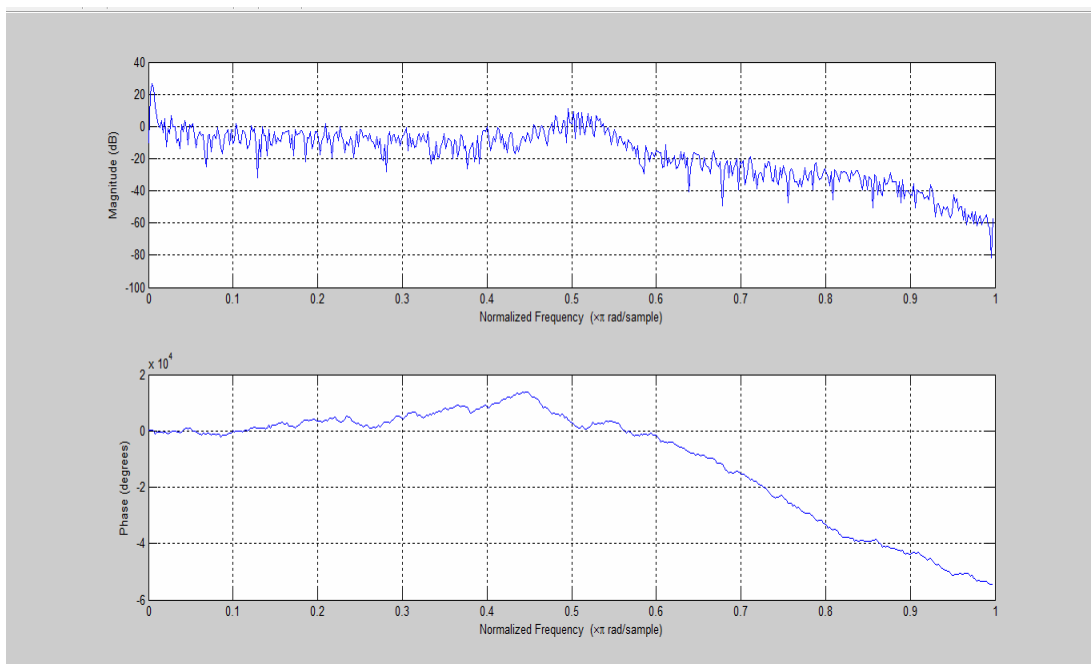
Σχήμα 4.36 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 16 (f16)



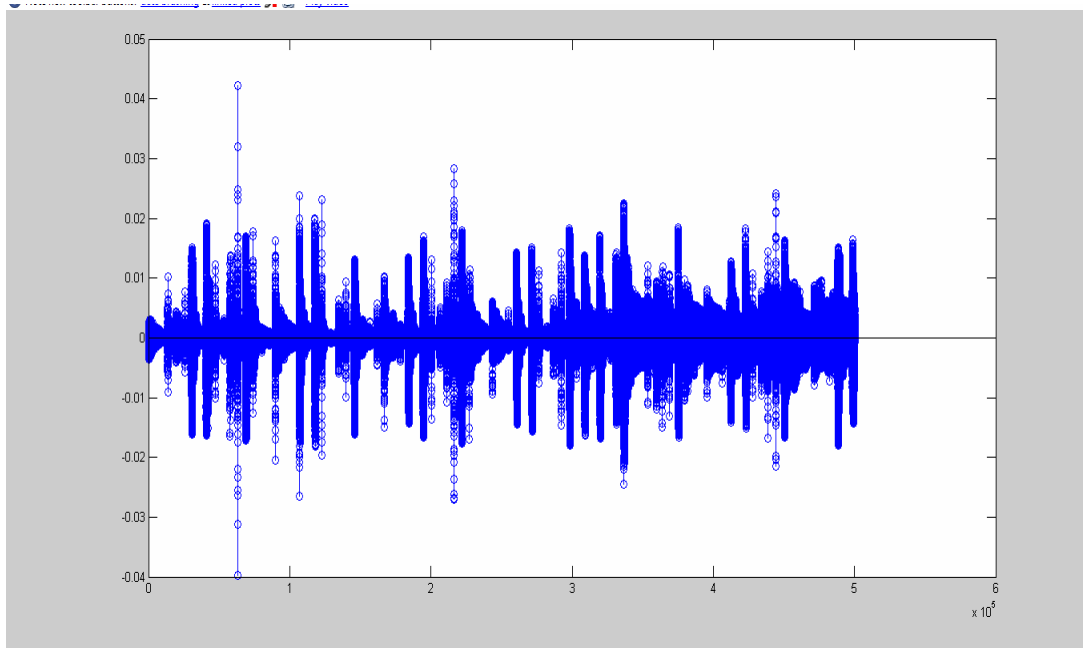


Σχήμα 4.37 Συνέλιξη Φίλτρου 16 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 17 (f17)**

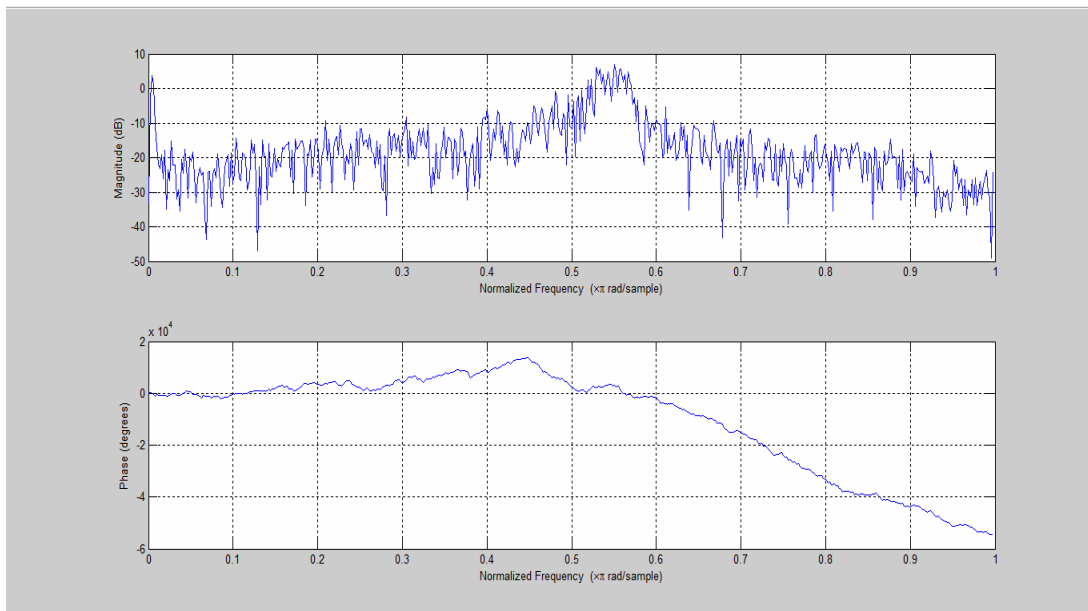


Σχήμα 4.38 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρο 17 (f17)

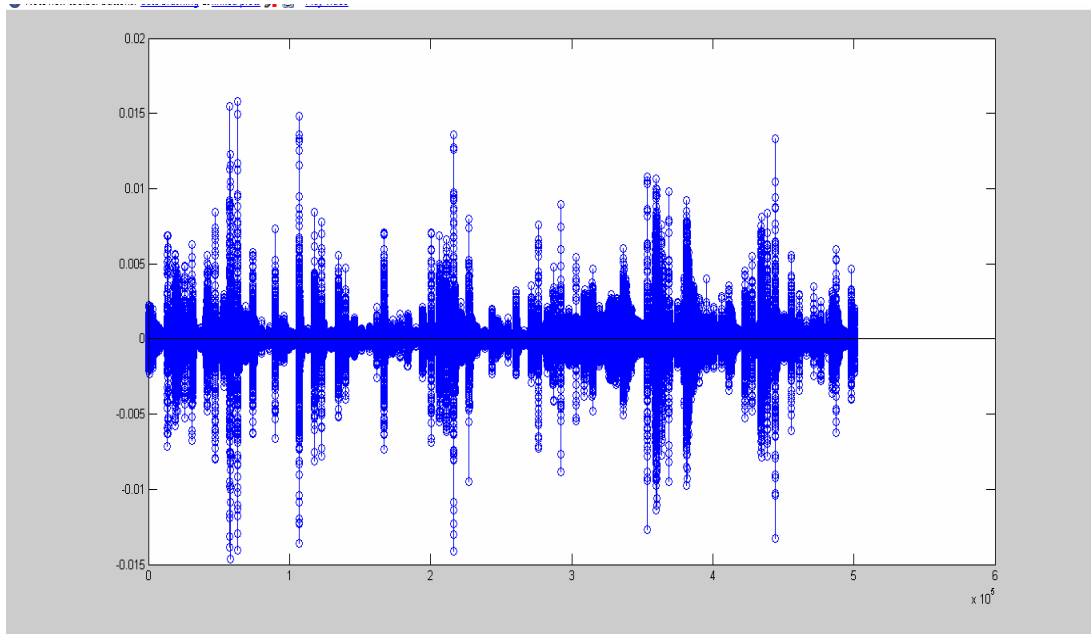


Σχήμα 4.39 Συνέλιξη Φίλτρου 17 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 18 (f18)

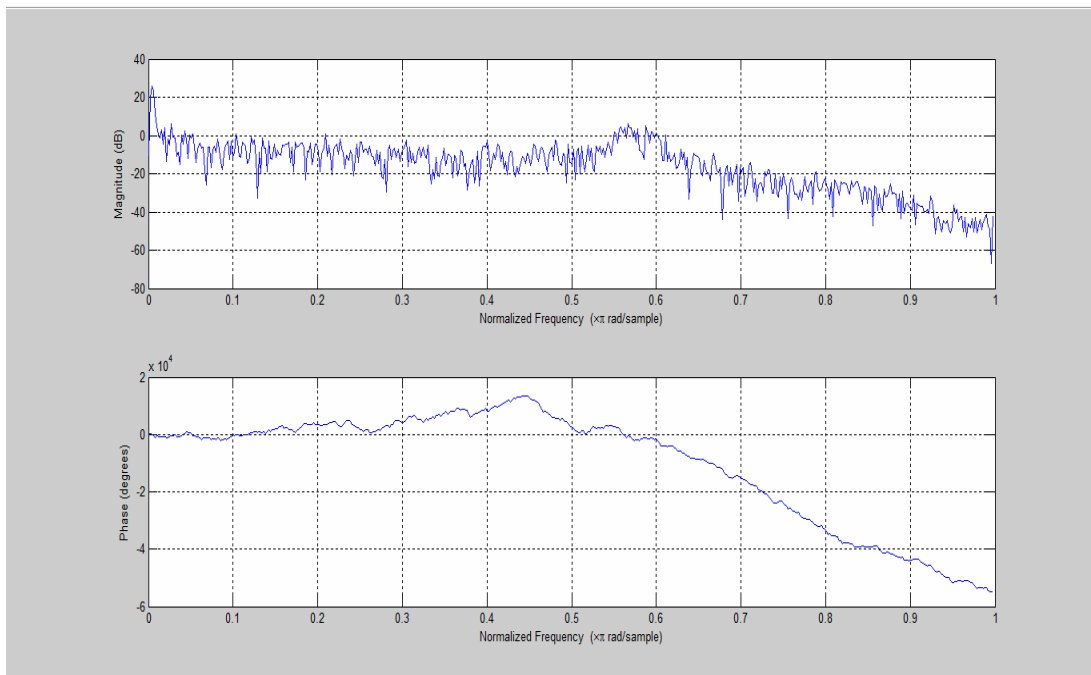


Σχήμα 4.40 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρο 18 (f18)

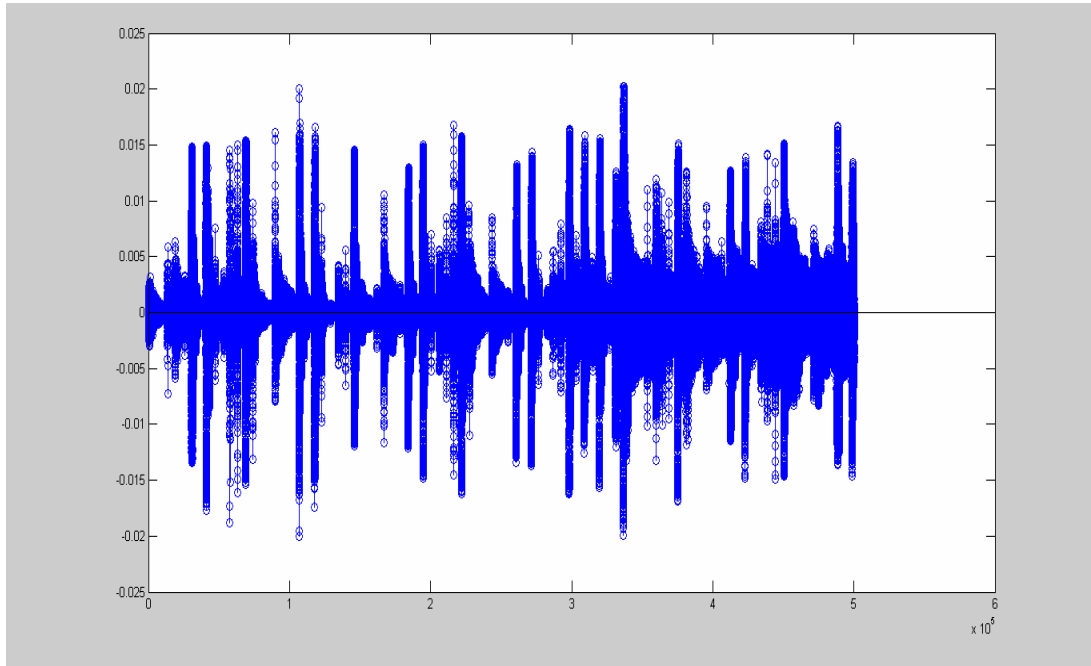


Σχήμα 4.41 Συνέλιξη Φίλτρου 18 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 19 (f19)**

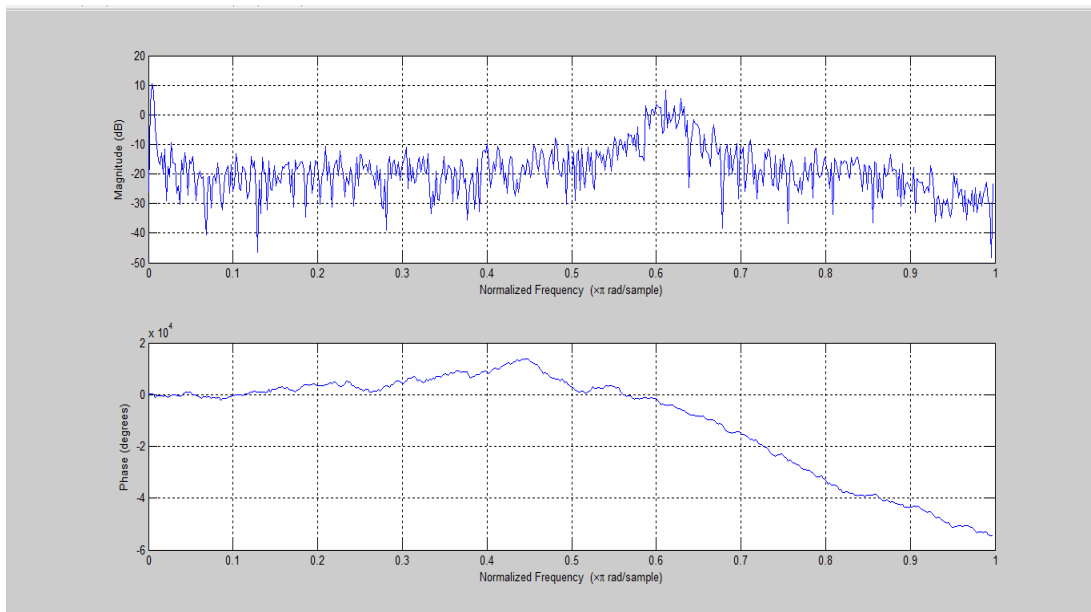


Σχήμα 4.42 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 19 (f19)

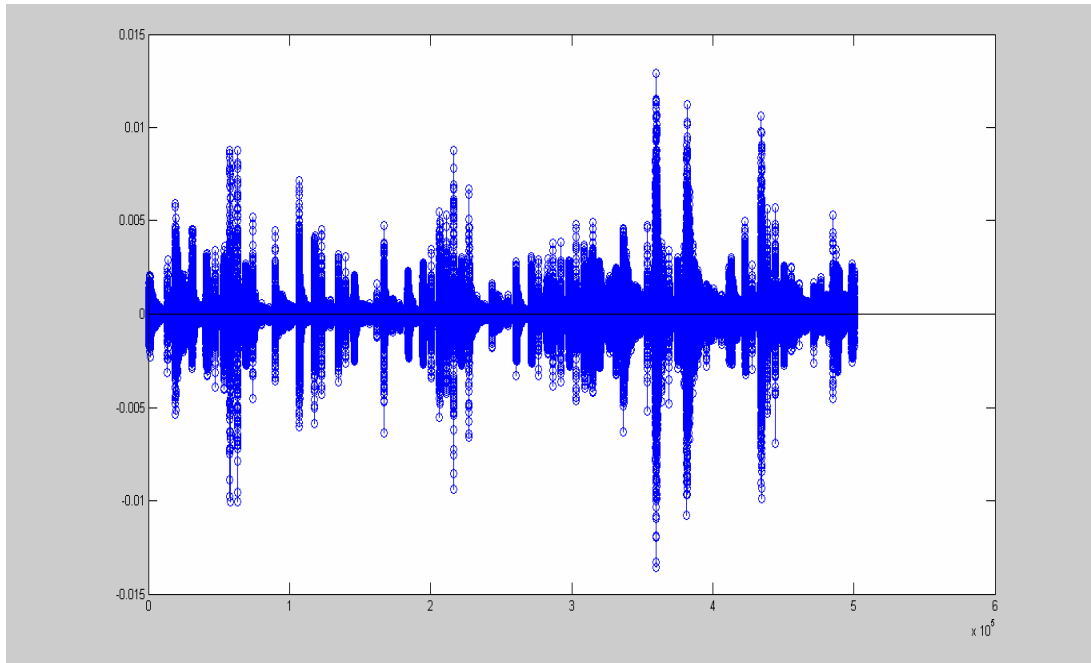


Σχήμα 4.43 Συνέλιξη Φίλτρου 19 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 20 (f20)

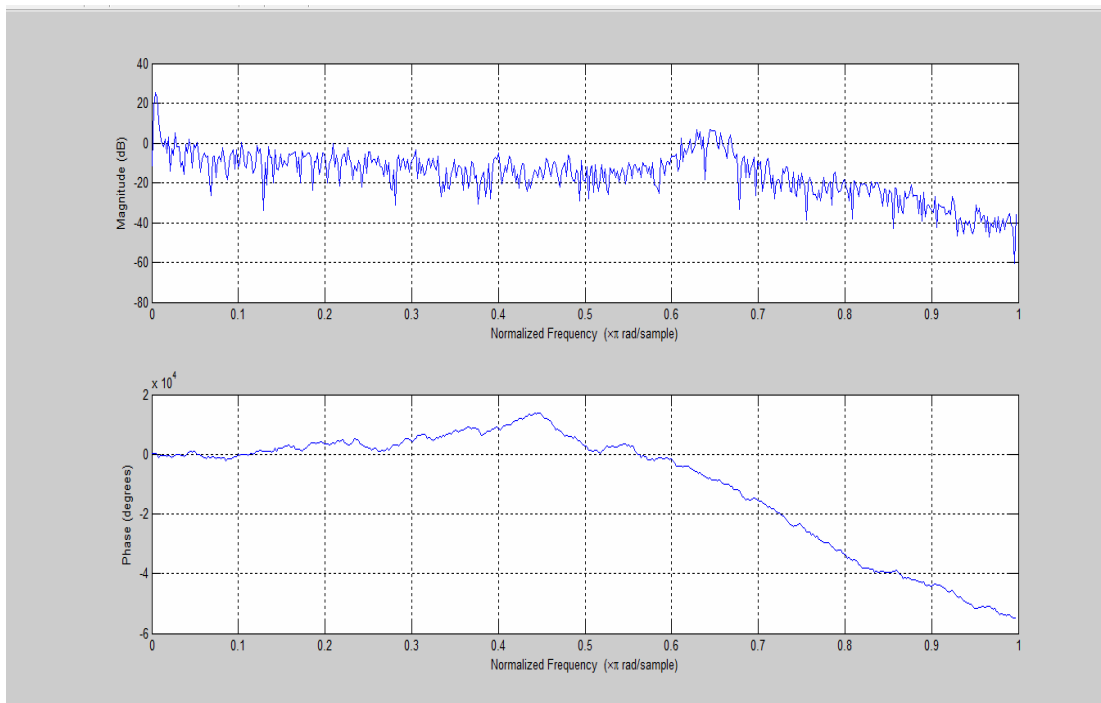


Σχήμα 4.44 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 20 (f20)

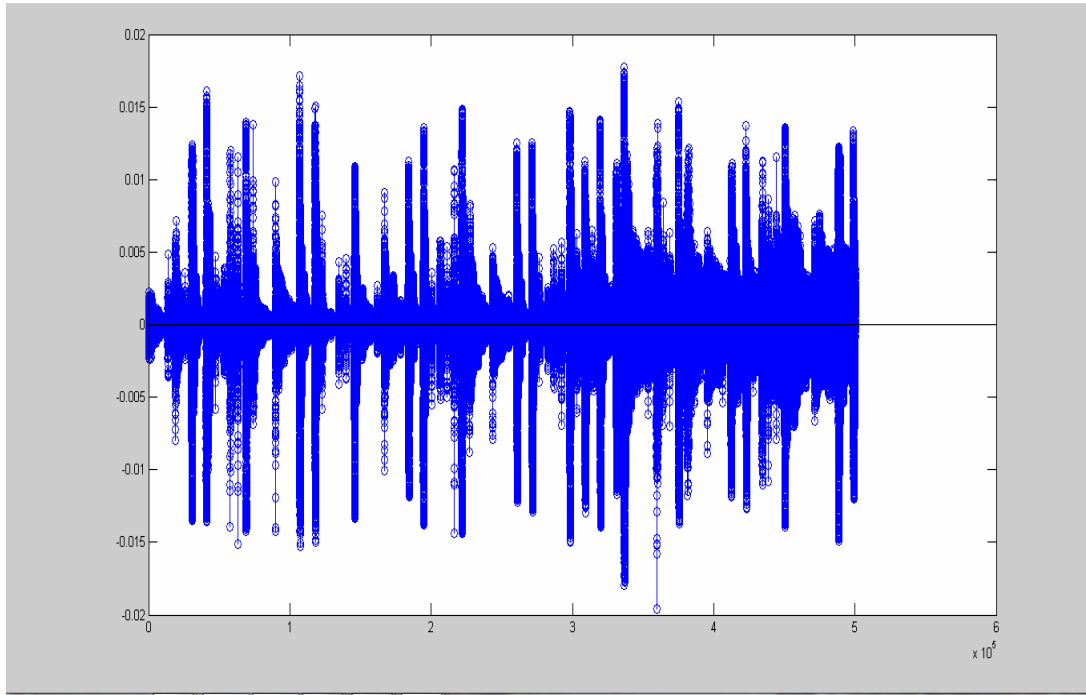


Σχήμα 4.45 Συνέλιξη Φίλτρου 20 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 21 (f21)

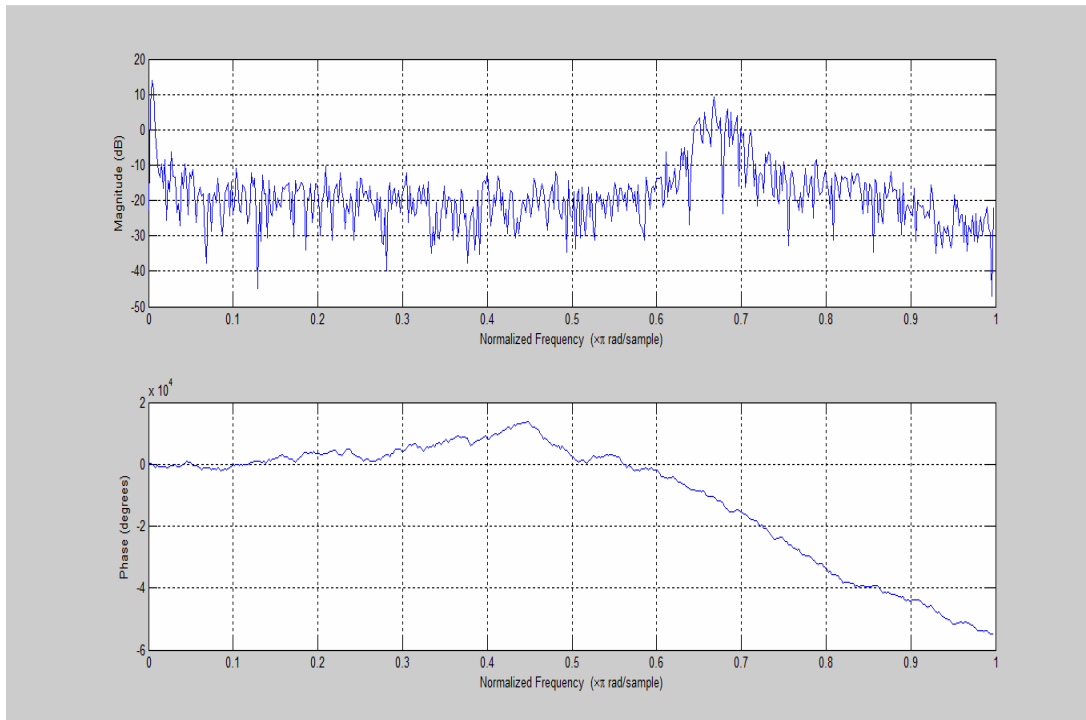


Σχήμα 4.46 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 21 (f21)

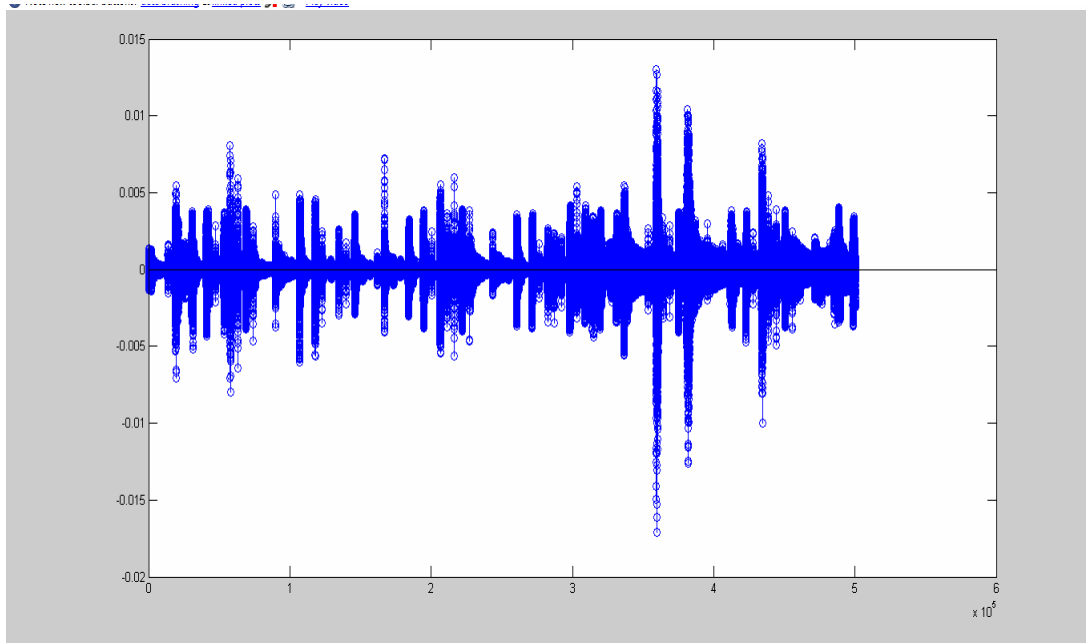


Σχήμα 4.47 Συνέλιξη Φίλτρου 21 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 22 (f22)**

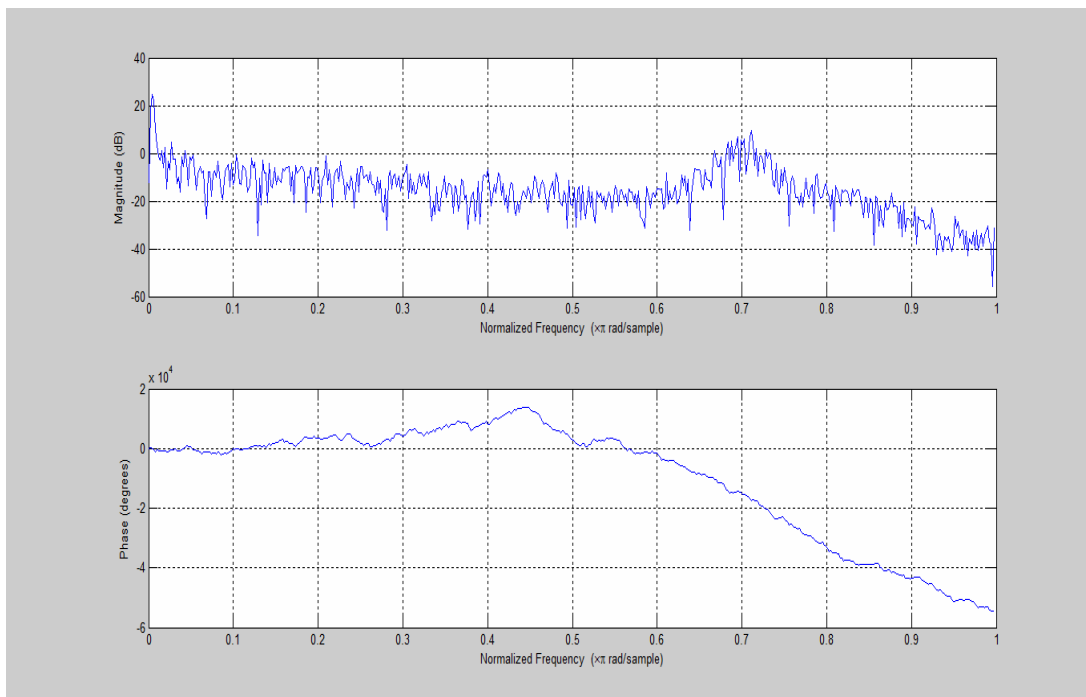


Σχήμα 4.48 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 22 (f22)

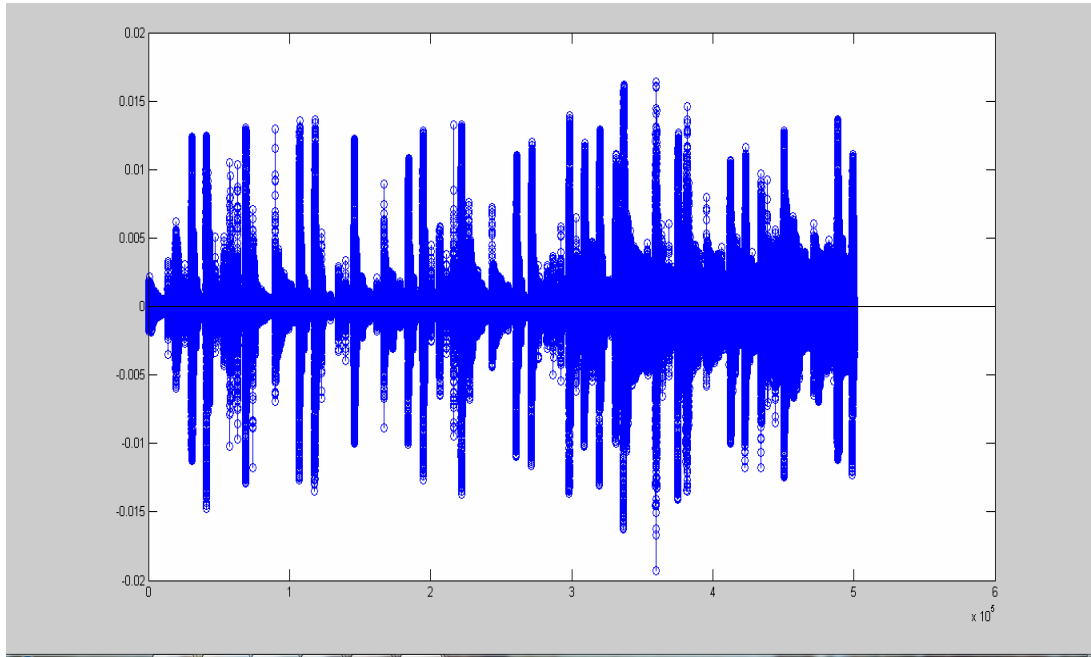


Σχήμα 4.49 Συνέλιξη Φίλτρου 22 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 23 (f23)**

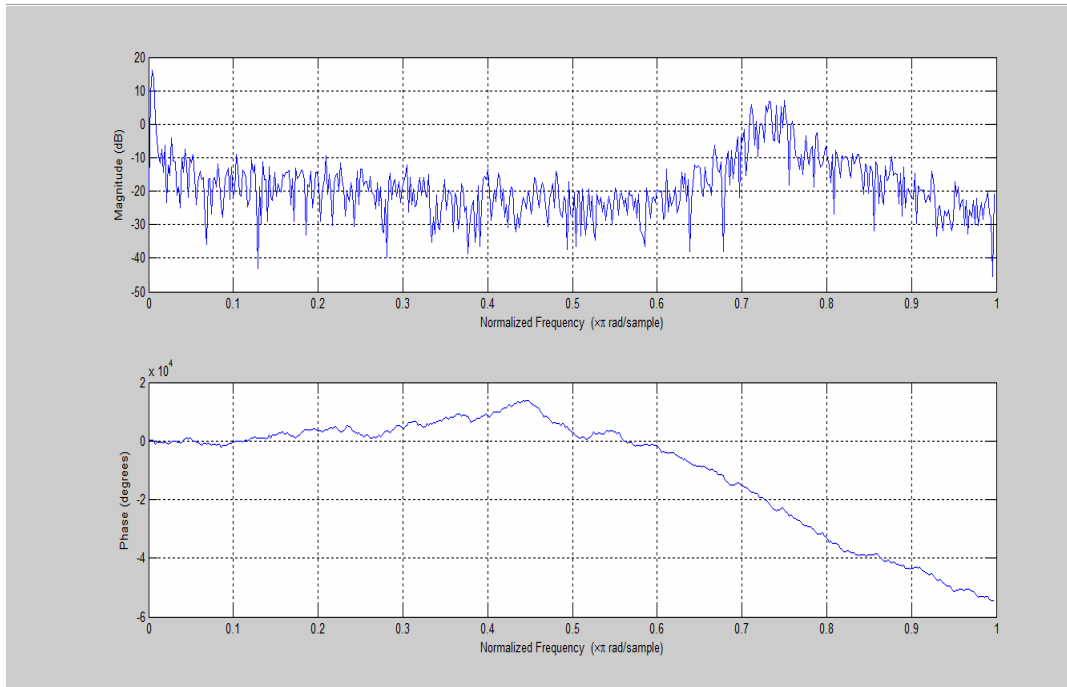


Σχήμα 4.50 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 23 (f23)



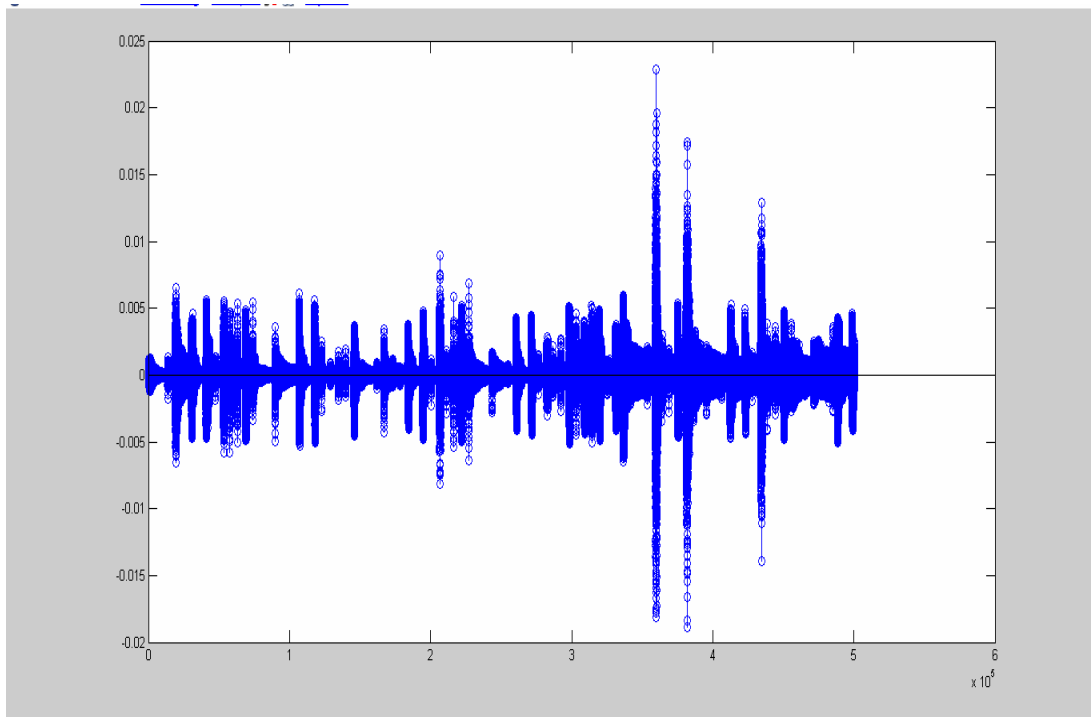
Σχήμα 4.51 Συνέλιξη Φίλτρου 23 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 24 (f24)**



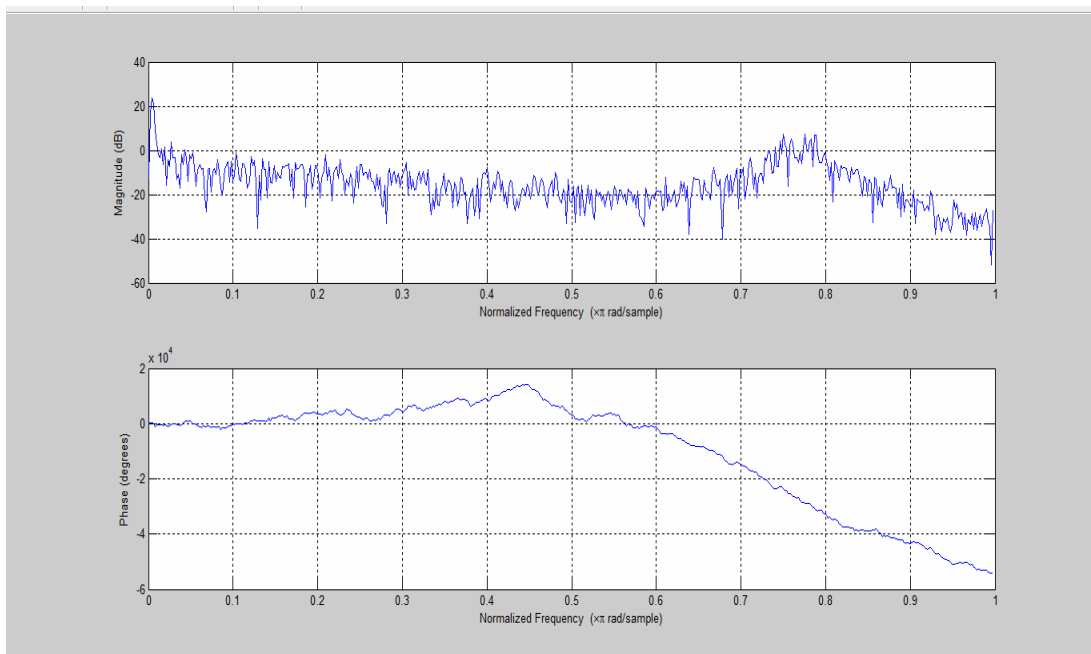
Σχήμα 4.52 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 24 (f24)



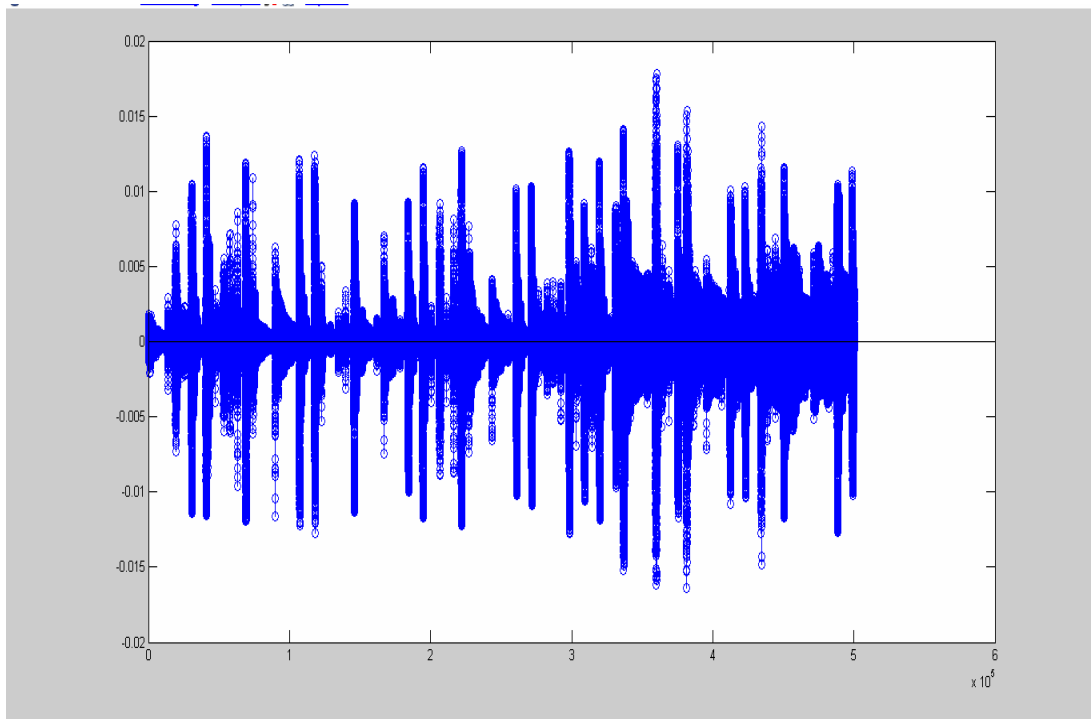


Σχήμα 4.53 Συνέλιξη Φίλτρου 24 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 25 (f25)**

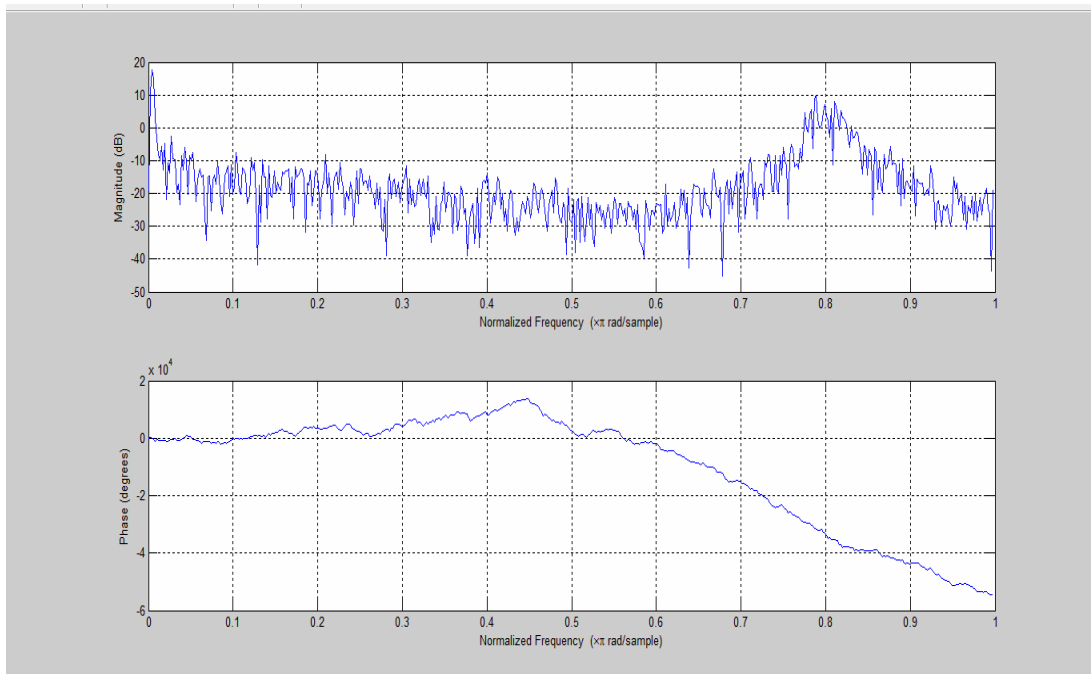


Σχήμα 4.54 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 25 (f25)

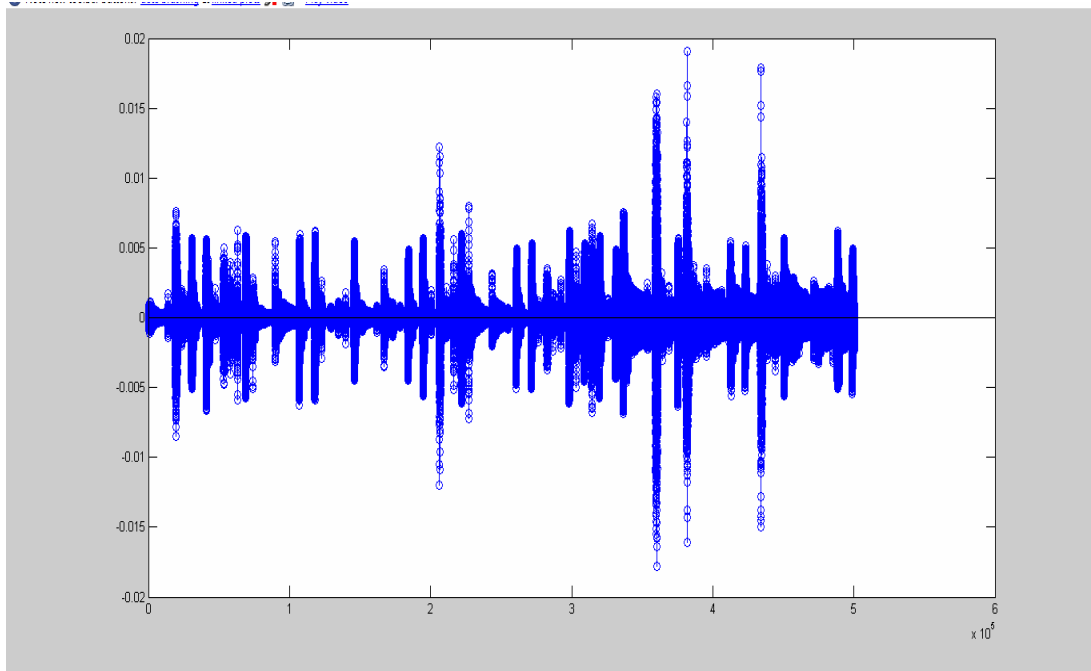


Σχήμα 4.55 Συνέλιξη Φίλτρου 25 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 26 (f26)**

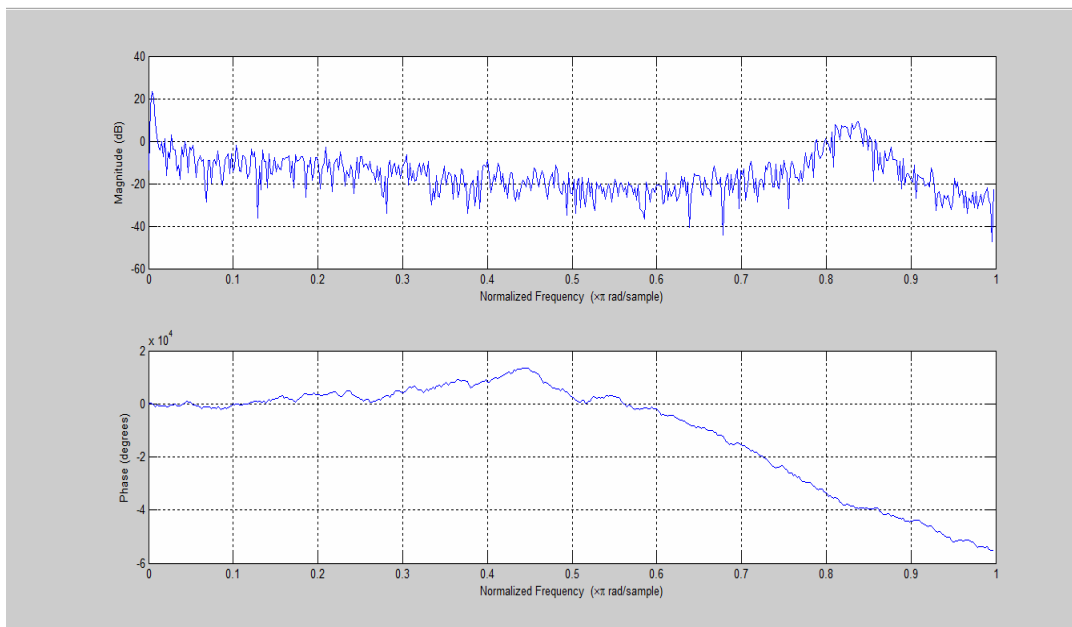


Σχήμα 4.56 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 26 (f26)

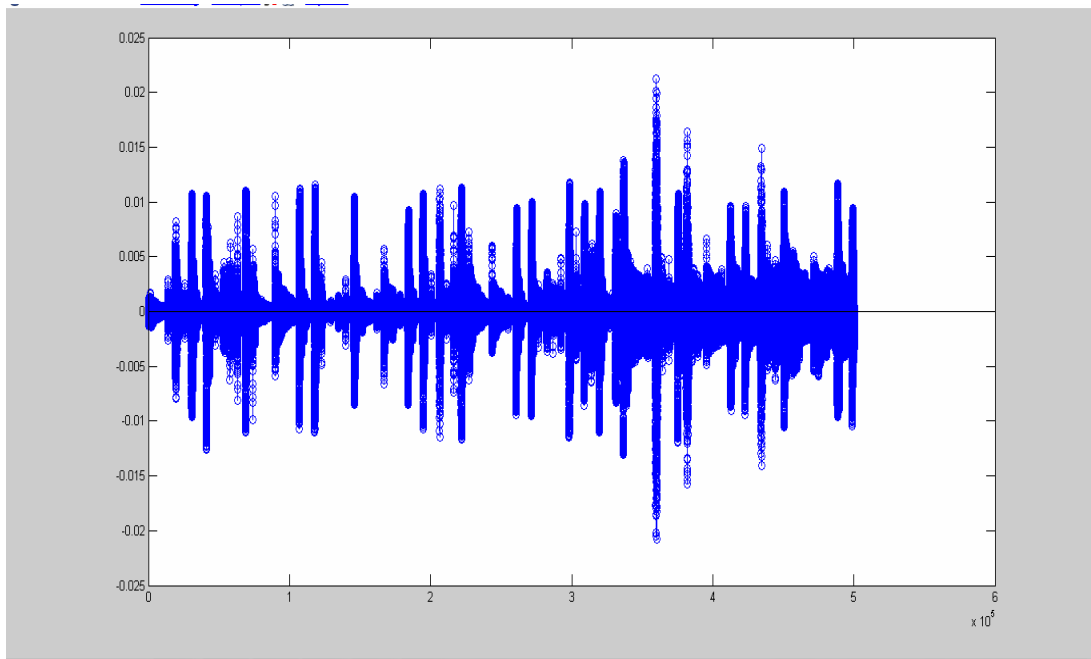


Σχήμα 4.57 Συνέλιξη Φίλτρου 26 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 27 (f27)

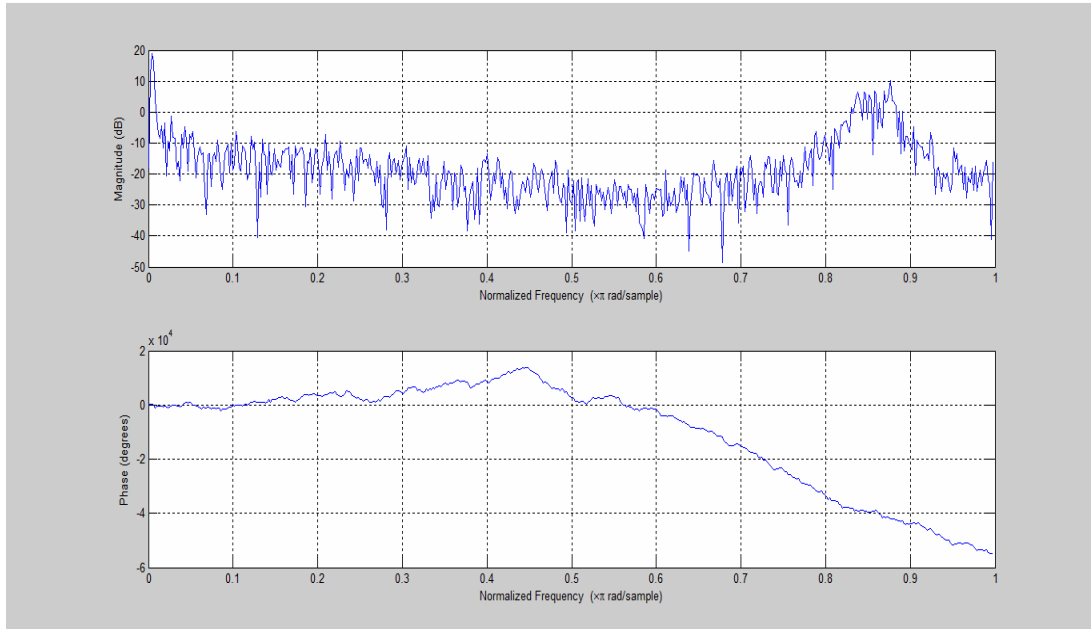


Σχήμα 4.58 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 27 (f27)

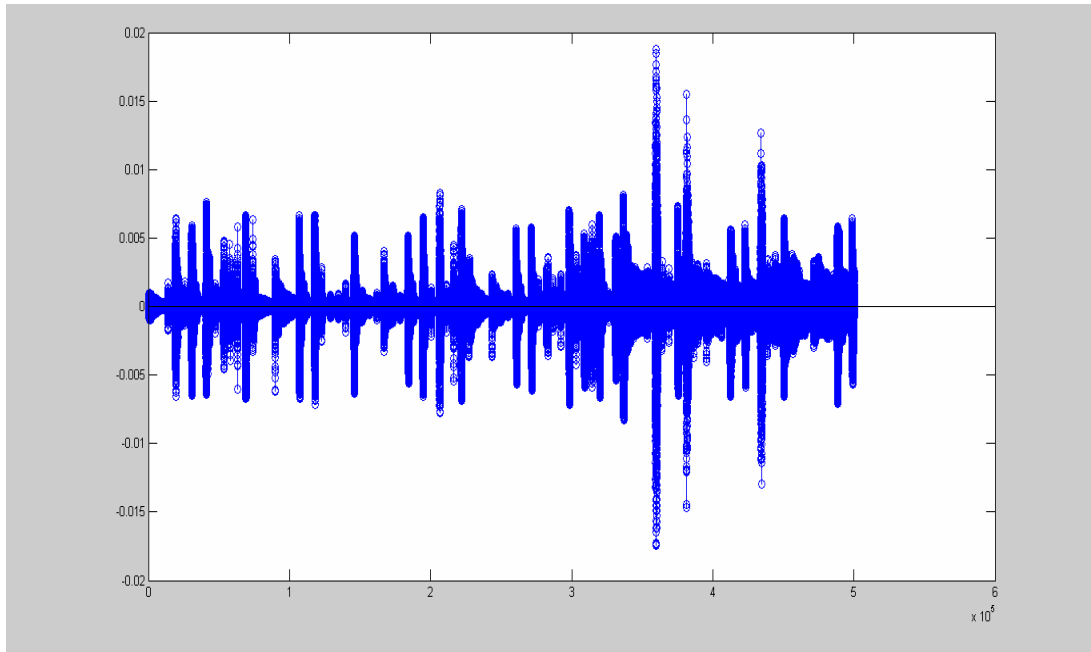


Σχήμα 4.59 Συνέλιξη Φίλτρου 27 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 28 (f28)**

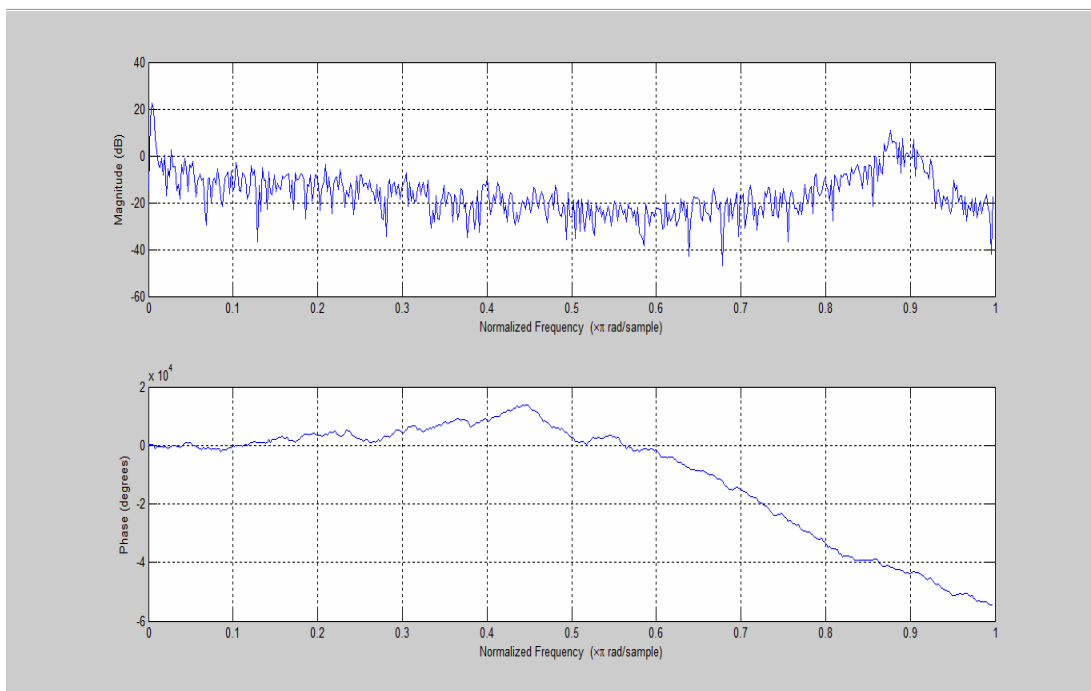


Σχήμα 4.60 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 28 (f28)

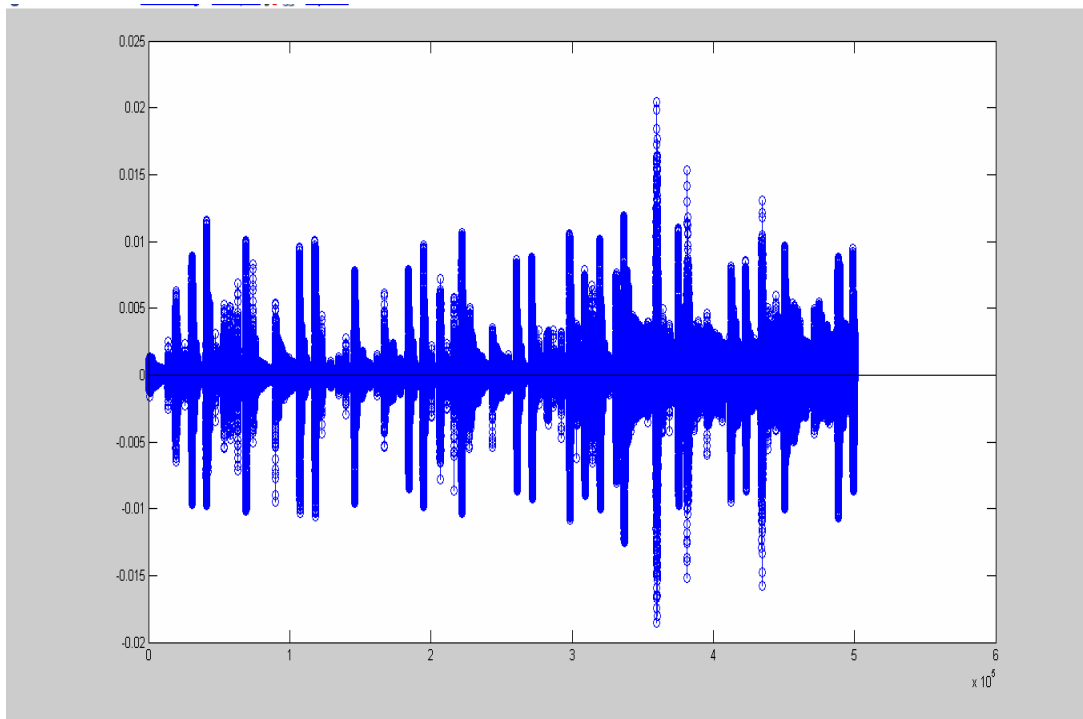


Σχήμα 4.61 Συνέλιξη Φίλτρου 28 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 29 (f29)

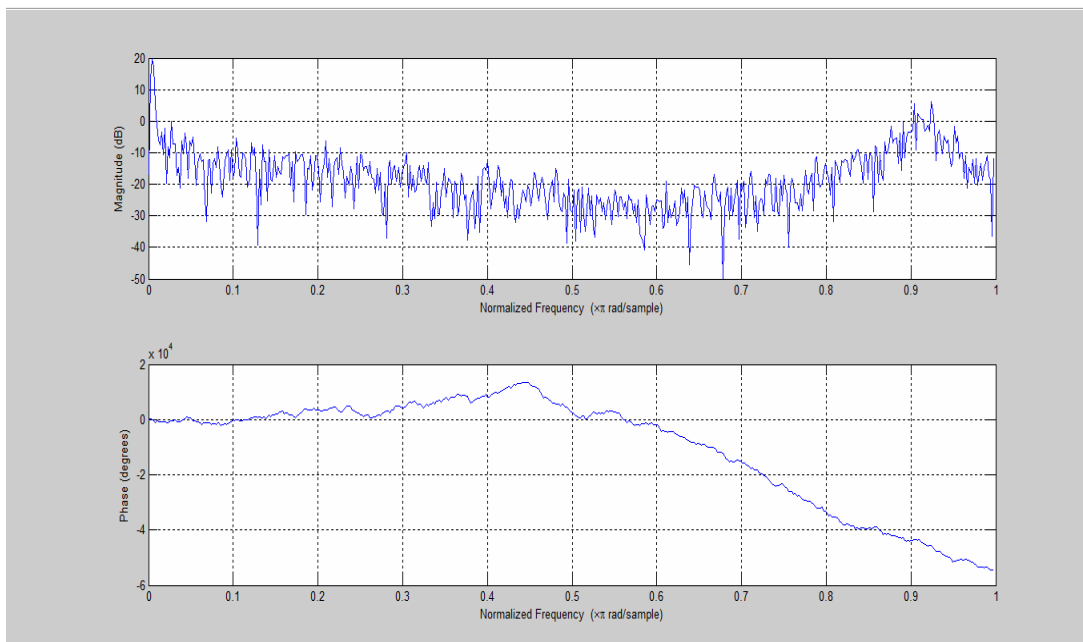


Σχήμα 4.62 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 29 (f29)

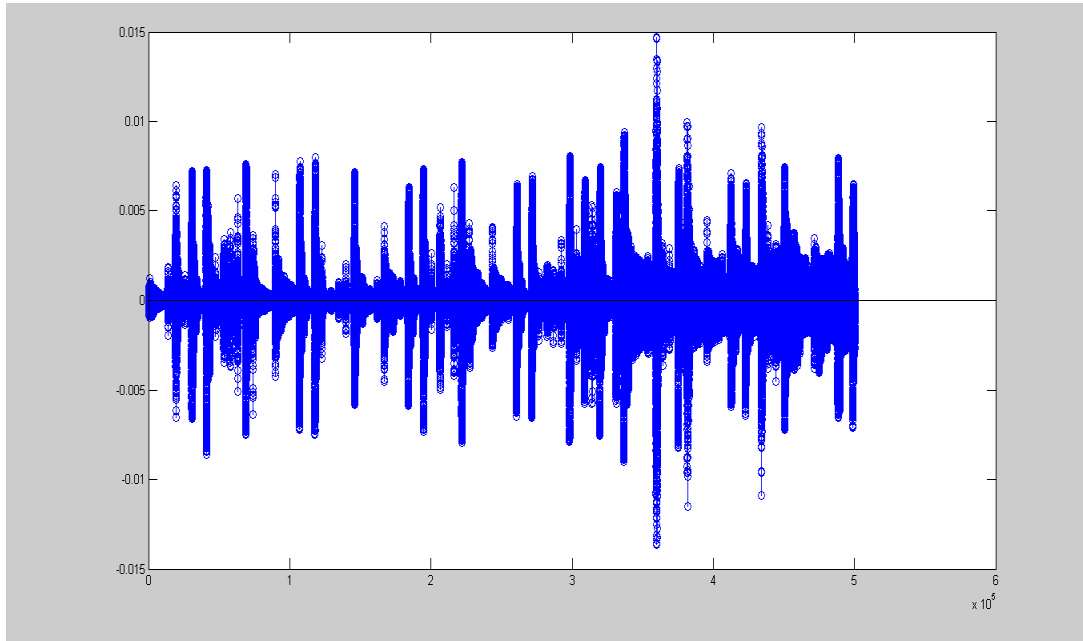


Σχήμα 4.63 Συνέλιξη Φίλτρου 29 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### ΦΙΛΤΡΟ 30 (f30)

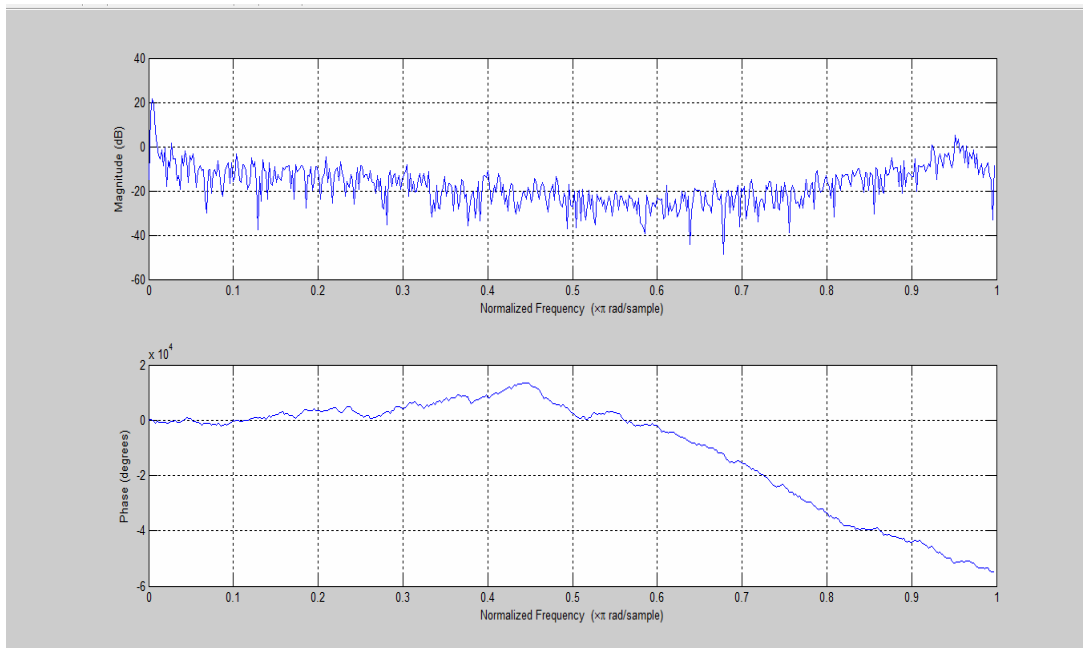


Σχήμα 4.64 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 30 (f30)

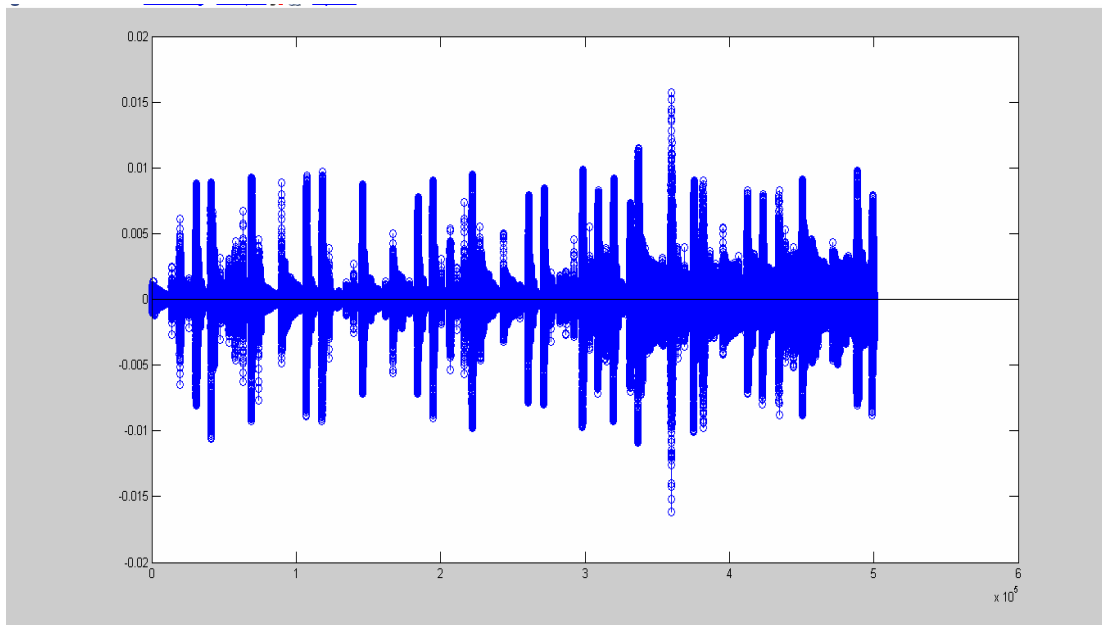


Σχήμα 4.65 Συνέλιξη Φίλτρου 30 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 31 (f31)**

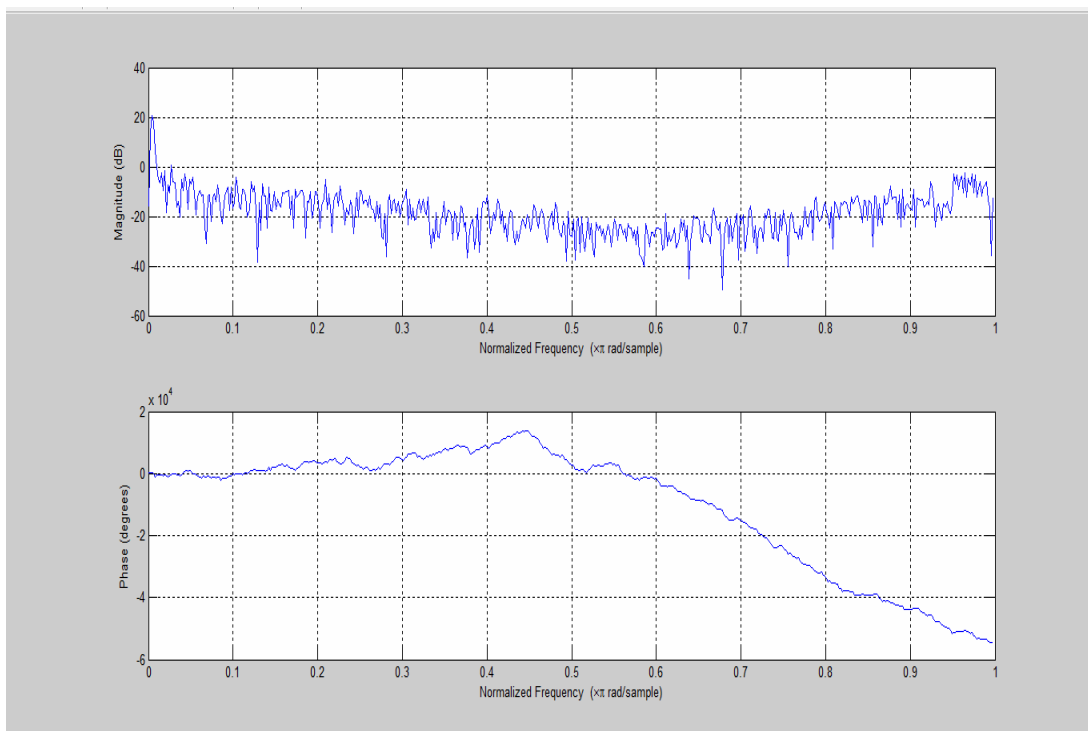


Σχήμα 4.66 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 31 (f31)



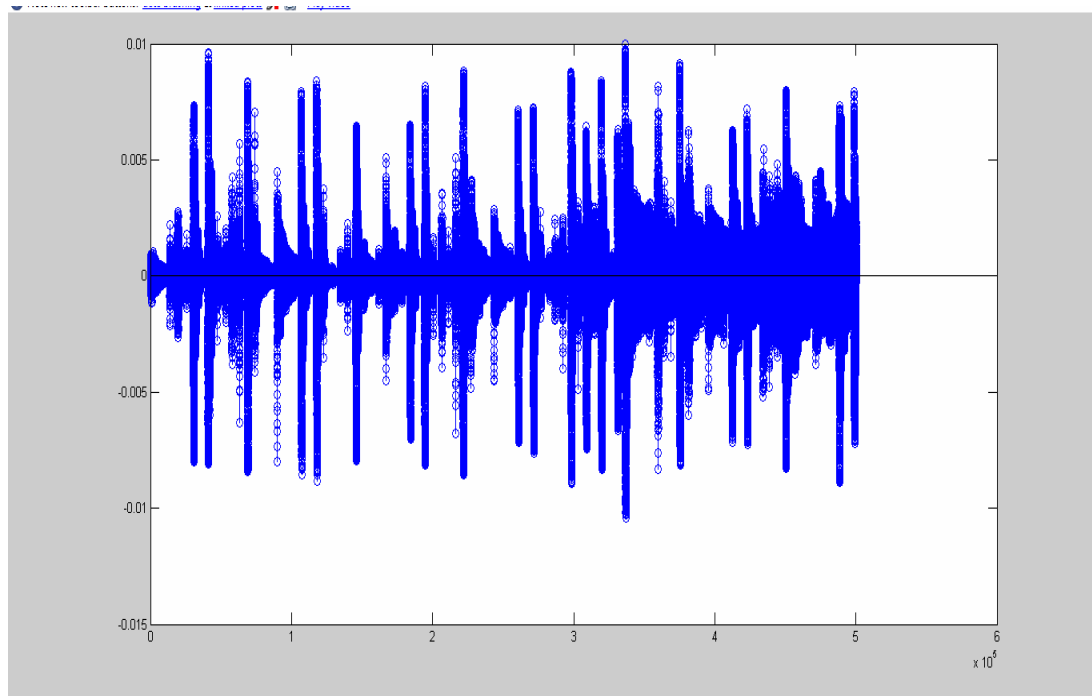
Σχήμα 4.67 Συνέλιξη Φίλτρου 31 -Χηητικού σήματος στον χρόνο

**ΦΙΛΤΡΟ 32 (f32)**



Σχήμα 4.68 Φάσμα αποτελέσματος συνέλιξης σήματος - φίλτρου 32 (f32)





Σχήμα 4.69 Συνέλιξη Φίλτρου 32 -Ηχητικού σήματος στον χρόνο

### Ανασύνθεση του σήματος (Synthesis)

Έχοντας ολοκληρώσει την διέλευση του ηχητικού σήματος από κάθε ένα φίλτρο και υπολογίζοντας τις συνιστώσες της συνέλιξης απομένει η ανασύνθεση του σήματος. Η ανασύνθεση αυτή προκύπτει από την πρόσθεση των συνιστωσών. Ο κώδικας που χρησιμοποιήσαμε παρατίθεται εδώ :

```
[speech, fs, N]=wavread('S_GRUS');

sp=speech(:, 1);

t=[0:1:length(sp)-1]/fs;
%figure
%plot(t, sp)
f1=[0.0 -3.5343368679431556E-7 -3.687259862540256E-7 ....];
f2=[-0.0 2.8414856824289073E-7 2.248562434660009E-7 ....];
f3=[-0.0 4.0913654697012985E-7 4.564605401442637E-7....];
f4=[0.0 -2.039437795662446E-7 -4.675417593720017E-8....];
f5=[0.0 -4.4911651909230103E-7 -4.74703114622638E-7....];
f6=[-0.0 1.1590154581385637E-7 -1.3846579105037866E-7....];
f7=[-0.0 4.7183719525320066E-7 4.206764430941653E-7....];
f8=[0.0 -2.340528065417811E-8 3.026055965460589E-7 ...];
f9=[0.0 -4.764254326098673E-7 -3.026055965460586E-7 ...];
f10=[-0.0 -6.999043631520759E-8 -4.206764430941655E-7....];
f11=[-0.0 4.6270490777379757E-7 1.3846579105037866E-7....];
f12=[0.0 1.6069646006808874E-7 4.74703114622638E-7 ...];
f13=[0.0 -4.312028928198823E-7 4.6754175937201414E-8....];
```

```

f14=[-0.0    -2.452270089801678E-7    -4.564605401442637E-7...];
f15=[-0.0    3.831299925162675E-7    -2.2485624346600126E-7...];
f16=[0.0     3.2033362146202854E-7    3.6872598625402496E-7...];
f17=[0.0    -3.2033362146202785E-7    3.687259862540255E-7...];
f18=[-0.0    -3.8312999251626805E-7    -2.2485624346600054E-7 ...];
f19=[-0.0    2.452270089801671E-7    -4.5646054014426395E-7 ...];
f20=[0.0     4.312028928198827E-7     4.67541759372006E-8...];
f21=[0.0    -1.6069646006808792E-7    4.7470311462263793E-7...];
f22=[-0.0    -4.6270490777379757E-7    1.3846579105037946E-7 ...];
f23=[0.0     6.99904363152084E-8    -4.206764430941655E-7 ...];
f24=[0.0     4.764254326098673E-7    -3.026055965460592E-7 ...];
f25=[0.0     2.3405280654178984E-8    3.026055965460596E-7...];
f26=[-0.0    -4.718371952532004E-7    4.206764430941661E-7...];
f27=[-0.0    -1.1590154581385885E-7    -1.384657910503783E-7...];
f28=[0.0     4.491165190923012E-7     -4.747031146226379E-7...];
f29=[0.0     2.0394377956624463E-7     -4.6754175937201824E-8...];
f30=[-0.0    -4.0913654697012943E-7    4.564605401442636E-7...];
f31=[-0.0    -2.8414856824289195E-7    2.2485624346600012E-7 ...];
f32=[0.0     3.53433686794314E-7    -3.687259862540247E-7...];

```

```

s1=conv(sp, f1);
s2=conv(sp, f2);
s3=conv(sp, f3);
s4=conv(sp, f4);
s5=conv(sp, f5);
s6=conv(sp, f6);
s7=conv(sp, f7);
s8=conv(sp, f8);
s9=conv(sp, f9);
s10=conv(sp, f10);
s11=conv(sp, f11);
s12=conv(sp, f12);
s13=conv(sp, f13);
s14=conv(sp, f14);
s15=conv(sp, f15);
s16=conv(sp, f16);
s17=conv(sp, f17);
s18=conv(sp, f18);
s19=conv(sp, f19);
s20=conv(sp, f20);
s21=conv(sp, f21);
s22=conv(sp, f22);
s23=conv(sp, f23);
s24=conv(sp, f24);
s25=conv(sp, f25);
s26=conv(sp, f26);
s27=conv(sp, f27);
s28=conv(sp, f28);
s29=conv(sp, f29);
s30=conv(sp, f30);
s31=conv(sp, f31);
s32=conv(sp, f32);

```

```

Synthesis_Output=(s1+s2+s3+s4+s5+s6+s7+s8+s9+s10+s11+s12+s13+s14+s15+
s16+s17+s18+s19+s20+s21+s22+s23+s24+s25+s26+s27+s28+s29+s30+s31+s32);

```

```

sound(Synthesis_Output)
figure
freqz(Synthesis_Output)

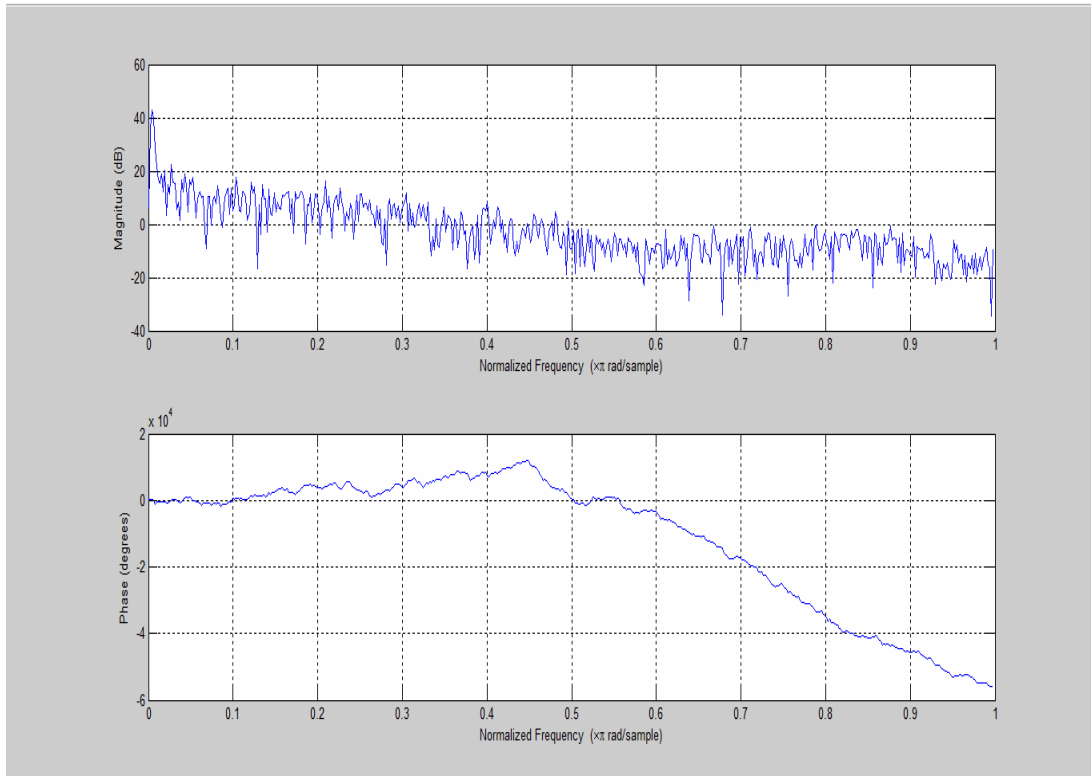
```

```

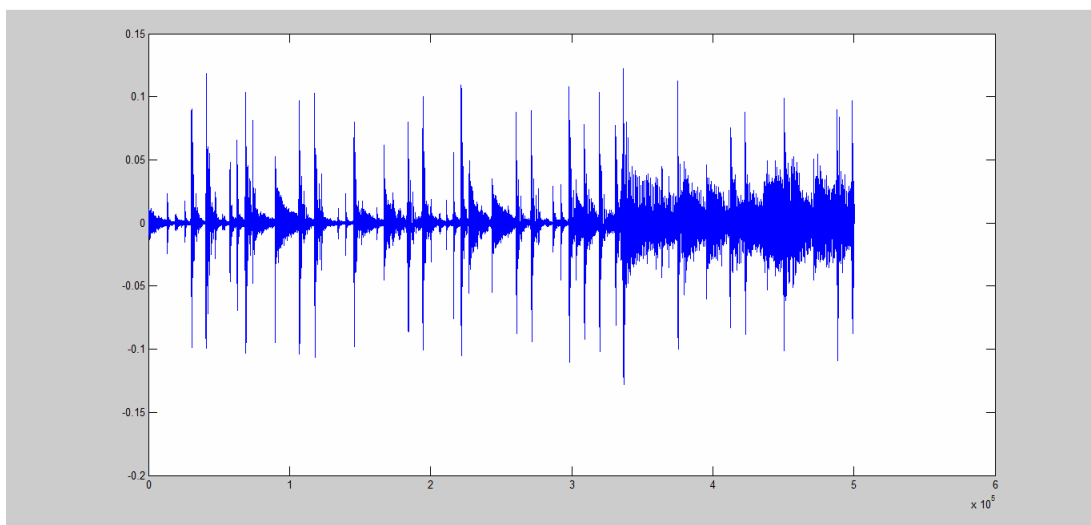
figure
plot(Synthesis_Output)
figure
stem(Synthesis_Output)

```

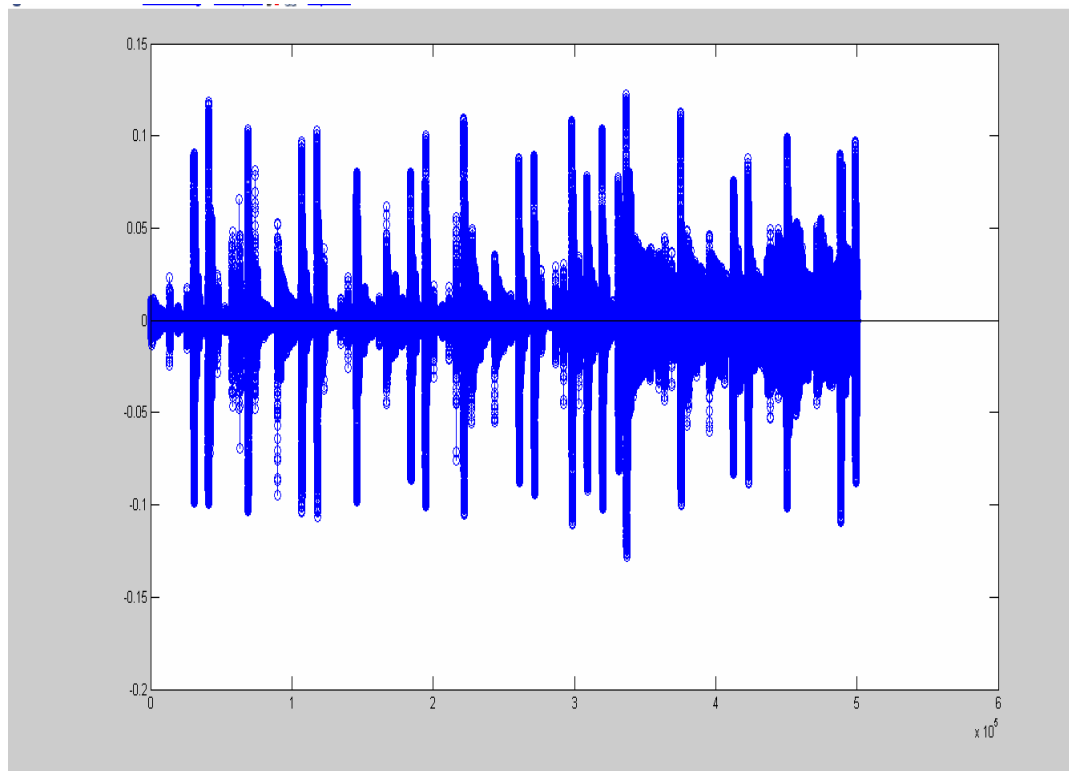
Το αποτέλεσμα της ανασύνθεσης του σήματος εξάγεται στη μεταβλητή `Synthesis_Output` του οποίου τα διαγράμματα στο πεδίο της συχνότητας και του χρόνου παρουσιάζουμε :



Σχήμα 4.70 Φάσμα σήματος ανασύνθεσης



Σχήμα 4.71 Σήμα σύνθεσης στο συνεχές χρόνο



Σχήμα 4.72 Σήμα σύνθεσης σε διακριτό χρόνο

Παρατηρώντας αλλά και ακούγοντας το αρχικό και το τελικό ηχητικό σήμα βλέπουμε ότι η μόνη εμφανής και ευκρινείς στην ακοή, διαφορά, των δύο σημάτων είναι η ελάττωση της έντασής του. Η χροιά, η ακουστικότητα και ποιότητα του ήχου έχει παραμείνει αναλλοίωτη.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Yuli You , Audio Coding Theory and Applications , Springer
- [2] Andreas Spanias ,Ted Painter ,Venkatraman Atti , Audio Signal Processing and coding, WILEY-INTERSCIENCE
- [3] Δημήτρης Μακρίδης , ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ , Πανεπιστήμιο Κύπρου
- [4] Ζαρούχας Θωμάς , Διδακτορική διατριβή , Μοντελοποίηση και Επεξεργασία Ηχητικών Δεδομένων για αναπαραγωγή σε χώρους με αντηχηση , Πανεπιστήμιο Πατρών
- [5] Ιστοσελίδα : <http://portal.survey.ntua.gr/main/courses/general/sigproc/lectures/>

[6] Ιστοσελίδα : <http://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/bitstream/10889/8045/1/Nimertis>

[7] Ιστοσελίδα : <http://www.mathworks.com/>

[8] Ιστοσελίδα : [http://users.ionio.gr/~floros/course\\_dap.html](http://users.ionio.gr/~floros/course_dap.html)