

Π 2000 - 0389

Αρ. Εισ 440

ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥΣ ΣΤΙΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ

Τ.Ε.Ι. ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Αριθ. Εισαγωγής 440

Τ.Ε.Ι. ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ: Σ.Σ.Ο.Ε.

**ΘΕΜΑ: «Χρονολογικές σειρές και εφαρμογές τους
στις επιχειρήσεις».**

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ:
ΣΤΟΥΜΠΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΕΣ:
ΜΥΛΩΝΑ ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ
ΝΙΚΟΛΑΪΔΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

Αφιερώνεται σε όσους μας βοήθησαν

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Πριν μπούμε στην μελέτη αυτού του θέματος θα θέλαμε να σας επισημά-
νουμε ορισμένα ζητήματα που για μας θεωρούνται σημαντικά.

Αρχικά η επιλογή του συγκεκριμένου θέματος έγινε για το λόγο ότι η στατι-
στική επιστήμη είναι πάντα ενδιαφέρουσα και ελκυστική. Για μας ήταν πολύ
σημαντικό να ασχοληθούμε με την μελέτη και ανάλυση αυτού του θέματος και
ο εισηγητής μας ο κύριος Αλέκος Στούμπος μας έδωσε αυτή την ευκαιρία.

Όμως λόγω της πολυπλοκότητας του ζητήματος και του ότι η βιβλιογραφία
ήταν περιορισμένη, θα θέλαμε την επιείκεια σας για τυχόν παραλείψεις στην
μελέτη μας.

Θα θέλαμε επίσης να ευχαριστήσουμε τον κύριο Αλέκο Στούμπο που ήταν
και εισηγητής της εργασίας αυτής για την πολύτιμη βοήθειά του, την υλική και
ψυχολογική στήριξή του. Επίσης την βιβλιοθήκη του Τ.Ε.Ι. Μεσολογγίου, τον
υποδιευθυντή κύριο Θεοδοσόπουλο Παναγιώτη και τον υπεύθυνο Λογιστηρί-
ου κύριο Βλάχο Παναγιώτη της Ε. Α. Σ. Μεσολογγίου - Ναυπακτίας για τα πο-
λύτιμα στοιχεία που μας παραχώρησαν, και όσους άλλους συνέδραμαν με τον
τρόπο τους για την αποπεράτωση της μελέτης αυτής.

Ευχαριστούμε

Μυλωνά Αναστασία

Νικολαΐδου Κωνσταντίνα



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στη μελέτη μας αυτή θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε, να εφαρμόσουμε και να συμπεράνουμε το ειδικό κεφάλαιο της στατιστικής επιστήμης «Χρονολογικές Σειρές».

Η εργασία μας χωρίζεται σε τέσσερα κεφάλαια που το καθένα από αυτά αναλύει ένα ξεχωριστό κομμάτι των Χρονολογικών Σειρών. Έτσι το πρώτο κεφάλαιό μας κάνει μία ιστορική αναδρομή των χρονολογικών σειρών. Μας δίνει τον ορισμό της έννοιας Χρονολογικές Σειρές και πως συμβολίζονται αυτές. Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού γίνεται μία ανάλυση όλων των Χρονολογικών Σειρών και των συνιστωσών αυτών. Μας παραθέτει τα βασικά στοιχεία για την περαιτέρω ανάλυση των Χρονολογικών Σειρών, όπως πρωτογενείς και παράγωγοι Χρονολογικές Σειρές, συνέχεια και ασυνέχεια διαχρονικών μεταβολών, διαχρονικές μεταβλητές αποθέματος και ροής και χρονικός εντοπισμός τους. Γίνεται αναφορά στις συνιστώσες Χρονολογικών Σειρών, στις επιδράσεις άλλων παραγόντων στις προκαταρκτικές εργασίες και τις σχέσεις μεταξύ των συνιστωσών των Χρονολογικών Σειρών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η ανάλυση του στατιστικού προσδιορισμού της Τάσης. Αναλύονται οι σκοποί και μέθοδοι του προσδιορισμού της. Γίνεται λεπτομερής αναφορά στις διάφορες μεθόδους προσδιορισμού της Τάσης όπως, χάραξη με το χέρι, προσδιορισμός με την μέθοδο των μέσων σημείων, με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων, με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, προσδιορισμός της καμπυλόγραμμης Τάσης και της Απλής Εκθετικής Τάσης.



Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στον στατιστικό προσδιορισμό της Εποχικότητας. Γίνεται μία γενική αναφορά και παραθέτονται οι μέθοδοι προσδιορισμού της Εποχικότητας όπως: η μέθοδος των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο, η μέθοδος ποσοστών ως προς την μηνιαία τάση, η μέθοδος των ποσοστών ως προς τους μηνιαίους κινητούς μέσους. Αναλύεται η απαλοιφή της εποχικότητας και ο στατιστικός προσδιορισμός των κυκλικών κυμάνσεων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο δίνονται παραδείγματα από εφαρμογές των Χρονολογικών Σειρών. Δίνονται δεδομένα Χρονολογικών Σειρών από πωλήσεις της Ε. Α. Σ. Μεσολογγίου - Ναυπακτίας και γίνεται η ανάλυσή τους. Παρακάτω δίνονται διάφορα παραδείγματα Χρονολογικών Σειρών από την καθημερινότητα.

Θεωρούμε σημαντικό στο σημείο αυτό να δώσουμε τον ορισμό βασικών εννοιών όπως στατιστική επιστήμη και Χρονολογικές Σειρές. Έτσι «στατιστική είναι η επιστήμη η οποία ασχολείται με την συλλογή, επεξεργασία και παρουσίαση, ανάλυση και ερμηνεία αριθμητικών δεδομένων τα οποία είναι χρήσιμα για την λήψη ορθών αποφάσεων». «Γενικά Χρονολογική Σειρά ονομάζουμε ένα σύνολο παρατηρήσεων οι οποίες παίρνονται κατά ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους».

Η λέξη στατιστική προέρχεται από την λατινική «status» που σημαίνει κράτος ή δηλώνει αρχικά συλλογής στοιχείων για τις κρατικές ανάγκες. Η πρώτη απογραφή πληθυσμού έγινε στην Κίνα από τον αυτοκράτορα Υάο το έτος 2238 π.Χ. ενώ στους Ρωμαίους έγινε επί Ρωμύλου (753 - 715 π.Χ.) και η τε-



λευταία από τον αυτοκράτορα Βεσπασιανό το 73 μ.Χ. Στην Αγγλία η πρώτη καθολική απογραφή του πληθυσμού και του πλούτου γενικά έγινε το 1085 από τον Γουλιέλμο τον κατακτητή. Το 1583 γράφεται από τον Fr. Sansovino το πρώτο βιβλίο στατιστικού περιεχομένου και λίγο αργότερα ο Κοπρίνγ εισάγει την στατιστική στην ανώτερη παιδεία. Την ίδια εποχή παρουσιάζεται από τον Άγγλο αστρονόμο Halley ο πρώτος πίνακας θνησιμότητας. Το ρεύμα των δημογραφικών μελετών επεκτείνεται και στην Γερμανία με τον πάστορα Siismilch. Μέχρι αυτή την εποχή η στατιστική έχει περιγραφικό χαρακτήρα και ασχολείται κυρίως με θέματα δημογραφίας. Η στατιστική θα ξεφύγει από τον περιγραφικό χαρακτήρα της με την ανάπτυξη ενός νέου κλάδου του λογισμού των πιθανοτήτων ο οποίος προήλθε από την μελέτη των τυχερών παιχνιδιών.

Τελικά σήμερα γίνεται κατανοητό ότι η στατιστική είναι απαραίτητη στην διοίκηση γενικά, όπου η λήψη ορθών αποφάσεων έχει μεγάλη σημασία για την πρόοδο ενός κράτους, ενός οργανισμού, μίας βιομηχανίας ή μίας επιχείρησης. Η στατιστική έχει εφαρμογή στην δημογραφία όπου είναι μεγάλη η σημασία της στην ιατρική, φυσική, γενετική, αστρονομία, βιολογία, μετεωρολογία, γεωργία, βιομηχανία, στην μελέτη του φυσικού περιβάλλοντος, στην μελέτη των ανθρώπινων ιδεών και προθέσεων στην θεωρεία αποφάσεων, στον έλεγχο ποιότητας των προϊόντων κλπ. Τέλος η στατιστική βρίσκει πολύ μεγάλη εφαρμογή και στον οικονομικό τομέα όπου η παρακολούθηση του γενικού επιπέδου των τιμών, του εθνικού εισοδήματος, της νομισματικής ισοτιμίας και των οικονομικών διακυμάνσεων, της απασχόλησης της παραγωγικότητας, της κατάρτισης δεικτών οικονομικής δραστηριότητας των εθνικών πόρων και της εθνικής δαπάνης είναι αντικείμενα στατιστικής επεξεργασίας.



Η χρησιμότητα της στατιστικής φαίνεται και από το γεγονός ότι η στατιστική διδάσκεται σήμερα σχεδόν σε όλες τις ανώτατες και ανώτερες σχολές της χώρας μας.

Ο τρόπος συλλογής στοιχείων για την γραφή αυτής της εργασίας έγινε από την μελέτη συγγραμμάτων εξέχων επιστημών που ανέλυσαν το συγκεκριμένο θέμα .



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α'

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ & ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

I. Ορισμός και Συμβολισμός Χρονολογικής Σειράς.

Γενικά Χρονολογική Σειρά ονομάζουμε ένα σύνολο παρατηρήσεων, οι οποίες παίρνονται κατά ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους. Η μεγάλη σημασία που έχει για την οικονομική Στατιστική η ανάλυση των Χρονολογικών Σειρών προέρχεται από το γεγονός, ότι μέσω αυτής είναι δυνατό μέσα σε ορισμένα όρια και με ορισμένες προφυλάξεις να διατυπώνονται προβλέψεις για τις μελλοντικές εξελίξεις φαινομένων. Αν η εξεταζόμενη μεταβλητή αναφέρεται σε οικονομικό μέγεθος, τότε η σειρά ονομάζεται Οικονομική Χρονολογική Σειρά.

Η σημασία αυτών των προβλέψεων φαίνεται από το γεγονός ότι καμία επιχείρηση δημόσια ή ιδιωτική δεν μπορεί να αποφύγει την διατύπωση προγραμμάτων για το μέλλον.

Αναφέρουμε ενδεικτικά ορισμένα παραδείγματα Χρονολογικών Σειρών:

- 1.) Ετήσια παραγωγή σιταριού, ελαιολάδου, καπνού, σταφίδας, βαμβακιού κ.λπ. την τελευταία 20ετία στην Ελλάδα.
- 2.) Οι ετήσιες πωλήσεις μιας επιχείρησης για τα τελευταία δέκα χρόνια.



3.) Οι κατά μήνα (έτος) γεννήσεις - θάνατοι, μετανάστες την τελευταία 10ετία στην Ελλάδα.

4.) Οι δείκτες τιμών, οι δείκτες βιομηχανικής παραγωγής και άλλοι οικονομικοί δείκτες της Ελληνικής οικονομίας της τελευταίας 10ετίας.

5.) Οι ημερήσιες ή μηνιαίες θερμοκρασίες μιας πόλεως της τελευταίας 5ετίας, ο αριθμός βροχερών ημερών, ο αριθμός ημερών με ηλιοφάνεια σε κάθε μήνα για μία 10ετία.

Μπορούμε να δώσουμε ένα παράδειγμα συμβολισμού μιας Χρονολογικής Σειράς. Έτσι αν συμβολίσουμε με το γράμμα Ψ την μηνιαία κατανάλωση της ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα, για τα έτη 1978 - 1982 τότε η Χρονολογική Σειρά μπορεί να συμβολιστεί ως εξής :

1978	1979.....1981	1982
$\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{12}$	$\Psi_{13}, \Psi_{14}, \dots, \Psi_{24}$ $\Psi_{37}, \dots, \Psi_{48}$	$\Psi_{49}, \dots, \Psi_{60}$

Οι δείκτες των Ψ δείχνουν τους μήνες δηλαδή 1=Ιανουάριος, 2=Φεβρουάριος, 3=Μάρτιος, ... , 12=Δεκέμβριος κ.ο.κ.

Συνηθέστερος συμβολισμός της ίδιας Χρονολογικής Σειράς είναι ο ακόλουθος :

$$\Psi_t = 1, 2, 3, \dots, 60$$

Μονάδα του χρόνου $t = 1$ η 31/12/1978

Επίσης ο δείκτης τιμών του καταναλωτή κατά την 11ετία 1974 - 1984 είναι μία οικονομική Χρονολογική Σειρά και συμβολίζεται ως εξής :



1974	1975	1976.....	1984
Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_{10}

ή γενικά $\Psi_t =$ Δείκτης τιμών καταναλωτή (1974-1984)

$$t = 0, 2, 3, \dots, 10$$

Μονάδα χρόνου το έτος (t)

Αρχή του χρόνου (t) η 30/6/1974 ή 01/07/1974

ΙΑ) ΠΡΩΤΟΓΕΝΕΙΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ

Οι προς μελέτη Χρονολογικές Σειρές είναι είτε πρωτογενείς είτε παράγωγοι. Οι πρωτογενείς έχουν τιμές τα αρχικά δεδομένα ενός φαινομένου. Οι παράγωγοι Σειρές λαμβάνουν τιμές, οι οποίες προκύπτουν κατόπιν επεξεργασίας ή συνθέσεως των αρχικών δεδομένων μιας Σειράς ή περισσότερων. Για παράδειγμα από την Χρονολογική Σειρά των μηνιαίων τιμών του δείκτη βιομηχανικής παραγωγής είναι δυνατόν να σχηματιστεί η Παράγωγος Σειρά των μέσων ετήσιων Σειρών του δείκτη αυτού.

Επίσης από τις ετήσιες Χρονολογικές Σειρές του Εθνικού Εισοδήματος και του πληθυσμού της Ελλάδας, κατόπιν διαίρεσης των τιμών της πρώτης για τις αντίστοιχες τιμές της δεύτερης, προκύπτει η Παράγωγος Χρονολογική Σειρά του κατά κεφαλήν Εθνικού Εισοδήματος της χώρας.

ΙΙΑ). ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΚΑΙ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

Οι τιμές μιας Χρονολογικής Σειράς συνιστούν μία Διαχρονική Μεταβλητή. Το μέγεθος το οποίο εκφράζεται από μία Χρονολογική Σειρά, αντιστοιχεί είτε σε Συνεχή Μεταβλητή (όπως η θερμοκρασία του περιβάλλοντος που



παίρνει τιμές σε κάθε χρονική στιγμή), είτε Ασυνεχή (όπως είναι οι θάνατοι από τροχαία ατυχήματα, το ύψος της βροχόπτωσης διαμορφώνεται μόνο όταν βρέχει, η συλλογή των γεωργικών προϊόντων γίνεται μόνο ορισμένους μήνες του έτους, κ.λπ.).

Η ίδια μεταβλητή μπορεί, ομοίως να είναι Συνεχής ως προς το χρόνο, υπό την έννοια ότι λαμβάνει τιμές σε όλες ανεξαιρέτως τις χρονικές στιγμές ή σε ορισμένες μόνο.

Πρέπει να διευκρινίσουμε ότι μία Ασυνεχής Μεταβλητή δεν είναι αναγκαία Ασυνεχής και ως προς το χρόνο. Πράγματι ο Ελληνικός πληθυσμός (ασυνεχής μεταβλητή) λαμβάνει τιμές σε όλες ανεξαιρέτως τις χρονικές στιγμές και συνεπώς είναι Συνεχής Διαχρονική Μεταβλητή. Επίσης μια Συνεχής Μεταβλητή δεν είναι αναγκαία Συνεχής και ως προς το χρόνο. Για παράδειγμα η ποσότητα, το βάρος του ελαιόλαδου (συνεχής μεταβλητή, η οποία πωλείται στην κεντρική αγορά Αθηνών), είναι Ασυνεχής Μεταβλητή ως προς το χρόνο, διότι δεν λαμβάνει τιμές όταν π.χ. η αγορά είναι κλειστή.



IIα). ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΤΟΥΣ

Ορισμένες διαχρονικές μεταβλητές διαμορφώνουν τις τιμές τους σωρευτικά από το απώτερο παρελθόν μέχρι την χρονική στιγμή της μέτρησής τους. Παράδειγμα γι' αυτό αποτελούν ο πληθυσμός μιας χώρας ή η ποσότητα του νερού μιας λίμνης, η θερμοκρασία του περιβάλλοντος και το ύψος των συνολικών πιστώσεων μιας τράπεζας. Οι εν λόγω μεταβλητές ονομάζονται Διαχρονικές Μεταβλητές Αποθέματος.

Το χαρακτηριστικό τους γνώρισμα είναι ότι δεν μπορούν να λάβουν τιμές σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Δηλαδή είναι Συνεχής Χρονικές Μεταβλητές.

Άλλες Χρονολογικές Σειρές διαμορφώνουν τις τιμές τους αθροιστικά εντός διαδοχικών χρονολογικών συστημάτων. Για παράδειγμα, μπορούμε να αναφέρουμε την ωριαία ροή ενός ποταμού, τον ημερήσιο κύκλο ενός εμπορικού καταστήματος, την μηνιαία παραγωγή ενός εργοστασίου και τις ετήσιες εισαγωγές αυτοκινήτων από το εξωτερικό. Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται Διαχρονικές Μεταβλητές Ροής. Συχνά οι Μεταβλητές Ροής αντί διαδοχικών αθροισμάτων εκφράζουν αντίστοιχους μέσους όρους (π.χ. αντί μηνιαίας παραγωγής είναι δυνατόν να χρησιμοποιείται η μέση ημερήσια παραγωγή κάθε μήνα).

Ο χρονικός εντοπισμός των τιμών των Χρονολογικών Σειρών εξαρτάται κάθε φορά από την διαμόρφωση των τιμών τους. Στην περίπτωση των μεταβλητών του αποθέματος δεν αντιμετωπίζουμε προβλήματα χρονικού εντοπι-



σμού τους γιατί όπως προκύπτει από την φύση των σειρών αυτών οι τιμές τους πρέπει να αντιστοιχούν με τις στιγμές της παρατήρησής τους. Για παράδειγμα, το ύψος των συναλλαγματικών διαθεσίμων της Ελληνικής οικονομίας δημοσιεύεται κατά μήνα και αναφέρεται στην τελευταία ημέρα του αντίστοιχου μήνα.

Η περίπτωση όμως των μεταβλητών Ροής δεν είναι εξίσου απλή. Πράγματι η τιμή του δείκτη βιομηχανικής παραγωγής του μήνα Ιανουαρίου δεν είναι αυτονόητο σε ποια ημέρα του μηνός θα πρέπει να τοποθετηθεί - υπό την προϋπόθεση - ότι ο χρόνος εκφράζεται σε ημέρες.

Γενικά, ο χρονικός εντοπισμός των τιμών των μεταβλητών Ροής εξαρτάται από την φύση τους. Συγκεκριμένα εάν οι τιμές των Χρονολογικών αυτών Σειρών είναι κατά ουσία μέσοι όροι των διαδοχικών χρονικών διαστημάτων στα οποία αναφέρονται, ο χρονικός εντοπισμός τους γίνεται στο μέσο των διαστημάτων αυτών. Συνεπώς, η τιμή του δείκτη βιομηχανικής παραγωγής κατά τον μήνα Ιανουάριο θα συνδεθεί χρονικά με την 16^η μέρα αυτού του μήνα και ακριβέστερα με την μεσημβρία αυτής της ημέρας. Επίσης, η παράγωγος Χρονολογική Σειρά του μέσου ετήσιου επιπέδου του δείκτη βιομηχανικής παραγωγής, λαμβάνει τιμές οι οποίες κατά τα ανωτέρω, πρέπει να εντοπιστούν στο μέσο κάθε έτους, δηλαδή μεταξύ Ιουνίου - Ιουλίου, ακριβέστερα Δε μεταξύ τέλους Ιουνίου και αρχής Ιουλίου. Εδώ ενδέχεται να υποστηριχθεί ότι οι παραπάνω τιμές επιτρέπεται να τοποθετηθούν στην αρχή ή στο τέλος της περιόδου υπολογισμού των ή οπουδήποτε αλλού εντός αυτής. Αυτό γιατί ο μέσος όρος μπορεί να αντικαταστήσει οποιαδήποτε τιμή από εκείνες οι οποίες τον προσδιορίζουν. Η άποψη αυτή είναι ορθή αλλά αν εφαρμοστεί χωρίς τις



αναγκαίες διευκρινήσεις είναι δυνατόν να προκαλέσει σύγχυση. Εάν υποθέσουμε για παράδειγμα ότι η διαχρονική μεταβολή παρουσιάζει σταθερή αύξηση από ημέρα σε ημέρα, ο ανά ημέρα μέσος όρος αυτής υπολογιζόμενος για κάθε μήνα, και τοποθετούμενος στην αρχή της αντίστοιχης μηνιαίας περιόδου θα μεταθέσει σε υψηλότερο επίπεδο την γνωστή γραφική απεικόνιση της όλης σειράς. Αντίθετα, η τοποθέτηση του μέσου αυτού όρου στο τέλος του μήνα, θα προκαλέσει μετατόπιση της αυτής απεικόνισης σε χαμηλότερο επίπεδο. Μόνο η σύνθεση της μέσης μηνιαίας τιμής με το μέσο του αντίστοιχου μηνός δεν αλλοιώνει τη διαγραμματική παρουσία της αρχικής Χρονολογικής Σειράς.

Διαφορετική της ανωτέρω είναι η περίπτωση των Μεταβλητών Ροής των οποίων οι τιμές εκφράζουν απλά αθροίσματα. Οι τιμές των Σειρών αυτών τοποθετούνται στο τέλος των περιόδων της άθροισης. Για παράδειγμα οι μηνιαίες εισπράξεις εξωτερικού συναλλάγματος από εξαγωγές αγαθών - ως άθροισμα ημερήσιων εισπράξεων - τοποθετούνται στην τελευταία ημέρα κάθε μήνα. Πρέπει να λεχθεί και εδώ ότι μπορούμε να τοποθετήσουμε τα εν λόγω αθροίσματα στο μέσο ή σε οποιοδήποτε άλλο σημείο της αντίστοιχης περιόδου των αθροίσεων, υπό την προϋπόθεση όμως, ότι ρητώς θα αναφέρεται ο συγκεκριμένος αυτός τρόπος του χρονικού εντοπισμού τους.



IIΒ). ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Είναι γνωστό ότι τα διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία γενικώς διακρίνονται σε Διαχρονικά και μη Διαχρονικά. Μη Διαχρονικά στοιχεία είναι όσα συλλέγονται με απογραφή ή δειγματοληπτικές έρευνες, οι οποίες διεξάγονται σε ορισμένο συνήθως σύντομο χρόνο (στοιχεία από έρευνες οικογενειακών προϋπολογισμών, σφυγμομετρήσεις κοινής γνώμης, απογραφής κατοικιών, παραγωγής γεωργικών προϊόντων ορισμένου έτους κ.λπ.) . Στις ποσοτικές αναλύσεις των μη Χρονολογικών Σειρών στατιστικών στοιχείων εξετάζεται το σύνολο των διαθέσιμων παρατηρήσεων χωρίς να ενδιαφέρει η χρονική διαδοχή με την οποία εμφανίζονται κατά τη συλλογή τους. Για παράδειγμα, προκειμένου να μελετηθεί η κατανομή όλων των εριοβιομηχανιών ως προς των επενδυμένων κεφαλαίων ορισμένου έτους, δεν εξετάζεται καθόλου η σειρά με την οποία οι επιμέρους εριοβιομηχανίες παρέχουν τις αναγκαίες πληροφορίες. Όταν όμως χρησιμοποιούνται δείγματα, καταβάλλεται ιδιαίτερη προσπάθεια ώστε οι παρατηρήσεις να είναι τυχαίες ως προς τη σειρά της λήψεως τους από τον αντίστοιχο πληθυσμό (τυχαία δειγματοληψία).

Στην περίπτωση των Χρονολογικών στατιστικών δεδομένων, η διαδοχή των παρατηρήσεων συνήθως είναι τυχαία. Αυτό ισχύει ιδίως για τις οικονομικές και κοινωνικές μεταβλητές. Πράγματι, η τιμή του ελαιολάδου, η απασχόληση στην υφαντουργία, το ύψος των μισθών των δημοσίων υπαλλήλων, ο Ελληνικός πληθυσμός, ο αριθμός των γεννήσεων και θανάτων κ.λπ., κατά τον χρόνο t δεν διαμορφώνονται ανεξάρτητα από τις αντίστοιχες τιμές κατά τον χρόνο $t - 1$, αλλά δεν βρίσκονται και σε απόλυτα ακριβή σχέση εξάρτησης από



αυτά. Όλοι γνωρίζουμε ότι, εάν η τιμή του ελαιόλαδου είναι σήμερα 780 δρχ. το κιλό, αύριο θα είναι περίπου η ίδια. Δηλαδή ενώ αδυνατούμε να προβλέψουμε ακριβώς την επόμενη τιμή του ελαιόλαδου, πιστεύουμε ότι η τιμή αυτή εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το επίπεδο στο οποίο έχει διαμορφωθεί σήμερα. Αυτό σημαίνει ότι τουλάχιστο Χρονολογικές Σειρές δεν είναι μαθηματικές συναρτήσεις του χρόνου, αλλά επίσης και ότι οι τιμές τους δεν διαμορφώνονται εντελώς ανεξάρτητα έναντι του χρόνου. Συνεπώς οι σειρές αυτές συντίθενται τόσο από συστηματικές όσο και από τυχαίες συνιστώσες και υπό αυτή την έννοια είναι Διαχρονικές σχέσεις στατιστικού χαρακτήρα. Από το γεγονός αυτό απορρέει και το ενδιαφέρον το οποίο παρουσιάζουν οι Χρονολογικές Σειρές για την επιστήμη της Στατιστικής, ή οποία όπως θα εξηγήσουμε στην συνέχεια, μελετά την διαχρονική, επιτυγχάνει να προσδιορίσει ποσοτικά τις συστηματικές και τυχαίες συνιστώσες τους.

Δεν είναι όμως η ύπαρξη ή όχι τυχειότητας στις διαδοχικές παρατηρήσεις, η οποία διακρίνει το χρονολογικό στατιστικό υλικό. Μία ακόμη αξιόλογη διαφορά αναφέρεται στην σταθερότητα των αντίστοιχων πληθυσμών δυνατότητα δειγματοληψίας από αυτούς. Πράγματι όμως μία ολόκληρη σειρά διαφορετικών και μάλιστα τυχαίων δειγμάτων, είναι δυνατό να ληφθεί από τον ίδιο σταθερό μη χρονολογικό πληθυσμό (π.χ. από τον πληθυσμό των Ελληνικών εριοβιομηχανιών ορισμένου έτους). Δεν ισχύει όμως το ίδιο και για το χρονολογικό πληθυσμό, από το οποίο είναι συνήθως μόνο ένα δείγμα εκάστοτε διαθέσιμο (νέες παρατηρήσεις από το παρελθόν είναι κατά κανόνα αδύνατο να ληφθούν).



Φυσικά το διαθέσιμο δείγμα της Χρονολογικής Σειράς μεγαθύνεται με την πάροδο του χρόνου εμπλουτισμένο με νέες παρατηρήσεις, οι οποίες όμως δεν είναι βέβαιο ότι εξακολουθούν να προέρχονται από τον ίδιο σταθερό πληθυσμό.



III). ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Οι τιμές των Χρονολογικών Σειρών διαμορφώνονται από την επίδραση πολλών παραγόντων (οικονομικών, θεσμικών, φυσικών κ.α.), οι οποίοι δημιουργούν ορισμένες χαρακτηριστικές κινήσεις στην εξέλιξη των Χρονολογικών Σειρών, ονομάζονται Συνιστώσες Χρονολογικών Σειρών (1). Οι κυριότερες Συνιστώσες Χρονολογικών Σειρών είναι :

1. ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΑ ΤΑΣΗ : Η μακροχρόνια ομαλή κεντρική κίνηση την οποία ακολουθεί η Χρονολογική Σειρά εντός ολοκλήρου της χρονικής περιόδου στην οποία εκτείνεται. Η συνιστώσα αυτή ονομάζεται Μακροχρόνια Τάση ή απλώς Τάση της Χρονολογικής Σειράς, και είναι ανοδική, καθοδική ή σύνθετη. Η Τάση θεωρείται ανύπαρκτη εάν η κεντρική ομαλή κίνηση της Χρονολογικής Σειράς ακολουθεί ευθεία παράλληλη προς τον άξονα των χρόνων, δηλαδή εάν δεν παρουσιάζει εμμονή προς αύξηση ή μείωση ή άλλη σύνθετη πορεία.

2. ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ : Η συστηματική κύμανση, η οποία αναπτύσσεται γύρω από την Τάση και επαναλαμβάνεται με μικρή, μεγάλη ή πλήρη ομοιομορφία κατά περιόδους μεγαλύτερες του έτους. Εάν η επανάληψη είναι απόλυτα ομοιόμορφη και συμμετρική (όπως η κίνηση του εκκρεμές και της παλίρροιας) η κίνηση ονομάζεται γνήσια Κυκλική. Αλλιώς, η κίνηση είναι ψευδοκυκλική. Οι γνωστοί στις οικονομικές Χρονολογικές Σειρές κύκλοι (επιχειρηματικοί, κύκλοι γεωργικής παραγωγής) δεν είναι γνήσιοι κύκλοι.

3. ΟΙ ΕΠΟΧΙΚΕΣ ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ : Η περιοδική βραχυχρόνια κίνηση η οποία εκδηλώνεται και εξαντλείται πλήρως (με ανοδικές και καθοδικές φάσεις) εντός του έτους, επαναλαμβάνεται ρυθμικά σε όλες ανεξαιρέτως τις ετήσιες



περιόδους στις οποίες η Χρονολογική Σειρά παίρνει τιμές. Η κίνηση αυτή ονομάζεται Εποχική Κύμανση.

4. ΟΙ ΑΡΡΥΘΜΕΣ Η ΤΥΧΑΙΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ : Η τυχαία κύμανση, η οποία διαμορφώνεται ανεξαρτήτως του χρόνου. Λόγω της συμπεριφοράς, η κίνηση αυτή ονομάζεται Άρρυθμος Κύμανση.

IIIα) ΤΑΣΗ

Μακροχρόνια Τάση ή απλώς Τάση είναι η ομαλή διαχρονική κίνηση την οποία ακολουθεί μία Χρονολογική Σειρά κατά μία μακρά χρονική περίοδο και μπορεί να είναι ανοδική, καθοδική ή σύνθετη. Η Μακροχρόνια Τάση νοείται σαν δύναμη, η οποία ωθεί τα χρονολογικά δεδομένα προς ορισμένη κατεύθυνση (ανοδική ή καθοδική). Παραδείγματος χάρη αν εξετάσουμε την παγκόσμια παραγωγή αυτοκινήτων κατά την τελευταία 30ετία, θα διαπιστώσουμε μία συστηματικά ανοδική πορεία. Η μακροχρόνια αυτή αύξηση της παγκόσμιας παραγωγής αυτοκινήτων μπορεί να αποδοθεί σε μακροχρόνιους συστηματικούς παράγοντες, όπως στην σημαντικότερη αύξηση του πληθυσμού της γης, στην αύξηση του εισοδήματος, στην Τεχνολογική πρόοδο, κ.λπ.). Στους παραπάνω λόγους οφείλεται και η σημαντικότερη αύξηση του αριθμού των κυκλοφορούντων αυτοκινήτων στην Ελλάδα την περίοδο 1961 -1983 (1). Το διάγραμμα (1.1) επεξηγεί πλήρως το φαινόμενο της Μακροχρόνιας Τάσης, σε ότι αφορά στα επιβατηγά και φορτηγά αυτοκίνητα. Αν η Χρονολογική Σειρά κινείται παράλληλα με τον οριζόντιο άξονα, τότε η Χρονολογική Σειρά δεν έχει Τάση. Τούτο φαίνεται καθαρά στην Χρονολογική Σειρά που αντιπροσωπεύει τα λεωφορεία. Οι Χρονολογικές Σειρές που αντιπροσωπεύουν την παραγωγή



σιπαριού, βαμβακιού και ελαιολάδου στην Ελλάδα κατά την περίοδο 1960 - 1981 εκτός από τις άλλες κυμάνσεις που εμφανίζουν έχουν και Μακροχρόνια Τάση. Επίσης αν εξετάσουμε τις Χρονολογικές Σειρές «κίνηση επιβατών με σιδηροδρόμους» και «κίνηση επιβατών με εσωτερικές γραμμές της Ολυμπιακής Αεροπορίας», κατά την τελευταία 20ετία, θα διαπιστώσουμε ότι η πρώτη Χρονολογική Σειρά έχει **καθοδική τάση**, ενώ η δεύτερη έχει **ανοδική τάση**. Ανοδική Τάση παρουσιάζει η παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος, ενώ η παραγωγή φωταερίου έχει Καθοδική Τάση.

Οι βασικοί παράγοντες που επενεργούν αυξητικά επί της Τάσης είναι πολλοί. Ενδεικτικά αναφέρουμε, την αύξηση του πληθυσμού, την Τεχνολογική πρόοδο, την εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων καλλιέργειας και συλλογής των γεωργικών προϊόντων, την επιστημονική οργάνωση των επιχειρήσεων, την αύξηση του αριθμού των μεγάλων επιχειρήσεων που επιτρέπει την μαζική παραγωγή με επακόλουθο την μείωση του κόστους και την αύξηση της ζήτησης. Παράγοντες που επενεργούν μειωτικά επί της Τάσης είναι η εμφάνιση υποκατάστατων (ρεγιόν - μεταξωτά), η μεταβολή της ζήτησης με την εμφάνιση νέου αγαθού που ικανοποιεί την ίδια ανάγκη (αυτοκίνητο - ιπποκίνητη άμαξα, αεροπλάνο - σιδηρόδρομος, ηλεκτρισμός - φωταέριο).

Εκτός από την Μακροχρόνια Τάση, οι Χρονολογικές Σειρές εμφανίζουν και ορισμένες άλλες κινήσεις (κυμάνσεις), οι οποίες επαναλαμβάνονται σε τακτά χρονικά διαστήματα (ανά 24ώρο, εβδομάδα, μήνα, τρίμηνο, έτος ή σειρά ετών), δηλαδή εμφανίζουν κάποια περιοδικότητα, γι' αυτό ονομάζονται Περιοδικές Κινήσεις (Periodic Movements). Υπάρχουν δύο είδη Περιοδικών Κυμάνσεων : α) Κυκλικές Κυμάνσεις και β) οι Εποχικές Κυμάνσεις.



IIIβ) ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

Η συστηματική Μεσοχρόνιος Κύμανση γύρω από την Τάση έχει Ανοδικές φάσεις οι οποίες καλύπτουν περιόδους λιγότερων ή περισσότερων ετών και επαναλαμβάνονται διαδοχικά με πλήρη συμμετρία ή συμμετρικώς (γνήσιοι και μη γνήσιοι κύκλοι). Η τυπική κυκλική κύμανση ορίζεται από δύο κάτω σημεία καμπής (trough) και ένα άνω σημείο καμπής (peak), το οποίο χρονικά παρεμβάλλεται μεταξύ αυτών. Η ανοδική εξέλιξη της κύμανσης μεταξύ του κάτω και του άνω σημείου καμπής, ονομάζεται Ανοδική Φάση. Η αμέσως επόμενη καθοδική εξέλιξη, μεταξύ του άνω σημείου καμπής και του ακόλουθου κάτω σημείου καμπής, ονομάζεται Καθοδική Φάση της κύμανσης. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών κάτω και άνω σημείων καμπής αποτελεί την περίοδο ή διάρκεια ή μήκος της κυκλικής κύμανσης. Η διάρκεια των οικονομικών κύκλων ποικίλει. Ορισμένα διαρκούν 2 - 3 έτη άλλα 40 έως 50 μήνες. Έχουν επίσης παρατηρηθεί και μακροχρόνιες κυμάνσεις 7 έως 12 ετών. Αυτών οι Ανοδικές και Καθοδικές Φάσεις διακόπτονται πρόσκαιρα από βραχυχρόνιους κύκλους. Εδώ πρέπει να προσθέσουμε ότι κατά την σύγχρονη αντίληψη του θέματος αυτού, οι οικονομικοί κύκλοι δεν είναι απλώς διαδοχικές αυξήσεις και μειώσεις του απόλυτου μεγέθους ενός φαινομένου, αλλά γενικότερα αυξήσεις και μειώσεις του ρυθμού της μεταβολής του.

Οι οικονομικοί κύκλοι των οποίων, τις αιτίες αναλύουν οι συναφείς θεωρίες, είναι φαινόμενο κυρίως των ανεπτυγμένων οικονομιών. Σ' αυτά τα εισοδήματα, οι επενδύσεις, ή απασχόληση, οι τιμές, τα κέρδη κ.λπ. δεν μεταβάλλονται σταθερά με την πάροδο του χρόνου, αλλά ακολουθούν κυμαινόμενη πορεία, η οποία είναι άλλοτε περισσότερο και άλλοτε λιγότερο έντονη. Ορι-



σμένες από τις κυμάνσεις αυτές, μέσω του διεθνούς εμπορίου και των διεθνών οικονομικών σχέσεων γενικότερα, γίνονται αισθητοί, λίγο ή πολύ και σε άλλες οικονομίες του κόσμου (π.χ. η απασχόληση στον Ελληνικό τουρισμό και την ναυτιλία και οι συναλλαγματικοί πόροι των κλάδων αυτών επηρεάζονται από την πορεία της οικονομικής δραστηριότητας των ανεπτυγμένων χωρών). Άλλης φύσης κύκλοι δημιουργούνται από την επανάληψη ανά διετία, τριετία, κ.λπ. αξιολογών εκδηλώσεων (όπως είναι π.χ. οι βουλευτικές εκλογές και οι ολυμπιακοί αγώνες). Επίσης η γνωστή παρεγιαυτοπορεία δημιουργεί κύκλους στην παραγωγή ορισμένων γεωργικών προϊόντων (π.χ. του ελαιόλαδου, διάγραμμα 2).

Διευκρινίζεται ότι οι προς μελέτη διαθέσιμες Χρονολογικές Σειρές πρέπει να εκτείνονται σε αρκετά μεγάλες χρονικές περιόδους, ώστε να είναι εύκολη η μελέτη των επαναλαμβανόμενων κύκλων. Πράγματι σε χρονολογικές Σειρές οι οποίες έχουν λίγες παρατηρήσεις είναι αδύνατο να βεβαιωθούμε εάν η διανυόμενη φάση ανήκει στην Τάση ή αν αποτελεί κύκλο διαμορφωμένο γύρω από την (άγνωστη) Τάση. Το πρόβλημα αυτό, σημειωτέο, παραμένει ακόμη και σε μικρές Χρονολογικές Σειρές. Εάν π.χ. διαθέσιμα στατιστικά δεδομένα για τις βροχοπτώσεις μιας περιόδου 200 ετών προκύψει ότι εντός αυτής διαμορφώθηκε βραδεία ανοδική κίνηση, η κίνηση αυτή θα πρέπει να χαρακτηριστεί ως Μακροχρόνια Τάση. Παρόλα αυτά εάν υπήρχαν διαθέσιμα στοιχεία βροχοπτώσεως των τελευταίων 2000 ετών, ενδέχεται να προέκυπτε ότι η κίνηση η χαρακτηριζόμενη ως Τάση είναι απλώς μια ανοδική φάση ενός κύκλου, ο οποίος καλύπτει μερικές εκατοντάδες έτη. Εάν ο σκοπός της ανάλυσης είναι να μελετήσουμε τις συνθήκες των βροχοπτώσεων στο πλαίσιο ενός



σχεδιασμένου μακροχρόνιου προγράμματος γεωργικών καλλιεργειών, έχει μικρή σημασία εάν η εντός των τελευταίων 200 ετών βραδεία αύξηση της βροχόπτωσης χαρακτηριστεί ως Τάση και όχι ως κυκλική κύμανση. Αυτό γιατί το πρόγραμμα των καλλιεργειών καλύπτει λίγα σχετικά έτη των οποίων η βροχόπτωση θα εξακολουθήσει την πορεία την οποία διέγραψε κατά τα τελευταία 200 έτη. Αντίθετα, εάν ο σκοπός της ανάλυσης είναι να μελετηθούν οι συνθήκες των βροχοπτώσεων κατά τα μελλοντικά 200 ή 500 έτη, προφανώς έχει πολύ μεγάλη σημασία ο λανθασμένος χαρακτηρισμός της κυκλικής κύμανσης ως Τάση.



ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1

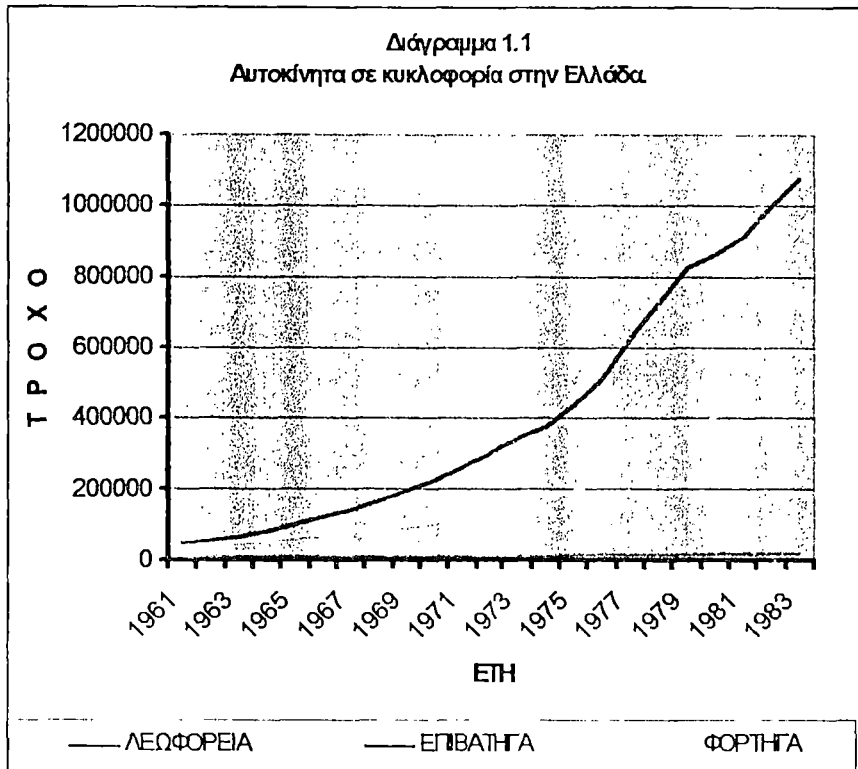
Αυτοκίνητα σε κυκλοφορία στην Ελλάδα (1961 – 1983).

ΕΤΟΣ	ΛΕΩΦΟΡΕΙΑ	ΕΠΙΒΑΤΗΓΑ	ΦΟΡΤΗΓΑ	ΣΥΝΟΛΟ*
1961	6981	48834	40030	95845
1962	7480	56893	44332	108705
1963	7896	67576	49221	124693
1964	8176	81617	57657	147450
1965	8485	104257	64930	177672
1966	8980	122479	72382	203841
1967	9366	144434	79913	233713
1968	9799	169985	87910	267694
1969	10167	195264	97320	302751
1970	10546	226893	107361	344800
1971	10979	264028	118284	393291
1972	11511	303109	131019	445639
1973	12400	346733	150349	509482
1974	12817	377180	170396	560393
1975	13352	438553	198148	650053
1976	14139	509334	226573	750046
1977	14538	620755	265015	900308
1978	15680	728161	306181	1050022
1979	17464	822034	356033	1195531
1980	18091	862609	406951	1287571
1981	18493	911240	458006	1387739
1982	18830	999315	513581	1531726
1983**	19752	1074537	557231	1651520

* Δεν περιλαμβάνονται οι μοτοσυκλετιστές.

** Προσωρινά στοιχεία.





ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2

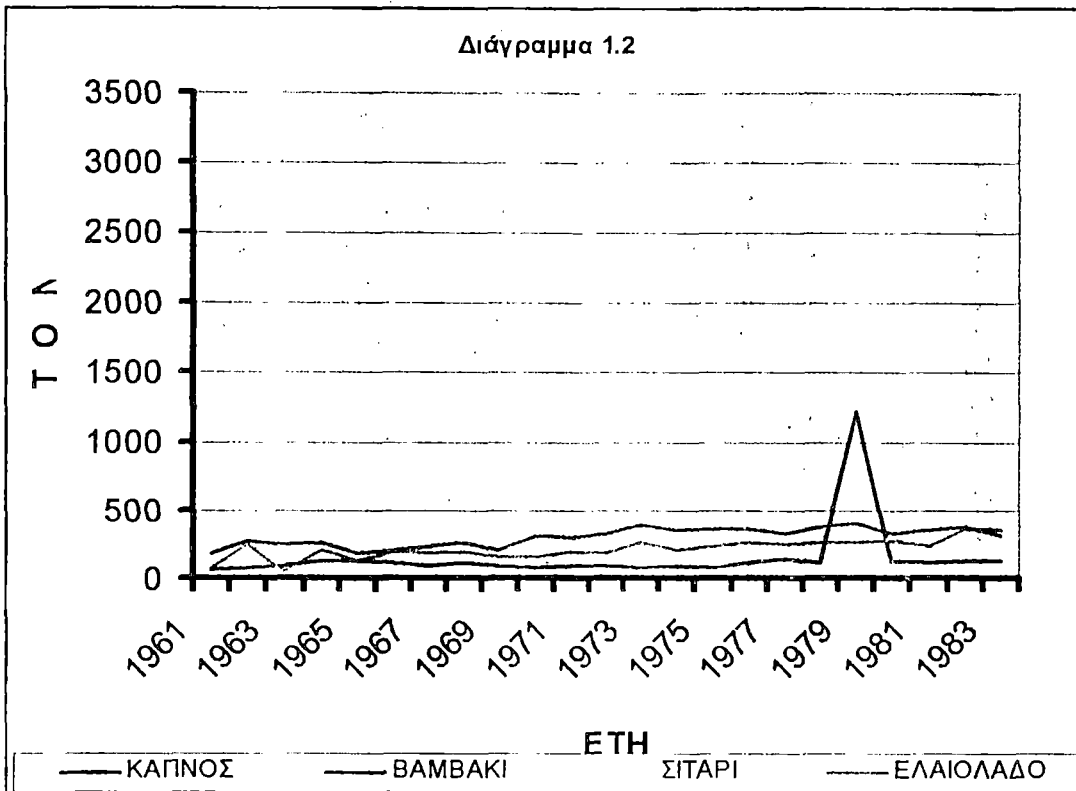
Παραγωγή καπνού, βαμβακιού, σιταριού και ελαιολάδου στην Ελλάδα
(1960 – 1981).

Σε χιλιάδες τόνους.

ΕΤΟΣ	ΚΑΠΝΟΣ	ΒΑΜΒΑΚΙ	ΣΙΤΑΡΙ	ΕΛΑΙΟΛΑΔΟ
1961	61	184	1692	79
1962	75	277	1594	248
1963	94	253	1770	56
1964	129	266	1387	208
1965	135	184	2170	130
1966	125	205	1989	191
1967	98	242	1959	185
1968	115	264	1848	194
1969	87	210	1515	154
1970	77	313	1752	156
1971	95	308	1969	198
1972	98	330	1933	183
1973	85	395	1768	262
1974	91	361	1682	215
1975	83	370	2152	241
1976	119	366	2120	265
1977	142	329	2376	251
1978	120	382	1766	262
1979	1219	408	2704	269
1980	128	325	2407	276
1981	118	357	2970	242
1982	131	385	2932	370
1983	133	311	2991	360

Πηγή : Ε.Σ.Υ.Ε. «Στατιστική Επετηρίδα της Ελλάδας» και Υπουργείο Γεωργίας Δ/ση Γεωργικοοικονομικών Μελετών.





III γ) ΕΠΟΧΙΚΗ ΚΥΜΑΝΣΗ

Η εποχική Συνιστώσα έχει περίοδο το έτος, γιατί εντός αυτού εξαντλεί όλες τις ανοδικές και τις ισοδύναμες καθοδικές κινήσεις της. Είναι κύμανση περιοδική γιατί επαναλαμβάνεται ρυθμικά σε όλες τις περιόδους στις οποίες η Χρονολογική Σειρά παίρνει τιμές. Ονομάζεται Εποχική Κύμανση γιατί συνδέεται με τις εποχές, αλλά η γενεσιουργός αιτία της δεν είναι πάντοτε το κλίμα. Ενώ ο αδιαφορισμός του τετραμηνιαίου αριθμού βροχερών ημερών στην Αθήνα είναι κλιματολογικός, οι μηνιαίες λιανικές πωλήσεις συναρτώνται προς τους μήνες του έτους για πολλούς λόγους, οι οποίοι δεν είναι μόνο κλιματολογικοί. Πράγματι η συνήθεια οργανώσεως περιόδων εκπτώσεων κατά τον Ιανουάριο και Ιούλιο και η καθιέρωση εορτασμού του Πάσχα και των Χριστουγέννων στους μήνες Απρίλιο - Μάιο και Δεκέμβριο αντιστοίχως, ασκούν μη κλιματολογικές επιδράσεις στους αντιστοίχως, ασκούν μη κλιματολογικές επιδράσεις στους αντίστοιχους μήνες λιανικών πωλήσεων.

Είναι προφανές ότι η Εποχική Κύμανση (εάν υπάρχει) αποκαλύπτεται μόνο στις Χρονολογικές Σειρές, οι οποίες λαμβάνουν τουλάχιστον δυο τιμές εντός κάθε έτους (χρονολογικές σειρές με εξαμηνιαίες, τετραμηνιαίες, μηνιαίες κ.λπ. παρατηρήσεις). Εάν συνεπώς η διαθέσιμη σειρά είναι ετήσια (π.χ. οι μέσες ετήσιες τιμές του μηνιαίου δείκτη λιανικών πωλήσεων), η εποχική συνιστώσα της είναι δυνατό να μελετηθεί. Το πρόβλημα το οποίο τίγεται εδώ είναι γενικότερο, γιατί μια περιοδική ρύθμιση κύμανση είναι δυνατόν να αποκριθεί, εάν τα διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία έχουν περίοδο αναφοράς, για κάθε παρατήρηση τη διάρκεια της περιοδικότητας ή ακριβές πολλαπλάσιο αυτής. Παραδείγματος χάρη, εάν κάποια απόλυτη περιοδική κύμανση έχει τριετή περίοδο - εντός της οποίας εξαντλεί τις ανοδικές και τις ισοδύναμες καθοδικές φά-



σεις της - και τα διαθέσιμα στοιχεία της Χρονολογικής Σειράς είναι τριετή ή εξαετή ή εννεαετή η εν λόγω περιοδικότητα δεν αντανακλάται στα στοιχεία αυτά.

Πρέπει να διευκρινίσουμε ότι η πλέον συνηθισμένη περιοδική βραχυχρόνια κύμανση είναι δωδεκάμηνη εποχική κύμανση (η οποία έχει περίοδο ένα πλήρες έτος). Παρ' όλα αυτά, υπάρχουν και βραχυχρονιότερες συστηματικές κυμάνσεις οι οποίες επαναλαμβάνονται με χρονική περίοδο τον μήνα, το 15ήμερο, την εβδομάδα ή το 24ωρο. Για παράδειγμα, η ημερήσια κίνηση των πελατών των εμπορικών καταστημάτων αυξομειώνεται εντός της εβδομάδας ανά λόγως προς τις ημέρες αυτής. Όμοια, η θερμοκρασία του περιβάλλοντος μετρημένη ανά ώρα αυξομειώνεται συστηματικά εντός του 24ωρου.

III δ) ΤΥΧΑΙΑ ΚΥΜΑΝΣΗ

Η Τυχαία Συνιστώσα παίρνει τιμές οι οποίες σε διαχρονικούς χρόνους διαμορφώνονται ως αποτέλεσμα τυχαίας δειγματοληψίας από ομογενή πληθυσμό. Τα αίτια της Τυχαίας Συνιστώσας είναι πολλά, διάφορα μεταξύ τους και μάλλον επουσιώδη. Τα αίτια παραμένουν άγνωστα υπό την έννοια ότι δεν γνωρίζουμε ούτε ποια από αυτά δρουν ούτε πως ακριβώς δρουν προς την διαμόρφωση κάθε τιμής των Χρονολογικών Σειρών. Τυχαίες κυμάνσεις των καιρικών συνθηκών, εξαγγελίες ειδικών κυβερνητικών μέτρων, χρησιμοποίηση νέων λιπασμάτων και νέων εδαφών, μετακινήσεις εργατών από την μια περιοχή στην άλλη, μετανάστευση, μεταβολές τιμών στην διεθνή αγορά κ.λπ. είναι δυνατόν να επηρεάσουν προς την μια ή την άλλη κατεύθυνση τις ετήσιες τιμές των Χρονολογικών Σειρών της παραγωγής σιταριού και της από σιτάρι καλλιεργούμενης έκτασης. Άλλοι τυχαίοι παράγοντες με ανάλογη συμπεριφο-



ρά επηρεάζουν τις τιμές του δείκτη λιανικών πωλήσεων και του δείκτη λιανικών πωλήσεων και του δείκτη βιομηχανικής παραγωγής.

Η Τυχαία συνιστώσα ενυπάρχει σε όλες τις συνήθεις Χρονολογικές Σειρές, γιατί οι τιμές αυτών, εκτός των άλλων τυχαίων επιδράσεων τις οποίες ίσως και να εμπεριέχουν, ενσωματώνουν και σφάλματα μετρήσεως, τα οποία κατά κανόνα διαμορφώνονται τυχαία και είναι αναπόφευκτα στην πράξη.

Οι τυχαίες Κυμάνσεις οι οποίες οφείλονται σε σφάλματα μετρήσεων αποτελούν άτακτες τοπικές διαταραχές που δεν επηρεάζουν την κύρια (συστηματική) πορεία του φαινομένου που μελετάμε. Δεν ισχύει το ίδιο για όλες τις αιτίες των τυχαίων επιδράσεων, οι οποίες με την εκδήλωσή τους ενδέχεται να επηρεάζουν και την περαιτέρω πορεία της Χρονολογικής Σειράς. Ας φανταστούμε, για παράδειγμα τη διαδρομή του μικρού ιστιοφόρου πλοίου (παιχνίδι) σε λίμνη παιδικού κήπου. Την διαδρομή την καθορίζει βέβαια κατά κύριο λόγο ο άνεμος, την επηρεάζουν όμως και τα παιδιά, τα οποία από την παραλία ρίχνουν στην λίμνη τυχαία μικρά βότσαλα.



IV). ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΑΛΛΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ

Πλην των βασικών συνιστωσών, είναι σκόπιμο να αναφερθεί επιπλέον και ορισμένες περισσότερες ειδικές επιδράσεις, οι οποίες συμβάλουν συστηματικά στην διαμόρφωση των τιμών των Χρονολογικών Σειρών. Οι πρόσθετες αυτές επιδράσεις τις οποίες θα εξετάσουμε αμέσως πιο κάτω, πρέπει να διαχωρίζονται και να λαμβάνονται υπόψη τόσο για το ιδιαίτερο ενδιαφέρον το οποίο παρουσιάζουν, όσο και για το λόγο ότι δεν είναι ορθό να ενσωματώνονται στις γνωστές επιδράσεις των βασικών συνιστωσών.

α). Ασυνήθιστα και ιδιαίτερα σημαντικά γεγονότα :

Ορισμένα γεγονότα τα οποία δεν επαναλαμβάνονται σε τακτικά χρονικά διαστήματα, αλλά επηρεάζουν απότομα και σοβαρά τις τιμές των Χρονολογικών Σειρών, αποτελούν ίδια κατηγορία προσδιοριστικών παραγόντων των Σειρών αυτών. Νομισματικές και δημοσιονομικές μεταβολές (υποτιμήσεις του Εθνικού νομίσματος έναντι των ξένων, νέα ριζικά φορολογικά μέτρα κ.λπ.), επαναστάσεις, επιστρατεύσεις, πόλεμοι, σεισμοί, πλημμύρες, ειδικοί εορτασμοί (π.χ. των 176 ετών από το 1821) αποτελούν παραδείγματα γεγονότων της εν λόγω κατηγορίας. Οι επιδράσεις από τα γεγονότα αυτά ενδέχεται να διαρκούν λίγο ή να διατηρούνται για περισσότερο χρόνο. Για παράδειγμα, μια μηνιαία γενική απεργία των εργαζόμενων σε όλους τους κλάδους της μεταποίησης θα προκαλέσει πολύ σημαντική μείωση της παραγωγής των κλάδων αυτών κατά το χρόνο της απεργίας. Επίσης έντονες και επίμονες φήμες για επικείμενη κήρυξη πολέμου εκμηδενίζουν τη ροή των ιδιωτικών κατα-



θέσεων προς τις τράπεζες, ενώ διογκώνουν τα αποθέματα τροφίμων και άλλων ειδών πρώτης ανάγκης με τα οποία συντηρείται η οικογένεια.

Προφανώς, οι παραπάνω επιδράσεις δεν περιλαμβάνονται στη συνίστα της Τάσης, γιατί είναι απότομοι, έντονοι και σποραδικοί. Επίσης δεν περιλαμβάνονται στην κυκλική και εποχική κύμανση γιατί είναι χρονικά άρρυθμοι. Τέλος για το λόγο ότι οι επιδράσεις αυτές είναι ποσοτικά πολύ έντονες και οφείλονται και σε γνωστές αιτίες, δεν είναι δυνατόν να ενταχθούν στη γενική κατηγορία των Άρρυθμων Κυμάνσεων.

β) Μετακινήσεις ημερομηνίας μεγάλων εορτών :

Είναι γνωστό ότι η ημερομηνία του εορτασμού του Πάσχα δεν είναι σταθερή σε όλα τα έτη γιατί μετακινείται μεταξύ Απριλίου και Μαΐου. Η μετακίνηση αυτή συνεπάγεται αντίστοιχη μεταφορά επιδράσεων μεταξύ των δυο αυτών μηνών ή των γειτονικών τους. Για παράδειγμα οι αυξημένες λιανικές πωλήσεις του Πάσχα, μεταφέρονται (έστω και μερικώς) από τον Απρίλιο στο Μάιο, όταν το Πάσχα μετατίθεται από τον Απρίλιο στον Μάιο. Το ίδιο ισχύει και για την πελατεία του ταχυδρομείου (επιστολές, ευχητήριες κάρτες, δέματα κ.λπ.) όπως και για την τουριστική κίνηση (ταξίδια αναψυχής λόγω εορτών, αργιών και σχολικών διακοπών του Πάσχα). Ανάλογη είναι η σημασία της μετακίνησης όλων των αξιόλογων κινητών εορτών.

γ) Αριθμός ημερών αργίας ή ημερών αιχμής κατά μήνα :

Ο αριθμός ημερών αργίας, δηλαδή των Κυριακών και των μεγάλων εθνικών, θρησκευτικών και άλλων εορτών, μεταβάλλεται μεταξύ των 12 μηνών



του έτους, με αποτέλεσμα να επηρεάζονται για το λόγο αυτό ορισμένα μεγέθη όπως οι μηνιαίες πωλήσεις των εμπορικών καταστημάτων, η μηνιαία κίνηση επιβατών στα αστικά λεωφορεία, οι μηνιαίες πωλήσεις εισιτηρίου θεάτρου, η μηνιαία κίνηση οχημάτων στις εθνικές οδούς και ο μηνιαίος αριθμός τροχαίων ατυχημάτων.

Ανάλογη επίδραση ασκεί και η διαφοροποίηση του αριθμού των ημερών αιχμής, τις οποίες έχει κάθε μήνας από τους δώδεκα του έτους. Παράδειγμα, το Σάββατο και την Κυριακή είναι ημέρες αιχμής για το θέατρο και τα κέντρα διασκέδασης ενώ το Σάββατο είναι ημέρα αιχμής για τα Super Market.

δ. Αριθμός ημερών κάθε μήνα :

Ως γνωστό, ο αριθμός ημερών του Ιανουαρίου είναι κατά 10% περίπου μεγαλύτερος του αριθμού ημερών του Φεβρουαρίου. Συνεπώς η Βιομηχανική παραγωγή είναι περίπου 10% μεγαλύτερη τον Ιανουάριο σε σύγκριση με τον Φεβρουάριο ανεξάρτητα τις εποχικές και άλλες διαφορές των δύο αυτών μηνών. Όμοια επειδή ο Ιούνιος έχει 30 ημέρες και ο Ιούλιος 31 (διαφορά περίπου 3%) η τουριστική κίνηση του Ιουλίου είναι μεγαλύτερη του Ιουνίου κατά 3% περίπου ανεξάρτητα των άλλων διαφορών των δύο αυτών μηνών.

Από τα παραπάνω παραδείγματα προκύπτει ότι εάν ενδιαφερθούμε να προσδιορίσουμε την γνήσια εποχική συνιστώσα κάθε μήνα είμαστε υποχρεωμένοι να εξουδετερώσουμε τις διαφορετικές επιδράσεις μεταξύ των 12 μηνών οι οποίες οφείλονται στον κυμαινόμενο αριθμό των συνολικών ημερών ή των ημερών αργίας και αιχμής των μηνών αυτών.



V). ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΤΩΝ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Είπαμε ότι οι τιμές μιας Χρονολογικής Σειράς διαμορφώνονται από την επίδραση τεσσάρων βασικών συνιστωσών, δηλαδή της Μακροχρόνιας Τάσης ($=T$) των Εποχικών Κυμάνσεων ($=S$), των Κυκλικών Κυμάνσεων ($=C$) και των Άρρυθμων ή Τυχαίων Κινήσεων ($=I$).

Ανάλυση μιας Χρονολογικής Σειράς σημαίνει, είτε να διερευνήσουμε κάθε μια ξεχωριστά από τις συνιστώσες της, είτε να απαλείψουμε μια ή περισσότερες συνιστώσες από τα αρχικά δεδομένα της σειράς (διαχωρισμός συνιστωσών μιας χρονοσειράς). Ο διαχωρισμός (decomposition) των συνιστωσών μιας Χρονολογικής Σειράς και εικότερα ο στατιστικός προσδιορισμός κάθε μιας από τις συνιστώσες μιας χρονοσειράς, είναι το κυριότερο αντικείμενο της λεγόμενης «Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών». Για να διαχωρίσουμε τις συνιστώσες μιας Χρονολογικής Σειράς, πρέπει να κάνουμε ορισμένες υποθέσεις για τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των τεσσάρων συνιστωσών μιας Χρονολογικής Σειράς. Στην πράξη υποθέτουμε ότι οι συνιστώσες μιας Χρονολογικής Σειράς συνδέονται με μια «προσθετική» ή με μια «πολλαπλασιαστική» σχέση.

Κατά την ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΗ ΣΧΕΣΗ υποθέτουμε ότι οι αρχικές τιμές μιας Χρονολογικής Σειράς ($=\Psi_t$) είναι το άθροισμα της τάσεως ($=T$), των Εποχικών κυμάνσεων ($=S$), των Κυκλικών Κυμάνσεων ($=C$), και των Άρρυθμων Κινήσεων ($=I$). Με βάση την παραπάνω υπόθεση προκύπτει το λεγόμενο προσθετικό υπόδειγμα :



$$\Psi = T + S + C + I \quad (1)$$

Κατά την πολλαπλασιαστική σχέση υποθέτουμε ότι οι τιμές μιας χρονοσειράς ($=\Psi_t$) είναι γινόμενο της Τάσης ($=T$), των Εποχικών Κυμάνσεων ($=S$), των Κυκλικών Κυμάνσεων ($=C$), και των Άρρυθμων κινήσεων ($=I$). Βάση αυτής της υπόθεσης προκύπτει το λεγόμενο πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα.

$$\Psi = T \times S \times C \times I \quad (2)$$



VI). ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Προκειμένου να επιχειρηθεί ο στατιστικός προσδιορισμός των συνιστωσών μιας Χρονολογικής Σειράς (Τάσεως, Εποχικών κυμάνσεων κ.λπ.) επιβάλλεται όπως στα αρχικά δεδομένα της Χρονολογικής Σειράς να διορθωθούν, για να αφαιρεθούν τυχόν επιδράσεις συστηματικών παραγόντων οι οποίοι διαφοροποιούν τα δεδομένα της Χρονολογικής Σειράς και δεν είναι συγκρίσιμα. Ενδεικτικά αναφέρουμε τις διορθώσεις που πρέπει να γίνονται στα αρχικά δεδομένα μιας Χρονολογικής Σειράς, ώστε να καταστούν συγκρίσιμα.

Διορθώσεις ημερών κάθε μήνα: Αν τα στατιστικά δεδομένα αφορούν τη μηνιαία παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας είναι προφανές ότι η παραγωγή μεταβάλλεται από μήνα σε μήνα, γιατί οι μήνες δεν είναι όλοι της ίδιας χρονικής διάρκειας και τα δεδομένα δεν είναι συγκρίσιμα. Για την διόρθωση είναι δυνατόν, είτε η μηνιαία παραγωγή να αναχθεί σε ημερήσια βάση (δηλαδή η μηνιαία παραγωγή θα διαιρεθεί δια 30, 31, 28, ή 29), είτε η παραγωγή να αναχθεί σε μήνα που έχει 30,4167 ημέρες ($365:12$). Δηλαδή, παραγωγή των μηνών με 31 ημέρες θα πολλαπλασιαστεί με τον συντελεστή 0,9811 ($=30,4167 :31$) και η παραγωγή των μηνών με 30 ημέρες θα πολλαπλασιαστεί με τον συντελεστή 1,0139 ($=30,4167:30$).

Διορθώσεις από την μεταβολή του πληθυσμού, έκτασης κ.λπ.:

Με την πάροδο του χρόνου ο πληθυσμός μιας χώρας μεταβάλλεται. Η μεταβολή αυτή επιφέρει μεταβολές στα διάφορα « Κατά κεφαλήν » στατιστικά μεγέθη (Εθνικό Εισόδημα, κατανάλωση κ.λπ.). Για να είναι συγκρίσιμα τα



αρχικά δεδομένα μιας Χρονολογικής Σειράς που αφορούν π.χ. πρέπει να διαιρείτε το συνολικό εθνικό εισόδημα ενός έτους δια του συνολικού πληθυσμού του ίδιου έτους, οπότε προκύπτει το « Κατά κεφαλήν » εισόδημα το οποίο μπορεί να συγκριθεί πλέον με το « Κατά κεφαλήν » εισόδημα άλλων ετών ή άλλων χωρών. Επίσης εάν τα αρχικά δεδομένα αναφέρονται στην ετήσια παραγωγή καπνού στην Ελλάδα τα τελευταία 50 έτη, επιβάλλεται στα δεδομένα της παραγωγής να διορθωθούν για τις εντός τις τελευταίας 100ετίας μεταβολές στις καλλιεργούμενες εκτάσεις με καπνό (αναγωγή σε παραγωγή κατά στρέμματα).

Διορθώσεις από τις μεταβολές στην αγοραστική αξία του χρήματος:

Με την πάροδο του χρόνου η αγοραστική αξία του χρήματος μεταβάλλεται δηλαδή χρηματικά ποσά μιας σειράς ετών (σε τρέχουσες τιμές) δεν είναι συγκρίσιμα. Για να γίνουν συγκρίσιμα (της αγοραστικής δύναμης) πρέπει να αποπληθωριστούν με τον κατάλληλο αποπληθωριστή. Ως αποπληθωριστής των διαφόρων χρηματικών αξιών χρησιμοποιείται συνήθως ο Δείκτης τιμών καταναλωτή (τιμάρithμος). Επίσης τα αρχικά δεδομένα μιας σειράς μηνών ή ετών του Δείκτη αξίας λιανικών πωλήσεων των εμπορικών καταστημάτων δεν είναι συγκρίσιμα μεταξύ τους, γιατί περιέχουν και τον όγκο των πωλουμένων εμπορευμάτων και τις τιμές τους. Διαιρώντας όμως κάθε δείκτη αξίας λιανικών πωλήσεων της σειράς με τον αντίστοιχο δείκτη τιμών καταναλωτή αφαιρούμε την επίδραση των τιμών και μπορούμε πλέον να αναλύσουμε τα δεδομένα του αποπληθωρισμένου δείκτη αξίας, τα οποία είναι πλέον συγκρίσιμα, γιατί εκφράζουν τον όγκο των πωλήσεων.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β'

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ

Ι.) ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ

Υπάρχουν πολλοί λόγοι, οι οποίοι επιβάλλουν το στατιστικό προσδιορισμό (μέτρηση) της τάσεως μιας Χρονολογικής Σειράς.

Οι σπουδαιότεροι λόγοι (σκοποί) είναι οι ακόλουθοι :

α) Πρώτος και σπουδαιότερος λόγος (σκοπός) προσδιορισμού της τάσεως είναι να προβάσουμε την Τάση στο μέλλον σαν μακροπρόθεσμη πρόβλεψη. Αν η αύξηση (μείωση) του παρελθόντος ήταν σταθερή και οι συνθήκες που καθόρισαν αυτή την αύξηση, (μείωση) μπορούν λογικά να αναμένονται ότι θα επικρατήσουν και στο μέλλον, τότε μια γραμμή (καμπύλη) τάσεως μπορεί να προεκταθεί στο μέλλον για 5 ή 10 χρόνια, για να εκτιμηθούν οι τιμές της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς.

β) Ο δεύτερος σκοπός προσδιορισμού της τάσεως αποβλέπει στην εξάλειψη (αφαίρεση) της τάσεως από τα αρχικά δεδομένα μιας χρονολογικής σειράς. Η αφαίρεση της τάσεως είναι απαραίτητη όταν, για διαφόρους λόγους, θέλουμε να προσδιορίσουμε τις διάφορες βραχυχρόνιες κινήσεις της χρονολογικής σειράς γύρω από την τάση που είναι συνήθως οι εποχικές και οι κυκλικές κυμάνσεις.



γ) άλλοι λόγοι οι οποίοι επιβάλλουν το στατιστικό προσδιορισμό (μέτρηση) της τάσεως μιας χρονολογικής σειράς, είναι :

1. Για να επισημανθούν οι παράγοντες που επιδρούν πάνω στην τάση
2. Για να καταστεί δυνατή η σύγκριση της τάσεως μιας χρονολογικής σειράς με την τάση άλλης χρονολογικής σειράς.
3. Για να αποκαλυφθεί πια επίδραση ασκεί η τάση πάνω στις εποχικές και κυκλικές κυμάνσεις, κ.α.

Για το στατιστικό προσδιορισμό της τάσεως υπάρχουν διάφορες μέθοδοι, οι κυριότερες από αυτές είναι :

- α) Χάραξη της τάσεως με το χέρι (free hand method)
- β) Μέθοδος των μέσων σημείων (semi - average method)
- γ) Μέθοδος των κινητών μέσων όρων (method of moving Averages)
- δ) Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (method of last squares)

ΙΑ) ΧΑΡΑΞΗ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΟ ΧΕΡΙ

Η πιο απλή μέθοδος προσδιορισμού της τάσεως μιας χρονολογικής σειράς είναι η χάραξη της τάσεως με το χέρι. Η χάραξη της τάσεως με το χέρι λέγεται και γραφική μέθοδος και γίνεται ως εξής :

- α) Οι διαθέσιμες τιμές της χρονολογικής σειράς απεικονίζονται σε χρονοδιάγραμμα παρόμοιο με τα διαγράμματα.



β) Ο ερευνητής με μεγάλη προσοχή, χαράζει ελεύθερα πάνω στο χρονοδιάγραμμα μια στενή ευθεία γραμμή (ή καμπύλη) η οποία πρέπει να περνάει ανάμεσα από την πολυγωνική κεντρική μακροχρόνια κίνηση της χρονολογικής σειράς. Η γραμμή αυτή αναπαριστάνει την τάση της χρονολογικής σειράς και θα ήταν αυτή αν δεν επιδρούσαν επί των τιμών της χρονολογικής σειράς οι διάφοροι εκείνοι παράγοντες, οι οποίοι οφείλονται στις λοιπές τρεις κινήσεις (εποχικές, κυκλικές, και άρρυθμες). Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι :

α) Η απλότητα

β) Χρησιμοποιείται αντί μαθηματικής εξίσωσης

γ) Αν χαραχτεί προσεκτικά η γραμμή τότε αυτή αποτελεί άριστη προσέγγιση της γραμμής της τάσεως, η οποία χαράζεται βάση μαθηματικής εξίσωσης.

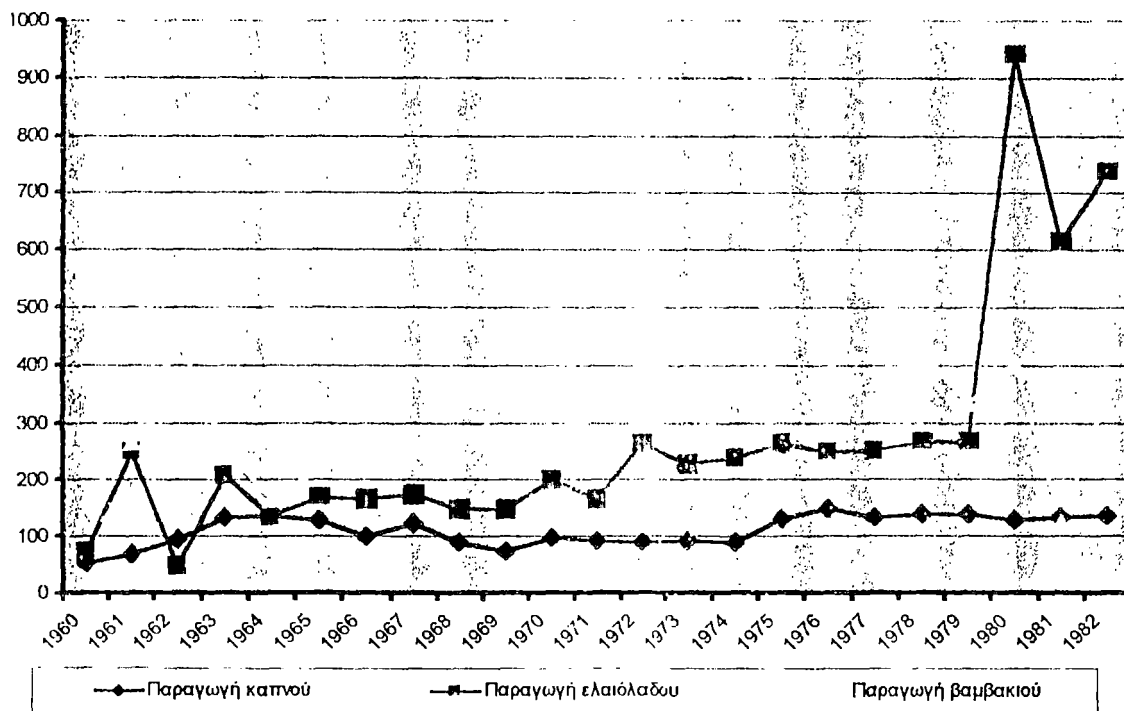
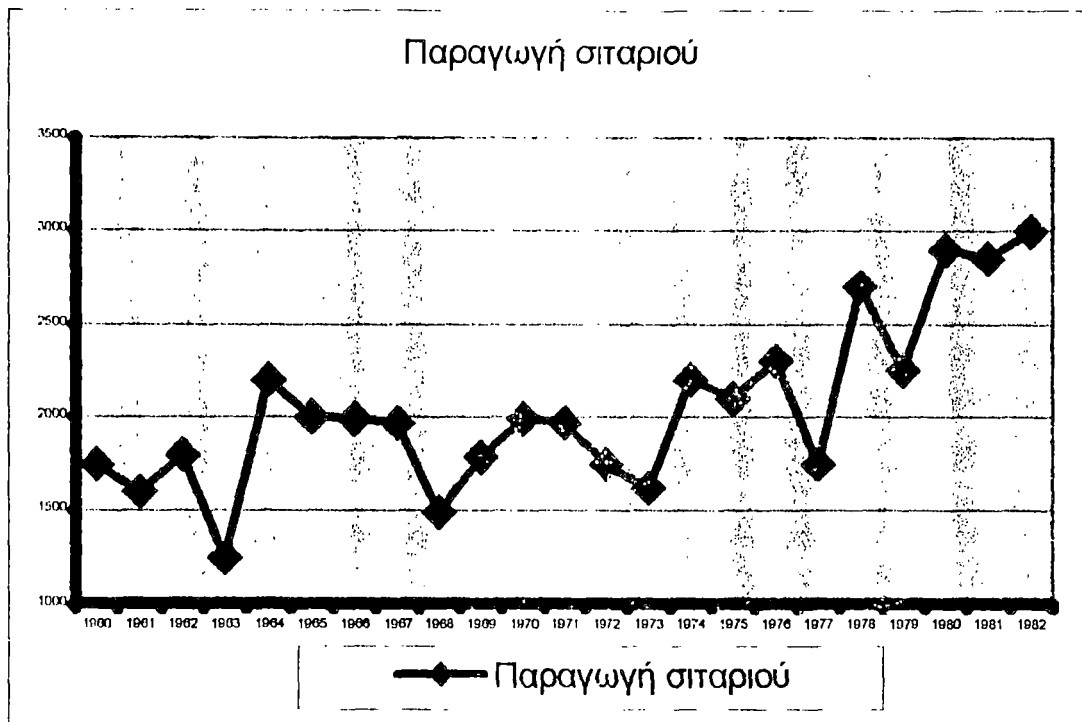
Τα μειονεκτήματα της μεθόδου είναι :

α) Η χάραξη είναι τελείως υποκειμενική, γιατί εξαρτάται από την προσωπική εκτίμηση του ερευνητή.

β) απαιτείται μεγάλη εξάσκηση, ώστε η χάραξη της τάσεως να είναι ο επιτυχής και να απεικονίζει την μακροχρόνια κίνηση της χρονολογικής σειράς.



Διάγραμμα 2.2



Πίνακας 2.3

Γενικός δείκτης αξίας λιανικών πωλήσεων (1976 - 1983)

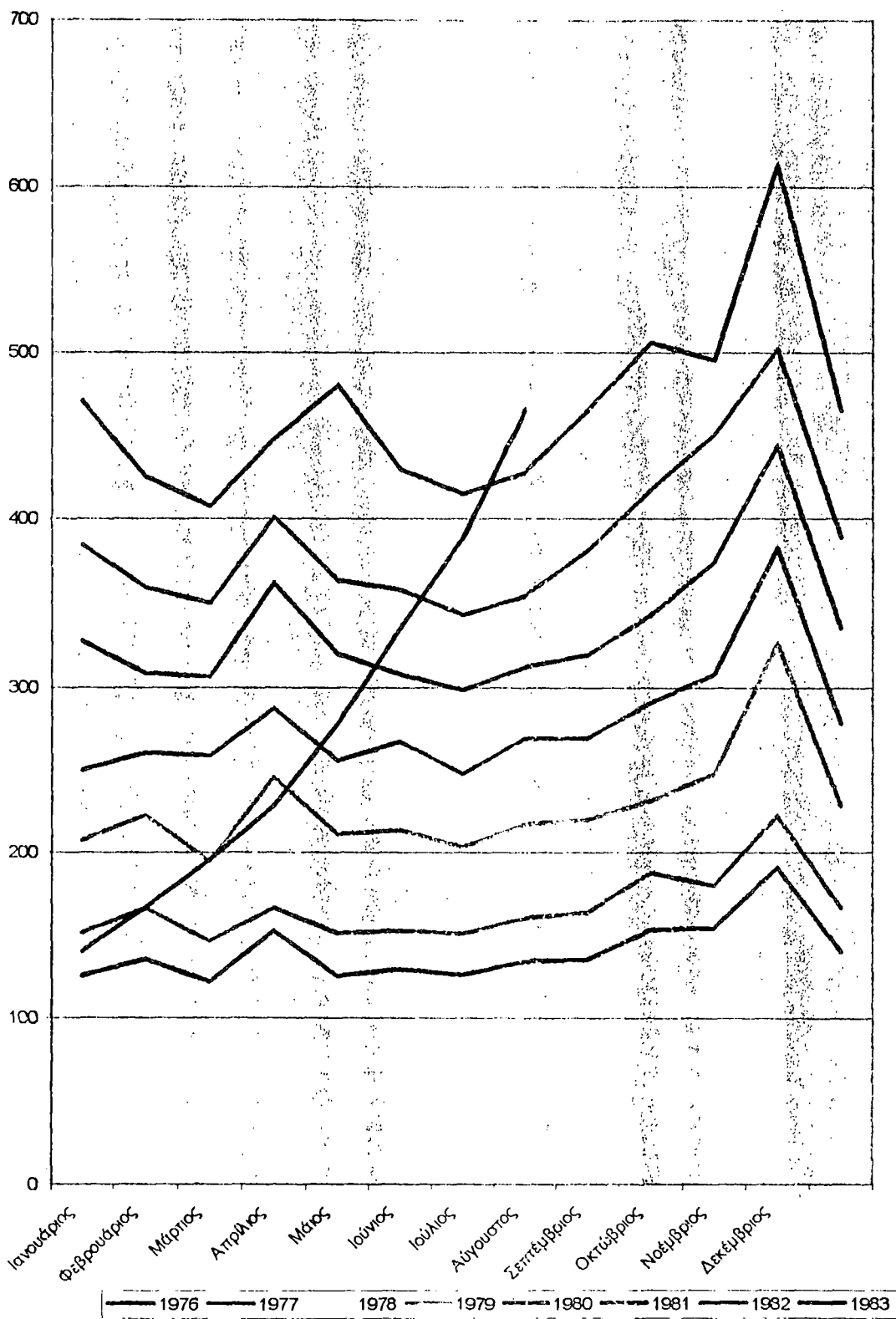
(Περιλαμβάνει το σύνολο των περιοχών της Ελλάδος)

Βάση : Ιούνιος 1974 = 100

Έτος Μήνας	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
Ιανουάριος	125,3	151,4	175,3	207,7	249,8	327,2	384,4	470,9
Φεβρουάριος	135,4	166,0	196,1	222,9	260,6	308,5	359,1	425,3
Μάρτιος	122,0	146,3	173,6	194,6	258,7	306,3	350,0	407,5
Απρίλιος	152,6	166,3	211,8	245,6	287,3	361,7	401,1	448,1
Μάιος	125,5	151,1	178,9	211,2	255,7	319,7	363,5	480,5
Ιούνιος	129,5	152,7	179,3	213,9	267,4	308,0	358,0	429,8
Ιούλιος	126,1	150,8	171,7	203,5	247,5	298,7	342,6	415,1
Αύγουστος	134,0	160,1	178,9	217,2	269,2	312,2	354,0	427,7
Σεπτέμβριος	135,5	163,9	188,1	220,2	269,4	319,4	381,1	465,7
Οκτώβριος	153,0	187,5	209,2	231,6	290,8	342,7	417,7	506,2
Νοέμβριος	154,6	179,9	209,5	247,6	307,8	374,4	450,8	495,6
Δεκέμβριος	191,0	222,6	272,1	326,7	382,8	444,1	502,4	613,5
Μέσος όρος	140,4	166,6	195,4	228,6	278,7	335,2	388,7	465,5

Πηγή : Ε.Σ.Υ.Ε. « Στατιστική Επετηρίδα της Ελλάδος, 1982 », Αθήνα 1983





ΙΒ.) ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

Η μέθοδος των μέσων σημείων στηρίζεται στην αρχή ότι : Από δυο σημεία του επιπέδου περνάει ευθεία γραμμή, από τρία σημεία περνάει καμπύλη δευτέρου βαθμού, από τέσσερα σημεία καμπύλη τρίτου βαθμού κ.λπ..

Αν από τη γραφική απεικόνιση διαπιστωθεί ότι η χρονολογική σειρά έχει γραμμική τάση τότε οι τιμές της χρονολογικής σειράς υποδιαιρούνται σε δυο (κατά το δυνατό) ισοπληθείς ομάδες και υπολογίζονται οι μέσοι όροι των δυο ομάδων (μέσοι της μεταβλητής Ψ και της μεταβλητής E). Ο προσδιορισμός της ευθείας τάσεως γίνεται με τον τύπο : τύπος 2,3

$$\frac{\Psi_t - \Psi_1}{\Psi_2 - \Psi_1} = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}$$

όπου Ψ_1 = μέσος δεδομένων πρώτης ομάδας

Ψ_2 = μέσος δεδομένων δεύτερης ομάδας

t_1 = μέσος χρονολογικής περιόδου πρώτης ομάδας

t_2 = μέσος χρονολογικής περιόδου δεύτερης ομάδας

Αν τώρα από τη γραφική απεικόνιση προκύψει ότι η χρονολογική σειρά έχει καμπυλόγραμμη τάση (π.χ. προβολή δευτέρου βαθμού της μορφής, $\hat{\Psi} \cdot t = \alpha + \beta \cdot t + \gamma \cdot t^2$), τότε οι τιμές της χρονολογικής σειράς υποδιαιρούνται σε τρεις (κατά το δυνατό) ισοπληθείς ομάδες και υπολογίζονται οι αντίστοιχοι



τρεις μέσοι όροι αυτών (t_1, ψ_1) , (t_2, ψ_2) , (t_3, ψ_3) . Οι σταθερές α , β , γ , προσδιορίζονται από την επίλυση του συστήματος :

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \alpha + \beta \cdot t_1 + \gamma \cdot t_1^2 \\ \psi_2 &= \alpha + \beta \cdot t_2 + \gamma \cdot t_2^2 \\ \psi_3 &= \alpha + \beta \cdot t_3 + \gamma \cdot t_3^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Η μέθοδος των μέσων σημείων εφαρμόζεται συνήθως σε γραμμικές τάσεις ή το πολύ σε τάσεις δευτέρου βαθμού.



Παράδειγμα 2.5

Στον πίνακα 2,5 δίνεται ο αριθμός των κυκλοφορούντων επιβατικών αυτοκινήτων σε χιλ. στην Ελλάδα κατά τα έτη 1968 - 1983. Να προσδιοριστεί η γραμμική τάση με την μέθοδο των μέσων σημείων.

Πίνακας 2.5

Έτος T_i	Αυτοκίνητα (σε χιλ.) Ψ_t	$t_i = T_i - 1967$
1968	170,0	1
1969	195,3	2
1970	226,9	3
1971	264,0	4
1972	303,1	5
1973	346,7	6
1974	377,2	7
1975	438,5	8
	$2.321,7 : 8 = 290,2 = \psi_1$	$36 : 8 = 4,5 = t_1$
1976	509,3	9
1977	620,8	10
1978	728,2	11
1979	822,0	12
1980	862,6	13
1981	911,2	14
1982	999,3	15
1983	1.074,5	16
	$6.527,9 : 8 = 816 = \psi_2$	$100 : 8 = 12,5 = t_2$



Αντικαθιστούμε τα Ψ_1, Ψ_2, t_1, t_2 , στη σχέση 13,3 και έχουμε :

$$\frac{\hat{\Psi}_t - 290,2}{816 - 290,2} = \frac{t - 4,5}{12,5 - 4,5}$$

εκτελούμε τις πράξεις και βρίσκουμε την παρακάτω εξίσωση τάσεως :

$$\hat{\Psi}_t = -5,563 + 65,725 \cdot t$$

Αρχή ($t=0$) : το έτος 1967, μονάδα : το έτος. Ο συντελεστής $\beta = + 65,725$ εκφράζει τη μέση ετήσια αύξηση των κυκλοφορούντων επιβατικών αυτοκινήτων στην Ελλάδα κατά την περίοδο 1968 - 1983 (δηλ. τα κυκλοφορούντα επιβατικά αυτοκίνητα αυξάνονταν κάθε χρόνο, κατά το μέσο όρο, κατά 65,725 αυτοκίνητα.

Εάν τώρα θέλουμε να εκτιμήσουμε (προβλέψουμε) τον αριθμό των κυκλοφορούντων επιβατικών αυτοκινήτων για το έτος 1984, θα πρέπει να αντικαταστήσουμε στην εξίσωση τάσεως όπου $t=17$, οπότε :

$$\Psi_{1984} = - 5,563 + 65,725 \times 17 = 1111,76 \text{ χιλ. αυτοκίνητα.}$$

Ιγ.) ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΚΙΝΗΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΟΡΩΝ

Ο στατιστικός προσδιορισμός της μακροχρόνιας τάσης μπορεί να γίνει και με τη Μέθοδο των Κινητών Μέσων. (method of moving averages).

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για την εξάλειψη (απαλοιφή) των κυκλικών και των εποχικών κυμάνσεων, καθώς και των τυχαίων επιδράσεων. Βασική προϋπόθεση είναι ότι η περίοδος του κύκλου ή της (περιοδικής κίνησης) είναι σταθερά (δηλαδή διαρκεί πάντοτε π.χ. πέντε έτη εντός των ο-



ποίων εξαντλείτε πλήρως η ανοδική και καθοδική κίνηση) και επιπλέον ότι οι ανοδικές και καθοδικές κινήσεις (του κύκλου και της περιοδικής κινήσεως) επαναλαμβάνονται απaráλλακτα.

Αν έχουμε μια χρονολογική σειρά, η οποία έχει και μακροχρόνια τάση και κυκλικές κυμάνσεις σταθεράς περιόδου και θέλουμε να εξαλείψουμε την κυκλική συνιστώσα, τότε εφαρμόζουμε την μέθοδο των κινητών μέσων σταθερού μήκους, το μήκος του κινητού μέσου είναι η περίοδος του κύκλου. Οι χρονολογικές σειρές που εξομαλύνονται με την μέθοδο των κινητών μέσων, είναι απαλλαγμένες από την κυκλική συνιστώσα και εμφανίζουν μόνο τις επιδράσεις από την μακροχρόνια τάση. Για τον υπολογισμό των κινητών μέσων όρων μπορούμε να μπορούμε να χρησιμοποιούμε αστάθμητους και σταθμικούς κινητούς μέσους όρους. Για λόγους απλότητας θα χρησιμοποιήσουμε αστάθμητους κινητούς μέσους όρους. Η διαδικασία του υπολογισμού των (αστάθμητων) κινητών μέσων συνίσταται στον υπολογισμό διαδοχικών μέσων όρων μιας χρονολογικής σειράς ανά ορισμένα χρονικά διαστήματα.

Αν η εξεταζόμενη χρονολογική σειρά είναι της μορφής :

$\psi_t : \psi_1, \psi_2 \dots \psi_n$

τότε η εξομάλυνση αυτής (δηλ. η απαλοιφή της επιδράσεως των περιοδικών κινήσεων) γίνεται με δυο τρόπους :

α) Μήκος κύκλου περίττο πλήθος ετών. Η διαδικασία υπολογισμού των κινητών μέσων φαίνεται στον



Πίνακα 2.6.

Έτος t	Ψ_t	κινητά αθροίσματα 3 διαδοχικών ετών	3ετείς κινητοί μέσοι όροι
1	Ψ_1	—	
2	Ψ_2	$\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3$	$\frac{1}{3}(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3)$
3	Ψ_3	$\Psi_2 + \Psi_3 + \Psi_4$	$\frac{1}{3}(\Psi_2 + \Psi_3 + \Psi_4)$
4	Ψ_4	$\Psi_3 + \Psi_4 + \Psi_5$	$\frac{1}{3}(\Psi_3 + \Psi_4 + \Psi_5)$
5	Ψ_5	$\Psi_4 + \Psi_5 + \Psi_6$	$\frac{1}{3}(\Psi_4 + \Psi_5 + \Psi_6)$
6	Ψ_6	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Παράδειγμα 2

Για την πλήρη κατανόηση και εμπέδωση της διαδικασίας υπολογισμού των κινητών μέσων όρων παραθέτουμε τον πίνακα 2,7, στον οποίο φαίνονται οι υπολογισμοί των κινητών μέσων 5 ετών της χρονολογικής σειράς « παραγωγή σιταριού στην Ελλάδα κατά την περίοδο 1960 - 1981 ». Η στήλη 3 του πίνακα 2,7 δείχνει ότι παίρνουμε διαδοχικά αθροίσματα 5 διαδοχικών όρων. Κάθε άθροισμα των 5 διαδοχικών όρων αναγράφεται απέναντι από τον κεντρικό όρο των 5, γιατί αυτό θεωρείται ότι αντιστοιχεί στο κέντρο της χρονικής περιόδου στην οποία αναφέρεται. Διαιρώντας κάθε άθροισμα της στήλης 3 δια του



5 βρίσκουμε τους κινητούς μέσους 5 ετών (στήλη 4) οι οποίοι παρέχουν την Τάση ($\psi_t = T$) της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς, η οποία παριστάνεται με την διακεκριμένη γραμμή στο Διάγραμμα 2,2 και αποτελεί ικανοποιητική εκτίμηση της τάσεως για την παραγωγή σιταριού κατά την περίοδο 1960 - 1981. Δεν δίνονται οι τιμές της τάσεως για τα δυο πρώτα και τα δυο τελευταία χρόνια της δοσμένης χρονολογικής σειράς. Αυτό είναι ένα από τα μειονεκτήματα της μεθόδου των κινητών μέσων όρων.

β) Μήκος κύκλου, άρτιο πλήθος ετών. Αν η περίοδος του κύκλου είναι άρτιος αριθμός ετών (τριμήνων), τότε η τιμή της τάσεως (ψ_t) θα τοποθετείται, μεταξύ δυο κεντρικών ετών και επομένως, για τον υπολογισμό της τάσεως για κάθε έτος θα ληφθεί νέος κινητός μέσος δυο διαδοχικών μέσων όρων.



Πίνακας 2.7

Υπολογισμός κινητών μέσων 5 ετών της χρονολογικής σειράς :
 $\Psi_t = \text{' Παραγωγή σιταριού στην Ελλάδα (1960 - 1981) '}$

Έτος (1)	Ψ_t (2)	Κινητά αθροίσματα 5 διαδοχικών ετών (3)	Κινητοί μέσοι 5 ε- τών ($\Psi_t = T$) (4) = Στήλη (3) :5
1960	1.692	—	—
1961	1.594	—	—
1962	1.770	8.613	1.722,6
1963	1.387	8.910	1.782,0
1964	2.170	9.275	1.855,0
1965	1.989	9.353	1.870,6
1966	1.959	9.481	1.896,2
1967	1.848	9.063	1.812,6
1968	1.515	9.043	1.808,6
1969	1.752	9.017	1.803,4
1970	1.969	8.937	1.787,4
1971	1.933	9.104	1.820,8
1972	1.768	9.504	1.900,8
1973	1.682	9.655	1.931,0
1974	2.152	10.098	2.019,6
1975	2.120	10.096	2.019,2
1976	2.376	11.118	2.223,6
1977	1.766	11.373	2.274,6
1978	2.704	12.223	2.444,6
1979	2.407	12.792	2.558,4
1980	2.970	—	—
1981	2.945	—	—





Η διαδικασία υπολογισμού της τάσεως της χρονολογικής σειράς « παραγωγή σιταριού 1960 - 1981 » με την μέθοδο των κινητών μέσων, με μήκος κύκλου 4 έτη φαίνεται στον πίνακα 2,8. Ο πίνακας καταρτίζεται ως εξής:

α) Παίρνουμε τα αθροίσματα 4 διαδοχικών όρων, τα οποία αναγράφουμε μεταξύ δυο κεντρικών ετών, ώστε το άθροισμα αυτό να αντιστοιχεί ακριβώς στο κέντρο της χρονικής περιόδου στην οποία αναφέρεται (βλ. στήλη 3). β) Βρίσκουμε τους κινητούς μέσους των αθροισμάτων αυτών και τους αναγράφουμε στην ίδια γραμμή με το άθροισμα από το οποίο προέκυψαν. (βλ. στήλη 4). γ) Για να αντιστοιχίσουμε τώρα τους κινητούς μέσους με τα έτη της σειράς, αθροίζουμε αυτούς ανά δυο και το άθροισμα τους αναγράφουμε έναντι του έτους, το οποίο βρίσκεται μεταξύ των δυο κινητών μέσων (βλ. στήλη 5). δ) Διαιρώντας τώρα κάθε άθροισμα της στήλης 5 δια δυο (2) βρίσκουμε τους κινητούς μέσους της στήλης 6, οι οποίοι αποτελούν την Τάση της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς. Φυσικά, δεν είναι δυνατό να υπολογιστούν οι τιμές της τάσεως για τα δυο πρώτα και τα δυο τελευταία χρόνια.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου των κινητών μέσων είναι :

α) Δεν χρειάζονται πολύπλοκοι υπολογισμοί για τον προσδιορισμό της τάσεως και την απαλοιφή των περιοδικών κινήσεων.

β) Δεν απαιτεί υιοθέτηση οποιαδήποτε μαθηματικού υποδείγματος (ευθείας γραμμής ή καμπύλης 2^{ου}, 3^{ου}, κ.λπ. βαθμού).



γ) Όπως θα δούμε πιο κάτω, η μέθοδος των κινητών μέσων χρησιμοποιείται για το στατιστικό προσδιορισμό των εποχικών και κυκλικών κυμάνσεων.

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου των κινητών μέσων είναι :

α) Οι τιμές της τάσεως δεν είναι δυνατόν να υπολογιστούν για $2m$ παρατηρήσεις, m στην αρχή και στο τέλος της χρονολογικής σειράς. Το m προσδιορίζεται από τις σχέσεις : $2m + 1 =$ περιτό πλήθος και $2m =$ άρτιο πλήθος περιόδων κύκλου. Οι χρονολογικές σειρές όμως που εξετάζουμε δεν διαρκούν πολλά χρόνια συνεπώς, η απώλεια αυτή είναι πολύ σημαντική.

β) Δεν εξαλείφονται, αναγκαστικά όλες οι τυχαίες επιδράσεις (οι πού ακραίες τιμές διατηρούνται).

γ) Το σημαντικότερο μειονέκτημα είναι ότι η μέθοδος των κινητών μέσων δεν προσφέρεται για προβολή της χρονολογικής σειράς στο μέλλον, δηλαδή δεν μπορούμε να κάνουμε προβλέψεις.

δ) Η μέθοδος των κινητών μέσων όρων, για να δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, θα πρέπει : ① το μήκος του κύκλου να είναι σταθερό, ② να μην υπάρχουν στα δεδομένα της χρονολογικής σειράς πολύ χαμηλές ή πού υψηλές τιμές, οι οποίες επηρεάζουν γενικά τους μέσους όρους.



Πίνακας 2.8

Υπολογισμός κινητών μέσων 4 ετών της χρονολογικής σειράς :
Ψt = ' Παραγωγή σιταριού '

Έτος	Ψt	Κινητά α- θροίσματα 4 ετών	Κινητοί μέ- σοι 4 ετών (4) = (3) : 4	Αθροίσματα δυο διαδοχ. Κινητών μέσων στήλης (4)	Κινητοί μέ- σοι 4 ετών (Ψt)
(1)	(2)	(3)		(5)	(6) = (5) : 2
1960	1.692	=	—	—	—
1961	1.594	}	—	—	—
1962	1.770		6.443	1.610,75	}
1963	1.387	6.921	1.730,25	3.559,25	
1964	2.170	7.316	1.829,00	3.705,25	1.852,63
1965	1.989	7.505	1.876,25	3.867,75	1.933,88
1966	1.959	7.966	1.991,50	3.819,25	1.909,63
1967	1.848	7.311	1.827,75	3.596,25	1.798,13
1968	1.515	7.074	1.768,50	3.539,50	1.769,75
1969	1.752	7.084	1.771,00	3.563,25	1.781,63
1970	1.969	7.169	1.792,25	3.647,75	1.823,88
1971	1.933	7.422	1.855,50	3.693,50	1.846,75
1972	1.768	7.352	1.838,00	3.721,75	1.860,88
1973	1.682	7.535	1.883,75	3.814,25	1.907,13
1974	2.152	7.722	1.930,50	4.013,00	2.006,50
1975	2.120	8.330	2.082,50	4.186,00	2.093,00
1976	2.376	8.414	2.103,50	4.345,00	2.172,50
1977	1.766	8.966	2.241,50	4.554,75	2.277,38
1978	2.704	9.253	2.313,25	4.775,00	2.387,50
1979	2.407	9.847	2.461,75	5.218,25	2.609,13
1980	2.970	11.026	2.756,50	—	—
1981	2.945	—	—	—	—



16.) ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ.

Οι μέθοδοι προσδιορισμού της μακροχρόνιας τάσεως που αναφέραμε στις προηγούμενες παραγράφους, αν και έχουν ορισμένα πλεονεκτήματα, δεν χρησιμοποιούνται συχνά στην Πράξη, γιατί δεν παρέχουν τις άριστες εκτιμήσεις ή δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προβλέψεις (π.χ. η μέθοδος των κινητών μέσων).

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται συνήθως για τον προσδιορισμό της μακροχρόνιας τάσεως μιας χρονολογικής σειράς, συνίσταται στην προσαρμογή (στα αρχικά δεδομένα μιας χρονοσειράς) μιας γραμμής ή καμπύλης η οποία περιγράφει τη μακροχρόνια κίνηση της σειράς και επιτρέπει την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς. Η προσαρμογή (στα δεδομένα της παρατηρήσεως) μιας τέτοιας γραμμής - η οποία ονομάζεται ευθεία τάσεως - γίνεται με τη (γνωστή από την παλινδρόμηση) μέθοδο των ελαστικών τετραγώνων.

Αν οι τιμές μιας χρονολογικής σειράς ψ_t σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο, τότε για την αναπαράσταση της τάσεως της ψ_t θα χρησιμοποιηθεί γραμμικό υπόδειγμα της μορφής :

$$\psi_t = \alpha + \beta \cdot t_i$$

όπου : ψ_t = τιμές της τάσης

$$t_i = T_i - T_0$$



T_i = χρόνος (έτη, τρίμηνα, κ.λπ.)

T_0 = Αρχή ($t = 0$) της χρονοσειράς.

Η σταθερά a της εξίσωσης 2,5 δίνει την τιμή της τάσεως που αντιστοιχεί σε $t = 0$. Η σταθερά β είναι ο συντελεστής κατευθύνσεως (η κλίση) της ευθείας τάσεως και εκφράζει την μέση ετήσια μεταβολή (αύξηση ή μείωση) της τάσεως. Αν το β έχει θετικό πρόσημο ($\beta > 0$), τότε η χρονολογική σειρά θα έχει ανοδική τάση, ενώ όταν το β έχει αρνητικό πρόσημο ($\beta < 0$), τότε η χρονολογική σειρά θα έχει καθοδική τάση. Αν τώρα το ($\beta = 0$), η χρονοσειρά δεν έχει τάση και κινείται παράλληλα με τον οριζόντιο άξονα.

Για τον προσδιορισμό των σταθερών a και β της εξισώσεως τάσεως 2,5 εφαρμόζεται η μέθοδος των ελαστικών τετραγώνων¹, αφού λύσουμε το παρακάτω σύστημα κανονικών εξισώσεων. ($\sum \psi_t = \sum \psi_t + \sum t$ & $\sum t = \sum t$)

$$\sum \psi = n \cdot a + \beta \cdot \sum t \quad (2,6)$$

Αν τώρα ως αρχή ($t=0$) ληφθεί το κεντρικό έτος της χρονολογικής σειράς, τότε το $\sum t = 0$, οπότε το σύστημα των εξισώσεων (2.6) και (2.7) παίρνει την ακόλουθη απλοποιημένη μορφή :

$$\sum \psi = n \cdot a \Rightarrow a = \frac{\sum \psi}{n} \quad (2,8)$$

$$\sum \psi \cdot t = \beta \cdot \sum t^2 \Rightarrow \beta = \frac{\sum \psi \cdot t}{\sum t^2} \quad (2,9)$$

¹ Θεοδ' Αποστολοπούλου σελ. 494



Το τυπικό σφάλμα εκτιμήσεως των τιμών της παρατηρήσεως της χρονολογικής σειράς γύρω από την γραμμή της τάσεως, υπολογίζεται με το γνωστό από την Παλινδρόμηση τύπο :

$$S_{\psi \cdot t} = \sqrt{\frac{\sum \psi^2 - (\alpha \cdot \sum \psi + \beta \cdot \sum \psi \cdot t)}{n-2}} \quad (2,10)$$

Το $S_{\psi \cdot t}$ εκφράζει την, κατά μέσο όρο, διασπορά των τιμών της παρατηρήσεως γύρω από την γραμμή της τάσεως. Όσο η τιμή του $S_{\psi \cdot t}$ τείνει προς το μηδέν, τόσο καλύτερα η εξίσωση (ευθεία) της τάσεως προσαρμόζεται στα εμπειρικά δεδομένα της χρονολογικής σειράς. Δηλαδή, αν θέλουμε να διαπιστώσουμε σε ποια γραμμή η καμπύλη 2^{ου} ή, 3^{ου} κ.λπ. βαθμού προσαρμόζονται τα δεδομένα μιας χρονολογικής σειράς, υπολογίζουμε τα τυπικά σφάλματα εξισώσεων τάσεως 1^{ου}, 2^{ου}, 3^{ου}, κ.λπ. βαθμού και επιλέγουμε εκείνη τη μορφή εξίσωσης που έχει το μικρότερο τυπικό σφάλμα εκτιμήσεως.

Για τον στατικό προσδιορισμό της εξισώσεως της γραμμικής μορφής τάσεως διακρίνουμε δυο περιπτώσεις :

Αριθμός όρων χρονολογικής σειράς περιττός (μονός).

Παράδειγμα : Στη στήλη (2) του πίνακα 2,9 σελ 495 δίνονται τα ετήσια αθροίσματα των κυκλοφορούντων επιβατικών αυτοκινήτων στην Ελλάδα κατά την περίοδο 1966 - 1982. Αν παίρνουμε σαν αρχή το έτος 1966 = T_0 , τότε : $t_i = T_i - 1966$, οπότε η στήλη (3) παίρνει τις τιμές : $t = 0, 1, 2, 3, \dots, 16$.

Οι απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή γραμμικής τάσεως στη δοσμένη χρονολογική σειρά φαίνονται στις στήλες (2), (3), (4) & (5) του πίνακα 2,9 από τον οποίο προκύπτουν :



$$n = 17, \Sigma\psi = 8.042, \Sigma t = 136, \Sigma\psi \cdot t = 87.587,8, \Sigma t^2 = 1.496$$

Αντικαθιστώντας στο σύστημα των εξισώσεων (2,6) και (2,7) έχουμε:

$$8.42 = 17 \cdot \alpha + 136 \cdot \beta$$

$$87.587,8 = 136 \cdot \alpha + 1.496 \cdot \beta$$



Πίνακας 2.9

Απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή γραμμικής τάσης επί των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1966 - 1982) σε χιλιάδες.

Ετος Τι (1)	Αυτοκί- νητο Ψ (2)	t (3)	Ψ*t (4)	T ² (5)	T (6)	Ψ*t (7)	t ² (8)	Τιμές Τά- σης Ψ (9)
1966	122,5	0	0,0	0	-8	-980,0	64	17
67	144,4	1	144,4	1	-7	-1010,8	49	74
68	170,0	2	340,0	4	-6	-1020,8	36	131
69	195,3	3	585,9	9	-5	-976,5	25	171
1970	226,9	4	907,6	16	-4	-907,6	16	245
71	264,0	5	1.320,0	25	-3	-792,0	9	302
72	303,1	6	1.818,6	36	-2	-606,2	4	359
73	346,7	7	2.426,9	49	-1	-346,7	1	416
1974	377,2	8	3.017,6	64	0	0,0	0	473
75	438,6	9	3.947,4	81	1	438,6	1	530
76	509,3	10	5.093,0	100	2	1018,6	4	587
77	620,8	11	6.828,8	121	3	1862,4	9	644
78	728,2	12	8.738,4	144	4	2912,8	16	701
79	822,0	13	10.686,0	169	5	4110,0	25	758
1980	862,6	14	12.076,4	196	6	5175,6	36	815
81	911,2	15	13.688,0	225	7	6378,4	49	872
82	999,3	16	15.988,8	256	8	7994,4	64	929
Σύνολο	8.042,0	136	87.587,8	1.496	0	23251,0	408	
	Σψ	Σt	Σψxt	Σt ²	Σt	Σψxt	Σt ²	



Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε :

$$\alpha = 17,139 \quad \text{και} \quad \beta = 56,99$$

Συνεπώς, η εξίσωση της ευθείας τάσεως είναι:

$$\psi = 17,139 + 56,990 \cdot t \quad (\alpha)$$

$$t = 0,1,2,3,\dots,16 \quad \text{Αρχή (t=0): 30/6/1966} \quad \text{Μονάδα το έτος.}$$

Από την τιμή $\beta = 56,990$ βγαίνει το συμπέρασμα ότι κατά την εξεταζόμενη περίοδο (1966 - 1982) τα κυκλοφορούντα επιβατηγά αυτοκίνητα παρουσίασαν μία μέση ετήσια αύξηση (γιατί $\beta > 0$) της τάξεως των 56,990 αυτοκινήτων.

Οι τιμές της τάσης (στήλη 9) βρίσκονται αν στην εξίσωση (α) θέσουμε όπου: $t = 0,1,2,3,\dots,16$. Δηλαδή:

$$\text{Για } t = 0 \text{ τότε } \psi = 17,139 + 56,99 \times 0 = 17,139$$

$$\text{Για } t = 1 \text{ τότε } \psi = 17,139 + 56,99 \times 1 = 74,129$$

$$\text{Για } t = 2 \text{ τότε } \psi = 17,139 + 56,99 \times 2 = 131,119$$

$$\text{Για } t = 16 \text{ τότε } \psi = 17,139 + 56,99 \times 16 = 928,979$$

Συγκρίνοντας τις τιμές της τάσης ψ (βλέπε στήλη 9 του πίνακα 2.9) με τις τιμές της παρατηρήσεως ψ (βλ. στήλη 2 του πίνακα 2.9) παρατηρούμε ότι οι τιμές της παρατηρήσεως αποκλίνουν αρκετά από τις τιμές της τάσης και



συμπεραίνουμε ότι η ευθεία γραμμή δεν προσαρμόζεται πολύ καλά στην
δοσμένη χρονολογική σειρά.

Τα προβλεπόμενα επιβατηγά αυτοκίνητα που θα κυκλοφορήσουν κατά τα
έτη 1983 και 1984, θα βρεθούν αν στην εξίσωση (α) θέσουμε $t = 17$ και $t = 18$
αντίστοιχα. Δηλαδή :

Για το έτος 1983 $\psi = 17,139 + 56,99 \times 17 = 985,969$ χιλ. αυτοκίνητα

Για το έτος 1984 $\psi = 17,139 + 56,99 \times 18 = 1.042,959$ χιλ. Αυτοκίνητα

το τυπικό σφάλμα εκτίμησης θα βρεθεί με τον τύπο:

$$\sum y_t = \sqrt{\frac{\sum y^2 - (a \cdot \sum y + b \cdot \sum yt)}{h-2}}$$

Από τον πίνακα 2.9 παίρνουμε: $h=17$, $\sum \psi=8,042$, $\sum \psi \cdot t=87.587,80$,

$\sum \psi^2=5.194,502$. Επίσης έχουμε βρει $a=17,139$ και $b=56,99$. Αντικαθιστούμε τα
δεδομένα στον παραπάνω τύπο και βρίσκουμε:

$$\int \psi \cdot t = \sqrt{\frac{5.194,502 - (17,139 \cdot 8,042 + 56,99 \cdot 87.587,8)}{17-2}}$$

= $\pm 65,849$ χιλιάδες αυτοκίνητα.

Από την τιμή του τυπικού σφάλματος αλλά και από το διάγραμμα βγαίνει
το συμπέρασμα ότι στην εξεταζόμενη χρονολογική σειρά δεν έχει ικανοποιητι-
κή εφαρμογή η ευθεία γραμμή. Είναι ενδεχόμενο να προσαρμόζεται καλύτερα
παραβολή 2^{ου} ή 3^{ου} βαθμού.



Αν τώρα ως αρχή ($t=0$) ληφθεί το κεντρικό έτος ($t=1974$) της δοσμένης χρονολογικής σειράς, τότε $t=T-1974$, οπότε η στήλη (6) του πίνακα 2.9 παίρνει τις τιμές: $t = -8, -7, \dots, -1, 0, 1, \dots, 7, 8$

Από τις στήλες (2),(6),(7) και (8) του πίνακα 13,9 παίρνουμε:

$$\Sigma\psi = 8.042, \Sigma t = 0, \Sigma\psi t = 23251, \Sigma t^2 = 408, n = 17.$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στους τύπους 2.8 και 2.9 και βρίσκουμε:

$$\alpha = \Sigma\psi/n = 8042 / 17 = 473,059$$

$$\beta = \Sigma\psi t / \Sigma t^2 = 23.251 / 408 = 56.990$$

Συνεπώς η εξίσωση της ευθείας τάσεως θα είναι:

$$\psi = 473,059 + 56,990 * t (\alpha)$$

$$t = -8, -7, \dots, -1, 0, 1, \dots, 7, 8$$

Αρχή ($t=0$) : 30/6/1974. Μονάδα το έτος.

Αν τώρα θέλουμε να μετακινήσουμε την αρχή της εξίσωσης (α) στο έτος 1966, θέτουμε όπου $t = -8$ και βρίσκουμε:

$$\psi t = 473,059 + 56,99 * (-8) = 17,139 (\beta)$$

$$t = 0, 1, 2, 3, \dots, 16$$

Αρχή ($t=0$) : 30/6/1966. Μονάδα το έτος.

Το τυπικό σφάλμα εκτίμησης είναι :



$$\int \psi \cdot t = \sqrt{\frac{5.194,502 - (473,059 \cdot 8,042 + 56,99 \cdot 23,251)}{17 - 2}}$$

Αριθμός όρων χρονολογικής σειράς άρτιος

Αν το πλήθος των όρων της χρονολογικής σειράς είναι αριθμός άρτιος (ζυγός), τότε σαν διάμεσο έτος ($t=0$) παίρνουμε το ημιάθροισμα των δύο κεντρικών ετών. Στον πίνακα 2.10 το διάμεσο έτος βρίσκεται μεταξύ του 1974 και του 1975 και είναι το $t = 1974,5$. Οι τιμές της μεταβλητής $t(=T_i-1974,5)$ είναι πλέον δεκαδικές και έχουν την εξής διάταξη:

$$t_i = -7,5, -6,5, -5,5, \dots, -0,5, 0,5, \dots, 5,5, 6,5, 7,5$$

Σαν αρχή χρησιμοποιούμε την 31^η Δεκεμβρίου του προηγούμενου του ενδιάμεσου έτους. Ο προσδιορισμός της εξίσωσης της ευθείας της τάσης γίνεται με δύο τρόπους:

α) Εργαζόμαστε όπως ακριβώς και στην περίπτωση που το πλήθος των όρων της χρονολογικής σειράς ήταν αριθμός περιττός. Η εξίσωση της ευθείας τάσης είναι: $Q_t = \alpha + \beta t$

Οι σταθερές α και β υπολογίζονται με τους τύπους 2.8 και από τον πίνακα 2.10 παίρνουμε:

$$n=16, \Sigma \psi=7.919,6, \Sigma \psi t=20.271,20, \Sigma t^2=340$$

Αντικαθιστούμε τα παραπάνω δεδομένα στους τύπους 2.8 και 2.9 και βρίσκουμε :



$$\alpha = \Sigma \psi / n = 7.919,6 / 16 = 494,975$$

$$\beta = \Sigma \psi t / \Sigma t^2 = 20.271,20 / 340 = 59,621$$

Η εξίσωση της ευθείας τάσεως είναι :

$$\Psi_t = 494,975 + 59,621 * t \quad (\alpha)$$

$$t = -7,5, -6,5, \dots, -0,5, 0,5, \dots, 6,5, 7,5$$

Αρχή: 31/12/1974 . Μονάδα το έτος.

Αν τώρα θέλουμε να μετακινήσουμε την αρχή της εξίσωσης (α) από την 31/12/1974 στις 30/06/1967 πρέπει να θέσουμε στην (α) όπου $t = -7,5$ για να βρούμε την τεταγμένη επί της αρχής της νέας εξίσωσης. Δηλαδή :

$$\Psi_t = 494,975 + 59,621 * (-7,5) = 47,818$$

Επομένως η εξίσωση της ευθείας τάσεως θα είναι :

$$\Psi_t = 47,818 + 59,621 * t \quad (\beta)$$

Πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι όταν αλλάζει η αρχή της ευθείας τάσεως, μεταβάλλεται μόνο η τεταγμένη επί της αρχής ($=\alpha$), ο γωνιακός συντελεστής (β) της ευθείας δεν μεταβάλλεται, γιατί ο κατακόρυφος άξονας μετακινείται παράλληλα από την αρχική του θέση επομένως η κλίση της ευθείας τάσεως παραμένει η ίδια.

$$t = 0, 1, 2, 3, \dots, 15$$

Αρχή ($t=0$) : 30/6/1967. Μονάδα το έτος.



Σημείωση: Την εξίσωση (β) θα βρίσκαμε εξαρχής αν είχαμε θέσει όπου $t=0,1,2,\dots,15$. Διευκρινίζεται ότι η επιλογή ως αρχής του κεντρικού έτους (31/12/1974), γίνεται μόνο για την απλούστευση των αριθμητικών υπολογισμών.

Η τιμή της τάσης για το έτος 1983 (πρόβλεψη) θα βρεθεί, αν στην εξίσωση (β) τεθεί όπου $t=16$. Δηλαδή:

$$\Psi_{1983} = 47,818 + 59,621 * 16 = 1.001,754.$$

Δηλαδή, κατά το έτος 1983 αναμένεται να κυκλοφορούν 1.001,754 αυτοκίνητα.



Πίνακας 2.10

Υπολογισμοί για την προσαρμογή γραμμικής τάσης επί των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1967 - 1982) σε χιλιάδες.

Έτος Ti (1)	Αυτοκί- νητο Ψ (2)	Έτη t (3)	Ψ*t (4)	t ² (5)	t (6)	Ψ*t (7)	t ² (8)	Τιμές Τά- σης Ψ (9)
1967	144,4	-7,5	-1083,00	1	-7	-1010,8	49	74
68	170,0	-6,5	-1105,00	4	-6	-1020,8	36	131
69	195,3	-5,5	-1074,15	9	-5	-976,5	25	171
1970	226,9	-4,5	-1021,05	16	-4	-907,6	16	245
71	264,0	-3,5	-924,00	25	-3	-792,0	9	302
72	303,1	-2,5	-757,75	36	-2	-606,2	4	359
73	346,7	-1,5	-520,05	49	-1	-346,7	1	416
1974	377,2	-0,5	-188,60	64	0	0,0	0	473
75	438,6	0,5	219,30	81	1	438,6	1	530
76	509,3	1,5	763,95	100	2	1018,6	4	587
77	620,8	2,5	1552,00	121	3	1862,4	9	644
78	728,2	3,5	2548,70	144	4	2912,8	16	701
79	822,0	4,5	3699,00	169	5	4110,0	25	758
1980	862,6	5,5	4744,30	196	6	5175,6	36	815
81	911,2	6,5	5922,80	225	7	6378,4	49	872
82	999,3	7,5	7494,75	256	8	7994,4	64	929
Σύνολο	7.919,6	0,0	20271,20	1.496	0	23251,0	408	
	Σψ	Σt	Σψxt	Σt ²	Σt	Σψxt	Σt ²	



β) Η επιλογή ως αρχής του κεντρικού έτους έδωσε δεκαδικές τιμές της $t(\pm 0,5, \pm 1,5, \dots, \pm 7,5)$ οι οποίες δυσκόλευαν τους αριθμητικούς υπολογισμούς. Για να απλουστεύσουμε τους υπολογισμούς, οι δεκαδικές τιμές της t ακεραιοποιούνται αφού πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό δύο (2), οπότε η $t'=2t$ δεν εκφράζει πλέον έτη, αλλά εξάμηνα.

Από τις στήλες (2), (6), (7) και (8) του πίνακα 2.10 παίρνουμε:

$$n=16, \Sigma\psi=7.919,6, \Sigma\psi t'=40.534,4, \Sigma(t')^2=1.360$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω δεδομένα στους τύπους 2.8 και 2.9 βρίσκουμε τις τιμές των α και β . Δηλαδή :

$$\alpha = \Sigma\psi / n = 7.919,6 / 16 = 494,975$$

$$\beta = \Sigma\psi t' / \Sigma(t')^2 = 40.543,4 / 1.360 = 29,811$$

Επομένως η εξίσωση της ευθείας τάσεως θα είναι:

$$\Psi_t = 494,975 + 29,811 * t'$$

$$t' = -15, -13, \dots, -1, 1, \dots, 13, 15$$

Αρχή : 31/12/1974. Μονάδα το εξάμηνο.

Μετακινούμε την αρχή από την 31/12/1974 στις 30/6/1967.

Στην εξίσωση (γ) θέτουμε $t'=-15$ και βρίσκουμε:

$$\psi_t=494,975+29,811*(-15)=47,810$$

Συνεπώς η εξίσωση της ευθείας τάσεως θα είναι:



$$\Psi_t = 47,810 + 29,811 \cdot t' \quad (\delta)$$

$$t' = -15, -13, \dots, -1, \dots, 13, \dots, 15$$

Αρχή : 30/6/1967. Μονάδα το εξάμηνο

Η τιμή $\beta = 29,811$ εκφράζει τη μέση εξαμηνιαία αύξηση (γιατί $\beta > 0$) των κυκλοφορούντων επιβατικών αυτοκινήτων. Συνεπώς, για να βρούμε την μέση ετήσια αύξηση στην εξίσωση (δ). Θέτουμε όπου $t' = 2 \cdot t$ και βρίσκουμε την ακόλουθη εξίσωση τάσεως:

$$\Psi_t = 47,810 + 59,622 \cdot t \quad (\epsilon)$$

$$t = 0, 1, 2, 3, \dots, 15$$

Αρχή ($t=0$): 30/6/1967. Μονάδα το έτος.

Η τιμή της τάσεως για το έτος 1984 (πρόβλεψη) θα βρεθεί αν στην εξίσωση (ε) τεθεί όπου $t=17$, οπότε:

$$\Psi_{1984} = 47,810 + 59,622 \cdot 17 = 1.061,384$$

Δηλαδή, κατά το 1984 αναμένεται να κυκλοφορούν 1.061,384 επιβατηγά αυτοκίνητα.

Σημείωση: Για τον υπολογισμό του τυπικού σφάλματος εκτιμήσεως, σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω περιπτώσεις, χρησιμοποιούμε τον τύπο 2.10. Ο υπολογισμός του τυπικού σφάλματος είναι πολύ χρήσιμος, γιατί μας δείχνει το βαθμό προσαρμογής της ευθείας τάσεως στα εμπειρικά δεδομένα της χρονολογικής σειράς.



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΗΣ ΤΑΣΕΩΣ

Υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες η μακροχρόνια τάση ορισμένων χρονολογικών σειρών δεν παρουσιάζει γραμμική διαχρονική εξέλιξη, αλλά καμπυλόγραμμη κίνηση. Αυτό διαπιστώνεται αμέσως με την κατασκευή του σχετικού χρονοδιαγράμματος π.χ. από το διάγραμμα 2.1 βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι χρονολογικές σειρές «κυκλοφορούντα επιβατηγά και φορτηγά αυτοκίνητα στην Ελλάδα (1961-1983) δεν παρουσιάζουν γραμμική αλλά καμπυλόγραμμη διαχρονική εξέλιξη.

Στις περιπτώσεις αυτές για την αναπαράσταση της τάσης της χρονολογικής σειράς, θα χρησιμοποιηθεί καμπύλη (παραβολή) δευτέρου βαθμού (ή το πολύ τρίτου βαθμού) ή εκθετική καμπύλη.

Αν οι πρώτες διαφορές $\Delta t\Psi = \Psi_{t+1} - \Psi_t$ των διαδοχικών όρων μιας χρονολογικής σειράς σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο ή αν η εξεταζόμενη χρονολογική σειρά στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω ή προς τα κάτω. (βλ. διάγραμμα 2.6), τότε για την αναπαράσταση της τάσης μιας χρονολογικής σειράς θα χρησιμοποιηθεί παραβολή δευτέρου βαθμού της μορφής :

$$\Psi_t = a + \beta t + \gamma t^2 \quad 2.11$$

Οι σταθερές α , β , γ προσδιορίζονται από την λύση του παρακάτω συστήματος κανονικών εξισώσεων:

$$\sum \Psi = n \cdot a + \beta \cdot \sum t + \gamma \cdot \sum t^2$$



$$\sum \psi t = a \cdot \sum t + \beta \cdot \sum t^2 + \gamma \cdot \sum t^3$$

$$\sum \psi t^2 = a \cdot \sum t^2 + \beta \sum t^3 + \gamma \cdot \sum t^4 \quad 2.12$$

Αν τώρα ως αρχή ($t=0$) ληφθεί το κεντρικό έτος της χρονολογικής σειράς, τότε:

$$\sum t = \sum t^3 = 0$$

οπότε το σύστημα 2.12 παίρνει την ακόλουθη απλοποιημένη μορφή:

$$\left. \begin{aligned} \sum \psi &= n \cdot a + \gamma \cdot \sum t^2 \\ \sum \psi t &= \beta \cdot \sum t^2 \\ \sum \psi t^2 &= a \cdot \sum t^2 + \gamma \cdot \sum t^4 \end{aligned} \right\} 2.13$$

το τυπικό σφάλμα εκτιμήσεως των τιμών της χρονολογικής σειράς γύρω από την καμπύλη της τάσης, υπολογίζεται με τον ακόλουθο τύπο :

$$\sum \psi t = \sqrt{\frac{\sum \psi^2 - (a \cdot \sum \psi + \beta \cdot \sum \psi t + \gamma \cdot \sum \psi t^2)}{n-3}} \quad 2.14$$

Παράδειγμα 1: Στην στήλη (2) του πίνακα 2.11 δίνονται τα ετήσια αθροίσματα (σε χιλιάδες) των κυκλοφορούντων φορτηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα κατά την περίοδο 1961-1981. Οι απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή δευτεροβάθμιας καμπύλης τάσης στα δεδομένα της εξεταζόμενης



χρονολογικής σειράς φαίνονται στις στήλες (2), (4), (5), (6) και (7) του πίνακα 2.11 από τον οποίο παίρνουμε:

$$n=21$$

$$\sum \psi = 3.487,8 \quad \sum \psi t = 14.458,8 \quad \sum t^2 = 770 \quad \sum \psi t^2 = 157.464$$

$$\sum t^4 = 50.666 \quad \sum \psi^2 = 893,303$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στο σύστημα 2.13 και έχουμε:

$$3.487,8 = 21 \cdot \alpha + 77 \cdot \alpha \cdot \gamma$$

$$14.458,8 = 770 \cdot \beta$$

$$157.464,0 = 770 \cdot \alpha + 50.666 \cdot \gamma$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε:

$$\alpha = 117,74, \quad \beta = 18,778, \quad \gamma = 1,318$$

Επομένως η εξίσωση της τάσης είναι:

$$\Psi_t = 117,74 + 17,778 \cdot t + 1,318 \cdot t^2 \quad (\alpha)$$

Αρχή (t=0): 30/6/1971. Μονάδα το έτος. Η τιμή της τάσης για το έτος.

Η τιμή της τάσης για το έτος 1983 (πρόβλεψη) θα βρεθεί αν στην εξίσωση (α) τεθεί όπου t=12.

$$\Psi_{1983} = 117,74 + 18,778 \cdot 12 + 1,318 \cdot (12)^2 = 532.868$$



Δηλαδή κατά το έτος 1983 αναμένεται να κυκλοφορούν 532.868 φορτηγά αυτοκίνητα.

Για να βρούμε τις τιμές της τάσεως θέτουμε στην εξίσωση (α) διαδοχικά:

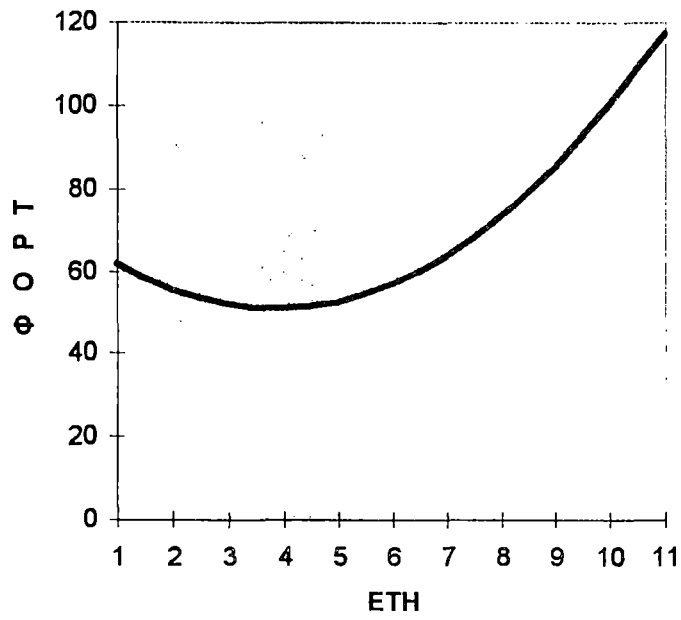
$$t = -10, -9, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9, 10$$

Οι τιμές της τάσεως δίνονται στην στήλη (8) του πίνακα 2.11

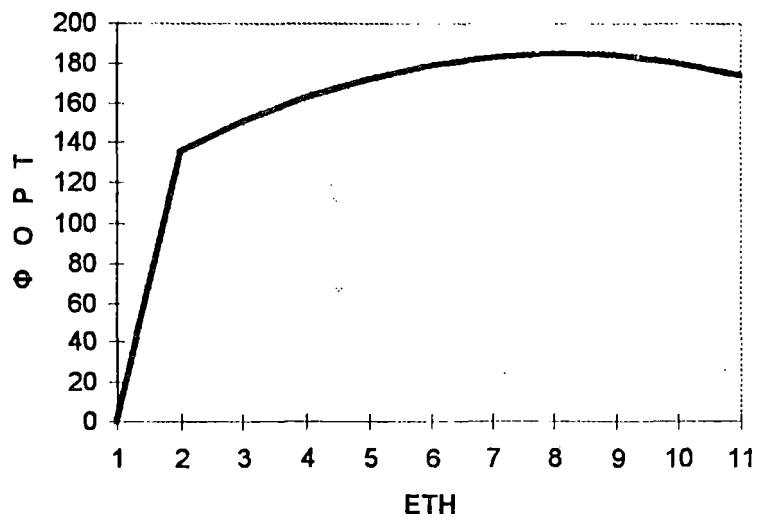
βγαίνει το συμπέρασμα ότι η δευτεροβάθμια παραβολή έχει ικανοποιητική προσαρμογή στην εξεταζόμενη χρονολογική σειρά (κυκλοφορούντα φορτηγά αυτοκίνητα).



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2



Πίνακας 2.11

Υπολογισμοί για την προσαρμογή καμπυλόγραμης τάσης επί των κυκλοφορούντων φορτηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1961 - 1981) σε χιλιάδες.

Έτος Ti	Φορτηγά Ψ	Έτη t	Ψ*t	t ²	Ψ*t ²	(t ²) ²	Τιμές Τά- σης Ψ
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1961	40,0	-10	-400,0	100	4.000,0	10.000	61,8
62	44,3	-9	-398,7	81	3.588,3	6.561	55,5
63	49,2	-8	393,6	64	3.148,8	4.096	51,9
64	57,7	-7	403,9	49	2.827,3	2.401	50,9
65	64,9	-6	-389,4	36	2.336,4	1.296	52,5
66	72,4	-5	-362,0	25	1.810,0	625	56,8
67	79,9	-4	-319,6	16	1.278,4	256	63,7
68	87,9	-3	-263,7	9	791,1	81	73,3
69	97,3	-2	-194,6	4	389,2	16	85,4
1970	107,4	-1	-107,4	1	107,4	1	100,3
71	118,3	0	0,0	0	0,0	0	117,7
72	131,0	1	131,0	1	131,0	1	137,8
73	150,3	2	300,6	4	601,2	16	160,6
74	170,4	3	511,2	9	1.533,6	81	185,9
75	198,1	4	792,4	16	3.169,6	256	213,9
76	226,6	5	1.133,0	25	5.665,0	625	244,6
77	265,0	6	1.590,0	36	9.540,0	1.296	277,9
78	306,2	7	2.143,4	49	15.003,8	2.401	313,8
79	356,0	8	2.848,0	64	22.784,0	4.096	352,3
1980	406,9	9	3.662,1	81	32.958,9	6.561	393,5
81	458,0	10	4.580,0	100	45.800,0	10.000	437,3
Σύνολο	3.487,8	0	14.458,8	770	157.464,0	50.666	
	Σψ	Σt	Σψxt	Σt ²	Σψxt ²	Σ(t ²) ²	



Πίνακας 2.12

Απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή απλής εκθετικής τάσης επί των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1961 - 1979) σε χιλιάδες.

Έτος Ti	Αυτοκιν. Ψt	Έτη t	λογΨ	t*λογψ	t ²	Τιμές λογ*ψ	Τάσης Ψt
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1961	48,8	-9	1,68842	-15,15578	81	1,72585	53,2
62	56,9	-8	1,75511	-14,04088	64	1,79296	62,1
63	67,6	-7	1,82995	-12,80965	49	1,86007	72,5
64	81,6	-6	1,91169	-11,47014	36	1,92718	84,6
65	104,3	-5	2,01828	-10,09140	25	1,99429	98,7
66	122,5	-4	2,08814	-835256	16	2,06140	115,2
67	144,4	-3	2,15957	-6,47871	9	2,12851	134,4
68	170,0	-2	2,23045	-4,46090	4	2,19562	156,9
69	195,3	-1	2,29070	-2,29070	1	2,26273	183,1
1970	226,9	0	2,35583	0,00000	0	2,32984	213,7
71	264,0	1	2,42160	2,42160	1	2,39695	249,4
72	303,1	2	2,48159	4,96318	4	2,46406	291,1
73	346,7	3	2,53995	7,61985	9	2,53117	339,8
74	377,2	4	2,57657	10,30628	16	2,59828	396,5
75	438,6	5	2,64207	13,21035	25	2,66539	462,8
76	509,3	6	2,70697	16,24182	36	2,73250	540,1
77	620,8	7	2,79295	19,55065	49	2,79961	630,4
78	728,2	8	2,86225	22,89800	64	2,86672	735,7
79	822,0	9	2,91487	26,23383	81	2,93383	858,7
Σύνολο		0	44,26696	38,25484	570		
	Σψ	Σt	Σλογψ	Σt*λογψ	Σt ²		



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΠΛΗΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΤΑΣΕΩΣ

Αν διαπιστωθεί ότι οι τιμές μιας χρονολογικής σειράς μεταβάλλονται με σταθερό ποσοστό, τότε το κατάλληλο μαθηματικό υπόδειγμα (για την αναπαράσταση της τάσεως της σειράς) είναι η παρακάτω απλή εκθετική καμπύλη:

$$\Psi_t = a \cdot \beta^t \quad 2.17$$

Η εκθετική μορφή 2.17 εφαρμόζονται όταν οι τιμές μιας χρονολογικής σειράς σχηματίζουν γεωμετρική πρόοδο. Αν οι όροι μιας χρονολογικής σειράς μεταβάλλονται κατά γεωμετρική πρόοδο τότε: 1) η χρονολογική σειρά εμφανίζει σταθερό ποσοστό μεταβολής 2) οι διαδοχικοί λόγοι είναι σταθεροί, 3) η γραφική απεικόνιση της χρονολογικής σειράς σε ημιλογαριθμικό χαρτί παριστάνει ευθεία γραμμή.

Η εξίσωση τάσεως 2.17 παίρνει την ακόλουθη λογαριθμική μορφή:

$$\log \psi_t = \log a + t \cdot \log \beta \quad (2.18)$$

Η εξίσωση 2.18 παριστάνει ευθεία γραμμή σε ημιλογαριθμικό χαρτί. Οι σταθερές a και β προσδιορίζονται από την λύση του παρακάτω συστήματος κανονικών εξισώσεων:

$$\sum \log y = n \cdot \log a + \log b \cdot \sum t$$

$$\sum t \cdot \log y = \log a \cdot \sum t + \log b \cdot \sum t^2$$



Αν τώρα ως αρχή ($t=0$) ληφθεί το κεντρικό έτος της χρονολογικής σειράς, τότε $\Sigma t=0$, οπότε το σύστημα 2.14 παίρνει την παρακάτω απλοποιημένη μορφή:

$$\sum \log y = n \cdot \log a \Rightarrow \log a = \frac{\sum \log y}{n} \quad 2.20$$

$$\sum t \cdot \log y = \log b \cdot \sum t^2 \Rightarrow \log b = \frac{\sum t \cdot \log y}{\sum t^2} \quad 2.2$$

Το τυπικό σφάλμα εκτίμησης υπολογίζεται με τον τύπο:

$$S_{\log y, t} = \sqrt{\frac{\sum (\log y)^2 - (\log a \cdot \sum \log y + \log b \cdot \sum t \cdot \log y)}{n-2}} \quad 2.22$$

Η απλή εκθετική τάση χρησιμοποιείται ευρύτατα για την εύρεση του μέσου ετήσιου ποσοστού μεταβολής (αύξησης ή μείωσης) μιας χρονολογικής σειράς, το οποίο προκύπτει ως εξής:

Η εξίσωση $y_t = a \cdot b^t$ ισοδυναμεί με τον τύπο του ανατοκισμού

$K_t = K_0 \cdot (1+i)^t$, όπου K_t =τελική αξία κεφαλαίου, K_0 =α=αρχικό κεφάλαιο και

$\beta=(1+i)$ ο συντελεστής ανατοκισμού. Στον τύπο του ανατοκισμού το i είναι το

επιτόκιο, δηλαδή το ετήσιο ποσοστό αύξησης του κατατιθεμένου κεφαλαίου.

Επομένως, το μέσο ετήσιο ποσοστό μεταβολής μιας χρονολογικής σειράς θα

προκύψει από τη σχέση: $i=\beta-1 \quad 2.23$

Αν $\beta>1$, τότε η χρονολογική σειρά έχει ανοδική τάση, ενώ αν $\beta<1$ η σειρά έχει καθοδική τάση (βλ. διάγραμμα 2.7)



Παράδειγμα:

Στον πίνακα 2.12 δίνονται ετήσια αθροίσματα των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1961 - 1979) καθώς και οι απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή απλής εκθετικής τάσης. Από τον ίδιο πίνακα παίρνουμε:

$$n=19, \quad \sum \log y = 44,26696, \quad \sum t \cdot \log y = 38,25484,$$

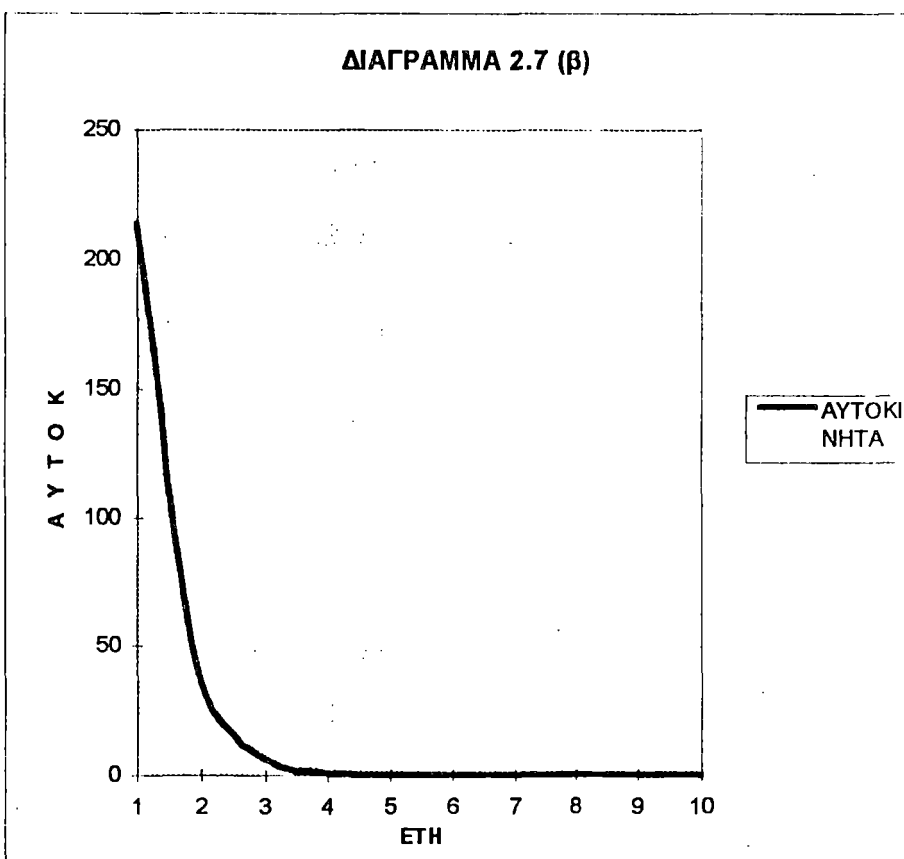
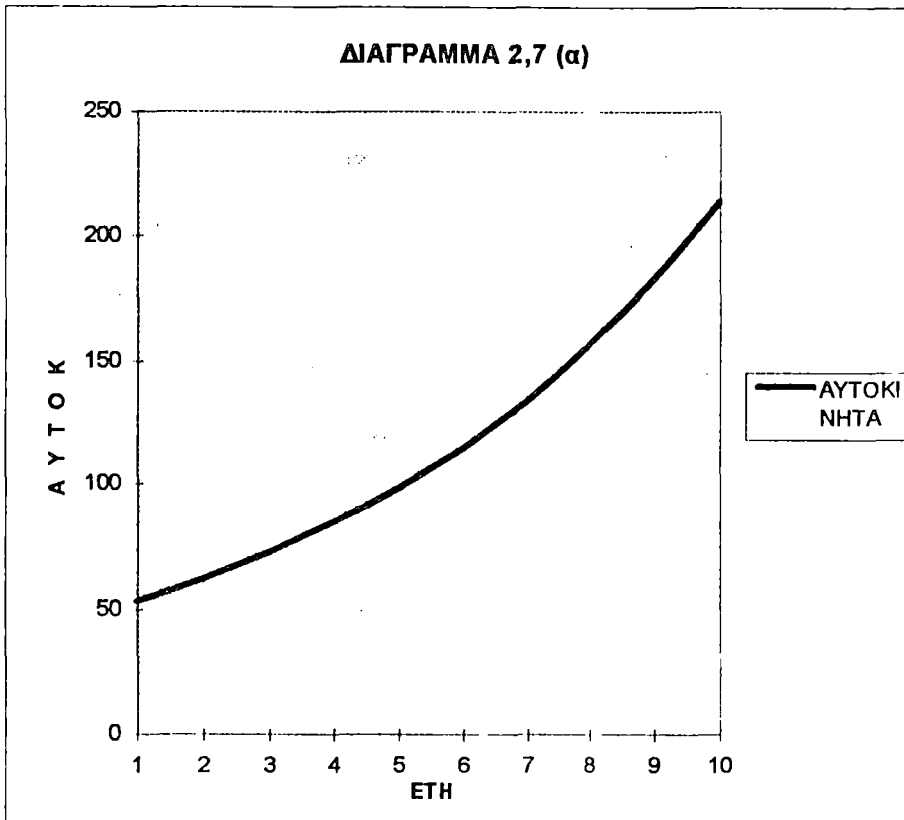
$$\sum t^2 = 570, \quad \sum (\log y)^2 = 105,71434$$

Αντικαθιστούμε τα παραπάνω δεδομένα στους τύπους 2.20 και 2.21 και βρίσκουμε:

$$\log a = \frac{\sum \log y}{n} = \frac{44,26696}{19} = 2,32984 \quad \text{και} \quad a = \text{αντιλογ}(2,32984) = 213,717$$

$$\log b = \frac{\sum t \cdot \log y}{\sum t^2} = \frac{38,25484}{570} = 0,06711 \quad \text{και} \quad b = \text{αντιλογ}(0,06711) = 1,167$$





Πίνακας 2.12

Απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή απλής εκθετικής τάσης επί των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1961 - 1979) σε χιλιάδες.

Έτος Ti	Αυτοκιν. Ψt	Έτη t	λογΨ	t*λογψ	t ²	Τιμές λογ*ψ	Τάσης Ψt
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1961	48,8	-9	1,68842	-15,15578	81	1,72585	53,2
62	56,9	-8	1,75511	-14,04088	64	1,79296	62,1
63	67,6	-7	1,82995	-12,80965	49	1,86007	72,5
64	81,6	-6	1,91169	-11,47014	36	1,92718	84,6
65	104,3	-5	2,01828	-10,09140	25	1,99429	98,7
66	122,5	-4	2,08814	-8,35256	16	2,06140	115,2
67	144,4	-3	2,15957	-6,47871	9	2,12851	134,4
68	170,0	-2	2,23045	-4,46090	4	2,19562	156,9
69	195,3	-1	2,29070	-2,29070	1	2,26273	183,1
1970	226,9	0	2,35583	0,00000	0	2,32984	213,7
71	264,0	1	2,42160	2,42160	1	2,39695	249,4
72	303,1	2	2,48159	4,96318	4	2,46406	291,1
73	346,7	3	2,53995	7,61985	9	2,53117	339,8
74	377,2	4	2,57657	10,30628	16	2,59828	396,5
75	438,6	5	2,64207	13,21035	25	2,66539	462,8
76	509,3	6	2,70697	16,24182	36	2,73250	540,1
77	620,8	7	2,79295	19,55065	49	2,79961	630,4
78	728,2	8	2,86225	22,89800	64	2,86672	735,7
79	822,0	9	2,91487	26,23383	81	2,93383	858,7
Σύνολο		0	44,26696	38,25484	570		
	Σψ	Σt	Σλογψ	Σt*λογψ	Σt ²		



Επομένως, η εξίσωση της τάσης με λογαριθμική μορφή είναι:

$$\log \psi_t = 2,32984 + 0,06711 \cdot t$$

$$t = -9, -8, \dots, -1, 0, 1, \dots, 8, 9$$

Αρχή (t=0): 30/6/1970. Μονάδα το έτος.

Η εξίσωση της τάσης με εκθετική μορφή είναι:

$$y_t = (213,717) \cdot (1,167)^t \quad (\beta)$$

Οι θεωρητικές τιμές (ψ_t) βρίσκονται αν στην εξίσωση (α) θέσουμε όπου

$t = -9, -8, \dots, -1, 0, 1, \dots, 8, 9$ και προσδιορίσουμε τους αντιλογαρίθμους (βλ. τις δύο τελευταίες στήλες του πιν. 2.12).

Για να βρούμε τον αριθμό των κυκλοφορούντων αυτοκινήτων για τα έτη 1980, 1981, ... (πρόβλεψη) πρέπει να θέσουμε στην εξίσωση (α) όπου $t = 10, 11, \dots$ και να προσδιορίσουμε τους αντιλογαρίθμους. Δηλαδή:

$$\log y_{1980} = 2,32984 + 0,06711 \times 10 = 3,60094 \quad \text{και}$$

$$\psi_{1980} = \text{αντιλογ.}(3,60094) = 1.002,167$$

Το τυπικό σφάλμα εκτίμησης είναι:

$$S_{\log y^t} = \sqrt{\frac{105,71434 - (2,32984 \times 44,26696 + 0,06711 \times 38,25484)}{19-2}} = 0,0267$$



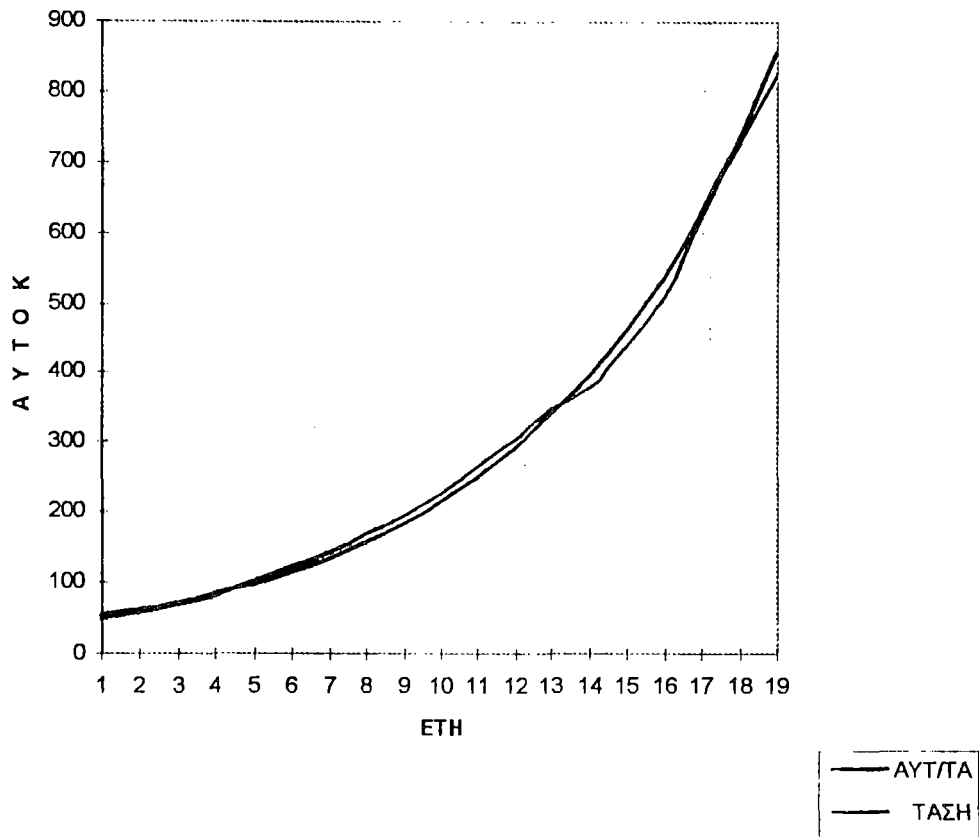
Επειδή $\beta=1,167>1$, η χρονολογική σειρά έχει ανοδική (αύξουσα) τάση.

Το μέσο ετήσιο ποσοστό αύξησης των κυκλοφορούντων αυτοκινήτων κατά την περίοδο 1961 - 1979 είναι: $i=\beta-1=1,167-1=0,167$ ή 16,7%.

Τα αρχικά δεδομένα των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1961 - 1979) και η εκθετική τάση αυτών απεικονίζονται στο διάγραμμα 2.8.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.8



ΚΕΦΑΛΑΙΟΓ

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΓΕΝΙΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ & ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ

Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενο σημείο της μελέτης μας οι τιμές των χρονολογικών σειρών διαμορφώνονται από την επίδραση τεσσάρων βασικών συνιστωσών, δηλαδή από την μακρόχρονη τάση (T), την εποχική συνιστώσα (S), την κυκλική συνιστώσα (C) και την άρρυθμη ή τυχαία συνιστώσα (1). Στο τμήμα του 3^{ου} κεφαλαίου θα μελετήσουμε την εποχική συνιστώσα.

Από τις στατιστικές παρατηρήσεις έχει διαπιστωθεί ότι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση είναι αυξημένη τους χειμερινούς μήνες και μειωμένη τους θερινούς μήνες, ενώ η κατανάλωση αναψυκτικών είναι αυξημένη τους θερινούς μήνες και μειωμένη τους χειμερινούς μήνες. Επίσης η ιδιωτική κατανάλωση είναι αυξημένη κατά τους μήνες Απρίλιο και Δεκέμβριο, γιατί αυξάνει η κατανάλωση κατά τις Εορτές του Πάσχα και των Χριστουγέννων. Επίσης, οι λιανικές πωλήσεις τους μήνες Φεβρουάριο και Αύγουστο. (περίοδοι εκπτώσεων)

Τα παραπάνω φαινόμενα ονομάζονται εποχιακά φαινόμενα. Η συνιστώσα που συμβάλει στη διαμόρφωση των εποχιακών φαινομένων ονομάζεται εποχική κύμανση (κίνηση) ή απλώς εποχικότητα. Η εποχική κύμανση είναι βραχυχρόνια κύμανση η οποία επιδρά και διαμορφώνει χρονολογικά δεδομένα περιόδου μικρότερης του έτους (μηνιαία, τριμηνιαία, κλπ) και διαρκεί ένα έτος,



μέσα στο έτος εξαντλεί όλες τις ανοδικές και τις ισοδύναμες καθοδικές κινήσεις της.

Οι συστηματικοί παράγοντες που προκαλούν τις εποχικές κυμάνσεις διακρίνονται σε κλιματολογικούς (όπως είναι η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας) η ηλιοφάνεια, η βροχόπτωση, οι χιονοπτώσεις κλπ) και μη κλιματολογικούς, δηλαδή τα διάφορα έθιμα και οι συνήθειες (π.χ. οι θρησκευτικές γιορτές, οι εκπτώσεις, κλπ).

Η εποχική κύμανση έχει τα εξής χαρακτηριστικά γνωρίσματα :

α) Η χρονική περίοδος της κυμάνσεως διαρκεί ένα έτος.

β) Μέσα σε κάθε έτος, η εποχική κύμανση ασκεί ανοδικές και καθοδικές επιδράσεις, οι οποίες επαναλαμβάνονται κάθε έτος πανομοιότυπα ή και με παραλλαγές.

γ) Μέσα σε κάθε έτος, οι ανοδικές κινήσεις είναι ισοδύναμες με τις καθοδικές, οπότε οι επιδράσεις τους συμψηφίζονται και αλληλοεξουδετερώνονται.

Ο στατιστικός προσδιορισμός της εποχικής συνιστώσας (=S) συνίσταται στον υπολογισμό ορισμένων «αριθμοδεικτών» οι οποίοι ονομάζονται εποχικά πρότυπα ή συντελεστές εποχικότητας (seasonal indexes) και συμβολίζονται με το S_j , $J = 1,2,3...12$ αν διαθέτουμε μηνιαία δεδομένα ή $J = 1,2,3,4$ για τριμηνιαία δεδομένα. Οι δείκτες εποχικότητας είναι συνήθως 12 αριθμοί οι οποίοι αντιστοιχούν στους 12 μήνες του έτους. Οι δείκτες εποχικότητας χρησιμοποιούνται στη πράξη για την απαλοιφή της εποχικότητας, δηλαδή για την απαλλαγή των όρων της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς από τις επιδράσεις



διαφόρων παραγόντων (κλιματολογικών, θρησκευτικών, εθίμων κλπ) ώστε να μπορέσουμε να μετρήσουμε και τις κυκλικές κυμάνσεις. Επίσης, η μελέτη των εποχιακών κυμάνσεων των χρονολογικών σειρών έχει σαν σκοπό τη μέτρηση των εποχιακών μεταβολών, ώστε να γίνεται ο κατάλληλος προγραμματισμός από τις επιχειρήσεις και το κράτος.

Σε προηγούμενο σημείο αυτού του Κεφαλαίου μιλήσαμε για τις υπάρχουσες σχέσεις μεταξύ των συνιστωσών των χρονολογικών σειρών. Είπαμε ότι τα μηνιαία (ή τριμηνιαία) χρονολογικά δεδομένα διαμορφώνονται σύμφωνα με τα προσθετικό ή πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα.

$$\Psi_t = T + S + C + I \quad (3.14)$$

$$\Psi_t = T \times S \times C \times I \quad (3.35)$$

Η ανάλυση που ακολουθεί στηρίζεται στις εξής βασικές υποθέσεις :

α) ότι ο εποχικός παράγοντας (=S) παραμένει διαχρονικά σταθερός, δηλαδή ότι ο δείκτης εποχικότητας κάθε μήνα παραμένει σταθερός σε όλα τα έτη.

β) ότι οι όροι της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς διαμορφώνονται σύμφωνα με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα (3.15).

Για το στατιστικό προσδιορισμό (μέτρηση) της εποχικότητας υπάρχουν πολλές μέθοδοι, οι οποίες βασίζονται σε ορισμένες υποθέσεις που αναφέραμε πιο πάνω. Οι μέθοδοι υπολογισμού των δεικτών εποχικότητας που θα αναπτύξουμε στις επόμενες παραγράφους είναι οι εξής :



- ① Μέθοδος των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο (the average percentage method).
- ② Μέθοδος των ποσοστών ως προς την μηνιαία τάση (the percentage trend or ratio to trend method).
- ③ Μέθοδος των ποσοστών ως προς τους μηνιαίους κινητούς μέσους (percentage moving average method).

Ια) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΜΗΝΙΑΙΟ ΜΕΣΟ

Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται όταν οι εξεταζόμενες χρονολογικές σειρές δεν περιέχουν τάση και κυκλικές κυμάνσεις.

Κατά την μέθοδο αυτή τα δεδομένα κάθε μήνα (ή τριμήνου) εκφράζονται ως ποσοστά «επί τοις εκατό» (%) του αντίστοιχου μηνιαίου μέσου κάθε έτους. Τα ποσοστά αυτά για τους αντίστοιχους μήνες των διαφόρων ετών αθροίζονται και υπολογίζονται οι μέσοι (ή οι διάμεσοι) κάθε μήνα. Αν χρησιμοποιείται ο μέσος αριθμητικός είναι σκόπιμο να μη λαμβάνονται υπόψη τυχόν υπάρχουσες ακραίες τιμές. Τα προκύπτοντα 12 ποσοστά δίνουν τους δείκτες εποχικότητας ($= S_j$). Το άθροισμα των δεικτών αυτών πρέπει να είναι ίσο με το 1200%. Δηλαδή $\sum S_j = 1200\%$ ($12 \times 100\%$). Αν $\sum S_j \neq 1200\%$, τότε οι δείκτες εποχικότητας πρέπει να διορθωθούν. Η διόρθωση γίνεται με πολλαπλασιασμό κάθε δείκτη εποχικότητας ($= S_j$) επί το συντελεστή διορθώσεως :

$$\delta = \frac{1200}{\sum S_j} \quad (3.36)$$



Στον πίνακα 3.14 δίνεται η μηνιαία κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση στην Ελλάδα κατά τα έτη 1978 – 1982. Να υπολογισθούν και να ερμηνευθούν οι δείκτες εποχικότητας με την μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο.

Για να υπολογίσουμε τους δείκτες εποχικότητας εκτελούμε τις εξής εργασίες :

α) υπολογίζουμε τα ετήσια αθροίσματα για κάθε έτος και αφού τα διαιρέσουμε με το 12 υπολογίζουμε τους μηνιαίους μέσους. (2 τελευταίες στήλες 3.14).

β) Διαιρούμε τα μηνιαία δεδομένα κάθε έτους (πιν. 3.14) δια του αντίστοιχου μηνιαίου μέσου (κάθε έτους) και τα πηλίκα τα πολλαπλασιάζουμε με το 100. Τα αποτελέσματα (ποσοστά %) εμφανίζονται στον πίνακα 3.15 και προκύπτουν ως εξής :

$$\text{Για τον Ιανουάριο 1978 : } \frac{501}{398,3} \times 100 = 125,8\%$$

$$\text{Για τον Φεβρουάριο 1978 : } \frac{516}{398,3} \times 100 = 129,6\%$$

.....

$$\text{Για τον Δεκέμβριο 1982 : } \frac{576}{526} \times 100 = 109,5\%$$

γ) Αθροίζουμε τα ποσοστά κάθε μήνα ολόκληρης της πενταετίας (1978 – 1982) τα αθροίσματα αυτά διαιρούμε με το 5, οπότε προκύπτουν τα μέσα πο-



σοστά που υπάρχουν στην τελευταία γραμμή του πίνακα 3.15. Τα ποσοστά αυτά αποτελούν τους ζητούμενους δείκτες εποχικότητας. Επειδή το άθροισμα των δεικτών αυτών ισούται με το 1200% ($\sum S_j = 1199,9 \approx 1200$) δεν διορθώνουν τους δείκτες εποχικότητας.

Οι δείκτες εποχικότητας μας πληροφορούν πόσο τοις εκατό πάνω ή κάτω της μέσης κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση (ολόκληρης βετίας) βρίσκεται η κατανάλωση κάθε μήνα. Π.χ. ο δείκτης 127,7% σημαίνει ότι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση κατά τον μήνα Ιανουάριο είναι κατά 27,7% υψηλότερη των μέσων μηνιαίων καταναλώσεων του έτους. Ο δείκτης 67,1% του Αυγούστου εκφράζει ότι η κατανάλωση παρουσιάζει μείωση κατά 32,2% σε σχέση με τη μέση μηνιαία κατανάλωση.

Σημείωση : Αν διαθέτουμε τριμηνιαία δεδομένα μιας σειράς ετών και θέλουμε να προσδιορίσουμε δείκτες εποχικότητας, τότε εργαζόμαστε όπως και προηγουμένως, με την διαφορά ότι τα ετησία αθροίσματα τα διαιρούμε με το 4 (4 τρίμηνα) και υπολογίζουμε τους τριμηνιαίους μέσους κάθε έτους. Στη συνέχεια, διαιρούμε τα τριμηνιαία δεδομένα κάθε έτους δια του αντίστοιχου τριμηνιαίου μέσου (κάθε έτους) και τα πηλίκα τα πολλαπλασιάζουμε με το 100. Ο μέσος όρος των ποσοστών κάθε τριμήνου αποτελεί και το δείκτη εποχικότητας του τριμήνου. Εδώ πρέπει να ισχύει η σχέση :

$$\sum_{j=1}^4 S_j = 400 (= 4 \times 100) \quad (3.37)$$



Αν $\Sigma S_j \neq 400$, τότε πολλαπλασιάζουμε κάθε S_j με τον παρακάτω συντελεστή διορθώσεως :

$$\delta = \frac{400}{\Sigma S_j} \quad (3.38)$$



ΠΙΝΑΚΑΣ 3.13

Απαραίτητοι υπολογισμοί για την προσαρμογή της τάσεως μορφής λογαριθμικής παραβολής επί των κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα (1961 – 1979).

Έτος (1)	Αυτοκιν. ψ (2)	Έτη t (3)	tλογψ (4)	t*λογψ (5)	t ² (6)	Τιμές t ² λογ*ψ (7)	ψt (8)
1961	48,8	-9	1,68842	-15,15578	81	136,76202	6.561
62	56,9	-8	1,75511	-14,04088	64	112,32704	4.096
63	67,6	-7	1,82995	-12,80965	49	89,66755	2.401
64	81,6	-6	1,91169	-11,47014	36	68,82084	1.296
65	104,3	-5	2,01828	-10,09140	25	50,45700	625
66	122,5	-4	2,08814	-8,35256	16	33,41024	256
67	144,4	-3	2,15957	-6,47871	9	19,43613	81
68	170,0	-2	2,23045	-4,46090	4	8,92180	16
69	195,3	-1	2,29070	-2,29070	1	2,29070	1
1970	226,9	0	2,35583	0,00000	0	0,00000	0
71	264,0	1	2,42160	2,42160	1	2,42160	
72	303,1	2	2,48159	4,96318	4	9,92636	16
73	346,7	3	2,53995	7,61985	9	22,85955	81
74	377,2	4	2,57657	10,30628	16	41,22512	256
75	438,6	5	2,64207	13,21035	25	66,05175	625
76	509,3	6	2,70697	16,24182	36	97,45092	1.296
77	620,8	7	2,79295	19,55065	49	136,85455	2.401
78	728,2	8	2,86225	22,89800	64	183,18400	4.096
79	822,0	9	2,91487	26,23383	81	236,10447	6.561
Σύνολο		0	44,26696	38,25484	570	1.318,17150	30.666
		Σt	Σλογψ	Σt*λογψ	Σt ²	Σt*λογψ	Σt



Πίνακας 3.14

Μηνιαία κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα για οικιακή χρήση (1978 – 1982)

Έτος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.	Ετήσια α- θροίσματα	Μηνιαίοι μέσοι
1978	501	516	438	407	403	358	323	301	315	339	401	477	4.779	398,3
1979	542	534	489	482	448	389	389	160	512	499	406	501	5.129	427,4
1980	584	621	585	570	491	413	413	344	350	374	441	500	5.654	471,2
1981	645	584	662	555	481	416	416	373	386	392	464	554	5.903	492,0
1982	688	686	647	608	543	454	454	388	406	413	479	576	6.312	526,0

Πίνακας 3.15

Έτος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.
1978	125,8	129,6	110,0	102,2	101,2	89,9	81,1	75,6	79,1	85,1	100,7	119,8
1979	126,8	125,0	114,4	112,8	104,8	91,0	39,1	37,4	119,8	116,8	95,0	117,2
1980	123,9	131,8	124,2	121,0	104,2	87,6	80,9	73,0	74,3	79,4	93,6	106,1
1981	131,1	118,7	134,6	112,8	97,8	84,6	79,5	75,8	78,6	79,7	94,3	112,6
1982	130,8	130,4	123,0	115,6	103,2	86,3	80,6	73,8	77,2	78,5	91,1	109,5
Αθροίσματα	638,4	635,5	606,2	564,4	511,2	439,4	361,2	335,6	429,0	439,5	474,7	565,2
Δείκτες Εποχικότητας	127,7	127,1	121,2	112,9	102,2	87,9	72,2	67,1	85,8	87,9	94,9	113,0

β) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗ ΜΗΝΙΑΙΑ ΤΑΣΗ

Κατά τη μέθοδο αυτή τα δεδομένα κάθε μήνα εκφράζονται ως ποσοστά επί τοις % της αντίστοιχης μηνιαίας τιμής της τάσεως. Ο μέσος αριθμητικός (ή η διάμεσος) των ποσοστών αυτών για τους αντίστοιχους μήνες παρέχει τους δείκτες εποχικότητας ($= S_j$), αν το άθροισμα $\sum S_j \neq 1200$ τότε οι δείκτες εποχικότητας διορθώνονται με το συντελεστή διορθώσεως (3.36).

Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι τιμές της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς διαμορφώνονται σύμφωνα με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα: $\Psi_t = T \cdot S \cdot C \cdot I$. Η διαίρεση κάθε τιμής της Ψ_t δια της τάσεως (T) δίνει $\Psi/T = S \cdot C \cdot I$. Δηλαδή οι δείκτες εποχικότητας περιέχουν εποχικές και κυκλικές κυμάνσεις, αλλά και τυχαίες επιδράσεις, όταν μάλιστα η διάρκεια της χρονολογικής σειράς είναι αρκετά μεγάλη. Αυτό είναι και το βασικό μειονέκτημα αυτής της μεθόδου.

Παράδειγμα: Με τα δεδομένα του Πίνακα 3.14 να υπολογιστούν οι δείκτες εποχικότητας με την μέθοδο των ποσοστών ως προς τη μηνιαία τάση.

Για τον προσδιορισμό των δεικτών εποχικότητας εργαζόμαστε ως εξής:

α) Υπολογίζουμε την εξίσωση της τάσεως με αρχή την 30/06/1980. Οι αναγκαίοι υπολογισμοί φαίνονται στον Πίνακα 3.16.

Με τα στοιχεία του Πίνακα 3.16 επιλύουμε το σύστημα:

$$\sum \psi = n \cdot \alpha$$

$$2.314,9 = 5 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = 462,98$$

ή

$$\sum \psi \cdot t = \beta \cdot \sum t^2$$

$$320,0 = 10 \cdot \beta \Rightarrow \beta = 32$$



Κατά συνέπεια, η εξίσωση της τάσεως θα είναι :

$$\hat{\Psi}_t = T = 462,98 + 32 \cdot t \quad (\alpha)$$

Αρχή : 30/06/1980. Μονάδα των t το έτος.

Από την εξίσωση (α) συμπεραίνουμε ότι οι τιμές της ψ αυξάνουν κάθε χρόνο κατά ένα σταθερό ποσό 30.000.000 ΩXB.

β) Μετατρέπουμε την ετήσια περίοδο της τάσεως σε μηνιαία επειδή τα δεδομένα της ψ είναι μέσα ετήσιοι, διαιρούμε μόνο το β δια του 12. (Αν τα δεδομένα της ψ ήταν ετήσια αθροίσματα, τότε το α : 12 και το β : 144). Συνεπώς, η εξίσωση (α) παίρνει την ακόλουθη μορφή :

$$\hat{\Psi}_t = T = 462,98 + 2,67 \cdot t \quad (\beta)$$

Αρχή: 30/06/1980. Μονάδα των t ο μήνας.

γ) Μετακινούμε την αρχή στις 15/01/1978, θέτοντας στην εξίσωση (β) όπου:

$$t = -\frac{(12 \cdot n) - 1}{2} = -\frac{(12 \cdot 5) - 1}{2} = -29,5 \text{ μήνες και βρίσκουμε :}$$

$$\hat{\Psi}_1 = T_1 = 462,98 + 2,67(-29,7) = 384,22$$

Επομένως, η εξίσωση της τάσεως είναι :

$$\hat{\Psi}_t = T = 384,22 + 2,67 \cdot t \quad (\gamma)$$

Αρχή: 15/01/1978. Μονάδα των t ο μήνας.



δ) Θέτοντας τώρα στην εξίσωση (γ) όπου $t=0, 1, 2, \dots, 59$, βρίσκουμε τις τιμές της τάσεως για κάθε μήνα των 5 ετών.

Οι μηνιαίες τιμές της τάσεως εμφανίζονται στον πίνακα 3.17.

ε) Διαιρούμε τα αρχικά δεδομένα κάθε μήνα (του πίνακα 3.14) δια των αντίστοιχων μηνιαίων τιμών τάσεως (του πίνακα 3.17) και τα εφαρμόζουμε ως ποσοστά επί τοις %. Τα ποσοστά αυτά παραθέτονται στον πίνακα 3.18 και υπολογίζονται ως εξής:

$$\text{Για τον Ιανουάριο 1978 : } \frac{501}{384,2} \times 100 = 130,4\%$$

$$\text{Για τον Φεβρουάριο 1978 : } \frac{516}{386,9} \times 100 = 133,4\%$$

.....

$$\text{Για τον Αύγουστο 1982 : } \frac{388}{531,9} \times 100 = 72,9\%$$

στ) Ο μέσος όρος κάθε μήνα ή η διάμεσος της πενταετίας 1978 – 1982, δίνει το δείκτη εποχικότητας του αντίστοιχου μήνα (γραμμές α & β του πίνακα 3.18). π.χ. ο δείκτης 129,8% του Ιανουαρίου σημαίνει ότι οι καταναλωτές ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση κατά τον μήνα Ιανουάριο είναι κατά 29,8% υψηλότερες από την μακροχρόνια τάση : ο δείκτης 72,9% του Αυγούστου σημαίνει ότι οι καταναλώσεις ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση κατά το μήνα Αύγουστο είναι 27,1% χαμηλότερες από την μακροχρόνια τάση κ.λπ.



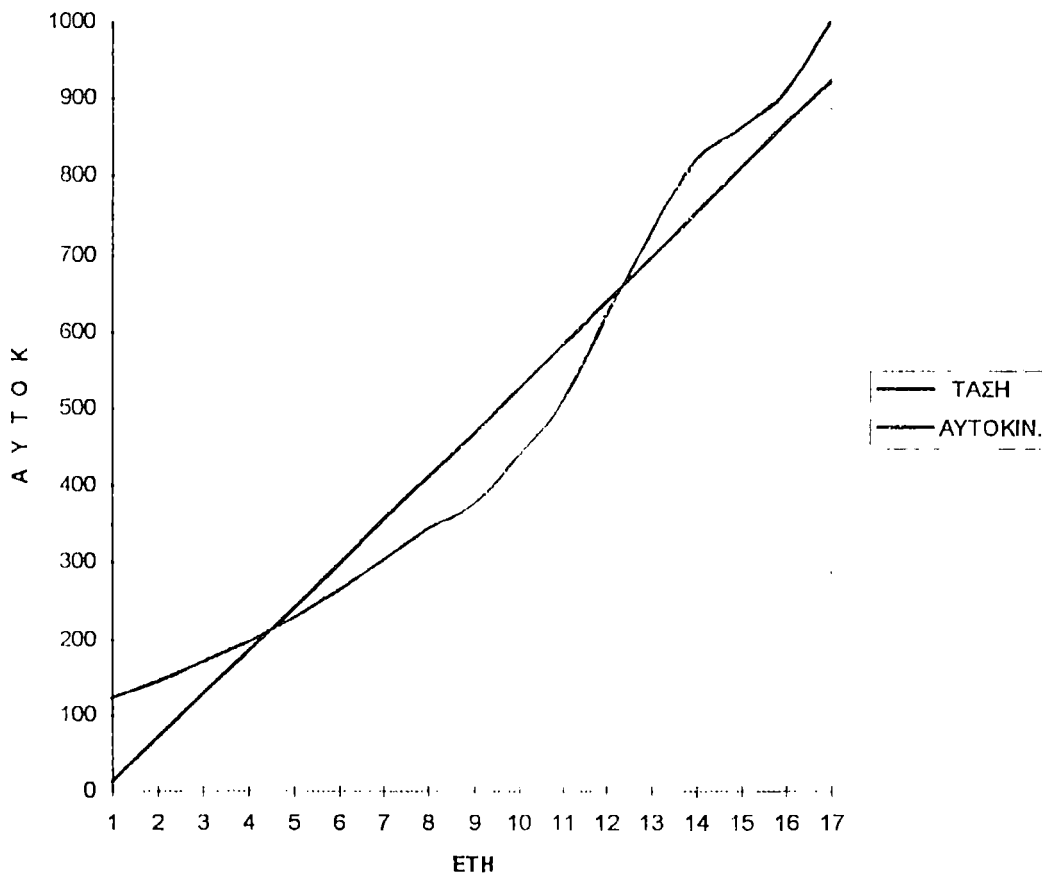
Πίνακας 3.16

Έτος	Μηνιαίοι μέσοι ψ	t	$\Psi \cdot t$	t^2
1978	398,3	-2	-796,6	4
1979	427,4	-1	-427,4 [-1.224]	1
1980	471,2	0	0,0	0
1981	492,0	1	492,0	1
1982	526,0	2	1.052,0 [+1.544]	4
Σύνολο	2.314,9 = $\Sigma\Psi$	—————	$\Sigma\Psi \cdot t = 320$	$10 = \Sigma t^2$

Διάγραμμα 3.5

Γραμμική τάση κυκλοφορούντων επιβατηγών αυτοκινήτων στην Ελλάδα, 1966 – 1982.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



Πίνακας 3.17

Μηνιαίες τιμές τάσεως (Τ) για την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση (1978 – 1982)

Έτος	1978	1979	1980	1981	1982
Ιαν.	384,2	416,3	448,3	480,6	513,0
Φεβρ.	386,9	418,9	451,0	483,3	515,7
Μαρτ.	389,6	421,6	453,6	486,0	518,4
Απρ.	392,2	424,3	456,3	488,7	521,1
Μάιος	394,9	426,9	459,0	491,4	523,8
Ιουν.	397,6	429,6	461,7	494,1	526,5
Ιουλ.	400,2	432,3	464,4	496,8	529,2
Αυγ.	402,9	434,9	467,1	499,5	531,9
Σεπτ.	405,6	437,6	469,8	502,2	534,6
Οκτ.	408,3	440,3	472,5	504,9	537,3
Νοέμ.	410,9	443,0	475,2	507,6	540,0
Δεκ.	413,6	445,6	477,9	510,3	542,7



Πίνακας 3.18

Έτος	1978	1979	1980	1981	1982	Αθροί- σματα	Μέσοι	Δείκτες εποχικό- τητας	Διάρεσοι	Δείκτες εποχικό- τητας
Ιαν.	130,4	130,2	130,3	134,2	134,1	659,2	131,8	129,8	130,4	129,9
Φεβ.	133,4	127,5	137,7	120,8	133,0	652,4	130,5	128,5	133,0	132,5
Μαρτ.	112,4	116,0	129,0	136,2	124,8	618,4	123,7	121,8	124,8	124,3
Απρ.	103,8	113,6	124,9	113,6	116,7	572,6	114,5	112,8	113,6	113,1
Μάιος	102,1	104,9	107,0	97,9	103,7	515,6	103,1	101,6	103,7	103,3
Ιουν.	90,0	90,5	89,5	84,2	86,2	440,4	88,1	86,8	89,5	89,1
Ιουλ.	80,7	38,6*	82,0	78,7	80,1	321,5	80,4	79,2	80,1	79,8
Αυγ.	74,7	36,8	73,6	74,7	72,9	295,9	74,0	72,9	73,6	73,3
Σεπτ.	77,7	117,0	74,5	76,9	75,9	422,0	84,4	83,1	76,9	76,6
Οκτ.	83,0	113,3	79,2	77,6	76,9	430,0	86,0	84,7	79,2	78,9
Νοεμ.	97,6	91,6	92,8	91,4	88,7	462,1	92,4	91,0	91,6	91,2
Δεκ.	115,3	112,4	104,6	108,6	106,1	547,0	109,4	107,8	108,6	108,2

* Οι τιμές με αστραγίκο δεν ληφθηκαν υπόψη στον υπολογισμό των αντίστοιχων μέσων. (α) Προκύπτουν με πολλαπλασιασμό κάθε μέσου επί το συντελεστή διορθώσεως: (1,985=1200/1218,5). (β) Προκύπτουν με πολλαπλασιασμό κάθε άσπαστου επί το συντελεστή διορθώσεως (1,996=1200/1205).



ΙΓ) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΜΗΝΙΑΙΟΥΣ ΚΙΝΗΤΟΥΣ ΜΕΣΟΥΣ

Θεωρείται η καλύτερη και απλούστερη μέθοδος στατιστικού προσδιορισμού εποχικότητας.

Κατά την μέθοδο αυτή, υπολογίζονται πρώτα οι κινητοί μέσοι όροι 12 μηνών. Κατόπιν, τα αρχικά εμπειρικά δεδομένα κάθε μήνα εκφράζονται ως ποσοστά (%) των αντίστοιχων κινητών μέσων. ο μέσος αριθμητικός (ή η διάμεσος) των ποσοστών αυτών για τους αντίστοιχους μήνες παρέχει τους δείκτες εποχικότητας ($= S_j$), $\sum_{j=1}^{12} S_j \neq 1200$. Αν τότε οι δείκτες εποχικότητας διορθώνονται με το συντελεστή διορθώσεως (3.36).

Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι τιμές μιας χρονολογικής σειράς διαμορφώνεται σύμφωνα με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα:

$$\Psi_t = T \times S \times C \times I$$

Ο υπολογισμός των κινητών μέσων αποβλέπει στην απαλοιφή των εποχικών κυμάνσεων και των τυχαίων κινήσεων.

Οι κινητοί μέσοι αποτελούν ικανοποιητική εκτίμηση της τάσεως και των κυκλικών κυμάνσεων, δηλαδή ισοδυναμούν με το γινόμενο $T \times C$. Η διαίρεση των αρχικών δεδομένων $\Psi_t = T \times S \times C \times I$ δια των αντίστοιχων κινητών μέσων ($=T \times C$) δίνει πηλίκο $S \times I$, δηλαδή δίνει δεδομένα τα οποία περιέχουν εποχικές κυμάνσεις ($=S$) και τυχόν τυχαίες κινήσεις ($=I$). Με τον υπολογισμό του μέσου όρου των ποσοστών απαλείφονται και οι τυχαίες κινήσεις, οπότε μένουν πλέον οι εποχικές κυμάνσεις ($=S$).



Για την πλήρη κατανόηση και εμπέδωση της μεθόδου των κινητών μέσων παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα :

Παράδειγμα : με τα δεδομένα του πίνακα 3.14 να υπολογιστούν οι δείκτες εποχικότητας με την μέθοδο των κινητών μέσων.

Για τον προσδιορισμό των δεικτών εποχικότητας ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

Στήλη 1^η : Περιέχει τα χρόνια και τους μήνες.

Στήλη 2^η : Περιέχει τα αρχικά (εμπειρικά δεδομένα).

Στήλη 3^η : Η στήλη αυτή δημιουργείται ως εξής: Αθροίζουμε τους 12 πρώτους όρους και το άθροισμά τους (4.779) το γράφουμε μεταξύ Ιουνίου και Ιουλίου (1978). Κατόπιν αφήνουμε τον Πρώτο όρο (501) και αθροίζουμε τους επόμενους δώδεκα όρους και το άθροισμα τους (4.820) το γράφουμε μεταξύ Ιουλίου και Αυγούστου (1978). Κατά τον ίδιο τρόπο προκύπτουν και τα υπόλοιπα «κινητά αθροίσματα».

Στήλη 4^η : Αποτελείται από το άθροισμα : α) του 1^{ου} και του 2^{ου} όρου της στήλης 3, το οποίο γράφουμε μεταξύ των δύο «κινητών αθροισμάτων» και αντιστοιχεί στον Ιούλιο (1978) β) του 2^{ου} και 3^{ου} όρου της στήλης 3, το οποίο αντιστοιχεί στον Αύγουστο (1978), κ.ο.κ. . Γράφουμε δηλαδή τα αθροίσματα στις γραμμές που αντιστοιχούν στους μήνες.

Στήλη 5^η : Σχηματίζεται με διαίρεση κάθε τιμής της στήλης 4 δια του 24. Το πρώτο πηλίκο αντιστοιχεί στον Ιούλιο (1978) κ.λπ..



Στήλη 6' : Σχηματίζεται ως εξής: Διαιρούμε τα αρχικά δεδομένα της στήλης 2 δια των αντίστοιχων δεδομένων της στήλης 5 και το πηλίκο το πολλαπλασιάζουμε με το 100 π.χ.



Πίνακας 3.19

Υπολογισμός κινητών μέσων 12 μηνών και ποσοστών αρχικών δεδομένων προς τους κινητούς μέσους για τη μηνιαία κατανάλωση ενέργειας στην Ελλάδα (1978 - 1982).

Ετος και μήνας	Κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας (E-κατ.ΩΧΒ)	Κινητά α-θροίσματα 12 μηνών στήλης (2)	Κινητά α-θροίσματα 2 διαδοχικών μηνών της στήλης (3)	Κινητοί μέσοι 12 μηνών (5)=(4):24	Ποσοστό % στήλης (2) προς στήλη (5) (6)=[(2):(5)]x100
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1978 Ιαν.	501				
Φεβρ.	516				
Μαρτ.	438				
Απρ.	407				
Μάιος	403				
Ιουν.	358				
Ιουλ.	323	4.779	9.599	399,9	80,8
Αυγ.	301	4.820	9.658	402,4	74,8
Σεπτ.	315	4.838	9.727	405,3	77,7
Οκτ.	339	4.889	9.853	410,5	82,6
Νοεμ.	401	4.964	9.973	415,5	96,5
Δεκ.	477	5.009	10.049	418,7	113,9
1979 Ιαν.	542	5.040	9.924	413,5	131,1
Φεβρ.	534	4.884	9.627	401,1	133,1
Μαρτ.	489	4.743	7.683	320,1	152,8
Απρ.	482	4.940	10.040	418,3	115,2
Μάιος	448	5.100	10.205	425,2	105,4
Ιουν.	389	5.105	10.234	426,4	91,2
Ιουλ.	167	5.129	10.300	429,2	38,9
Αυγ.	160	5.171	10.429	434,5	36,8
Σεπτ.	512	5.258	10.612	442,2	115,8
Οκτ.	499	5.354	10.796	449,8	110,9
Νοεμ.	406	5.442	10.927	455,3	89,2
Δεκ.	501	5.485	10.994	458,1	109,4



(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1980 Ιαν.	584	5.509	11.232	468,0	124,8
Φεβρ.	621	5.723	11.630	484,6	128,1
Μαρτ.	585	5.907	11.652	485,5	120,5
Απρ.	570	5.745	11.365	473,5	120,4
Μάιος	491	5.620	11.275	469,8	104,5
Ιουν.	413	5.655	11.309	471,2	87,6
Ιουλ.	381	5.654	11.369	473,7	80,4
Αυγ.	344	5.715	11.393	474,7	72,5
Σεπτ.	350	5.678	11.433	476,4	73,5
Οκτ.	374	5.755	11.495	478,9	78,1
Νοεμ.	441	5.740	11.470	477,9	92,3
Δεκ.	500	5.730	11.463	477,6	104,7
1981 Ιαν.	645	5.733	11.476	478,2	134,9
Φεβρ.	584	5.743	11.515	479,8	121,7
Μαρτ.	662	5.772	11.580	482,5	137,2
Απρ.	555	5.808	11.634	484,8	114,5
Μάιος	481	5.826	11.675	486,5	98,9
Ιουν.	416	5.849	11.752	489,7	84,9
Ιουλ.	391	5.903	11.849	493,7	79,2
Αυγ.	373	5.945	11.994	499,8	74,6
Σεπτ.	386	6.048	12.081	503,4	76,7
Οκτ.	392	6.033	12.119	504,9	77,6
Νοεμ.	464	6.086	12.234	509,8	91,0
Δεκ.	554	6.148	12.334	513,9	107,8
1982 Ιαν.	688	6.186	12.405	516,9	133,1
Φεβρ.	686	6.219	12.453	518,9	132,2
Μαρτ.	647	6.234	12.488	520,3	124,4
Απρ.	608	6.254	12.529	522,0	116,5
Μάιος	543	6.275	12.565	523,5	103,7
Ιουν.	454	6.290	12.602	525,1	86,5
Ιουλ.	424	6.312			
Αυγ.	388				
Σεπτ.	406				
Οκτ.	413				
Νοεμ.	479				
Δεκ.	576				



Πίνακας 3.20

Ετος	Ιαν.	Φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.
1978							80,8	74,8	77,7	82,6	96,5	113,9
1979	131,1	133,1	152,8	115,2	105,4	91,2	38,9	36,8	115,8	110,9	89,2	109,4
1980	124,8	128,1	120,5	120,4	104,5	87,6	80,4	72,5	73,5	78,1	92,3	104,7
1981	134,9	121,7	137,2	114,5	98,9	84,9	79,2	74,6	76,7	77,6	91,0	107,8
1982	133,1	132,2	124,4	116,5	103,7	86,5						
Αθροίσματα	523,9	515,1	534,9	466,6	412,2	350,2	240,4	221,9	343,7	349,2	369,0	435,8
Μέσοι	131,0	128,8	133,7	116,6	103,1	87,6	80,1	74,0	85,9	87,3	92,3	108,9
Δείκτες (α) Εποχικότητας	127,9	125,7	130,5	113,8	100,7	85,5	78,2	72,2	83,9	85,2	90,1	106,3
Διάμεσοι	132,1	130,2	130,8	115,9	104,2	87,0	79,8	73,0	77,2	80,4	91,7	108,6
Δείκτες (β) Εποχικότητας	130,9	129,0	129,6	114,9	103,3	86,2	79,1	72,3	76,5	79,7	90,9	107,6

$$\text{Για τον Ιούλιο 1978: } \frac{323}{399,9} \times 100 = 80,8\%$$

$$\text{Για τον Αύγουστο 1978 έχουμε: } \frac{301}{402,4} \times 100 = 74,81\%$$

$$\text{Για τον Δεκέμβριο 1978 έχουμε: } \frac{477}{418,7} \times 100 = 113,9\%$$

II) Τα ποσοστά της στήλης 6 συγκεντρώνονται στον πίνακα 3.20. Ο μέσος όρος κάθε μήνα (ή ημιδιάμεσος) της πενταετίας 1978 - 1982, δίνει το δείκτη εποχικότητας του αντίστοιχου μήνα (βλέπε. Τις γραμμές α και β) του πίνακα 3.20). Όπως είπαμε και στα προηγούμενα οι δείκτες εποχικότητας εκφράζουν πόσο «τοις %» τα μηνιαία δεδομένα υπερέρχουν ή υστερούν των αντίστοιχων τιμών της τάσεως και των κυκλικών κυμάνσεων π.χ. δείκτης του Ιανουαρίου 130,9% σημαίνει ότι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση τον Ιανουάριο κάθε χρόνο είναι κατά 30,9% υψηλότερη από αυτή που αντιστοιχεί στην τάση και την κυκλική συνιστώσα, ενώ ο δείκτης του Αυγούστου 72,3% δείχνει ότι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση παρουσιάζει μείωση για εποχικούς λόγους η οποία ανέρχεται κατά μέσο όρο σε 27,7 (=72,3 - 100).



ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ

Οι δείκτες εποχικότητας έχουν τεράστια σημασία στην ανάλυση χρονολογικών σειρών, γιατί χρησιμοποιούνται συνήθως για την απαλοιφή της εποχικότητας, δηλαδή για την απαλλαγή των όρων μίας χρονολογικής σειράς από την επίδραση του εποχικού παράγοντα, ώστε να μπορέσουμε να τους συγκρίνουμε μεταξύ τους και στην συνέχεια να μπορέσουμε να μετρήσουμε τις κυκλικές κυμάνσεις. Επίσης, όπως είπαμε η μελέτη των εποχικών κυμάνσεων των χρονολογικών σειρών έχει ως αντικειμενικό σκοπό την μέτρηση των εποχικών μεταβολών, ώστε να γίνεται ο κατάλληλος προγραμματισμός από τον ιδιωτικό και δημόσιο τομέα της οικονομίας.

Για την απαλοιφή της εποχικότητας διαιρούμε τα αρχικά δεδομένα (μηνιαία ή τριμηνιαία) μίας χρονολογικής σειράς δια των αντίστοιχων δεικτών εποχικότητας και πολλαπλασιάζουμε τα ποιλίκα με το εκατό. Τα προκείμεντα δεδομένα είναι απαλλαγμένα από τις εποχικές κυμάνσεις, όχι όμως και από τις άλλες συνιστώσες (τάση, κυκλική και τυχαία), όπως φαίνεται στην παρακάτω σχέση:

$$\text{Αποεποχικοποιημένα δεδομένα} = \frac{T \times C \times S \times I}{S} = T \times C \times I$$

Παράδειγμα: Χρησιμοποιώντας τους δείκτες εποχικότητας (α) του πίνακα 3.20, διαιρούμε τα δεδομένα των Ιανουαρίων των ετών 1978 - 1982 του πίνακα 3.14 δια 127,9 , των Φεβρουαρίων δια 125,7 , κλπ. Τα εποχικώς διορ-



θωμένα δεδομένα (Deseasonalized data) εμφανίζονται στον πίνακα 3.21

και προκύπτουν π.χ. ως εξής:

$$\text{Για τον Ιανουάριο 1978: } \frac{501}{127,9} \times 100 = 392$$

$$\text{Για τον Φεβρουάριο 1978: } \frac{516}{125,7} \times 100 = 410 \dots\dots$$

$$\text{Για τον Δεκέμβριο 1978: } \frac{576}{106,3} \times 100 = 542$$

Μετά την απαλοιφή της εποχικότητας, τα εποχικά διορθωμένα δεδομένα του Πίνακα 3.21 απεικονίζονται στο διάγραμμα 3.9



Πίνακας 3.21

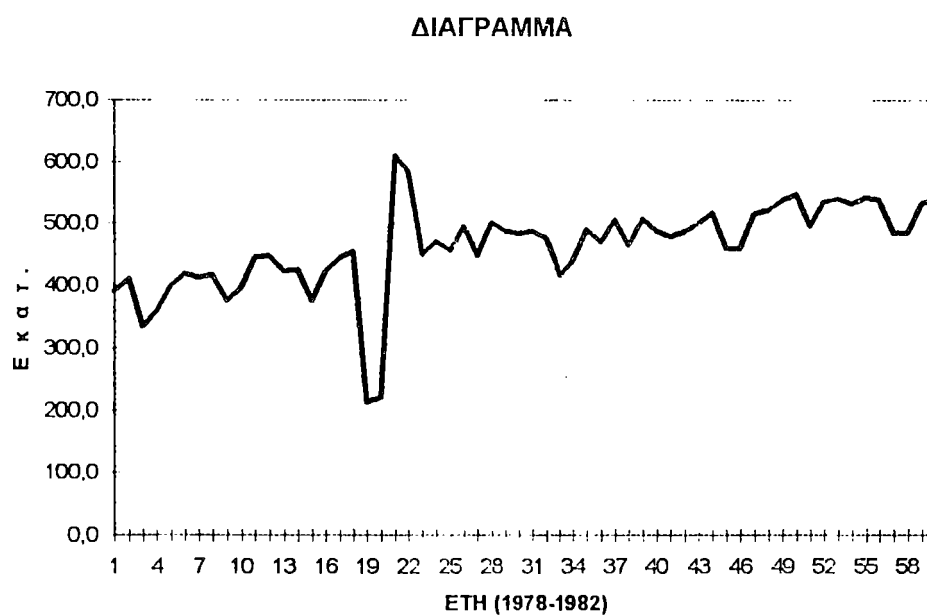
Εποχικά διορθωμένα στοιχεία κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα για οικιακή χρήση (1978 - 1982).

Μήνες	Ιαν.	Φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.
Ετη												
1978	392	410	336	358	400	419	413	417	375	398	445	449
1979	424	425	375	424	445	455	214	222	610	586	451	471
1980	457	494	448	501	488	483	487	476	417	439	489	470
1981	504	465	507	488	478	487	500	517	460	460	515	521
1982	538	546	496	534	539	531	542	537	484	485	532	542



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.9

Εποχικά διορθωμένα στοιχεία κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση (1978 - 1982).



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΚΥΜΑΝΣΕΩΝ

Είπαμε ότι, σε ορισμένες χρονολογικές σειρές εκτός από την μακροχρόνια τάση (=T) και τις εποχικές κυμάνσεις (=S) εμφανίζεται και ορισμένες «κυμάνσεις» οι οποίες έχουν διάρκεια μεγαλύτερη του έτους και ονομάζονται κυκλικές κυμάνσεις (=C). Για τον στατιστικό προσδιορισμό των κυκλικών κυμάνσεων -είναι κατά κανόνα δύσκολος γιατί δεν υπάρχουν επαρκή στατιστικά δεδομένα- χρησιμοποιούνται διάφοροι μέθοδοι. Οι περισσότερο χρησιμοποιούμενη μέθοδος είναι η μέθοδος των καταλοίπων (Besidual Method), η οποία ακολουθεί την εξής διαδικασία:

α) Γίνεται κατ' αρχήν απαλοιφή της εποχικότητας, οπότε τα προκύπτοντα δεδομένα περιέχουν τάση, κυκλικές κυμάνσεις και άρρυθμες κινήσεις, δηλαδή,

$$\text{ισχύει η γνωστή σχέση: } \frac{T \times C \times I}{T} = C \times I \quad (3.41)$$

γ) Αν τώρα στα λαμβανόμενα αποτελέσματα εφαρμόσουμε έναν κατάλληλο κινητό μέσο (μήκους 3-5 μηνών) μπορούμε να απολείψουμε από την χρονολογική σειρά και τις άρρυθμες κινήσεις (=I), οπότε τα προκύπτοντα δεδομένα θα περιέχουν μόνο τις κυκλικές κυμάνσεις (=C), τις οποίες μπορούμε πλέον να μελετήσουμε.

Παράδειγμα: Τα δεδομένα του πίνακα 3.14 να εξομαλυνθούν ως προς την εποχικότητα και την τάση. Δηλαδή να γίνει απαλοιφή της εποχικότητας και της τάσης στα δεδομένα του πίνακα 3.14.



Η απαλοιφή της εποχικότητας από τα δεδομένα του πίνακα 3.14 έχει γίνει και αποεποχικοποιημένα δεδομένα εμφανίζονται στον πίνακα 3.21.

Για να απαλείψουμε τώρα τα δεδομένα της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς από την τάση, διαιρούμε τα δεδομένα του πίνακα 3.21 δια των αντίστοιχων μηνιαίων τιμών της τάσης του πίνακα 3.17. Τα λαμβανόμενα δεδομένα της χρονολογικής σειράς είναι απαλλαγμένα από την εποχικότητα και την τάση και εμφανίζονται στον πίνακα 3.22. Προκύπτουν Δε ως εξής:

$$\text{Για τον Ιανουάριο 1978: } \frac{392}{384,2} \times 100 = 102\%$$

$$\text{Για τον Φεβρουάριο 1978: } \frac{310}{386,9} \times 100 = 106\%$$

.....

$$\text{Για τον Δεκέμβριο 1978: } \frac{449}{413,6} \times 100 = 108,6\%$$

Τα δεδομένα του πίνακα 3.22 περιέχουν κυκλικές κυμάνσεις και άρρυθμες κινήσεις. Αν τώρα στα δεδομένα του πίνακα 3.22 εφαρμόσουμε ένα κινητό μέσο 5 μηνών, τότε μπορούμε να απαλείψουμε από την χρονολογική σειρά τις άρρυθμες κινήσεις (=I), οπότε τα προκύπτοντα δεδομένα θα περιέχουν μόνο κυκλικές κυμάνσεις, τους λεγόμενους δείκτες κυκλικότητας οι οποίοι χρησιμοποιούνται όπως και οι δείκτες εποχικότητας.



Το διάγραμμα 3.10 απεικονίζει τις κυκλικές κυμάνσεις και τις άρρυθμες κινήσεις της χρονολογικής σειράς: «Κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση στην Ελλάδα, κατά την περίοδο 1978 - 1982.»

Κατασκευή χρονοδιαγράμματος

Μία από τις σημαντικότερες προκαταρκτικές εργασίες ανάλυσης μίας χρονολογικής σειράς είναι η διαγραμματική απεικόνιση της σειράς σε αριθμητικό ή ημιλογαριθμικό διάγραμμα ώστε να εξεταστεί οπτικά η φυσιογνωμία της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς. Η διαγραμματική απεικόνιση μίας χρονοσειράς, πολλές φορές είναι αρκετή για να μας καθοδηγήσει σε αξιόπιστα συμπεράσματα ως προς την ύπαρξη της τάσης, εποχικών κυμάνσεων, κυκλικών κυμάνσεων, κλπ.

Εφαρμόζονται ορισμένα στατιστικά κριτήρια ελέγχου των H. Marin, Wallis, Moore, Πρώτων Διαφορών, κ.α.



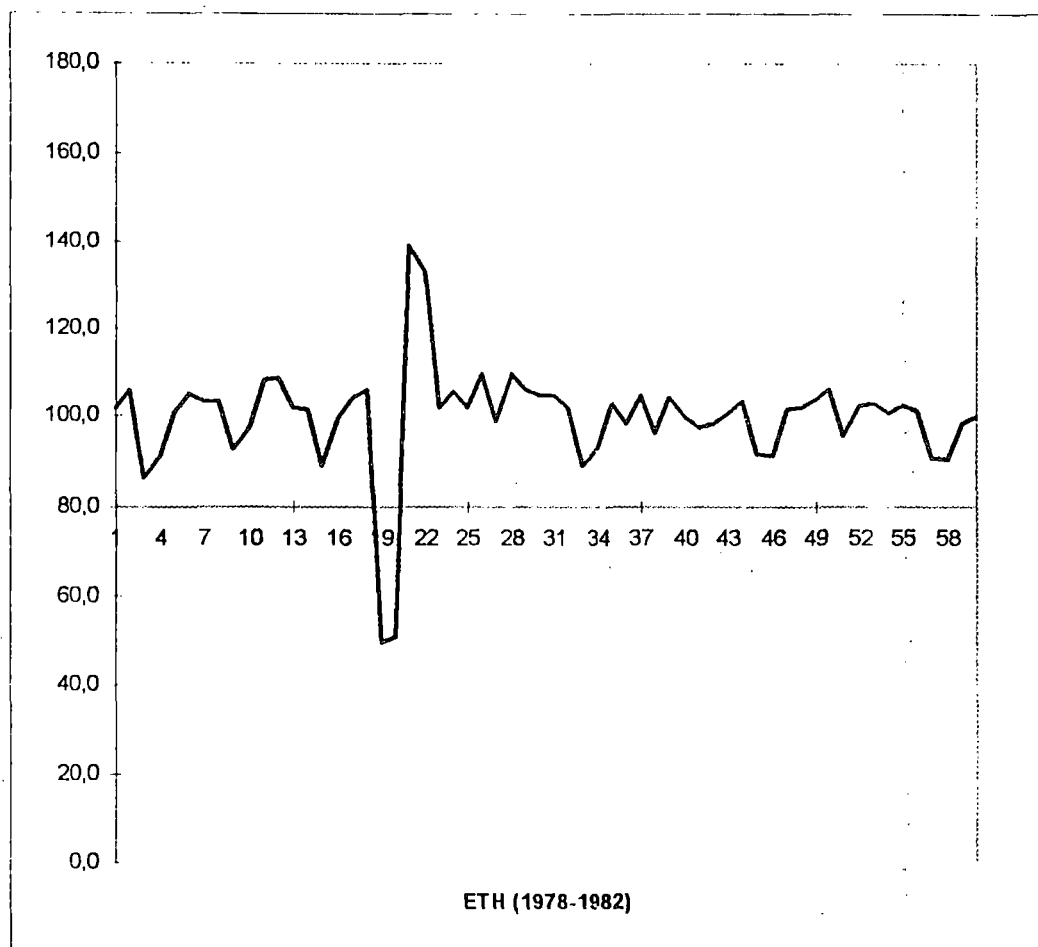
Πίνακας 3.4

Απαλλαγμένα από την εποχικότητα και την τάση στοιχεία κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση (1978 - 1982).

Μήνες Ετη	Ιαν.	Φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.
1978	102,0	106,0	86,2	91,3	101,3	105,4	103,2	103,5	92,4	97,5	108,3	108,6
1979	101,8	101,4	88,9	99,9	104,2	105,9	49,5	51,0	139,4	133,1	101,8	105,7
1980	101,9	109,5	98,8	109,8	106,3	104,6	104,9	101,9	88,8	92,9	102,9	98,3
1981	104,9	96,2	104,3	99,9	97,3	98,6	100,6	103,5	91,6	91,1	101,4	102,1
1982	103,7	105,9	95,7	102,5	102,9	100,8	102,4	100,9	90,5	90,3	98,5	99,8

Διάγραμμα 3.10

Κυκλικές και άρρυθμες κυμάνσεις κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας για οικιακή χρήση (1978 - 1982).



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μέχρι τώρα έγινε η θεωρητική μελέτη του ζητήματος των χρονολογικών σειρών. Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε να ασχοληθούμε με την εφαρμογή των χρονολογικών σειρών στις επιχειρήσεις και γενικά την εφαρμογή τους στην οικονομία και την κοινωνία.

Παρακάτω παραθέτουμε παραδείγματα εφαρμογής των χρονολογικών σειρών στις πωλήσεις προϊόντων και συγκεκριμένα λιπασμάτων και σπόρου καλαμποκιού. Τα στοιχεία έχουν παρθεί από την Ένωση Αγροτικών Συνεταιρισμών Μεσολογίου - Ναυπακτίας. Ο τρόπος εφαρμογής των χρονολογικών σειρών αναλύεται στα τρία προηγούμενα κεφάλαια.

Στη συνέχεια παραθέτουμε παραδείγματα από τον καθημερινό τύπο χρονολογικών σειρών που έχουν εφαρμογή στην οικονομία και στην κοινωνία ειδικότερα.

Τα περιοδικά είναι:

ΧΡΗΜΑ : χρηματιστηριακό και οικονομικό περιοδικό τεύχος 219 Οκτώβριος 1997

ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ - ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗ : οικονομικό περιοδικό τεύχος 722 Οκτώβριος 1997

ΕΛΙΑ & ΕΛΑΙΟΛΑΔΟ : οικονομικό περιοδικό τεύχος 1 Σεπτέμβριος 1997



Καθημερινή : εφημερίδα Κυριακή 5 Οκτωβρίου 1997

Κυριακάτικη Ελευθεροτυπία : εφημερίδα Κυριακή 5 Οκτωβρίου 1997



ΣΠΟΡΟΣ ΚΑΛΑΜΠΟΚΙΟΥ (Σε τόνους)

Μήνες	Ιαν.	Φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.	Ετήσια Αθροίσματα	Μηνιαίοι Μέσοι Όροι
Ετη														
1988	154	32	62	52	51	32	26	15	3.052	2.986	21.393	300	8.901	741,75
1989	164	35	55	55	55	42	27	20	4.069	3.982	2.852	400	11.767	980,58
1990	174	36	71	59	58	44	29	25	5.086	4.977	3.565	500	14.624	1.218,60
1991	185	39	75	62	61	47	31	0	5.983	5.856	4.194	588	17.121	1.426,75
1992	205	43	83	69	68	52	35	0	6.648	6.506	4.660	653	19.022	1.585,16

Μήνες	Ιαν.	%	Φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	%	Οκτ.	%	Νοεμ.	Δεκ.	%
Ετη			%	%	%	%	%	%	%					%		
1989		20,76	4,31	8,35	7,01	6,87	4,31	3,50	2,02	411,4		402,5		288,3		40,4
1990		16,72	3,56	6,73	5,60	5,60	4,28	2,75	2,039	414,9		406		290,8		40,79
1991		14,27	2,95	5,82	4,84	4,75	3,61	8,37	2,05	417,3		408,4		292,5		41,03
1992		12,90	2,7	5,25	4,34	4,27	3,29	2,172		419,3		410,4		293,9		41,21
1993		12,90	2,7	5,23	4,35	4,28	3,28	2,2		419,3		410,4		293,9		41,19
Αθροισμα		77,55	16,22	31,38	26,14	25,77	18,77	12,992	6,11	2.082,2		2.037,7		1.459,4		204,62
Δείκτες Επο- χικότητας		15,51	3,244	6,276	5,228	5,154	3,754	2,59	1,222	416,44		407,54		291,88		40,924

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΜΗΝΙΑΙΟ ΜΕΣΟ

Η μέθοδος των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο εφαρμόζεται σε χρονολογικές σειρές που δεν έχουν τάση, τις κυκλικές κυμάνσεις. Τα δεδομένα κάθε μήνα εκφράζονται επί τοις εκατό.

Για να κατασκευάσουμε τον πίνακα (2) βρήκαμε πρώτα τα ετήσια αθροίσματα και διαιρέσαμε με το δώδεκα (12) για να βρούμε τους μηνιαίους μέσους. Στη συνέχεια για να βρούμε τα ποσοστά για κάθε μήνα διαιρέσαμε τα δεδομένα κάθε μήνα με τον αντίστοιχο μηνιαίο μέσο και πολλαπλασιάσαμε επί εκατό.

Έτσι βγήκαν τα στοιχεία του πίνακα (2) που μας δείχνουν την πορεία των πωλήσεων αυτή την πενταετία.

Αν μελετήσουμε τον πίνακα θα δούμε ότι οι δείκτες του Σεπτεμβρίου - Οκτωβρίου - Νοεμβρίου παρουσιάζουν μία αύξηση κατά 200% έως 300% ενώ τους υπόλοιπους μήνες έχουμε κατακόρυφη μείωση από το μέσο σε μεγάλα ποσοστά κατά 78% το ανώτερο.



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

Η τάση ευθεία

Παράδειγμα από το Κεντρικό Κατάστημα Μεσολογίου της Ε.Α.Σ. Μεσολογίου - Ναυπακτίας

Πωλήσεις λιπασμάτων σε τόνους:

ΕΤΗ	Y _t	t _i =T _i - 1986
1987	1.424	1
1988	1.526	2
1989	1.628	3
1990	1.684	4
1991	1.831	5
	Y₁=1.618,6	t₁=3
1992	2.035	6
1993	3.855	7
1994	5.043	8
1995	7.402	9
1996	9.883	10
	Y₂=5.643,6	t₂=8

$$\frac{Y_t - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

ευθεία $Y_t = \alpha + \beta \cdot t \quad (2)$

Αφού έχουμε ολοκληρώσει τον πίνακα (1) βρίσκοντας τα y_1, t_1, y_2, t_2 λύνουμε την εξίσωση (1):

$$\frac{Y_t - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{Y_t - 1.618,6}{5.643,6 - 1.618,6} = \frac{t - 3}{8 - 3} \Rightarrow \frac{Y_t - 1.618,6}{4.025} = \frac{t - 3}{5} \Rightarrow Y_t - 1.618,6 = \frac{4.025}{5}(t - 3) \Rightarrow Y_t - 1.618,6 = 805t - 1.207,5 \Rightarrow Y_t = 805t - 1.207,5 + 1.618,6 \Rightarrow Y_t = 805t - 588,9$$



αντικαθιστούμε στην εξίσωση (2)

για $t=0$, $y_0=-796,95$

για $t=1$, $y_1=8,05$

για $t=2$, $y_2=813,05$

για $t=3$, $y_3=1.618,5$

για $t=4$, $y_4=2.423,05$

για $t=6$, $y_6=4,033$

για $t=10$, $y_{10}=7.253,05$

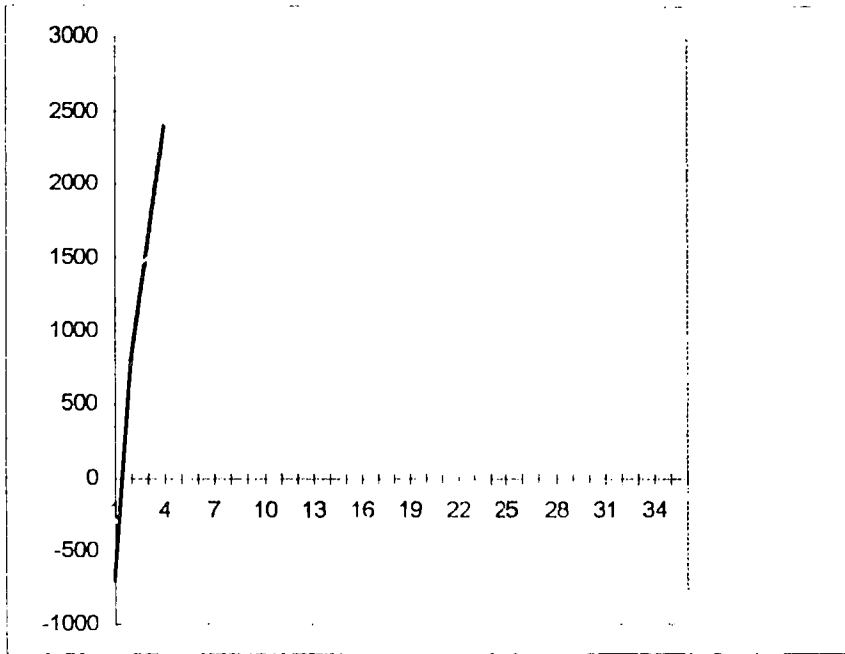
Για να κάνουμε πρόβλεψη για το 2000 βάζουμε για $t=14$, άρα:

$y_{14}=12.091,1$ τόνους λίπασμα θα πουλήσει το κεντρικό κατάστημα της Ε.

Α. Σ. Μεσολογγίου Ναυπακτίας στο Μεσολόγγι.

Κεντρικό Κατάστημα Ε. Α. Σ. Μεσολογγίου (Μέθοδος των μέσων σημείων)





ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Παράδειγμα:

Πωλήσεις λιπασμάτων Υποκατάστημα Ναυπάκτου Ε. Α. Σ. Μεσολογγίου

(σε τόνους).

Τι ΕΤΗ	ψt ΛΙΠΑΣΜΑΤΑ	t	ψt	t ²
1987	530	0	0	0
1988	532	1	532	1
1989	567	2	1.134	4
1990	602	3	1.806	9
1991	638	4	2.552	16
1992	709	5	3.545	25
1993	659	6	3.954	36
1994	669	7	4.683	49
1995	767	8	6.136	64
1996	859	9	7.731	81
ΣΥΝΟΛΟ	Σ _{ψt} = 6.532	Σ _t = 45	Σ _{ψt} = 32.073	Σ _{t²} = 285

$$n=10$$

Χρησιμοποιούμε γραμμικό υπόδειγμα

$$Y_t = \alpha + \beta t_i \quad (1)$$

όπου Y_t = τιμές τάσεως

$$t_i = T_i - T_0$$

T_i = χρόνος (έτη, τρίμηνα κλπ.)



$T_0 =$ Αρχή ($t=0$) χρονοσειράς

Για να εφαρμόσουμε την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων πρέπει να λύσουμε το σύστημα:

$$\Sigma_{\Psi} = n \cdot a + \beta \cdot \Sigma_t \quad (2)$$

$$\Sigma_{\Psi t} = a \cdot \Sigma_t + \beta \cdot \Sigma_t^2 \quad (3)$$

Λύνουμε το σύστημα αντικαθιστώντας τις τιμές:

Άρα:

$$\Sigma_{\Psi} = n \cdot a + \beta \cdot \Sigma_t \Rightarrow 6.532 = 10a + 45\beta \Rightarrow 10a + 45\beta = 6.532$$

$$\Sigma_{\Psi t} = a \cdot \Sigma_t + \beta \cdot \Sigma_t^2 \Rightarrow 32.073 = 45a + 285\beta \Rightarrow 45a + 285\beta = 32.073$$

Λύνουμε το σύστημα με ορίζουσες:

$$D = \begin{vmatrix} 10 & 45 \\ 45 & 285 \end{vmatrix} = 2.850 - 2.025 = 825$$

$$D_a = \begin{vmatrix} 6.532 & 45 \\ 32.073 & 285 \end{vmatrix} = 1.861.620 - 1.443.285 = 418.335$$



$$D_{\beta} = \begin{vmatrix} 10 & 6.532 \\ 45 & 32.073 \end{vmatrix} = 320.730 - 239.940 = 26.790$$

$$\alpha = \frac{d_a}{d} = \frac{412.335}{825} = 507$$

$$\beta = \frac{d_b}{d} = \frac{26.790}{825} = 32,47$$

Αρα αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε:

$$Y_t = 507 + 32,47t$$

Αν θέλουμε να προβλέψουμε για το 1999 τότε έχουμε $t=13$

$$\sum_{\psi} = n \cdot a + \beta \cdot \sum_t$$

$$\sum_{\psi \cdot t} = a \cdot \sum_t + \beta \cdot \sum_{t^2}$$

Για $t=0$ έχουμε $\Psi_0 = 507$

Για $t=1$ έχουμε $\Psi_1 = 539,47$

Για $t=2$ έχουμε $\Psi_2 = 571,94$

Για $t=5$ έχουμε $\Psi_5 = 669,35$

Για $t=8$ έχουμε $\Psi_8 = 766,76$

Για $t=10$ έχουμε $\Psi_{10} = 831,7$

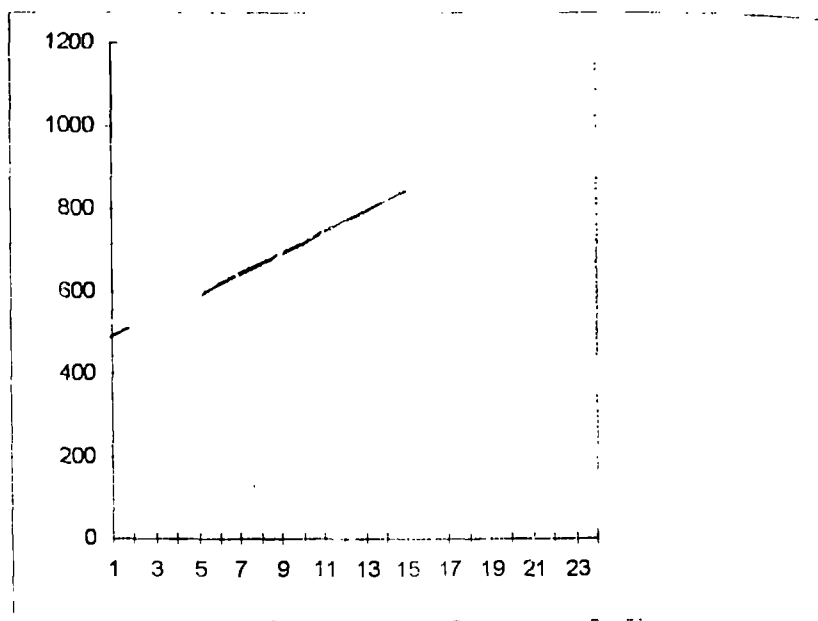
Για $t=13$ έχουμε $\Psi_{13} = 929,11$



Έτσι εκτιμάται ότι το έτος 1999 το Υποκατάστημα Ναυπάκτου της Ε. Α. Σ. Μεσολογγίου Ναυπακτίας θα κάνει πωλήσεις λιπασμάτων ύψους 929,11 τόνων.

**Προσδιορισμός γραμμικής τάσεως με την
μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.**

**Πωλήσεις λιπασμάτων Υποκαταστήματος Ναυπάκτου Ε. Α. Σ. Μεσο-
λογγίου Ναυπακτίας.**



ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Η τάση είναι παραβολή

Παράδειγμα πωλήσεις λιπασμάτων (Υποκατάστημα Ναυπάκτου)

Ε.Α.Σ. ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ - ΝΑΥΠΑΚΤΙΑΣ

ΕΤΗ	Y_t	t			
1991	638	1	Y_1	t_1	t_1^2
1992	709	2	1.347	1,5	2,25
1993	659	3	Y_2	t_2	t_2^2
1994	669	4	1.328	3,5	12,25
1995	767	5	Y_3	t_3	t_3^2
1996	859	6	1.626	5,5	30,25

Πρέπει να λύσουμε το εξής σύστημα:

$$y_1 = \alpha + \beta \cdot t_1 + \gamma \cdot t_1^2$$

$$y_2 = \alpha + \beta \cdot t_2 + \gamma \cdot t_2^2 \quad (1)$$

$$y_3 = \alpha + \beta \cdot t_3 + \gamma \cdot t_3^2$$

$$\text{Η εξίσωση της παραβολής είναι: } y_t = \alpha + \beta \cdot t + \gamma \cdot t^2 \quad (2)$$

Αντικαθιστούμε και λύνουμε το σύστημα (1):

$$1347 = \alpha + \beta \cdot 1,5 + \gamma \cdot 2,25$$



$$1328 = \alpha + \beta \cdot 3,5 + \gamma \cdot 12,25$$

$$1626 = \alpha + \beta \cdot 5,5 + \gamma \cdot 30,25$$

για να βρούμε τις τιμές των αγνώστων α , β , γ χρησιμοποιούμε την μέθοδο

Sarus. Αρα:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1,5 & 2,25 \\ 1 & 3,5 & 12,25 \\ 1 & 5,5 & 30,25 \end{vmatrix} = 16$$

$$D_{\alpha} = \begin{vmatrix} 1347 & 1,5 & 2,25 \\ 1328 & 3,5 & 12,25 \\ 1626 & 5,5 & 30,25 \end{vmatrix} = 25.108,5$$

$$D_{\beta} = \begin{vmatrix} 1 & 1347 & 2,25 \\ 1 & 1328 & 12,25 \\ 1 & 1626 & 30,25 \end{vmatrix} = -3.322$$

$$D_{\gamma} = \begin{vmatrix} 1 & 1,5 & 1347 \\ 1 & 3,5 & 1328 \\ 1 & 5,5 & 1626 \end{vmatrix} = 634$$

$$\alpha = \frac{D_{\alpha}}{D} = 1.569,28 \quad \beta = \frac{D_{\beta}}{D} = -207,6 \quad \gamma = \frac{D_{\gamma}}{D} = 39,62$$



αντικαθιστώντας τις τιμές που βρήκαμε στην εξίσωση (2) έχουμε:

$$y = 1.569,28 - 207,6 \cdot t + 39,62 \cdot t^2$$

για $t=0$ έχουμε: $y_0=1.569,28$

για $t=1$ έχουμε: $y_1=1.401,3$

για $t=2$ έχουμε: $y_2=1.312,56$

για $t=5$ έχουμε: $y_5=1.521,78$

για $t=6$ έχουμε: $y_6=1.750$

Έτσι δημιουργείται η παραβολή του διαγράμματος (1).

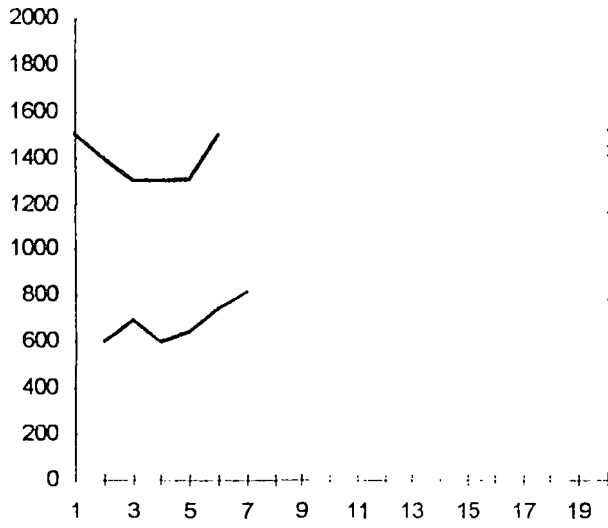
Αν θέλουμε να κάνουμε μία πρόβλεψη για τα μελλοντικά χρόνια τότε όπου

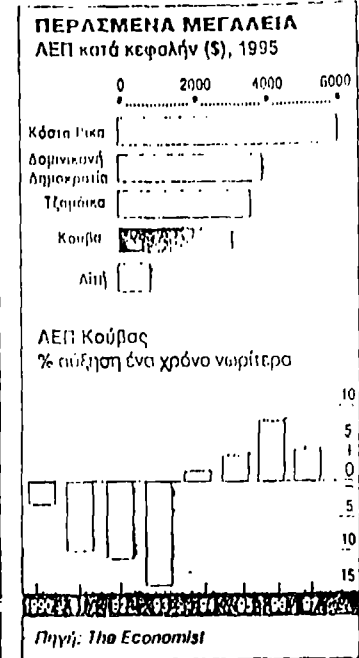
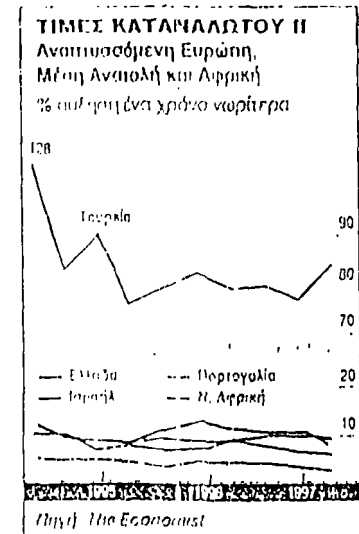
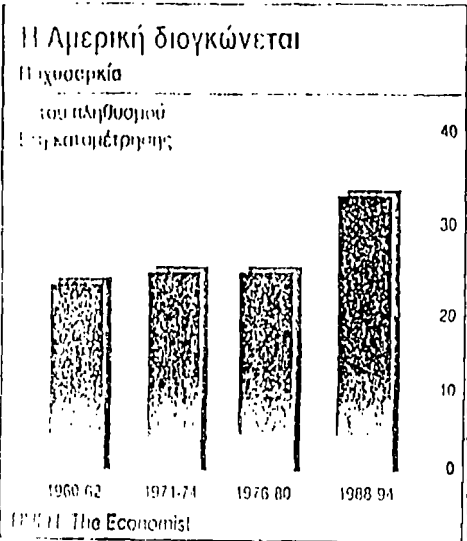
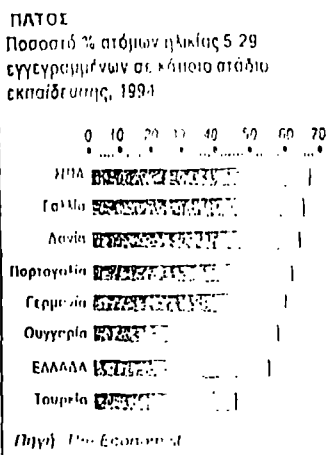
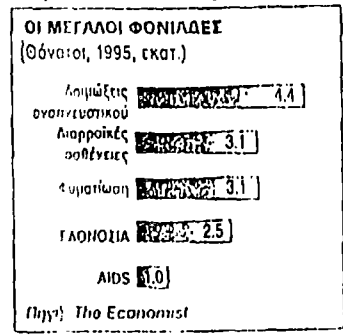
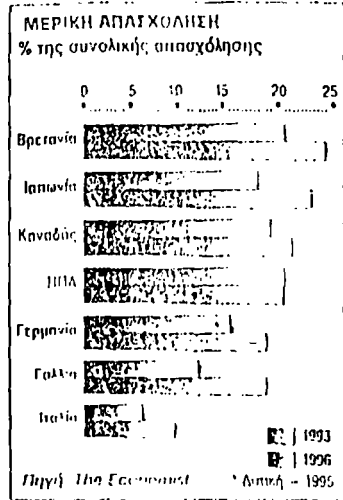
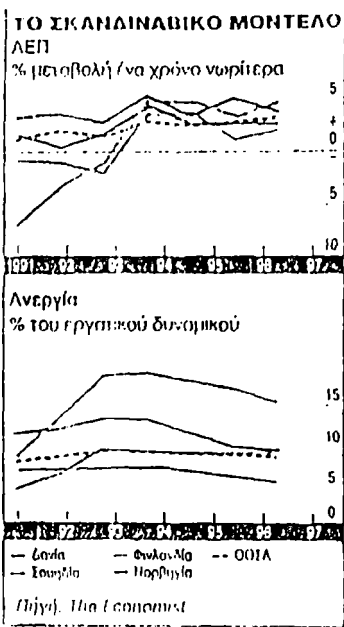
$$t=10 \quad y_{10}=3.455,28$$

Το 2000 θα πωληθούν 3.455,28 τόνοι λίπασμα στο Υποκατάστημα Ναυπάκτου.

Υποκατάστημα Ναυπάκτου (Μέθοδος των μέσων σημείων).







ΠΡΟΒΟΛΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΠΕΡΩΔΙΑ ΚΕΡΔΩΣ				
	1993	1994	1995	1996 *
Κύκλος Εργασιών	2.234	2.618	2.777	2.209
Μικτά Κέρδη	1.269	1.423	1.558	971
Μικτά Περιθώρια Κέρδους	56,80%	54,35%	58,10%	42,42%
Λειτουργικά Έξοδα	263	326	256	279
% επί των πωλήσεων	11,77%	12,45%	9,22%	12,18%
Χρηματοοικονομικά αποτελέσματα	-221	-293	-222	138
% επί των πωλήσεων	-9,89%	-11,19%	-7,99%	6,02%
Κέρδη προ φόρων	773	817	931	787
Καθαρό περιθώριο κέρδους	34,60%	31,21%	33,63%	26,95%
Πόγια	919	1.092	1.020	1.334
Κυκλοφορούν ενεργητικό	1.547	2.658	2.704	3.447
Σύνολο ενεργητικού	2.474	3.768	3.769	4.873
Βραχυπρόθεσμο παθητικό	1.180	2.180	1.050	1.695
Αποθέματα	355	418	629	1.405
Απαιτήσεις	1.159	2.223	2.031	1.954
Ίδια κεφάλαια	908	1.212	2.626	3.032
Κόστος πωληθέντων	955	1.195	1.219	1.318
Δείκτες				
Αποδοτικότητα ιδίων κεφαλαίων	64,13%	67,41%	35,57%	20,34%
Γενική ρευστότητα	1,31	1,22	2,56	2,05
Ίδια/Συνολικά Κεφάλαια	36,70%	32,17%	69,67%	62,62%
Κυκλ. ταχύτητα απαιτήσεων (ημέρες)	438	679	608	311
Κυκλοφοριακή ταχύτητα αποθεμάτων (ημέρες)	131	128	188	389
Πωλήσεις/Πόγια	2,43	2,40	2,72	1,71

Σε εκατομμύρια δραχμές * Ενοποιημένα αποτελέσματα

45

3 10 97 ΧΡΗΜΑ

Ισοδυναμία Σελούτο ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΠΕΡΩΔΙΑ 1993-1996				
	1993	1994	1995	1996
Κύκλος Εργασιών	1.047	1.483	1.341	1.748
Μικτά Κέρδη	514	485	524	631
Μικτά Περιθώρια Κέρδους	51,96%	32,70%	39,02%	36,17%
Λειτουργικά Έξοδα	128	180	201	339
% επί των πωλήσεων	12,27%	12,11%	15,12%	19,40%
Χρηματοοικονομικά αποτελέσματα	3	11	-1	-1
% επί των πωλήσεων	0,29%	0,74%	-0,07%	-0,09%
Κέρδη προ φόρων	525	609	804	1.294
Καθαρό περιθώριο κέρδους	50,14%	41,07%	60,24%	71,11%
Πόγια	465	2.240	2.763	3.841
Κυκλοφορούν ενεργητικό	1.126	2.009	1.929	2.090
Σύνολο ενεργητικού	1.603	4.269	4.726	5.982
Βραχυπρόθεσμο παθητικό	431	2.051	873	1.207
Αποθέματα	338	709	836	1.335
Απαιτήσεις	689	780	767	604
Ίδια κεφάλαια	1.163	2.174	3.791	4.689
Κόστος πωληθέντων	503	998	819	1.114
Δείκτες				
Αποδοτικότητα ιδίων κεφαλαίων	45,69%	28,01%	21,30%	27,55%
Γενική ρευστότητα	2,61	0,97	2,21	1,73
Ίδια/Συνολικά Κεφάλαια	71,68%	50,94%	80,39%	78,38%
Κυκλ. ταχύτητα απαιτήσεων (ημέρες)	240	378	208	126
Κυκλοφοριακή ταχύτητα αποθεμάτων (ημέρες)	245	259	373	438
Πωλήσεις/Πόγια	2,25	0,66	0,49	0,45

Σε εκατομμύρια δραχμές

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 ΚΑΘΑΡΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΕΜΠΟΡΙΟΥ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΚΑΠ

(εκατ. Ecu)

	Ενδοκοινοτικό εμπόριο (καθαρό) ⁽¹⁾	Εμπόριο εκτός Ε.Ε. (καθαρό)	Συνεισφορές FEOGA ⁽²⁾	Εισπράξεις FEOGA	Υπόλοιπο ⁽³⁾	ΑΠΑ ⁽⁴⁾
1989	-85,5	-11,6	357,9	1.161,5	706,6	11
1990	-231,2	-19,8	315,9	1.002,8	495,8	9
1991	-135,9	-11,6	458,8	1.633,0	1.026,7	14
1992	-133,8	-12,4	392,7	1.648,8	1.109,9	18
1993	-198,9	17,0	550,1	2.121,4	1.389,4	23
1994	-271,0	11,5	516,6	2.145,2	1.369,1	23

⁽¹⁾ Εξαιρώται των 12 ⁽²⁾ Ευρωπαϊκό Ταμείο Γεωργιακής Ανάπτυξης και Γεωργικής Επιστροφής (FEOGA) ⁽³⁾ Εμπορικό ισοζύγιο σε καθαρές εισπράξεις FEOGA ⁽⁴⁾ Ακαθάριστη Προσυθόμενη Αξία

Πηγή: Γιώργος Ζανιάς (ΑΣΟΕΕ) και Ναπολέων Μαραβέγιας (Αγροτικό Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Αθηνών): "Η επίδραση της Κοινής Αγροτικής Πολιτικής στη συνοχή μεταξύ των χωρών-μελών της Ε.Ε.", Αύγουστος 1996. Ανέκδοτο κείμενο εισήγησης σε συνέδριο.

1994

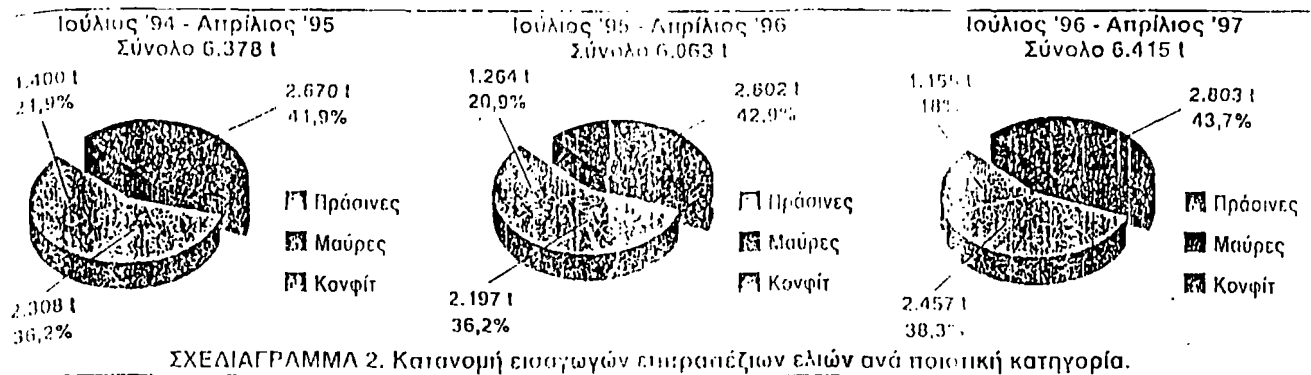
Βιομηχανική Οικονομική Επιθεώρηση ■ Οκτώβριος 1997

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 ΜΕΤΑΒΙΒΑΣΗ ΑΝΑ ΕΤΗΣΙΑ ΜΟΝΑΔΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ (ανά άτομο, ανά αγροκτήμα)

(Ecu)

	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Δανία	8.484,9	4.822,1	8.805,2	10.553,7	12.894,2	10.991,0
Ιρλανδία	779,6	2.287,5	1.622,2	3.291,0	2.546,3	3.615,4
Ελλάδα	917,1	658,9	1.501,7	1.545,8	1.961,6	2.013,7

Πηγή: Γιώργος Ζανιάς (ΑΣΟΕΕ) και Ναπολέων Μαραβέγιας (Αγροτικό Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Αθηνών): "Η επίδραση της Κοινής Αγροτικής Πολιτικής στη συνοχή μεταξύ των χωρών-μελών της Ε.Ε.", Αύγουστος 1996. Ανέκδοτο κείμενο εισήγησης σε συνέδριο.



Έρευνα Αγοράς

Ποιότητα	1990/91	1991/92	1992/93	1993/94	1994/95	1995/96	1996/97
Παρθένο	14	21	16	20	16	20	23
Ραφινέ/Κουπέ	86	79	83	83	84	80	75
Πυρηνέλαιο	0	1	1	1	0	1	1

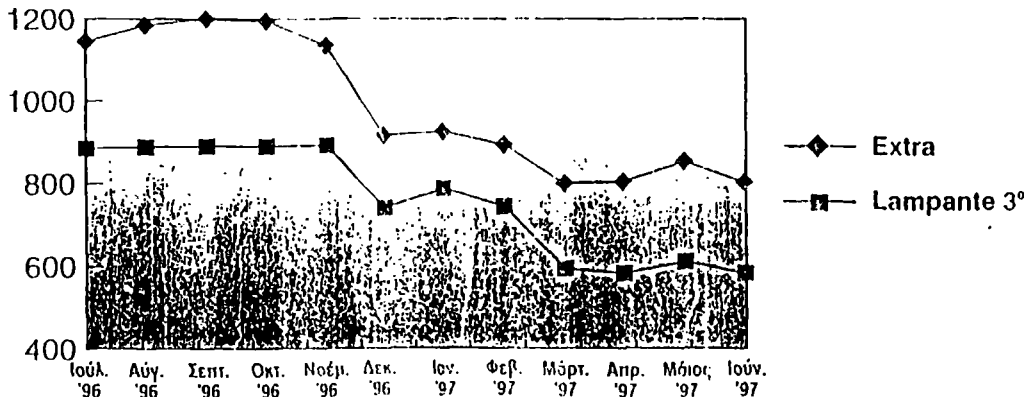
ΠΙΝΑΚΑΣ 3. Κατανομή εισαγομένων ελαιολάδων ανά ποιοτική κατηγορία (% συμμετοχής)
Σημείωση: Λόγω στρογγυλοποιήσεων το άθροισμα μπορεί να διαφέρει από το 100%.

ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

Εξέλιξη των τιμών

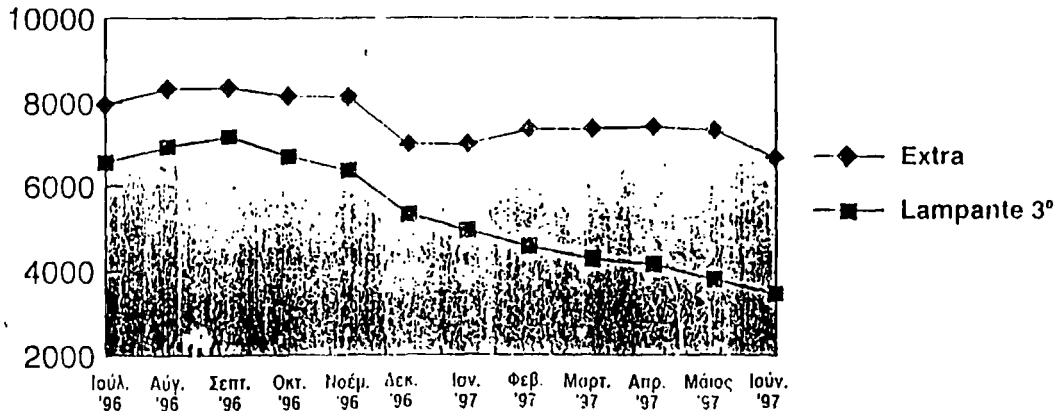
Πίνακας 2: Σύγκριση μεταξύ Extra και Lampante 3°
Μηνιαίες τιμές παραγωγού για την κάθε χώρα.
ΕΛΛΑΔΑ (δρχ./κιλό), Ιταλία (λίρες/κιλό), Ισπανία (πεςέτες/κιλό).

Ελλάδα
δρχ./κιλό



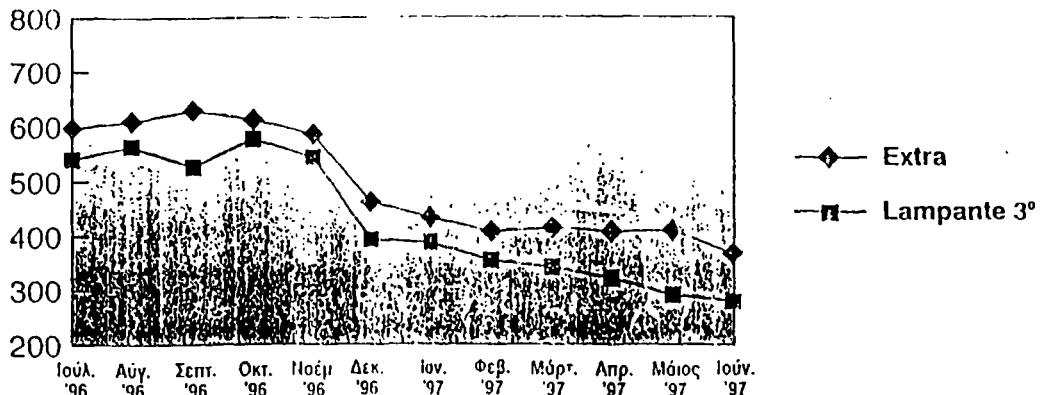
ΕΛΛΑΔΑ	Ιούλ. '96	Αύγ. '96	Σεπτ. '96	Οκτ. '96	Νοέμ. '96	Δεκ. '96	Ιαν. '97	Φεβ. '97	Μάρτ. '97	Απρ. '97	Μάιος '97	Ιούν. '97
Extra	1142	1182	1199	1194	1132	914	923	892	799	803	852	802
Lampante 3°	883	886	888	888	890	739	786	743	592	581	610	582

Ιταλία
λίρες/κιλό



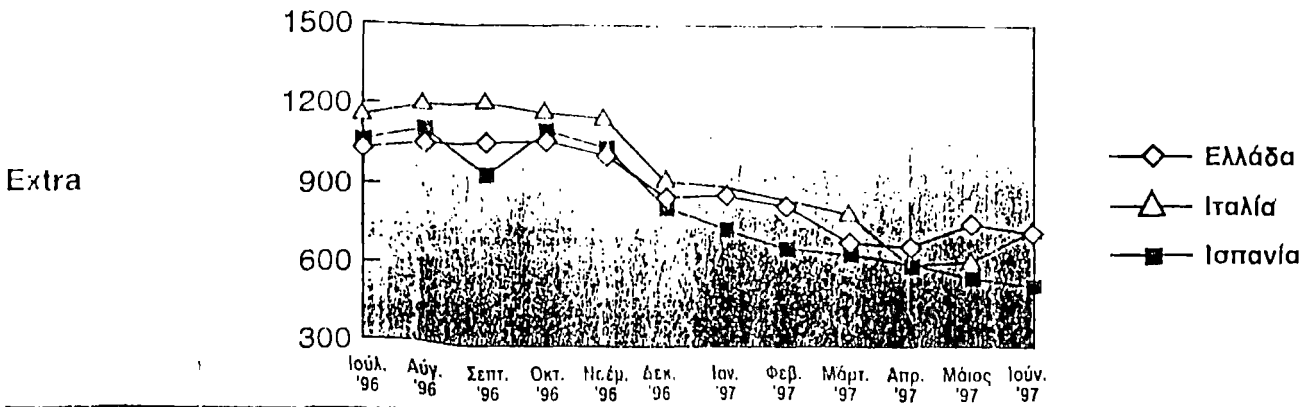
ΙΤΑΛΙΑ	Ιούλ. '96	Αύγ. '96	Σεπτ. '96	Οκτ. '96	Νοέμ. '96	Δεκ. '96	Ιαν. '97	Φεβ. '97	Μάρτ. '97	Απρ. '97	Μάιος '97	Ιούν. '97
Extra	7960	8344	8374	8169	8150	6997	7010	7369	7381	7425	7340	6675
Lampante 3°	6552	6934	7182	6697	6360	5325	4950	4575	4275	4150	3788	3463

Ισπανία
πεςέτες/κιλό

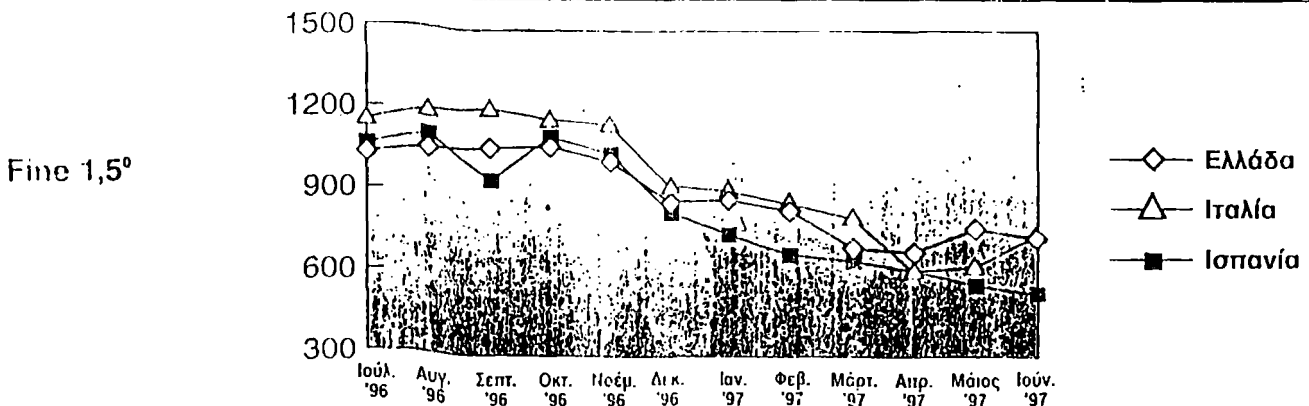


ΙΣΠΑΝΙΑ	Ιούλ. '96	Αύγ. '96	Σεπτ. '96	Οκτ. '96	Νοέμ. '96	Δεκ. '96	Ιαν. '97	Φεβ. '97	Μάρτ. '97	Απρ. '97	Μάιος '97	Ιούν. '97
Extra	598	610	630	613	586	463	434	408	415	408	410	367
Lampante 3°	541	564	527	577	544	393	387	354	341	320	290	279

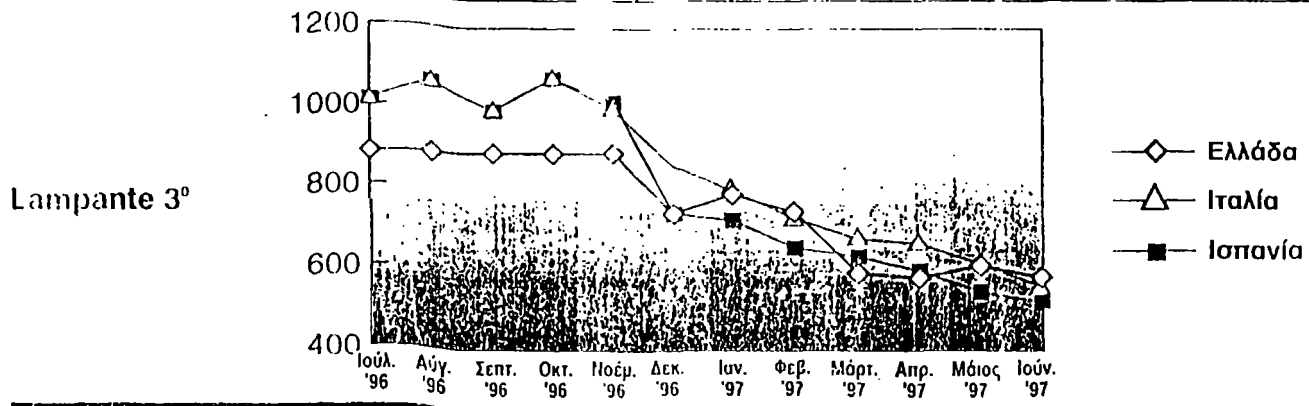
Πίνακας 3: Σύγκριση μεταξύ Ελλάδας, Ιταλίας και Ισπανίας, για την κάθε ποιοτική κατηγορία. Μηνιαίες τιμές παραγωγού, εκφρασμένες σε δραχ./κιλό (με βάση τις μέσες τιμές fixing).



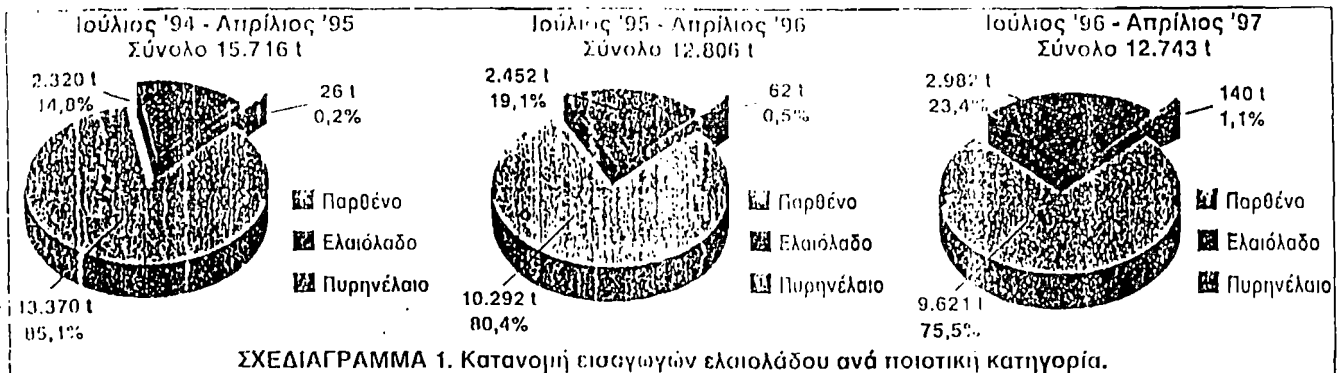
	Ιουλ. '96	Αύγ. '96	Σεπτ. '96	Οκτ. '96	Νοέμ. '96	Δεκ. '96	Ιαν. '97	Φεβ. '97	Μάρτ. '97	Απρ. '97	Μάιος '97	Ιούν. '97
Ελλάδα	1142	1182	1199	1194	1132	914	923	892	799	803	852	802
Ιταλία	1240	1303	1318	1285	1281	1124	1125	1169	1164	1186	1185	1078
Ισπανία	1119	1150	1188	1143	1099	833	811	756	771	764	775	688



	Ιουλ. '96	Αύγ. '96	Σεπτ. '96	Οκτ. '96	Νοέμ. '96	Δεκ. '96	Ιαν. '97	Φεβ. '97	Μάρτ. '97	Απρ. '97	Μάιος '97	Ιούν. '97
Ελλάδα	1030	1057	1067	1073	1020	869	876	836	699	683	769	736
Ιταλία	1151	1197	1210	1173	1154	926	907	859	805	611	625	743
Ισπανία	1063	1110	949	1110	1049	830	750	677	654	617	565	535



	Ιουλ. '96	Αύγ. '96	Σεπτ. '96	Οκτ. '96	Νοέμ. '96	Δεκ. '96	Ιαν. '97	Φεβ. '97	Μάρτ. '97	Απρ. '97	Μάιος '97	Ιούν. '97
Ελλάδα	883	886	888	888	890	739	786	743	592	581	610	582
Ιταλία	1013	1063	994	1076	1000	856	794	726	674	663	612	559
Ισπανία	1013	1063	994	1076	1020	739	723	656	634	599	548	523



Χώρα	1986/87	1987/88	1988/89	1989/90	1990/91	1991/92	1992/93	1993/94	1994/95	1995/96	10 μήνες 1996/97
Ισπανία	65	66	60	60	66	57	53	60	63	60	61
Ιταλία	21	21	32	30	25	36	37	31	29	28	29
Ελλάδα	11	11	7	9	6	5	3	8	7	10	8
Λοιπές	3	2	1	1	3	2	2	1	1	2	2

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. Κατανομή εισαγομένων ελαιολάδων ανά χώρα προέλευσης (% συμμετοχής)

Τεύχος 1, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1997

ΕΛΜΕ & ΕΛΑΙΟΠΛΗΘ

18

Είδος	90/91	91/92	92/93	93/94	94/95	95/96	10 μήνες 1996/97
Πράσινες γεμιστές	16	13	14	18	18	16	14
Πράσινες ολόκληρες	9	6	5	6	4	4	4
ΣΥΝΟΛΟ ΠΡΑΣΙΝΕΣ	25	18	19	24	22	20	18
Κονφίτ εκπυρηνωμένες	9	9	11	13	10	10	11
Κονφίτ ολόκληρες	16	22	19	23	24	23	28
Κονφίτ γεμιστές	2	1	1	2	3	2	0
ΣΥΝΟΛΟ ΚΟΝΦΙΤ	27	32	32	38	37	35	39
Μιαύρες φυσικές	18	50	49	38	41	44	44

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. Κατανομή εισαγομένων επιτραπέζιων ελιών ανά ποιοτική κατηγορία (% συμμετοχής)

Χώρα	1986/87	1987/88	1988/89	1989/90	1990/91	1991/92	1992/93	1993/94	1994/95	1995/96	10 μήνες 1996/97
Ισπανία	54	51	59	56	55	53	51	53	51	43	47
Ιταλία	41	46	36	39	40	39	39	39	40	50	44
Ελλάδα	2	0	1	2	2	1	1	1	1	1	2
Γαλλία	2	1	2	1	2	3	5	3	3	2	3
Αυστρία	0	1	1	1	6	1	1	1	1	1	1
Λοιπές	2	1	1	1	2	2	4	3	3	3	3

ΠΙΝΑΚΑΣ 6. Κατανομή εισαγομένων επιτραπέζιων ελιών ανά χώρα προέλευσης (% συμμετοχής)

ΠΙΝΑΚΑΣ Α
ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ (ΠΑΕ) ΚΑΙ ΠΟΣΟΣΤΟ
ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

(δισεκ. δρχ. - εκτός εάν ορίζεται αλλιώς)

Έτος	Δαπάνες ΠΑΕ υπολογιζόμενες	Δαπάνες ΠΑΕ πραγματοποιηθείσες	Διαφορά %	Έλλειμμα κρατικά προϋπολογισμού	Δαπάνες ΠΑΕ ως % του ελλείμματος	Δημόσιο έλλειμμα ως % του ΑΕΠ
1988	370	365	1,4	1.197	30,5	14,0
1989	431	429	0,5	1.171	36,6	17,6
1990	460	467	1,5	1.794	26,0	17,2
1991	570	605	6,1	1.687	35,9	13,1
1992	710	727	2,4	1.300	55,9	7,1
1993	975	728	25,3	2.325	31,3	11,3
1994	1.000	807	19,3	2.087	28,0	12,2
1995	1.050	962	8,1	2.769	34,5	10,5
1996	1.200	1.120	6,7	2.462	45,4	9,3
1997	1.666	2.010*	..	6,2*

*: Εκτιμήσεις
 Πηγή: Προϋπολογισμοί των αντιστοίχων ετών

ΠΙΝΑΚΑΣ Β
ΚΥΡΙΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ

(μεταβολή % σε σταθερές τιμές 1980)

	1994	1995	1996	1997	1998	1999	M.O. 1994-99
ΑΕΠ	1,1	1,2	1,7	2,6	3,0	3,5	2,2
Μέσοι μισθοί	12,3	8,4	6,5	4,6	4,3	4,2	6,7
Αποπληθωριστής ιδιωτικής κατανάλωσης	10,8	7,9	6,1	3,9	3,5	3,3	5,9
Κόστος ανά μονάδα εργασίας	11,3	7,4	5,6	3,2	2,7	2,4	5,4
Επιτόκια ^(α)	18,5	14,1	10,6	7,9	6,8	6,2	10,7
Συνολικός απαιτούμενος κρατικός δανεισμός (% του ΑΕΠ)	12,5	10,1	7,0	4,2	2,4	0,9	..
Συνολικό δημόσιο χρέος (% του ΑΕΠ)	112,1	115,2	115,3	113,4	109,1	103,4	..

(α) Ετήσια κρατικά χρεόγραφα
 Πηγή: Υπουργείο Εθνικής Οικονομίας

ΠΙΝΑΚΑΣ Β
ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΗΝ ΕΙΣΠΡΑΞΕΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ Ε.Ε. ΣΤΙΣ ΔΑΠΑΝΕΣ ΤΟΥ ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

(δισεκ. δρχ., εκτός εάν σημειώνεται άλλο)

Έτος	Εισπράξεις Ε.Ε. ^(α)	Συνολικές Δαπάνες Προϋπολογισμού	%
1981	9	684	1,3
1982	41	895	4,6
1983	73	1.165	6,3
1984	88	1.450	6,1
1985	122	1.839	6,6
1986	152	2.310	6,6
1987	244	2.821	8,6
1988	260	3.414	7,6
1989	354	4.260	8,3
1990	475	5.537	8,6
1991	618	6.029	10,3
1992	853	6.639	12,8
1993	1.056	8.327	12,7
1994	1.113	9.082	12,3
1995	1.204	9.842	12,2
1996	1.470	10.871	13,5

(α) Οι αριθμοί σε άκρη, που εμφανίζονται στους ετήσιους προϋπολογισμούς, δεν αντιστοιχούν σε αιτίες, που επιμερίζονται με το ζύγιο πληρωμών λόγω καθυστερήσεων
 Πηγή: Προϋπολογισμοί παρελθόντων ετών

ΠΙΝΑΚΑΣ 10 ΟΙ ΚΟΙΝΟΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΙΒΑΣΕΙΣ ΩΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΤΟΥ ΑΕΠ ΚΑΙ ΩΣ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΣΤΟ ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΠΛΗΡΗΜΗΝ

Ετος	I. ΛΕΠ (\$ δισεκ.)	II. Μεταβιβάσεις ΕΕ (\$ δισεκ.)	II/I % του ΑΕΠ	III. Εμπορ. έλλειμμα (\$ εκατ.)	% καλύτερη ελλειμμάτων από μεταβ. (III/II)	IV. Ισοζ. άδηλων (\$ εκατ.)	% Μεταβ. ως προς ισοζύγιο (II/IV)	V. Τρέχον έλλειμμα (\$ εκατ.)	% του ΑΕΠ (V/I)	% του ΑΕΠ χωρίς μεταβ. (V-II/I)
1991	37,9	148	0,4	6.697	17,2	4.276	3,5	2.421	6,5	6,9
1992	38,5	550	1,4	5.927	15,3	4.642	13,6	1.865	4,9	6,3
1993	34,9	834	2,4	5.396	15,5	3.510	23,8	1.876	5,4	7,8
1994	33,8	715	2,1	5.351	17,4	3.221	22,2	2.130	6,3	8,4
1995	33,4	869	2,6	6.268	13,9	2.992	29,0	3.276	9,8	12,4
1996	39,2	1.392	3,6	5.686	24,5	3.914	35,6	1.772	4,5	8,1
1997	46,0	1.666	3,6	6.943	24,0	5.723	29,1	1.219	2,7	6,2
1998	53,0	1.935	3,7	7.631	25,4	6.674	29,0	-957	1,8	5,5
1998*	64,5	1.935	3,0	7.631	25,4	6.674	29,0	-957	1,5	4,5
1989	67,1	2.602	3,9	9.120	26,5	6.547	39,7	2.573	3,8	7,7
1990	82,9	2.901	3,5	12.328	23,5	8.766	33,1	3.562	4,3	7,8
1991	89,0	4.034	4,5	12.308	32,8	10.787	37,4	1.502	1,7	6,2
1992	98,0	4.058	4,1	13.893	39,2	11.815	34,3	2.078	2,1	6,3
1993	92,0	4.085	4,4	12.480	32,7	11.865	34,4	-716	0,8	5,2
1994	97,9	4.307	4,4	13.523	31,8	13.401	32,1	-122	0,1	4,5
1995	114,3	4.968	4,4	17.145	29,0	14.295	34,8	2.850	2,5	6,8
1996	122,9	5.057	4,1	18.366	27,5	13.826	36,6	4.539	3,7	7,8

* Το 1994 το ΛΕΠ επανεκτιμήθηκε μέχρι το 1988 και επανομολογήθηκε με αύξηση 23,4% ως προς την ονομαστική δραχμική αξία του ΑΕΠ.
Πηγές: Εθνικό Λογαριασμό και στατιστικά στοιχεία από το Ισοζύγιο Πληρωμών της Τράπεζας της Ελλάδος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 12 ΕΠΙΣΤΡΕΦΟΥΣΕΣ ΑΓΟΡΑΙΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΤΑ ΚΕΦΑΛΗΝ

Ε.Ε. των 15 = 100)

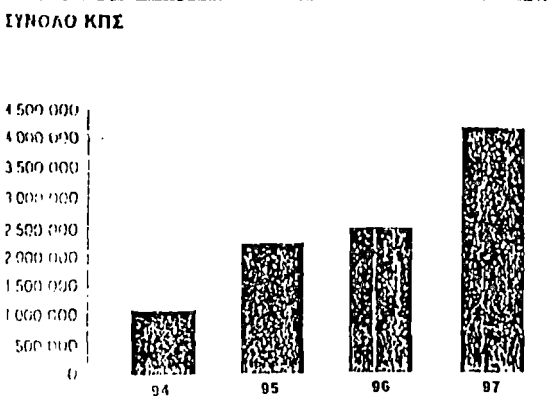
	Ελλάδα	Ισπανία	Ιρλανδία	Πορτογαλία
90	47,3	35,0	60,2	30,2
91	58,6	47,5	58,5	31,5
92	50,1	56,4	58,8	29,1
93	43,4	66,9	67,8	36,9
94	45,8	71,3	67,7	41,1
95	45,8	71,5	69,4	46,1
96	47,5	65,4	70,7	46,9
97	47,4	62,2	73,4	41,9
98	48,2	63,0	75,5	46,2
99	49,8	65,3	79,2	47,5

Γραφιστική δύναμη: Ε.Ε. των 15 = 100

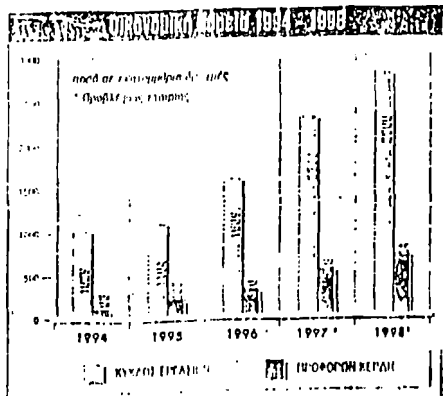
90	42,6	57,2	60,3	39,4
91	56,9	70,9	59,1	42,8
92	64,0	70,7	63,3	54,8
93	58,4	74,5	71,0	59,2
94	61,2	79,3	74,6	64,6
95	62,3	77,3	77,5	66,1
96	64,5	77,8	80,2	69,1
97	64,7	75,8	84,9	69,6
98	64,3	76,2	89,9	69,7
99	64,5	76,7	93,8	70,4

Γ: "Γεννησιμική Οικονομία", νο. 62, 1996

ΔΗΜΟΣΙΕΣ ΔΑΠΑΝΕΣ ΚΑΤ' ΕΤΟΣ (Κεά)



Βιομηχανική Οικονομική Εξυπηρέτηση ■ Οκτώβριος 1997



ΕΠΙΤΟΚΙΑ ΕΤΗΣΙΑΝ ΤΥΛΗΝ ΔΗΜΟΣΙΟΥ

ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΕΠΙΤΟΚΙΑ	ΜΕΣΟΣ ΠΑΙΟΦΡΙΣΜΟΣ	ΚΛΑΔΟΣ
	ΕΠΙΤΟΚΗ	ΕΠΟΜΕΝΟΥ ΕΤΟΥΣ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ
31-12-90	24.0%	19.5%	5.5%
31-12-91	22.5%	15.8%	6.7%
31-12-92	22.5%	14.4%	8.1%
31-12-93	20.25%	10.9%	9.4%
31-12-94	17.75%	9.3%	8.5%
31-12-95	14.2%	8.6%	5.8%
31-12-96	11.5%	5.8%*	5.7%
31-8-96	8.8%**	4.5%*	4.3%

ισολογιστική πρόβλεψη γράφονται ** μετά την απαίτηση του φόρου

Η Υπουργείο Οικονομικών, Τμήμα (α) Ελλάδας

ΕΣΟΤΙΚΟΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ Α.Ε.Π.

	1993	1994	1995	1996	1997*
ΕΛΛΑΔΑ	-1.0%	+1.5%	+2.0%	+2.6%	+3.3%
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ	-0.6%	+2.8%	+2.6%	+1.7%	+2.4%
Ο.Σ.Α.	+1.2%	+2.9%	+2.3%	+2.3%	+2.8%
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	-1.2%	+2.9%	+1.9%	+1.4%	+2.3%
ΚΙΝΑ	+3.1%	+4.1%	+3.3%	+2.4%	+3.4%
ΗΠΑ	+2.2%	+4.6%	+2.5%	+1.5%	+3.2%
ΙΑΠΩΝΙΑ	+0.1%	+0.5%	+0.4%	+3.7%	+2.3%

πηγή: ΕΛΣΤΑ, Έκθεση πρόβλεψης ΕΠΗΝ ΥΠΠΟΔ. Ο.Ο.Σ.Α

Βιομηχανία

	1991	1995	Μεταβολή	1996	Μεταβολή	Πόσο Δείκτης
από παρ. 1	1.123	2.472	121.99%	4.026	61.50%	89.3%
Ενεργειακή	8.907	11.025	23.78%	13.085	18.60%	21.2%
Χημικά	4.361	6.468	48.32%	8.128	25.67%	36.5%
Ρ. Υποκαταστάσεις	5	1	-71.98%	1	0.00%	-47.07%
Κατασκευαστική	4.292	4.372	-0.45%	4.703	7.57%	3.4%
Μηχανολογική	4.304	6.401	46.01%	8.078	25.58%	35.4%
Μηχανική	157	157	-2.25%	403	151.14%	69.08%
Μηχανολογική	681	904	32.30%	853	5.6%	11.2%
Μεταλλουργία	400	325	-18.80%	325	0.0%	0.0%
Μεταλλουργία	1.79	1.46	-1.47			
Μηχανολογική	0.49	0.59	0.62			
Μηχανολογική	0.31	0.26	0.23			
Μηχανολογική	0.16	0.14	0.10			
Μηχανολογική	0.08	0.09	0.07			

πηγή: ΕΛΣΤΑ

Ο δείκτης Β' & Α' από ΠΗΕΑ
Περίοδος Ιανουάριος 1995 - Ιούλιος 1997

	Μήνες	Κλάδος Κλάσση/γίσις	Σύνολο αγοράς	
1995	Ι		18.3	12.0
	Φ		19.3	11.7
	Μ		18.7	12.8
	Α		18.2	11.9
	Μ		16.5	12.4
	Ι		16.8	12.5
	Ι		16.7	13.2
	Α		19.3	13.0
	Σ		16.9	12.6
	Ο		16.4	12.7
	Η		16.5	13.1
	Α		16.6	13.7
1996	Ι		17.9	13.7
	Φ		17.2	13.6
	Μ		16.7	13.2
	Α		14.4	12.5
	Μ		14.6	12.1
1997	Ι		14.3	12.1
	Ι		11.4	12.4
	Α		11.4	14.4
	Σ		11.3	14.5
	Ο		9.3	14.3
	Η		9.9	14.1
	Α		10.2	14.1
	Ι		9.0	16.9
	Φ		9.9	18.7
	Μ		10.4	19.2
Α		10.5	20.7	
Μ		11.7	20.2	
Ι		20.2	19.7	
Ι		17.4	20.2	

Πηγή: ΧΑΑ

Σημείωση: Η σιδήριση του Γ' & Ε' έχει πραγματοποιηθεί βάσει του βάρους του μετοχικού κεφαλαίου της κάθε εταιρίας στο δείκτη των μετοχικών κεφαλαίων των εταιριών του κλάδου

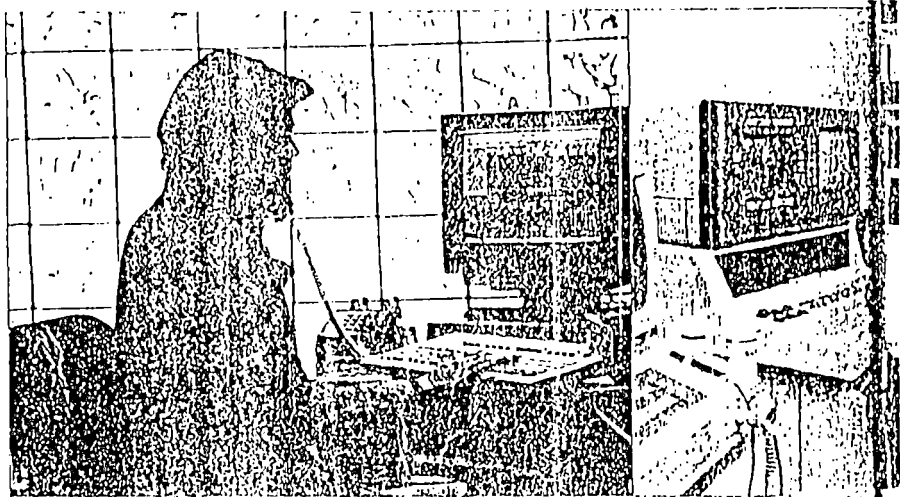
ΕΞΕΛΙΞΗ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
ΟΡΥΧΕΙΑ-ΜΕΤΑΛΛΕΙΑ-ΛΑΤΟΜΕΙΑ	-3.2%	-1.2%	-6.5%	-6.3%	-1.3%	-3.2%	+3.3%
ΜΕΤΑΠΟΙΗΣΗ	-2.8%	-0.9%	-1.3%	-3.2%	+1.1%	+2.1%	+0.6%
ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ-ΦΩΤΕΙΟ	+2.7%	-1.8%	+7.4%	+2.6%	+5.1%	+3.5%	+3.8%
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ	-2.4%	-1.0%	-1.0%	-2.9%	+1.3%	+1.8%	+1.2%

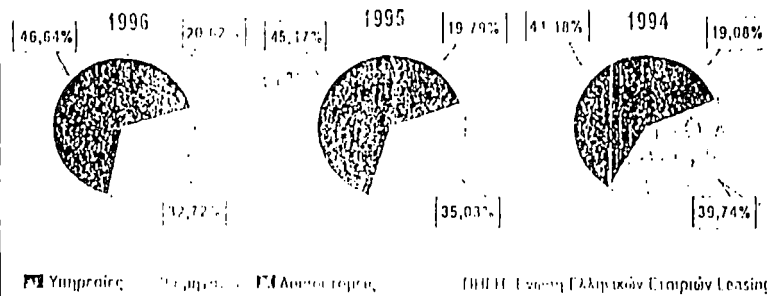
πηγή: ΕΛΣΤΑ

Η καινοτομική αυτή τεχνική χρηματοδότησης γνωρίζει μεγάλη άνθηση στην Ελλάδα, ενώ οι ανταγωνιστές παλεύουν για ένα κομμάτι της ολοένα και αυξανόμενης πίτας

Του Φάνη Γαβριλιώτη



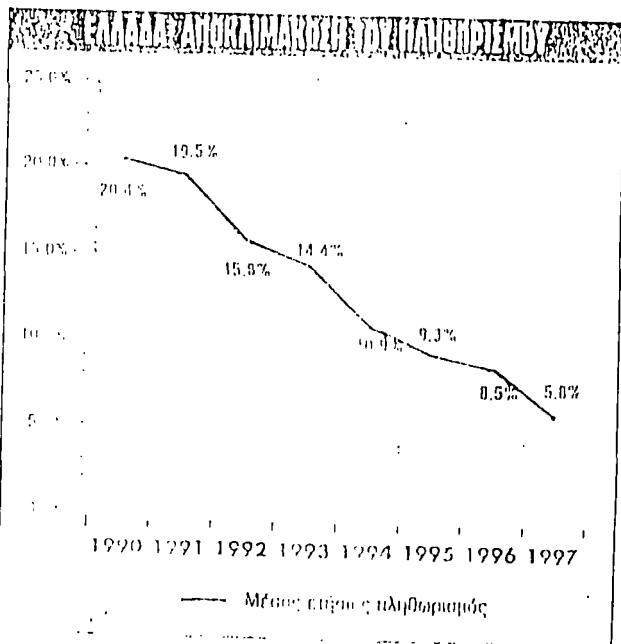
Τομείς της επιχειρηματικής δράσης που χρησιμοποιούν leasing (Ποσοστά κατά τομή α.ε.ε.τ.ε.)



ΟΙ ΝΕΕΣ ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ ΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΙΚΗΣ ΜΙΣΘΩΣΗΣ
(Ανά εταιρία, σε εκατ. δρχ.)

Εταιρία	1996	1995	1994
Εμπορική	14.045	10.246	4.381
Αλφα	13.311	11.147	10.678
ΕΠΓΟ	12.783	10.293	6.076
Εθνική	12.575	8.499	4.242
Ιονική	10.556	7.858	6.858
Πειραιώς	7.621	5.604	4.016
ΑΤΕ	6.703	6.331	2.875
ΕΙΘΑ	3.629	4.520	6.551
ΕΠΠ	3.098	2.343	4.030
ΑΒΗ ΛΑΜΠΟ	2.554	1.785	1.669
ΣΥΝΟΣΟ	25.275	68.626	52.126

ΠΗΓΗ: Εποχή Ελληνικών Επιτηριών Leasing



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η μελέτη των Χρονολογικών Σειρών προϋποθέτει την γνώση των στοιχείων του παρελθόντος για την διερεύνηση των μελλοντικών προοπτικών. Για να είναι ολοκληρωμένη η πρόβλεψη μίας Χρονολογικής Σειράς για την πορεία της στο μέλλον, είναι αναγκαία και βασική η γνώση δεδομένων του παρελθόντος. Στην εργασία αυτή προσπαθήθηκε να δοθεί επαρκώς το πως συνδέεται το παρελθόν με το μέλλον στις Χρονολογικές σειρές και πόσο σημαντικά είναι τα αποτελέσματα που βγαίνουν τελικά από τις προβλέψεις αυτές. Έγινε ότι ήταν δυνατόν για να μελετηθούν όλες οι πλευρές του μεγάλου και σημαντικού κομματιού της στατιστικής που ονομάζεται Χρονολογικές σειρές.

Ακόμη από την διερεύνηση του θέματος έγινε κατανοητό τόσο πολύπλευρα μπορούν να εφαρμοστούν οι χρονολογικές σειρές στην οικονομία και στην κοινωνία γενικότερα. Από τα παραδείγματα που δίνονται μπορούν να μελετηθούν Χρονολογικές σειρές για την πρόβλεψη της παραγωγής μιας επιχείρησης, το κέρδος, τις πωλήσεις και κοινωνικά όπως εγκληματικότητα κλπ.

Αυτή η χρησιμότητα δίνει την ευκαιρία στις επιχειρήσεις να βελτιώσουν τους ρυθμούς παραγωγής, να προβλέψουν πιθανές πτώσεις πωλήσεων, να καταρτίσουν αναπτυξιακά προγράμματα. Αυτό έχει ως συνέπεια να κάνει τις επιχειρήσεις αυτές πιο ανταγωνιστικές στο χώρο της αγοράς.

Τα τελευταία χρόνια η εξέλιξη της επιστήμης και Τεχνολογίας είναι τόσο μεγάλη, που η επεξεργασία στατιστικών στοιχείων γίνεται πλέον με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Αυτό διευκολύνει στο έπακρο την διερεύνηση του μέλλοντος γιατί είναι πολύ πιο γρήγορη και έγκυρη. Η μελέτη των Χρονολογι-

κών Σειρών και της Στατιστικής Επιστήμης δεν είναι στάσιμη, αλλά βρίσκεται σε μια διαρκή εξέλιξη με αποτέλεσμα να μας δίνει όλο και περισσότερα στοιχεία που είναι πολύ σημαντικά για την πορεία όλων μας.

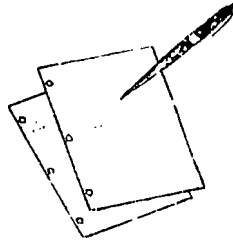


ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ❑ ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗΣ Κ. Α. «ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΤΕΥΧΗ Α, Β, Γ,» ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ ΑΘΗΝΑ 1957 – 1958
- ❑ ΑΠΟΣΤΟΛΟΠΟΥΛΟΥ ΘΕΟΔΩΡΟΥ «η Στατιστική επιχειρήσεων». Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ. 1991
- ❑ ΔΡΑΚΑΤΟΥ Κ. Γ. «Εισαγωγή στην Στατιστική». Εκδόσεις ΠΑΠΑΖΗΣΗ ΑΘΗΝΑ 1968.
- ❑ ΚΑΚΟΥΛΛΟΥ Θ. Ν. «Στατιστική». ΑΘΗΝΑ 1972.
- ❑ ΚΙΟΥΧΟΥ ΠΕΤΡΟΥ Α. «Στατιστική». Εκδόσεις Σταμούλης ΠΕΙΡΑΙΑΣ 1990.
- ❑ ΜΠΕΝΟΥ Β. Κ. «Στατιστική επιχειρήσεων». ΠΕΙΡΑΙΑΣ 1978.
- ❑ ΠΑΠΑΔΗΜΑΣ ΘΩΝΑΣ. «Στατιστική 2». ΜΑΚΕΔΟΝΙΚΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ 1974.
- ❑ ΣΤΟΥΜΠΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ. «Στατιστική επιχειρήσεων». Τ.Ε.Ι ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ ΣΧΟΛΗ ΣΔΟ ΤΜΗΜΑ ΣΣΟΕ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ 1997.
- ❑ ΤΖΟΡΤΖΟΠΟΥΛΟΥ Θ. Π. «Ανάλυση χρονολογικών σειρών. Τρίση – Εποχικότητα.». ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΜΠΙΛΙΑΣ «Το Οικονομικό». ΑΘΗΝΑ 1991



11) ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥΣ ΚΥΡΙΑΚΟΣ «Στοιχεία Μεθοδολογίας». Τ.Ε.Ι.
ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ ΣΧΟΛΗ ΣΔΟ ΤΜΗΜΑ ΣΣΟΕ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ ΙΟΥΝΙΟΣ 1991.



ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ

- ✍ «ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ – ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗ» Οικονομικό περιοδικό τεύχος 722/έτος 64^ο /Οκτώβριος 1997.
- ✍ «ΕΛΙΑ ΚΑΙ ΕΛΑΙΟΛΑΔΟ» Οικονομικό περιοδικό τεύχος 1^ο Σεπτέμβριος 1997.
- ✍ «Η ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΗ» Καθημερινή Εφημερίδα. Κυριακή 05 Οκτωβρίου 1997
- ✍ «ΚΥΡΙΑΚΑΤΙΚΗ ΕΛΕΥΘΕΡΟΤΥΠΙΑ» Κυριακάτικη εφημερίδα . Κυριακή 19 Οκτωβρίου 1997.
- ✍ «ΧΡΗΜΑ» Χρηματιστηριακό και οικονομικό περιοδικό. Τεύχος 219/ Οκτώβριος 1997.



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ & ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ.....	6
I. ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΕΙΡΑΣ.....	6
ΙΑ) ΠΡΩΤΟΓΕΝΕΙΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ.....	8
ΙΙΑ). ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΚΑΙ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ.....	8
ΙΙΑΑ). ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΤΟΥΣ	10
ΙΙΑΒ). ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ	13
ΙΙΙ). ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ	16
ΙΙΙΑ) ΤΑΣΗ.....	17
ΙΙΙΒ) ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ.....	19
ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1	22
ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.....	24
ΙΙΙ Γ) ΕΠΟΧΙΚΗ ΚΥΜΑΝΣΗ	26
ΙΙΙ Δ) ΤΥΧΑΙΑ ΚΥΜΑΝΣΗ	27
ΙV). ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΑΛΛΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ.....	29
V). ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΤΩΝ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ	32
VI). ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ.....	34
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ	36
I.) ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ.....	36
ΙΒ.) ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ.....	42
ΙΓ.) ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΚΙΝΗΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΟΡΩΝ	45
ΙΔ.) ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ.....	53
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΗΣ ΤΑΣΕΩΣ.....	67
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΠΛΗΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΤΑΣΕΩΣ	74

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ	82
ΓΕΝΙΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ & ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ	82
ΙΑ) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΜΗΝΙΑΙΟ ΜΕΣΟ	85
Β) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗ ΜΗΝΙΑΙΑ ΤΑΣΗ	92
ΙΓ) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΜΗΝΙΑΙΟΥΣ ΚΙΝΗΤΟΥΣ ΜΕΣΟΥΣ... ..	98
ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ	105
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΚΥΜΑΝΣΕΩΝ.....	110
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ	119
ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΜΗΝΙΑΙΟ ΜΕΣΟ	119
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ.....	120
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	123
ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	127
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	149
<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>	144
(1) ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗΣ Κ. Α. «ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΤΕΥΧΗ Α, Β, Γ,» ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ ΑΘΗΝΑ 1957 – 1958.....	144
<u>ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ</u>	145

